

**И.Н. Логачев, К.И. Логачев**

**АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ  
ОСНОВЫ АСПИРАЦИИ**

**Санкт-Петербург  
Химиздат  
2005**

УДК 628.5:533.6

ББК 20.1:22.253

Л 69

Авторы:

И.Н.Логачев, К.И.Логачев

Р е ц е н з е н т ы:

заслуженный деятель науки и техники РФ, профессор кафедры процессов и аппаратов химических и пищевых производств Воронежской государственной технологической академии, д-р техн. наук, проф. *Ю.В.Красовицкий*;  
зав. кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции Казанского государственного архитектурно-строительного университета, д-р техн. наук, проф. *В.Н.Посохин*

Л69 *Аэродинамические основы аспирации: Монография / И.Н.Логачев, К.И.Логачев. – Санкт-Петербург: Химиздат, 2005. – 659с.*

В монографии изложены теоретические предпосылки и практические рекомендации по расчету и устройству местной вытяжной вентиляции пыльных производств.

Приведены современные представления об аэродинамических свойствах гравитационных потоков твердых частиц в технологиях переработки сыпучих материалов. Раскрыт механизм эжекции воздуха этими потоками в различных его проявлениях: от процессов равномерного движения воздуха в закрытых желобах до формирования ускоренных воздушных течений в свободной струе частиц. Описаны инженерные методы расчета объемов аспирируемого воздуха для различных технологических узлов. Дано сопоставление расчетных объемов аспирации с результатами натурных испытаний.

Для местных отсосов открытого типа представлены результаты исследований всасывающего спектра при различной конфигурации границ и размерности области течений. Используются как классические методы – метод суперпозиции, методы теории функций комплексного переменного, так и численные методы с использованием методов граничных интегральных уравнений и дискретных вихрей.

Рассмотрены технические приемы снижения энергоемкости локализирующих систем вентиляции.

Книга адресована инженерно-техническим работникам, молодым ученым и аспирантам, занятым разработкой и проектированием систем аспирации для горно-металлургических и химических предприятий, заводов по производству строительных материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке

Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант МД-31.2003.08)  
и Белгородского государственного технологического университета им. В.Г.Шухова  
(ректор – д.т.н., профессор Гридчин А.М.)

Л  $\frac{2102000000 - 014}{050(01 - 2005)}$  Без объявл.

ISBN 5 – 93808 – 051 – 9

©Логачев И.Н., Логачев К.И., 2005

© Химиздат, 2005

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	7
<b>Часть I. Эжекция воздуха потоком сыпучего материала и некоторые принципы устройства аспирации .....</b>	<b>9</b>
Основные условные обозначения .....	10
1. Общая характеристика пылеаэродинамики перегрузок сыпучих материалов .	12
1.1. Перегрузочные узлы как источники загрязнения атмосферы .....	12
1.1.1. Интенсивность пылевыделений .....	12
1.1.2. Основные технические средства снижения выбросов пыли .....	19
1.2. Теоретические модели эжекции воздуха гравитационным потоком твердых частиц .....	23
1.2.1. Модель Бутакова-Хемеона и ее развитие .....	26
1.2.2. Полуэмпирические модели .....	35
1.2.3. Динамическая теория описания эжектирующих свойств потока частиц и методология исследований .....	38
1.3. Классификация потоков сыпучих материалов .....	43
2. Аэродинамические свойства частиц в гравитационном потоке сыпучего материала в желобах .....	47
2.1. Особенности движения сыпучего материала в наклонных желобах .....	47
2.1.1. Режимы движения .....	48
2.1.2. Распределение частиц .....	52
2.1.3. Скорость движения .....	54
2.2. Аэродинамическая характеристика одиночной частицы .....	59
2.2.1. Геометрическая форма .....	62
2.2.2. Динамическая форма частиц .....	64
2.2.3. Коэффициент сопротивления .....	67
2.3. Падение частиц .....	69
2.3.1. Движение частицы в потоке воздуха .....	69
2.3.2. Аэродинамическое сопротивление при ускоренном движении частицы .....	76
2.4. Методика оценки аэродинамической характеристики гравитационного потока частиц .....	81
2.4.1. Изменение давления в канале .....	82
2.4.2. Экспериментальная апробация метода определения коэффициента сопротивления частиц .....	88
3. Эжекция воздухом в желобах .....	90
3.1. Изотермический поток .....	90
3.1.1. Усредненная аэродинамическая характеристика частиц .....	93
3.1.2. Эжекция воздуха потоком частиц в наклонном призматическом желобе .....	101
3.1.3. Особенности динамического взаимодействия воздуха с потоком сыпучего материала при слоистом движении в наклонном желобе .....	119
3.1.4. Эжекция воздуха в бункерообразном желобе при равномерном распределении частиц .....	122
3.1.5. Аэродинамика потока частиц при больших объемных концентрациях .....	125
3.2. Влияние тепло- и массообмена .....	129
3.2.1. Межкомпонентный теплообмен в наклонном желобе .....	129
3.2.2. Тепловой напор .....	131

3.2.3.	Скорость воздуха в желобе . . . . .	134
3.2.4.	Влияние массообмена на объемы эжектируемого воздуха . . . . .	137
3.3.	Аэродинамика нестационарного потока частиц в желобе . . . . .	139
3.3.1.	Внезапное изменение расхода материала . . . . .	139
3.3.2.	Плавное изменение расхода материала . . . . .	149
4.	Аэродинамика струи твердых частиц . . . . .	151
4.1.	Эжекция воздуха в струе свободно падающих частиц . . . . .	152
4.1.1.	Исходные уравнения . . . . .	152
4.1.2.	Структура воздушных течений в плоской струе сыпучего материала . . . . .	163
4.1.3.	Эжекция воздуха в осесимметричной струе свободно падающих частиц . . . . .	209
4.2.	Аэродинамика струи частиц в канале . . . . .	221
4.2.1.	Плоскопараллельный поток . . . . .	222
4.2.2.	Одномерный поток . . . . .	225
5.	Технические средства локализации пылевыведений и обеспыливания воздуха . . . . .	238
5.1.	Основы расчета производительности местных отсосов . . . . .	239
5.1.1.	Исходные уравнения . . . . .	239
5.1.2.	Определение величины оптимального разрешения . . . . .	240
5.1.3.	Выбор схемы аспирации и расчет производительности местных отсосов перегрузочных узлов . . . . .	248
5.1.4.	Расчет воздухообмена в укрытиях быстроходного оборудования . . . . .	270
5.2.	Интенсивность пылевыведений и снижение начальной концентрации пыли в аспирируемом воздухе . . . . .	279
5.2.1.	Источники пылевыведений . . . . .	279
5.2.2.	Снижение интенсивности пылевыведений . . . . .	282
5.2.3.	Интенсификация инерционного осаждения пыли в аспирационных укрытиях . . . . .	298
5.2.4.	Снижение концентрации пыли в аспирационных воронках . . . . .	306
5.3.	Неорганизованные источники пылевых загрязнений атмосферы при открытом складировании железорудных окатышей . . . . .	329
5.3.1.	Открытые склады как источники загрязнения атмосферы промплощадок ГОКов . . . . .	329
5.3.2.	Исследование интенсивности пылевыведений при складировании железорудных окатышей . . . . .	332
5.3.3.	Локализация пылевыведений при складировании обожженных окатышей . . . . .	351
5.4.	Неорганизованные выбросы пыли и ее локализация при погрузке железорудных окатышей в вагоны . . . . .	371
5.4.1.	Схемы локализации пылевыведений на погрузочных бункерах . . . . .	371
5.4.2.	Расчет производительности местных отсосов погрузочных бункеров окатышей . . . . .	374
5.4.3.	Повышение эффективности аспирации перегрузок окатышей в корпусе погрузочных бункеров . . . . .	381
	Заключение . . . . .	386
	Библиографический список . . . . .	390
	Приложение I. Исходные уравнения аэродинамики потока сыпучего материала . . . . .	400
	Приложение II. Технологические и аспирационные параметры перегрузочных узлов . . . . .	418

<b>Часть II. Аэродинамика пылевоздушных течений вблизи всасывающих отверстий</b> .....	<b>439</b>
Основные условные обозначения .....	440
Введение .....	441
1. Определение поля скоростей методами конформных отображений и наложения потоков .....	449
1.1. Безотрывные течения .....	449
1.1.1. Общие сведения о методе конформных отображений .....	449
1.1.2. Расчет осевой скорости воздуха у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве .....	452
1.1.3. Расчет осевой скорости воздуха у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку .....	454
1.1.4. Расчет осевой скорости воздуха у щелевого отсоса-раструба .....	456
1.2. Отрывные течения .....	461
1.2.1. Общие сведения о методе Н.Е. Жуковского .....	461
1.2.2. Расчет течения воздуха у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку .....	461
1.2.3. Расчет течения воздуха у щелевого отсоса в безграничном пространстве .....	465
1.2.4. Расчет течения воздуха в щелевых неплотностях аспирационных укрытий .....	467
1.3. Расчет течения на входе в щелевой отсос-раструб .....	474
1.3.1. Расчетные соотношения .....	474
1.3.2. Результаты расчета .....	482
1.4. Расчет течений на основе метода наложения потока .....	489
1.4.1. Расчет осевой скорости воздуха у всасывающих отверстий, встроенных в плоскую стенку .....	489
1.4.2. Экранирование местного отсоса приточными струями .....	495
2. Расчет плоских потенциальных течений методом граничных интегральных уравнений .....	502
2.1. Плоские течения в многосвязных областях без особенностей .....	502
2.1.1. Вывод основных соотношений и построение этапов решения .....	502
2.1.2. Дискретизация границы области .....	505
2.1.3. Расчет интенсивностей источников (стоков) .....	506
2.1.4. Расчет скорости воздуха внутри области течения .....	510
2.1.5. Тестовая задача: расчет осевой скорости воздуха у щелевых отсосов .....	511
2.1.6. Обеспыливание процесса обработки прокатных валков .....	512
2.2. Плоские течения в многосвязных областях с разрезами .....	519
2.3. Плоские течения в многосвязных областях с вращающимися цилиндрами .....	525
2.4. Пространственные течения в многосвязных областях без особенностей .....	530
2.4.1. Вывод основных соотношений и построение основных этапов решения .....	530
2.4.2. Дискретизация граничной поверхности. Локальные координаты .....	533
2.4.3. Определение граничных интенсивностей источников и стоков .....	536
2.4.4. Тестовая задача: расчет осевой скорости воздуха у прямоугольного всасывающего отверстия, встроенного в плоскую безграничную стенку .....	541
2.4.5. Расчет всасываемого прямоугольным отсосом воздушного потока, обтекающего цилиндр (отсос от вальцетокарного станка) .....	542
2.4.6. Определение оптимальных геометрических параметров местных	

отсосов пресс-автоматов . . . . .	548
2.5. Пространственные течения в многосвязных областях с вращающимися цилиндрами . . . . .	550
3. Расчет вихревых течений . . . . .	554
3.1. Вязкие течения . . . . .	554
3.1.1. Основные уравнения. Общий алгоритм численного расчета . . . . .	554
3.1.2. Дискретизация области течения. Дискретные аналоги интегральных уравнений . . . . .	555
3.1.3. Вычисление элементов матриц $F$ и $G$ . . . . .	560
3.1.4. Вычисление элементов матриц $L$ и $H$ . . . . .	563
3.1.5. Тестовый пример: обтекание обратного уступа . . . . .	568
3.1.6. Расчет взаимодействия двух прямооточных приточных струй . . . . .	569
3.2. Моделирование течений с использованием вихревого слоя . . . . .	574
3.3. Вихревое течение у щелевого отсоса над прямым двухгранным углом . . . . .	581
3.3.1. Численный алгоритм расчета . . . . .	581
3.3.2. Результаты расчета . . . . .	586
3.4. Нестационарные течения у щелевых и круглых отсосов . . . . .	589
3.4.1. Течение у щелевого отсоса, расположенного в неограниченном пространстве . . . . .	595
3.4.2. Течения у щелевых отсосов-раструбов . . . . .	596
3.4.3. Круглые отсосы-раструбы . . . . .	603
3.4.4. Экспериментальное определение коэффициентов местных сопротивлений профилированных местных отсосов . . . . .	606
3.5. Отсосы, экранированные приточной струей . . . . .	612
4. Некоторые вопросы поведения пылевых частиц в течениях вблизи всасывающих отверстий . . . . .	618
4.1. Стационарные потоки . . . . .	618
4.1.1. Расчет необходимых объемов аспирации при бурении восстающих шпуров и скважин . . . . .	618
4.1.2. Расчет траекторий пылевых частиц в полости бункеров силосного типа . . . . .	623
4.1.3. Прогнозирование дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей . . . . .	627
4.2. Пульсирующие потоки . . . . .	643
4.2.1. Вывод основных расчетных соотношений . . . . .	643
4.2.2. Результаты расчета и их обсуждение . . . . .	646
Библиографический список . . . . .	652

## Предисловие

Два обстоятельства побудили авторов обратиться к проблеме аэродинамики аспирации: извечный вопрос выбора необходимой производительности вытяжных систем, актуальность которого еще более возросла в связи с энергосбережением, и развитие компьютерных технологий, широко используемых в инженерной практике.

Практика всегда требовала предельно точного ответа на вопрос о производительности местных отсосов. При отсутствии глубокого анализа аэродинамических процессов и слабой оснащенности инженерного труда вычислительной техникой специалисты довольствовались простейшими соотношениями. Использовался, как правило, эмпирический подход, основанный на грубых моделях, а то и на интуиции или на таких расплывчатых понятиях, как «данные практики» и «аналоги». Поэтому довольно часто ответ был весьма приблизительным: производительность аспирационных установок принималась либо с большим запасом, что способствовало снижению качества эксплуатации и повышению энергоемкости, либо намного ниже требуемых величин, что снижало санитарно-гигиенический эффект.

Настоящая монография посвящена исследованию эжекции воздуха потоком сыпучего материала, определяющей производительность местных отсосов закрытого типа, широко используемых при механической переработке минералов, и раскрытию закономерностей движения воздуха вблизи всасывающего отверстия, позволяющих достаточно точно найти оптимальную производительность местных отсосов открытого типа (с учетом реальных границ течения), а также снизить энергопотребление за счет увеличения дальнобойности всасывающего факела.

В первой части раскрыт механизм эжекции воздуха потоком твердых частиц для двух характерных случаев движения сыпучего материала: при перегрузках в закрытых желобах и при свободном ссыпании, что позволило разработать достаточно точные методы расчета объемов аспирации для перегрузочных узлов с раз-

личной конфигурацией желобов и с учетом аэродинамической связи укрытий технологического оборудования.

Во второй части представлены результаты численного моделирования всасывающих факелов, основанного как на базе традиционных методов с применением теории функций комплексного переменного, так и на основе современных методов численной аэродинамики с использованием метода граничных интегральных уравнений и метода дискретных вихрей, что дало возможность получить расчетным путем достаточно точную картину течения воздуха при границах различной сложности, создать методологию расчета производительности реальных местных отсосов с возможностью увеличения зоны их действия.

Авторы не обобщали результаты опубликованных работ, посвященных данной тематике, а рискнули ознакомить читателя преимущественно с результатами собственных исследований, выполненных в течение нескольких лет во время работы во Всесоюзном научно-исследовательском институте безопасности труда в горнорудной промышленности (ВНИИБТГ, г. Кривой Рог) и в Белгородском государственном технологическом университете им. В. Г. Шухова (БГТУ), сотрудникам которых мы выражаем искреннюю признательность за поддержку, содействие и реальную помощь.

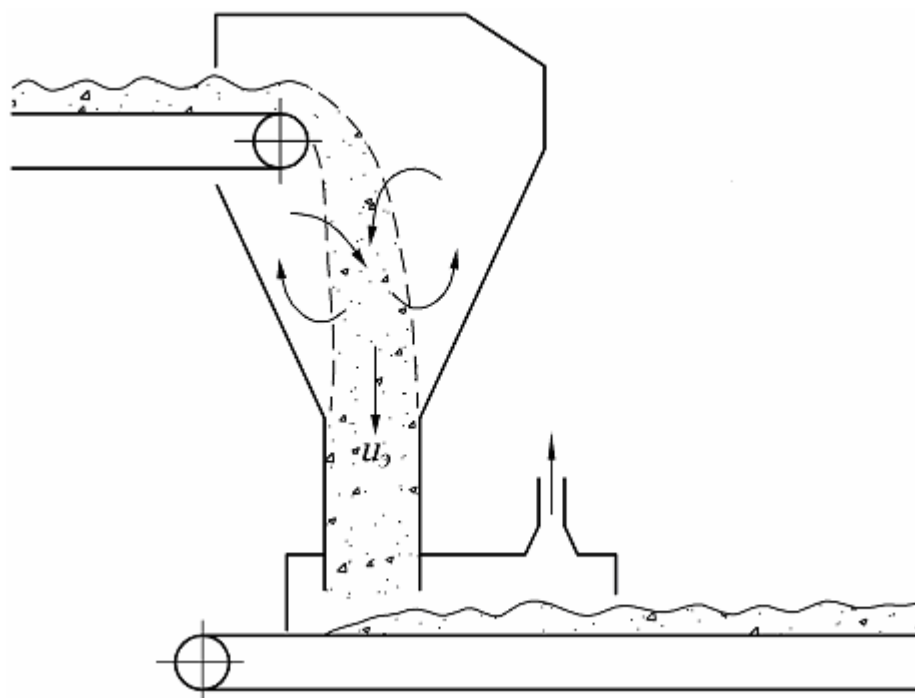
Считаем приятным долгом вспомнить здесь наших учителей: В.В. Недина, О.Д. Нейкова, А.В. Шелекетина и коллег: В.А. Минко, Р.Н. Шумилова, А.М. Голышева, С.И. Задорожного, В.В. Качанова, В.И. Стуканова, Л.М. Черненко и всех сотрудников лаборатории промышленной вентиляции ВНИИБТГ и кафедры теплогазоснабжения и вентиляции БГТУ, чье внимание и непосредственное сотрудничество, творческие дискуссии и обсуждение полученных результатов позволили авторам осуществить задуманное.

Авторы также благодарны рецензентам проф. Ю.В. Красовицкому и проф. В.Н. Посохину за ценные замечания, которые позволили улучшить содержание книги.



## Часть I

# ЭЖЕКЦИЯ ВОЗДУХА ПОТОКОМ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА И НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПЫ УСТРОЙСТВА АСПИРАЦИИ



## Основные условные обозначения

- $a_T$  – ускорение потока частиц в наклонном желобе, м/с;  
 $B(b)$  – полуширина плоской струи частиц, м;  
 $c$  – скорость витания частиц, м/с;  
 $c_y$  – условная скорость витания, м/с;  
 $c_1$  – теплоемкость частиц материала, Дж/(кг·К);  
 $c_2$  – теплоемкость воздуха (при  $\rho = \text{const}$ ), Дж/(кг·К);  
 $D$  – гидравлический диаметр желоба (канала), м;  
 $d, d_3$  – диаметр частицы (диаметр шара, эквивалентного частице по объему), м;  
 $E$  – удельная энергия, Дж/кг;  
 $e$  – удельная энтальпия, Дж/кг;  
 $F_{21}$  – сила взаимодействия воздуха с частицами, находящимися в единице объема потока, Н/м<sup>3</sup>;  
 $F$  – площадь неплотностей ( $F_b$  – верхнего,  $F_n$  – нижнего укрытий), м<sup>2</sup>;  
 $f_m, f_4$  – площадь миделева сечения частицы, м<sup>2</sup>;  
 $G$  – массовый расход ( $G_1$  – частиц,  $G_2$  – воздуха,  $G_b$  – сухой части воздуха), кг/с;  
 $g$  – ускорение свободного падения ( $g_x$  – проекция этого ускорения на продольную ось желоба), м/с<sup>2</sup>;  
 $H$  – высота падения частиц, м;  
 $h = x = x/l_\infty$  – безразмерная высота падения частиц;  
 $I$  – интенсивность межфазовых превращений, кг/(с·м<sup>2</sup>);  
 $k$  – коэффициент формы частиц ( $k_e, k_f, k_s$  – геометрический,  $k_d$  – динамический);  
 $k_m$  – отношение площади миделева сечения частицы к ее объему, 1/м;  
 $L, Q_{э,к}$  – расход эжектируемого воздуха в желобе, м<sup>3</sup>/с;  
 $l$  – длина желоба, м;  
 $l_\infty$  – характерная длина (длина инерционного пробега), м;  
 $M$  – массовая сила ( $M_1$  – частиц,  $M_2$  – воздуха), Н/кг;  
 $m, m_4$  – масса частицы, кг;  
 $n_4, n_1$  – счетная концентрация частиц, 1/м<sup>3</sup>;  
 $n$  – отношение начальной скорости частиц в желобе к скорости частиц в канале желоба;  
 $P$  – давление ( $P_э$  – эжекционное в желобе,  $P_T$  – тепловое в желобе,  $P_a, P_0$  – вне желоба,  $P_j$  – межфазовое в желобе), Па;  
 $\mathbf{P} = P/(\rho_2 c^2)$  – безразмерное давление;  
 $P_ч$  – вес частиц, Н;  
 $Q_ж$  – расход воздуха в желобе, м<sup>3</sup>/с;  
 $Q_{21}$  – интенсивность теплообмена между воздухом и частицами, Вт/м<sup>3</sup>;  
 $q$  – тепловой поток, Вт/м<sup>2</sup>;  
 $R$  – аэродинамическое сопротивление падающих частиц, Н;  
 $R_{21}$  – сила воздействия воздуха на твердую частицу, Н;  
 $R_{п}$  – аэродинамическая сила частицы в потоке, Н;  
 $R, R_0$  – аэродинамическая сила одиночной частицы, Н;  
 $R_ж$  – гидравлическая характеристика желоба, кг/м<sup>3</sup>;  
 $S$  – площадь живого сечения потока частиц, м<sup>2</sup>;  
 $S, S_ж$  – площадь поперечного сечения желоба (канала), м<sup>2</sup>;  
 $s$  – поверхность ( $s_m, s_4$  – частицы,  $s_{ш}$  – шара), м<sup>2</sup>;  
 $T$  – температура, °К;  
 $T_{2cp}$  – средняя температура воздуха в желобе, °К;  
 $T_0$  – температура воздуха вне желоба, °К;  
 $t, \tau$  – время ( $\tau_\infty$  – время релаксации), с;

$V$  – объем ( $V_m, V_q$  – частицы)  $\text{м}^3$ ;  
 $v, v, \mathcal{G}$  – скорость ( $v, v_1$  – частиц;  $v_{1к}, v_k$  – частиц в конце желоба;  $v_{10}, v_{1н}$  – частиц в начале желоба;  $v_2, u$  – воздуха),  $\text{м/с}$ ;  
 $u_{вх}$  – скорость воздуха во входном сечении аспирационного патрубка,  $\text{м/с}$ ;  
 $w = v - u$  – относительная скорость частицы,  $\text{м/с}$ ;  
 $w$  – влажность материала, %;  
 $x$  – путь, пройденный частицами в желобе,  $\text{м}$ ;  
 $\alpha$  – коэффициент межкомпонентного обмена ( $\alpha_m$  – массой,  $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\alpha_T, \alpha$  – теплом,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ );  
 $\beta$  – объемная концентрация ( $\beta_1$  – частиц,  $\beta_2$  – воздуха),  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  
 $\beta_T$  – коэффициент термического расширения воздуха,  $1/^\circ\text{К}$ ;  
 $\varepsilon$  – отношение плотности воздуха к плотности частиц;  
 $\zeta$  – коэффициент местного сопротивления (к.м.с.);  
 $\eta, \mu$  – коэффициент динамической вязкости,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  
 $\theta$  – угол наклона желоба к горизонтальной поверхности;  
 $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  
 $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности воздуха,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ;  
 $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  
 $\vec{P}$  – вектор поверхностной силы,  $\text{Н}/\text{м}^2$ ;  
 $P_c$  – коэффициент стесненности потока частиц материала, б/р;  
 $P_d$  – коэффициент активности динамического взаимодействия, б/р;  
 $\rho$  – плотность ( $\rho_1, \rho_m$  – материала частиц;  $\rho_2, \rho$  – воздуха в потоке частиц;  $\rho_0$  – воздуха вне желоба;  $\rho_{2н}, \rho_{2к}$  – воздуха в начале и в конце желоба),  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  
 $\tau$  – время,  $\text{с}$ ;  
 $\tau$  – касательное напряжение,  $\text{Па}$ ;  
 $\varphi, \varphi_k$  – коэффициент скольжения компонентов (отношение скорости эжектируемого воздуха к скорости частиц в конце желоба), б/р;  
 $\psi$  – коэффициент сопротивления частицы ( $\psi_0$  – частицы в области автотельности,  $\psi_{0ш}$  – шара в области автотельности,  $\psi_c$  – частицы при витании,  $\psi^*$  – частицы в потоке), б/р.

*Критерии:*

$Re = wd\rho/\eta$  – число Рейнольдса;

$Fr = gh/v_1^2$  – число Фруда

$Fr^* = G_1g/(v_1^3 b\rho_1)$  – модифицированное число Фруда;

$Bu = \psi^* k_m G_1 v_{1к} / (\sum \zeta a_T S_{жс} \rho_1)$  – число Бутакова-Нейкова;

$Eu = S_{ж} \frac{c_y}{2} \rho_0 / (G_1 v_{1к}), Eu^* = \Delta p / (0,5 \sum \zeta v_{1к}^2 \rho_2)$  – число Эйлера;

$Gr = \beta_T \frac{gH^3}{\nu^2} (T_{2ср} - T_0)$  – число Грасгофа;

$Nu = \alpha d / \lambda_2$  – число Нуссельта.

*Нумерация:*

– формул принята одноступенчатой, начиная с (1) в каждом разделе, например, формула (10); при ссылке на номер формул другого раздела принята двухступенчатая нумерация, например, формула (2.10) при ссылке на формулу (10) раздела 2;

– таблиц и рисунков принята двухступенчатой, начиная с 1 в каждом разделе, например, табл.2.1, табл.2.2 и т.д., рис.2.1, рис.2.2 и т.д. при нумерации таблиц и рисунков раздела 2.

# **1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПЫЛЕАЭРОДИНАМИКИ ПЕРЕГРУЗОК СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА**

Перегрузка сыпучих материалов (самотечное транспортирование по желобам) является наиболее распространенной операцией при различных процессах переработки минерального сырья: при добыче и обогащении руд и углей, при окусковании концентратов, при подготовке шихты в черной и цветной металлургии, при производстве строительных материалов. Процесс движения сыпучих материалов сопровождается значительным пылевыделением. Учитывая огромные объемы перерабатываемого минерального сырья, суммарная мощность этих пылевыделений в общем балансе аэрозольных загрязнений атмосферы составляет весьма заметную величину. Пылевые выбросы представляют собой опасность не только в связи с отравлениями и развитием профессиональных заболеваний, но и оказывают негативное воздействие на окружающую среду.

Характерными по мощности и разнообразию источников пылевыделений являются рудоподготовительные фабрики, обслуживающие крупные месторождения железных руд. Это фабрики Северного, Центрального, Ново-Криворожского, Южного и Ингулецкого горнообогатительных комбинатов Кривбасса; Лебединского, Михайловского и Стойленского ГОКов бассейна КМА; Костомукшского, Оленегорского и Ковдорского ГОКов северо-западного района России; Качканарского (Урал) и Соколовско-Сарбайского (Казахстан) ГОКов, технологические процессы которых насыщены операциями перегрузок различных по пылеобразующим свойствам сыпучих материалов: дробленой руды, железорудного концентрата, агломерата, окатышей, бентонита, известняка, кокса. Наиболее опасными в экологическом отношении являются агломерат и окатыши, получаемые в результате спекания тонкоизмельченного концентрата. Перегрузка этих материалов сопровождается мощным выбросом пыли, например, при загрузке и разгрузке железнодорожных вагонов, при ссыпании в штабель резервных складов.

Основной причиной выноса пыли является эжекция – формирование направленных воздушных течений в потоке сыпучего материала за счет динамического взаимодействия падающих частиц с воздухом. Раскрытие закономерностей образования эжекционных потоков воздуха позволяет не только прогнозировать уровень загрязнений атмосферы аэрозольными выбросами, но и выбрать оптимальные технические решения локализации и обеспыливания воздуха. Покажем это на примере перегрузок сыпучих материалов рудоподготовительных фабрик, технология которых характеризуется разнообразием материалов, процессов их переработки и технологического оборудования.

## **1.1. Перегрузочные узлы как источники загрязнения атмосферы**

### **1.1.1. Интенсивность пылевыделений**

По характеру загрязнения атмосферы перегрузочные узлы условно разделяют на внешние и внутренние. Внешние – это перегрузочные узлы, размещенные на открытых площадках, пылевые выбросы которых загрязняют приземную атмо-

сферу промплощадок. Внутренние – размещены в производственных помещениях и загрязняют внутрицеховую атмосферу. Механизм пылеобразования одинаков, различие лишь в распространении пылевого облака. Если в цехе перенос пылевых частиц осуществляется только за счет диффузии и конвективных токов воздуха при перегрузках нагретых материалов, то на открытых площадках этот процесс дополняется воздействием ветра.

Непосредственное загрязнение приземной атмосферы пылью происходит:

- при конвейерном транспорте рудной массы, при её грохочении и дроблении, характерных для циклично-поточной технологии доставки руды на карьерах, при загрузке приемных воронок дробилок крупного дробления обогатительных фабрик, при выгрузке окускованного сырья из обжиговых и агломерационных машин;

- при загрузке железнодорожных вагонов агломератом и обожженными окатышами;

- при открытом складировании и усреднении сыпучих материалов на шахтах, карьерах и фабриках ГОКов.

Интенсивность пылевыделений зависит как от вида технологических операций и физико-механических свойств перерабатываемого материала, так и от наличия средств борьбы с пылевыделениями (табл. 1.1).

Наибольшая интенсивность пылевыделений характерна для перегрузок агломерата и окатышей. Это наглядно видно из анализа валовых удельных пылевыделений в целом по железорудным комбинатам и по процессам переработки (рис.1.1). На комбинатах, в состав которых входят фабрики окускования (ЮГОК, НКГОК – агломерационные фабрики, СевГОК – фабрики окомкования), валовые выделения пыли от всех перегрузочных узлов\* на порядок превышают пылевыделения на комбинатах, в состав которых входят только дробильные и обогатительные фабрики (ИнГОК). Причем это превышение заметно для удельных пылевыделений как в массовом ( $q$ , кг на тонну перерабатываемого материала), так и в объемном ( $Q$ , тыс. м<sup>3</sup>/т – объем аспирируемого запыленного воздуха на тонну перерабатываемого материала) измерениях. Процессы агломерации и окомкования намного «пыльнее» процессов обогащения и дробления. Это заметно и при загрузке конвейеров (рис. 1.2): естественные минералы (например, железная руда) в силу большой прочности и заметной влажности обладают значительно меньшими пылеобразующими свойствами, чем искусственные материалы, полученные в результате термической обработки (агломерат, окатыши). Наиболее мощным пылевыделением характеризуются процессы погрузки агломерата и окатышей в вагоны (хопперы, окатышевозы, думпкары), а также процессы складирования (рис. 1.3).

---

\* Определены суммированием расхода пылевых частиц, выносимых аспирируемым воздухом из укрытий технологического оборудования.

Таблица 1.1

## Интенсивность пылевыведения при перегрузках сыпучего материала

Наименование оборудования или технологической операции		Интенсивность пылевыведения	
		абсолютная, г/с	удельная, г/т
1. Конвейерная перегрузка железной руды на карьере*			
а) без средств борьбы с пылью		0,4 – 3,0	3 – 22
б) с использованием аспирации		0,03 – 0,3	0,02 – 2,2
2. Конвейер, транспортирующий железную руду			
а) без средств борьбы с пылью		0,1 – 0,4	0,7 – 3
б) с орошением железной руды		0,05 – 0,2	0,3-1,5
3. Грохот при расसेве руды на участке ЦПТ			
а) без средств локализации		0,8 – 1,0	4 – 5
б) при наличии аспирируемых укрытий		0,07 – 0,09	0,3 – 0,5
4. Перегрузка железной руды с конвейера в штабель склада участка ЦПТ			
а) при орошении железной руды		0,1 – 0,12	0,5 – 0,6
б) при локализации пылевыведений		0,015-0,03	0,03-0,06
5. При дроблении руд на самоходно-дробильных установках			
СДА-300	а) без средств локализации	0,5 – 0,7	2,5 – 3,5
	б) при использовании аспирации	0,1 – 0,12	0,5 – 0,6
СДА-1000	а) без средств локализации	0,8 – 1,7	1,6 – 3,6
	б) при использовании аспирации	0,5 – 0,7	1,0 – 1,4
СДА-2000	а) без средств локализации	7 – 11	8 – 12
	б) при использовании аспирации и гидрообеспыливания	1,8 – 2,3	2 – 2,5
6. Складирование мело-мергелиевых пород отвалообразователем ЗП-5500 (без средств борьбы с пылью)			
		8 – 12	3 – 4
7. Перегрузка железной руды с думпкара в приемную воронку дробилки ККД			
а) без средств борьбы с пылью		16 – 30	1,6 – 3
б) с использованием аспирации		2,5 – 5	0,3 – 0,5
8. Выгрузка агломерата с агломашины в хоппер			
а) при отсутствии аспирируемого тоннеля		20	500
б) при использовании аспирации		4	100
9. Выгрузка обожженных окатышей из бункеров в хоппер			
а) при отсутствии аспирируемого тоннеля		15	300
б) при загрузке по телескопическому желобу		7	140
в) при наличии аспирируемого тоннеля		3	60
10. Перегрузка железорудных окатышей с укладчика УК-550 в штабель			
а) при отсутствии средств борьбы с пылью		15	30
б) при орошении водой		8	16
в) при локализации с помощью аспирируемых укрытий		2	4
11. Перегрузка железорудных окатышей с конвейера на стреловой конвейер укладчика УК-550			
а) при отсутствии средств борьбы с пылью		3 – 7	6 – 14
б) при локализации с помощью аспирируемых укрытий		0,3 – 0,8	0,6 – 1,6
12. Перегрузка с ковшей колеса роторного заборщика 2Р-550 при отгрузке окатышей со штабеля			
а) при отсутствии средств борьбы с пылью		20	40
б) при гидрообеспыливания		12	25

Пылеобразование при перегрузках сыпучего материала объясняется, главным

\* Характеристика интенсивности источников пылевыведений на карьерах (п.1-6 табл.1.1) основана на результатах исследований проф. П. В. Бересневича [203] и его учеников.

образом, наличием в материале пылевидных фракций, способных находиться определенное время во взвешенном состоянии. Они образуются не только при механическом измельчении минералов в дробилках и мельницах, но и в результате столкновения частиц друг с другом, а также со стенками желобов при падении.

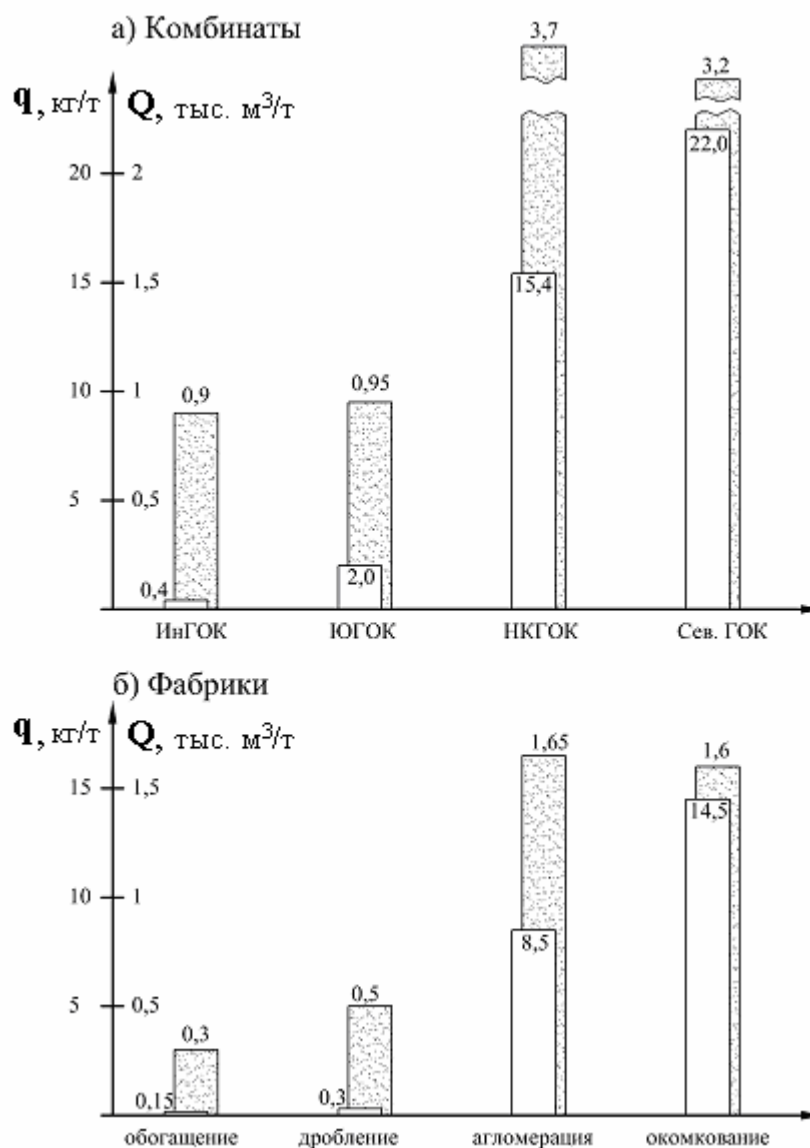


Рис. 1.1. Удельные пылевыведения на фабриках горнообогатительных комбинатов Кривбасса

В горнорудной промышленности перерабатываются прочные минералы, и поэтому пылевое облако формируется преимущественно за счет мелких фракций, находящихся в перегружаемом материале. Увеличение содержания этих фракций за счет истирания и столкновения частиц в процессе перегрузки заметно лишь для искусственных материалов типа железорудных окатышей и агломерата. Однако и в этом случае содержание мелочи определяется качеством шихты и равномерностью её спекания на обжиговых машинах. Например, обжиг окатышей в трубчатых печах (Полтавский ГОК), где более благоприятные условия для равномерной

термической обработки, дает более прочный продукт и с меньшим содержанием пыли по сравнению с обжигом на машинах конвейерного типа.

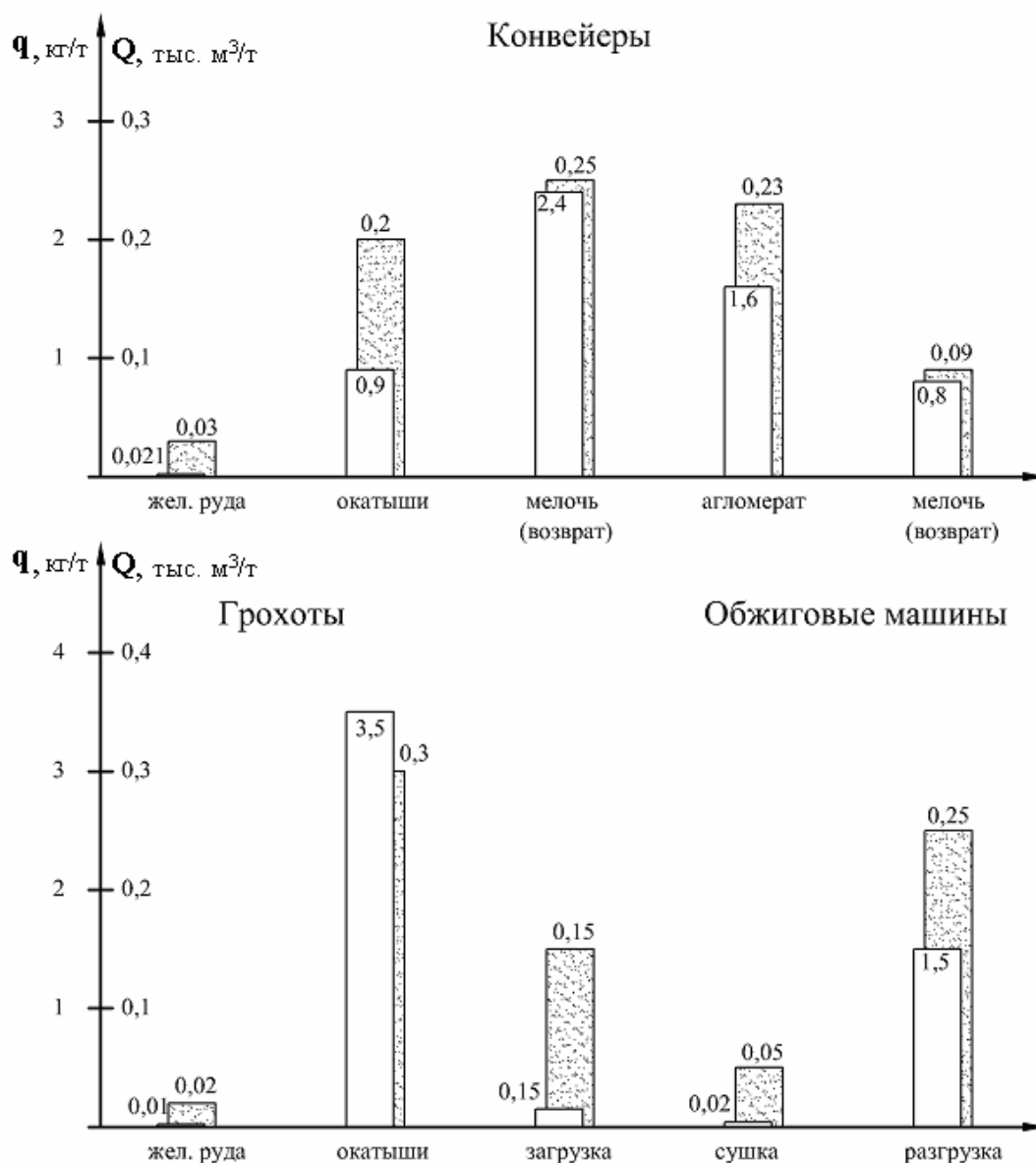


Рис. 1.2. Удельные пылевыведения от технологического оборудования рудоподготовительных фабрик

Рассматривая механизм пылевыведений при перегрузках сыпучего материала, можно выделить три последовательно сменяющие друг друга стадии:

- аэрирование свободно падающего потока материала;
- динамическое взаимодействие потока ускоренно падающих частиц и воздуха в перегрузочных желобах;
- выделение эжектируемого запыленного воздуха из потока при укладке частиц на ленту конвейера.

Характерной особенностью первой стадии является разрыв аутогезионных сил сцепления между пылевыми частицами в момент сбрасывания потока материала с приводного барабана верхнего конвейера или питателя. Начинает формироваться



аэродисперсная система – пылевой аэрозоль. В процессе свободного падения разрыв конгломерата частиц усиливается в результате динамического взаимодействия с воздухом и соударения с более крупными частицами, а также со стенками перегрузочных желобов. Возникающий эжекционный поток воздуха интенсивно насыщается пылевыми частицами и в момент укладки сыпучего материала на нижний конвейер образует настилающуюся струю запыленного воздуха.

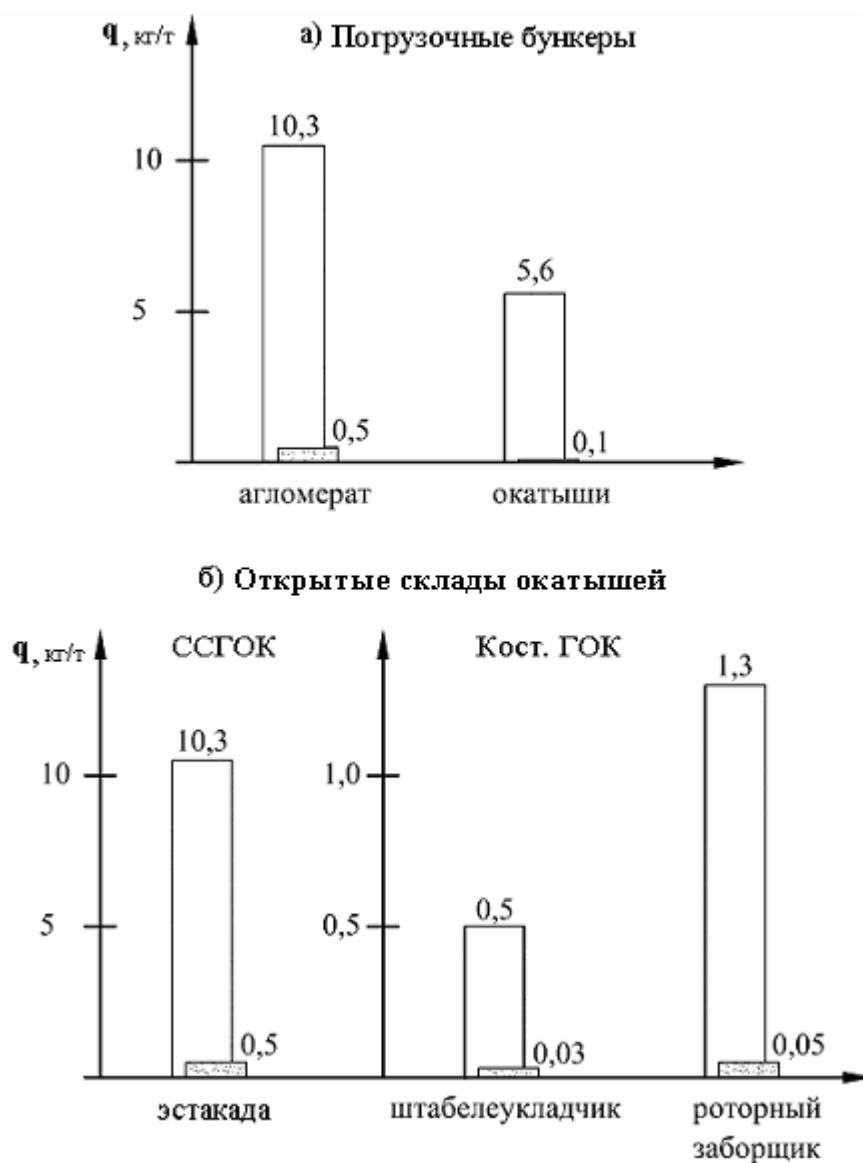


Рис. 1.3. Удельные пылевыведения от наземных источников фабрик окускования железных руд (нижний уровень достигнут в результате внедрения технических средств, описанных в разделе 5)

На этой стадии происходит, с одной стороны, инерционная сепарация частиц и выпадение их на поверхность уложенного материала, с другой – сдув осевших мелких частиц и вынос их этой струей в окружающую атмосферу. Поэтому на интенсивность пылевыведений в значительной степени оказывает влияние влажность перегружаемого материала, усиливающая аутогезионное сцепление мелких

частиц, а также высота ссыпания, определяющая скорость падения потока и интенсивность динамического взаимодействия частиц с воздухом.

Выполненные многочисленные эксперименты выявили (см. раздел 5), что основными факторами, определяющими интенсивность пылевыведения, являются (рис.1.4):

а) технологические параметры и физико-механические свойства сыпучего материала:

- влажность материала  $W$ , %;
- гранулометрический состав (средний размер частиц  $d_{cp}$  и массовое содержание пылевидной фракции  $a_{п}$ , %);
- расход материала  $G_m$ , кг/с;
- температура  $T_m$ , °К;
- плотность частиц  $\rho_m$ , кг/м<sup>3</sup>;

б) конструктивные параметры перегрузочных желобов и укрытий:

- высота перегрузки (высота ссыпания)  $H$ , м;
- форма желобов (угол наклона прямолинейных участков желобов  $\alpha_i$ , град; их высота  $H_i$ , м и площадь поперечного сечения  $S_i$ , м<sup>2</sup>);
- тип укрытия (определяющий величину оптимального разрежения  $P_{opt}$ , Па и сопротивление эжекции воздуха  $\Sigma\zeta$ );
- степень герметизации укрытия (определяющая площадь неплотностей  $F_n$ , м<sup>2</sup>).

Большинство параметров оказывает влияние на объем эжектируемого воздуха, который определяет вынос пыли из укрытий непосредственно при отсутствии аспирации, в случае, так называемых, неорганизованных источников пылевыведений и через объемы аспирации, когда эти источники переходят в класс организованных. Эжекция воздуха не только определяет объем аспирационных выбросов, но и оказывает существенное влияние на концентрацию пыли в отсасываемом воздухе.

Количественную связь этих параметров впервые установил проф. В.А. Минко [61] со своими учениками. Им было определено, что концентрация пыли зависит от массового содержания в перегружаемом материале пылевидных фракций  $a_n$  (частиц мельче  $d_{max}$  – максимального диаметра пылевых частиц, выносимых из укрытия). Величина максимального диаметра, в свою очередь, зависит от расхода эжектируемого воздуха  $Q_{ж}$ , м<sup>3</sup>/с; объемов аспирации  $Q_a$ , м<sup>3</sup>/с и геометрических размеров укрытия [204, 205]:

$$d_{max} = 5780 \cdot \sqrt{\frac{Q_a}{\rho_m \cdot S_{п} \cdot (1 + 0,08 \cdot \frac{Q_a \cdot S_{ж} \cdot L}{Q_{ж} \cdot S_{п} \cdot H})}}$$

где  $\rho_m$  – плотность частиц, кг/м<sup>3</sup>;  $S_{ж}$ ,  $S_{п}$  – площади поперечных сечений соответственно желоба и пылеприемника, м<sup>2</sup>;  $H$  – высота укрытия, м;  $L$  – расстояние между желобом и пылеприемником, м.

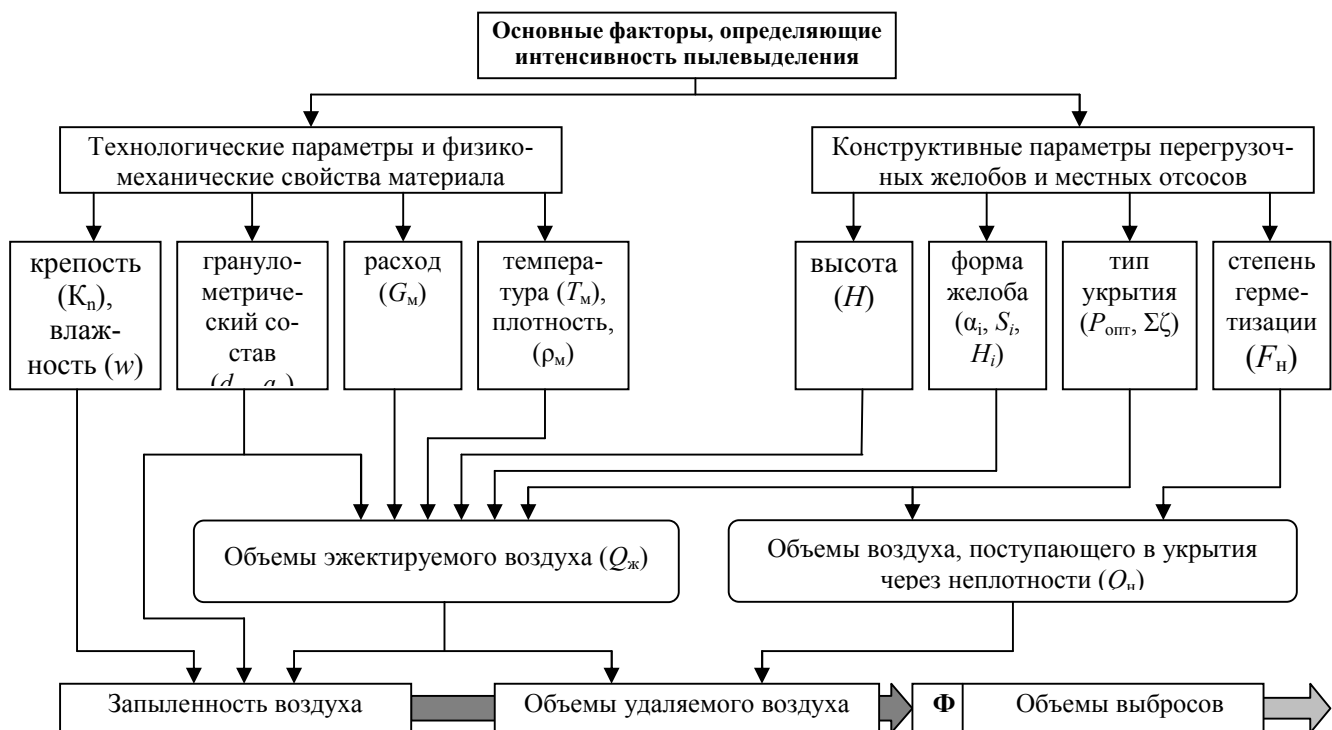


Рис. 1.4. Основные факторы, определяющие валовые выбросы пыли при перегрузках сыпучих материалов

Процесс выноса пыли из аспирационного укрытия подобен процессу гравитационного осаждения пылевых частиц в пылевой камере: чем больше размер укрытия и меньше объем эжектируемого воздуха, тем меньше максимальный размер частиц, удаляемых с отсасываемым воздухом, и, как следствие, меньше концентрация пыли на выходе из укрытия.

### 1.1.2. Основные технические средства снижения выбросов пыли

Анализируя современные тенденции в создании и эксплуатации обширного класса методов и средств промышленной экологии, нашедших применение на рудоподготовительных фабриках, можно выделить три основных направления снижения выбросов пыли при перегрузках сыпучих материалов (рис.1.5):

- уменьшение концентрации пыли в аспирационном воздухе [206, 167, 150, 154, 155];
- снижение объемов воздуха [130, 150, 207, 208], удаляемого из аспирационных укрытий;
- высокоэффективная очистка от пыли аспирационных выбросов [209, 210, 211, 123, 164-166].

Наиболее эффективным способом первого направления является увлажнение материалов и гидрообеспыливание. Фундаментальными работами В.П. Журавлева [29], А.А. Цыцеры [212], И.Г. Ищука [213] и их учеников раскрыт механизм взаимодействия пылевых аэрозолей с диспергированными жидкостями, найдены оптимальные режимные параметры и конструкции разнообразных устройств

орошения узлов перегрузки сыпучих материалов. Этот способ нашел широкое применение при добыче и переработке минерального сырья. На рудоподготовительных фабриках гидрообеспыливание успешно применяется: на дробильных и обогатительных фабриках, на трактах транспортирования железных руд. При термической обработке сыпучих материалов на фабриках окускования способ гидрообеспыливания не получил широкого распространения. Связано это не только с дополнительными энергозатратами на высушивание увлажненного материала, но и с ухудшением качества продукции в результате термического разрушения окатышей и агломерата при капельном орошении. Поэтому на этих фабриках, помимо технологических приемов формирования компактной массы перегружаемого материала, используются сухие методы снижения концентрации пыли в отсасываемом воздухе – предварительная очистка его по пути движения от выхода из желоба до входа в сеть аспирационных воздуховодов. Этот метод широко использован при разработке различных пылеосадительных элементов для укрытий и пылеприемников (см. радел 5).

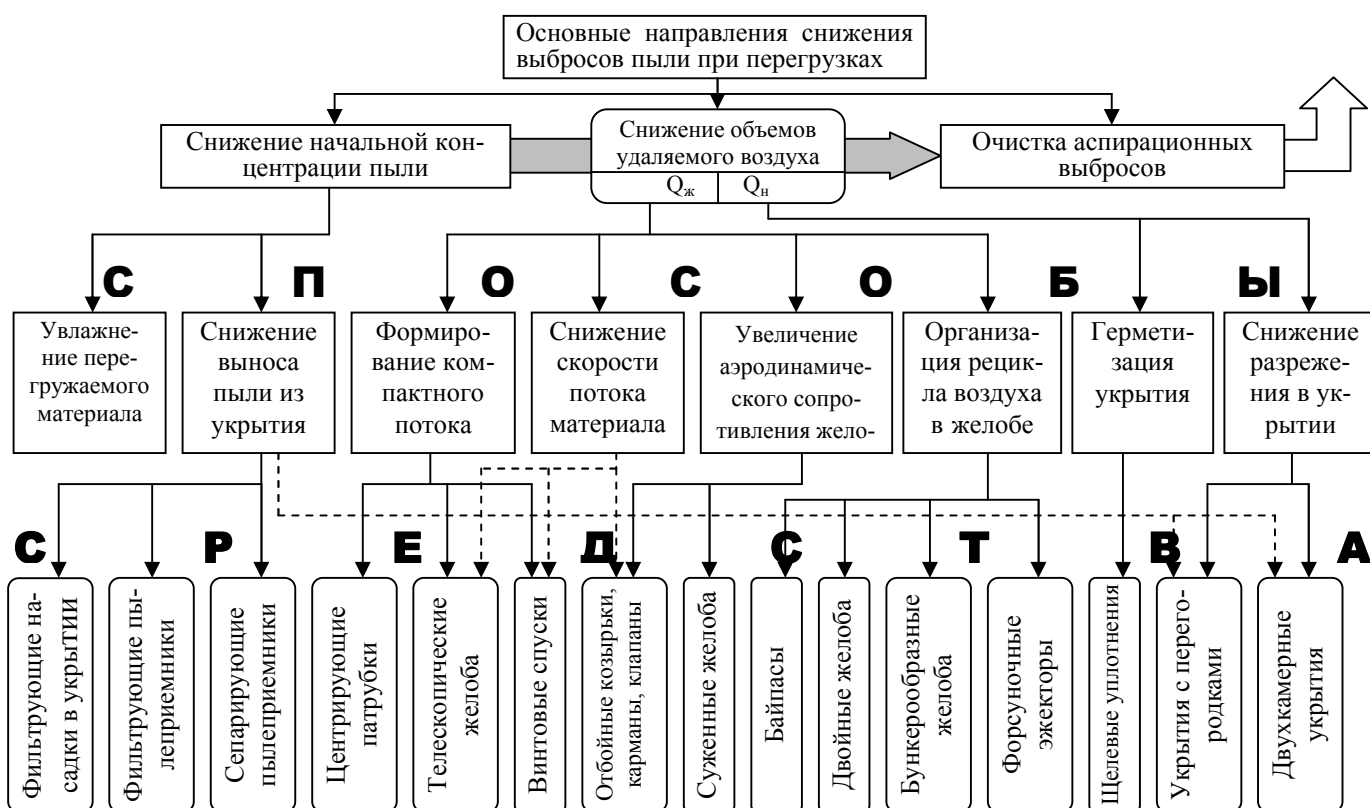


Рис.1.5. Основные способы и средства снижения выбросов пыли при перегрузках сыпучих материалов

Сухой метод борьбы с пылевыведениями – аспирация – более универсальный и, как видно из табл.1.1, более эффективный приём локализации и обеспыливания воздуха. Поэтому наиболее значимым является второе направление – снижение объемов аспирации за счет управления процессами эжектирования воздуха и герметизации укрытий. Минимизация производительности местных отсосов не

только снижает объемы аспирационных выбросов, но и значительно уменьшает энергопотребление вентиляционными установками.

Для осуществления эффективного управления процессом эжектирования воздуха необходимо раскрыть механизм межкомпонентного взаимодействия и закономерности формирования направленных воздушных течений в потоке частиц при различных начальных условиях образования этого потока, а также с учетом особенностей размещения ограждающих стенок (рис.1.6). На геометрические параметры потока падающих частиц оказывают влияние расход ( $G_M$ ), начальная скорость движения ( $v_{нач}$ ), крупность ( $d$ ), влажность ( $W$ ) и аутогезионные свойства частиц материала ( $\sigma_{аут}$ ). Эти факторы определяют динамику и структуру потока – скорость падения частиц ( $v$ ), размер поперечного сечения потока ( $R$ ) и распределение частиц ( $\beta$ ).

На динамическое взаимодействие оказывают влияние индивидуальная особенность аэродинамического сопротивления падающих частиц (а.с. п.ч) – коэффициент сопротивления одиночной частицы ( $\psi_0$ ), а также коллективная особенность а.с.п.ч. при совместном падении в потоке материала – приведенный коэффициент сопротивления частицы ( $\psi^*$ ) (см. раздел 2). При перегрузке нагретых материалов на эжекцию воздуха оказывает влияние также интенсивность межкомпонентного теплообмена (см. раздел 3). Удаление непроницаемых стенок от оси потока ( $r_0$ ) создает разные условия подтекания воздуха и облегчает или усложняет процесс эжекции. При отсутствии ограждения ( $r_0 \rightarrow \infty$ ) проявляется эжекция воздуха свободным потоком частиц. При этом в потоке формируется ускоренное струйное течение эжектируемого воздуха (см. раздел 4). При приближении стенок ограждения к потоку условия подтекания воздуха ухудшаются, и, помимо нисходящего потока воздуха, может возникнуть восходящее течение (циркуляционное течение). Когда  $r_0 < R$ , имеем случай падения частиц в желоб, при этом в желобе постоянного сечения формируется равномерное движение эжектируемого воздуха.

В практике случай свободной струи может наблюдаться при ссыпании частиц из надштабельной галереи (рис.1.7), а самый распространенный случай перегрузки по желобам имеет в общем случае комбинированные условия подтекания. В начале потока в приемной воронке имеем благоприятные условия подтекания воздуха – формируется струя эжектируемого воздуха (зона ускоренной эжекции), при поступлении частиц в прямолинейный участок желоба небольшого сечения ( $r_0 < R$ ) формируется равномерный поток эжектируемого воздуха (зона постоянной эжекции). Соотношение этих зон в практике может быть различным. Чаще всего высота желоба намного больше высоты падения в приемной воронке, и эжектированием в начале потока частиц пренебрегают.\* Однако достаточно часто встречаются перегрузки по бункерообразным желобам (например, практически все желоба, примыкающие к грохотам, к разгрузочной части конусных дробилок), где начальный участок намного больше высоты прямолинейных участков. Как правило, в этом случае процесс эжектирования ошибочно рассматривают как

---

\* Практически все методические указания по проектированию игнорируют зону ускоренного эжектирования, за исключением ОСТ 14-17-98-83 [73].

процесс постоянного эжектирования в канале условного сечения (равного сечению струи частиц либо сечению выходного отверстия бункера).

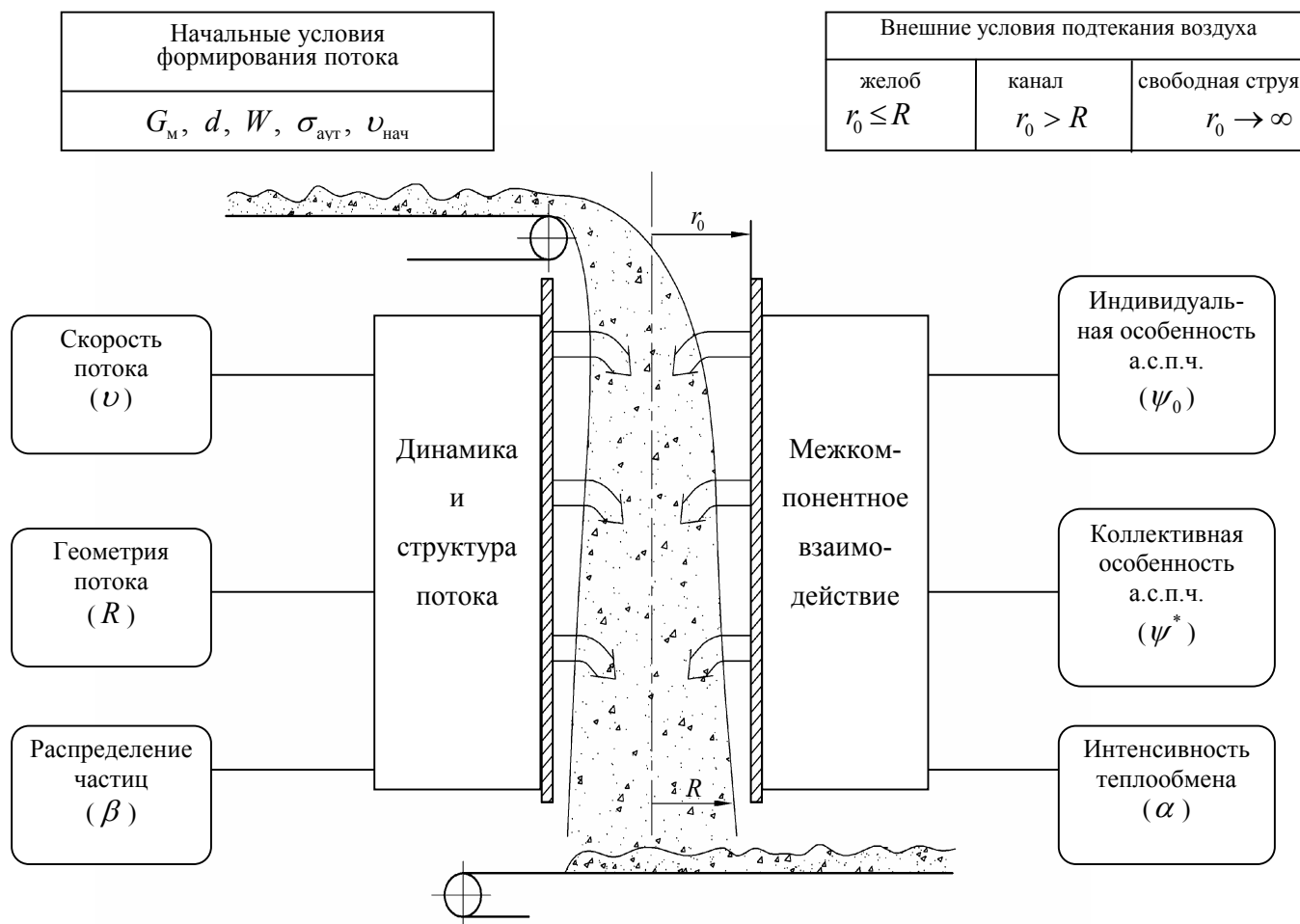


Рис. 1.6. Качественная структура и основные факторы, определяющие процесс эжекции воздуха потоком падающих частиц

Разнообразие факторов, определяющих процесс эжекции и сложный механизм движения частиц и их взаимодействие с воздухом, предопределили долгую историю исследований эжектирующих свойств потока твердых частиц (табл.1.2): от экспериментальной оценки этого эффекта при некоторых частных условиях его проявления до построения и разработки математических моделей, вначале простейших (энергетическая теория для равноускоренного потока монофракционных частиц в вертикальном желобе постоянного сечения), затем более сложных, основанных на классических уравнениях механики многокомпонентных потоков (см. Приложение I).

Широкое внедрение процессов агломерации, а затем окомкования железорудных концентратов поставили перед исследователями новую задачу: определить эжекционные свойства потока нагретых частиц. Взявшись за решение этой задачи, мы были вынуждены заменить модель энергетической теории на более наглядный динамический подход, когда движение воздуха в желобе рассматривается как результат действия сил, названных нами эжекционными и тепловыми напорами. Первый учитывает сумму аэродинамических сил частиц, находящихся в данное мгновение в желобе, а второй – архимедовы силы, действующие на воздух, нагретый в желобе в результате межкомпонентного теплообмена. Развитие динамической теории позволило не только решить задачу об эжекции воздуха нагретыми частицами, но и объяснить многие факты, обнаруженные экспериментально: возвратное течение воздуха («антиэжекция») в наклонном желобе при пересыпке ненагретого песка (Серенко А.С. [85]), всплески давлений в начале и в конце загрузки герметичной емкости сыпучим материалом (см. раздел 2).

На основе этой теории раскрыт процесс эжекции воздуха в струе свободно падающих частиц, а также сложный процесс расслоения (циркуляции) воздуха в канале, сечение которого не полностью занято падающими частицами (см. 4.2).

## **1.2. Теоретические модели эжекции воздуха гравитационным потоком твердых частиц**

Если проанализировать историю развития основного способа борьбы с пылью – аспирации – не с качественной (конструктивной), а с количественной стороны, с научной точки зрения, то можно выделить два периода.

Первый период (1941– 1949 гг.) характеризуется экспериментальным изучением работы аспирации как технического средства локализации источников пылевыведения. Наиболее известными работами этого периода являются труды Альтмарка, Рекка, Стахорского и Наумова в Советском Союзе и Принга в США. В этот период была выдвинута на первое место проблема количественной оценки явления эжекции воздуха потоком сыпучего материала.

Второй период – изучения эжекции воздуха – в свою очередь делится на два этапа. Первый этап – оценки эжектирующих свойств с энергетической точки зрения. основополагающими работами этого направления следует считать аналитическое исследование равноускоренного потока равномерно распределенных частиц в вертикальном желобе, выполненное русским ученым проф. С.Е. Бутаковым (1949 г.), и экспериментальное исследование эжекции воздуха потоком водяных капель, выполненное в институте корпорации медных рудников шт. Юта (США) Прингом, Кнудсенем и Деннисом (1949 г.). В последующем это направление было развито в Советском Союзе работами О.Д. Нейкова (1965 г.), Е.Н. Бошнякова (1965 г.), В.А. Минко (1969 г.), а в США работами Хетча (1954 г.), Хемеона (1955 г.), Андерсона (1964 г.), Крузе и Бианкони (1966 г.).

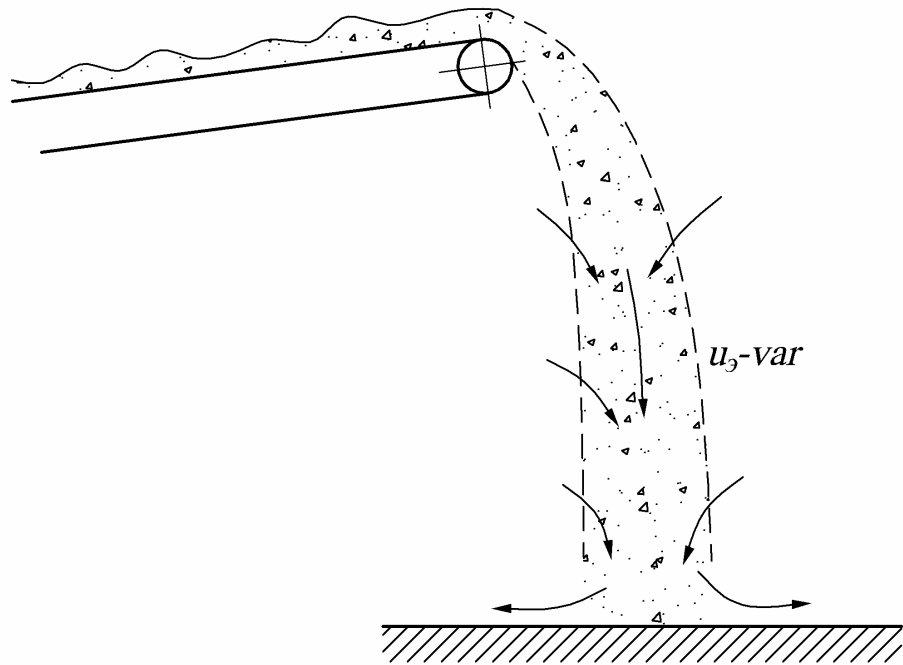
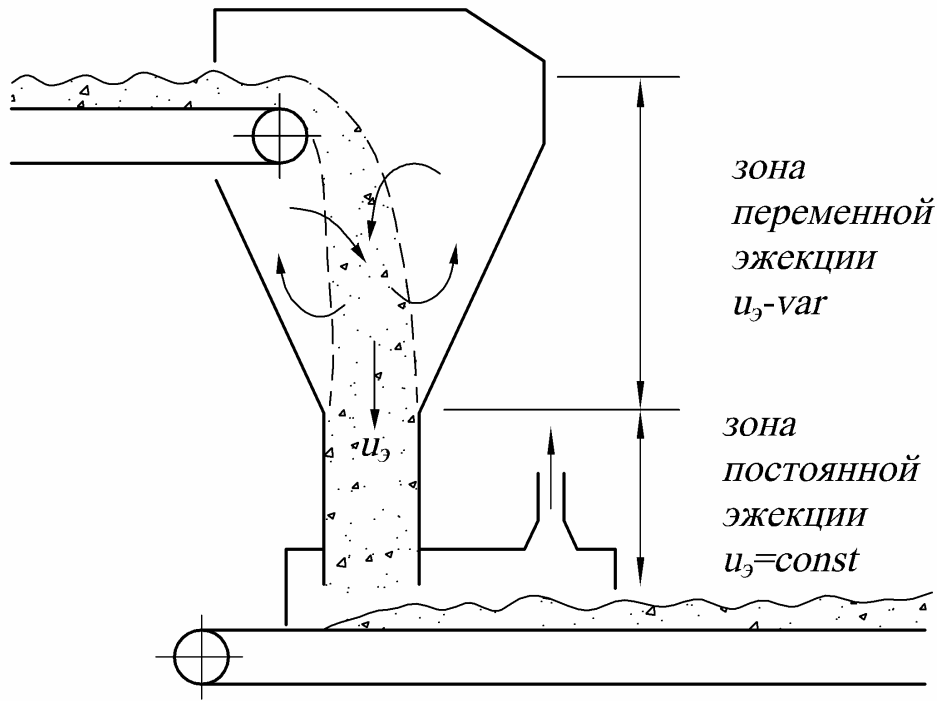


Рис. 1.7. Типичные схемы перегрузок сыпучего материала (верхняя схема – перегрузка по желобу, нижняя – свободное падение)



Основные этапы исследований  
эжектирующих свойств потока твердых частиц

Эффекты, закономерности	Методы, понятия	Авторы
<i>Экспериментальные оценки</i>		
<p>Движение воздуха в вертикальной трубе при пересыпке песка (эжекция).</p> <p>Возвратное течение воздуха при движении песка в наклонном желобе</p>	<p>Учтена скорость частиц, полагая <math>u_s = 0,48v_k</math></p> <p>Учтены скорость частиц, их расход и сечение желоба</p> <p>То же</p> <p>То же</p> <p>Учтены все основные факторы</p> <p>То же</p>	<p>Альтмарк М.К. 1941</p> <p>Серенко А.С. 1953 [85]</p> <p>Камышенко М.Т. 1955 [37]</p> <p>Шелекетин А.В. 1959 [102]</p> <p>Бошняков Е.Н. 1965 [11]</p> <p>Дегнер и Фюттерер 1969 [107]</p>
<i>Математические модели</i>		
А. Энергетическая теория (основанная на уравнении закона изменения кинетической энергии потока частиц)		
	<p>На основании анализа изменения кинетической энергии равноускоренного потока частиц получено аналитическое соотношение для определения расхода эжектируемого воздуха.</p> <p>То же, введено понятие коэффициента эжекции</p>	<p>Бутаков С.Е. 1949 [15]</p> <p>Нейков О.Д. 1965 [66]</p>
<p>Снижение объёма эжектируемого воздуха при увеличении расхода материала</p>	<p>То же для порошкообразного материала, введены понятия «пакет» частиц и «условный диаметр»</p>	<p>Минко В.А. 1969 [60]</p>

Б. Динамическая теория (основанная на уравнении изменения количества движения двухскоростного континуума «твёрдые частицы – воздух»)		
Тормозящее воздействие на объём эжектируемого воздуха потока частиц в начале желоба. Противоточное движение воздуха в желобе при перегрузке частиц с высокой температурой (опрокидывание эжекции).	Использовано уравнение динамики равномерного потока воздуха в желобе с учётом объёмных сил динамического и теплового взаимодействия компонентов. Введено понятие эжекционного напора.	Логачев И.Н. 1969 [49]
Всплеск давлений в начальный момент и в конце загрузки герметичного бункера сыпучим материалом	Разработан экспериментальный метод определения аэродинамического сопротивления коллектива падающих частиц в желобе (метод измерения давлений).	1969 [52]
	Аналитические исследования переходных процессов для нестационарного потока нагретых твёрдых частиц.	1974 [68]
	Аналитические исследования уравнения пограничного слоя для струи воздуха, эжектируемого потоком свободно падающих частиц.	1981 [69]
	Аналитически доказана возможность циркуляции воздуха в канале при частичном заполнении его падающими частицами	1987 [42]

### 1.2.1. Модель Бутакова-Хемеона и ее развитие

Модель Бутакова-Хемеона была построена на предположении, что в результате преодоления сил сопротивления среды теряется часть кинетической энергии потока частиц  $\mathcal{E}_1$ . Величину этих потерь определяют через силу аэродинамического сопротивления частиц материала  $R_0$ :

$$d\mathcal{E}_1 = N_k \cdot R_0 \cdot dx = N_k \cdot R_0 \cdot v_1 \cdot d\tau, \quad (1)$$

где  $N_k$  – число падающих частиц в секунду. Эта энергия передаётся воздуху и идет на вовлечение его в движение и преодоление сопротивления желоба.

Количество энергии (мощность) воздуха  $\mathcal{E}_2$  можно выразить через расход его и силы сопротивления:

$$d\mathcal{E}_2 = L_3 dp. \quad (2)$$

Считая  $d\mathcal{E}_1$  и  $d\mathcal{E}_2$  равными, после интегрирования имеем:

$$L_3 \cdot p = \int_0^l N_k \cdot R_0 \cdot dx. \quad (3)$$

Следует отметить допускаемую при этом первую некорректность. Приравнивая равенства (1) и (2), полагают, что теряемая энергия падающих частиц идет полностью на поступательное перемещение воздуха в желобе. Однако в действительности только часть теряемой энергии идет на выполнение этой «полезной» работы, остальная энергия идет на «перемешивание» эжектируемого воздуха пронизывающим потоком частиц. Введя коэффициент передачи энергии  $\eta_T$ , учитывающий долю энергии, затраченной на создание падающими частицами направленного потока воздуха, получим более корректный результат:

$$L_3 \cdot p = \eta_T \cdot \int_0^l N_k \cdot R_0 \cdot dx. \quad (4)$$

Разность давлений выразим через сумму коэффициентов местного сопротивления:

$$p = \sum \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2} \cdot \rho_2. \quad (5)$$

Тогда

$$R_{жс} \cdot L_3^3 = \eta_T \cdot \int_0^l N_k \cdot R_0 \cdot dx, \quad (6)$$

где

$$R_{жс} = \sum \zeta \cdot \frac{\rho_2}{2 \cdot S_{жс}}.$$

Раскрывая значение интеграла в правой части уравнения (6) при

$$R_0 = \psi_0 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{(v_1 - v_2)^2}{2} \cdot \rho_2, \quad (7)$$

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot x}, \quad (8)$$

С.Е. Бутаков<sup>x)</sup> было получено для случая  $\eta_T=1$  [15]:

<sup>x)</sup> Здесь и в дальнейшем: формулы и расшифровка условных обозначений, размерность величин приводятся в оригинальной транскрипции.

$$Q^3 + a \cdot Q^2 + b \cdot Q + c = 0, \quad (9)$$

где  $a = -A \cdot h / K \cdot F^2$ ,  $b = 0,6 \cdot A \cdot h^{1,5} / K \cdot F$ ,  $c = -A \cdot h^2 / K$ ,

$$A = n \cdot k \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\gamma_b}{2} = 0,392 \cdot n \cdot k \cdot \gamma_b \cdot d^2,$$

$$K = \sum \zeta \cdot \frac{\gamma_b}{2 \cdot g \cdot F^2}, \quad n = \frac{6 \cdot G_m}{\pi \cdot d^3 \cdot \gamma_m}.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$h$  – высота перепада материала, м;  $K$  – гидравлическая характеристика желоба;  $F$  – площадь поперечного сечения желоба, м<sup>2</sup>;  $\gamma_b$  – удельный вес воздуха, кГ/м<sup>3</sup>;  $d$  – диаметр частиц, м;  $k$  – коэффициент лобового сопротивления частиц;  $n$  – число частиц в 1 с;  $G_m$  – весовой расход материала, кГ/с;  $\gamma_m$  – удельный вес материала, кГ/м<sup>3</sup>;  $Q$  – расход эжектируемого воздуха, м<sup>3</sup>/с.

После несложных преобразований равенство (9) можно записать в виде:

$$\frac{\varphi^3}{6 \cdot \varphi^2 - 8 \cdot \varphi + 3} = \frac{Bu}{12}, \quad (10)$$

где число

$$Bu = \frac{2 \cdot G_1 \cdot v_{1k}}{\sum \zeta \cdot c^2 \cdot \rho \cdot S_{ж}}, \quad (11)$$

введенное нами для удобства дальнейшего сравнения, названо в дальнейшем критерием Бутакова-Нейкова, представляющим собой обратную величину модифицированного критерия Эйлера

$$Bu \equiv 1/Eu^*. \quad (12)$$

К безразмерному уравнению (10) исходное равенство (9) было приведено впервые О.Д. Нейковым [66], который достаточно подробно проанализировал количественные результаты модели С.Е.Бутакова. В частности, была отмечена многозначность функций  $\varphi = f(Bu)$  в области  $8,7 < Bu < 13,92$ . Предполагается, что отвечает физической сущности рассматриваемого явления лишь область  $0 < \varphi < 0,807$ . Последнее обстоятельство вынуждает пользователей бездоказательно принимать  $\varphi = 0,807$  и при  $Bu > 13,92$ .

Следует иметь в виду, что выражение (7) не учитывает перемену направления действия силы лобового сопротивления для частиц, находящихся на разных уровнях в желобе (вторая некорректность модели С.Е.Бутакова). Более корректная запись этой силы выглядит следующим образом:

$$R = \psi \cdot f_m \cdot \frac{|v_1 - v_2| \cdot (v_1 - v_2)}{2} \cdot \rho_2 . \quad (13)$$

В начале желоба при наибольшей скорости движения материала скорость эжектируемого воздуха может оказаться выше скорости движения материала, следовательно, сила лобового сопротивления  $R < 0$ , т.е. частицы в начале желоба могут служить дополнительным гидравлическим сопротивлением, противодействующим эжекции воздуха.

Вследствие этой некорректности формула (10) дает несколько завышенное значение объемов эжектируемого воздуха.

Н.Ф.Гращенко, В.С. Харьковский и Б.Цой, рассматривая ту же модель явления, получили следующее соотношение для количества эжектируемого воздуха [27]:

$$Q = 0,63 \cdot k \cdot \sqrt[3]{c \cdot \rho \cdot G \cdot t \cdot (\omega_k^3 - \omega_0^3) / (R \cdot d)} , \quad (14)$$

где  $G$  – расход материала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\rho$  – плотность воздуха,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $c$  – коэффициент лобового сопротивления;  $d$  – диаметр эквивалентного шара,  $\text{м}$ ;  $R$  – аэродинамическое сопротивление желоба,  $\text{кГ} \cdot \text{с}/\text{м}^8$ ;  $k$  – поправочный коэффициент ( $k = 0,18$  для вертикальных желобов);  $\omega_0, \omega_k$  – относительные скорости частиц материала соответственно в начале и в конце желоба,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $t$  – продолжительность нахождения частиц в желобе,  $\text{с}$ .

Для условия (8) соотношение (14) несложно свести к виду:

$$\frac{\varphi^3}{(1 - \varphi)^3 + \varphi^3} = \frac{k^3}{3 \cdot Eu^*} . \quad (15)$$

П.Ч. Чулаковым, Н.Н. Корабековым и К.С. Салимжановым [101] при рассмотрении модели С.Е. Бутакова для случая, когда сила сопротивления пропорциональна квадрату относительной скорости и имеет разное направление в зависимости от знака относительной скорости, получено:

$$\frac{K}{N} = \frac{\lambda^3}{6 \cdot \lambda^2 - 2 \cdot \lambda^4 - 8 \cdot \lambda + 3} , \quad (16)$$

где

$$\frac{K}{N} = \frac{G \cdot c \cdot \rho \cdot h}{8 \cdot v_k \cdot d \cdot \gamma_m \cdot R \cdot F_T^3} , \quad \lambda = \frac{v_2}{v_k} , \quad (17)$$

$G$  – весовой расход материала,  $\text{Н}/\text{с}$ ;  $\gamma_m$  – удельный вес материала,  $\text{Н}/\text{м}^3$ ;  $d$  – средний эквивалентный диаметр кусков,  $\text{м}$ ;  $c$  – коэффициент лобового сопротивления частиц;  $h$  – высота желоба,  $\text{м}$ ;  $F_T$  – площадь поперечного сечения желоба,  $\text{м}^2$ ;

$v_k$  – конечная скорость падения частиц, м/с;  $R$  – аэродинамическое сопротивление желоба,  $\text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^8$ ;  $\rho$  – плотность воздуха,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

В принятых нами обозначениях формула (16) примет вид:

$$\frac{\varphi^3}{6 \cdot \varphi^2 - 2 \cdot \varphi^4 - 8 \cdot \varphi + 3} = \frac{1}{12 \cdot Eu^*} \quad (18)$$

В.А. Минко [60] при интегрировании уравнения динамики частицы и преобразовании равенства (3), полагая

$$\psi = \chi \cdot 4,1 \cdot \text{Re}^{-0,3}, \quad (19)$$

получил для частиц  $0,2 \text{ мм} < d < 2,5 \text{ мм}$  и  $v_1 < c$  следующее расчетное соотношение:

$$\frac{\lambda^3}{1 - 2,28\lambda + 1,28\lambda^2} = 2,8 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{H \cdot v_1^{0,7}}{d^{1,3}}, \quad (20)$$

где

$$H = \frac{0,135 \cdot \chi \cdot G}{\rho_m \cdot R \cdot F^3}, \quad R = \sum \zeta \cdot \frac{\rho_b}{2 \cdot F^2}, \quad (21)$$

$\lambda$  – отношение скорости эжектируемого воздуха к скорости падения частиц материала;  $v_1$  – скорость падения частиц в неподвижной среде, м/с;  $G$  – расход материала,  $\text{кг}/\text{с}$ ;  $\rho_m$  – плотность материала,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\chi$  – динамический коэффициент формы частиц;  $F$  – площадь поперечного сечения желоба,  $\text{м}^2$ ;  $\sum \zeta$  – сумма коэффициентов местных сопротивлений желоба;  $\rho_b$  – плотность воздуха,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $d$  – диаметр частиц, м.

Преобразуя формулу (20) в принятых нами обозначениях, получим:

$$\frac{\varphi^3}{1 - 2,28 \cdot \varphi + 1,28 \cdot \varphi^2} = \frac{1}{3,7 \cdot Eu^*}, \quad (22)$$

где

$$\frac{1}{Eu^*} = \frac{\psi \cdot k_m \cdot G_1 \cdot v_{lk}}{g \cdot \rho_1 \cdot S_{ж} \cdot \sum \zeta}, \quad (23)$$

$\psi$  – коэффициент, определяемый по формуле (19).

О.А. Богаевский и У.Х. Бакиров [8] рассмотрели поток частиц с начальной скоростью  $v_{1н}$  и ускорением, равным:

$$a_m = 0,5(g + a_{\kappa}), \quad (24)$$

где  $a_k$  – ускорение частицы в конце падения в неподвижном воздухе,  $\text{м/с}^2$ . Полагая процесс эжекции воздуха таким потоком частиц аналогичным модели С. Е. Бутакова, получили:

$$Q = 3\varepsilon G \cdot h \rho / (8 \cdot \gamma_m \cdot r), \quad (25)$$

где  $Q$  – объем эжектируемого воздуха,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $G$  – весовой расход материала,  $\text{кг/с}$ ;  $\gamma_m$  – удельный вес частиц материала,  $\text{кг/м}^3$ ;  $r$  – радиус частиц,  $\text{м}$ ;  $h$  – высота падения,  $\text{м}$ ;  $\varepsilon$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  $\rho$  – поправочный коэффициент (для железной руды нормальной влажности  $\rho = 0,3$ ).

Преобразуя это соотношение, получим:

$$L_s = 6 \cdot \psi \cdot G_1 \cdot v_k^2 \cdot \rho_2 / (16 \cdot g \cdot \rho_1 \cdot d) \quad (26)$$

или

$$\varphi_k = \rho \cdot \sum \zeta / (4 \cdot Eu^*). \quad (27)$$

П.И. Килин [39,40], заменив интеграл правой части уравнения (3) суммой усредненных величин, рассмотрел модель С.Е. Бутакова для желобов с произвольным числом прямолинейных участков. В частности, для желоба с одним прямолинейным участком им предложено следующее соотношение:

$$\lambda = (\sqrt{9 + N \cdot M} - 3) / M, \quad (28)$$

где

$$N = 3 + 2 \cdot \frac{k \cdot d}{c_x \cdot l} \cdot \frac{v_k^2 - v_n^2}{v_m^2}; \quad M = \frac{d}{c_x \cdot l} \cdot \frac{\sum \zeta_{жс}}{S} \cdot \frac{v_k + v_n}{v_m} - 3; \quad (29)$$

$$S = \frac{G_m}{F \cdot \rho_m \cdot v_m}; \quad v_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{v_k^3 - v_n^3}{v_k^2 - v_n^2}; \quad (30)$$

$v_n, v_k$  – скорости материала в начале и в конце желоба,  $\text{м/с}$ ;  $\lambda = v_b / v_m$ ;  $v_b$  – скорость воздуха в желобе,  $\text{м/с}$ ;  $G$  – расход материала,  $\text{кг/с}$ ;  $F$  – площадь поперечного сечения желоба,  $\text{м}^2$ ;  $\rho_m$  – плотность частиц материала,  $\text{кг/м}^3$ ;  $c_x$  – коэффициент лобового сопротивления частиц;  $d$  – средний диаметр частиц материала,  $\text{м}$ ;  $l$  – длина желоба,  $\text{м}$ ;  $\sum \zeta_{жс}$  – сумма коэффициентов местных сопротивлений желоба;  $k$  – коэффициент присоединенной массы (принимается равным 0,5).

Для вертикального желоба при  $v_{1н} = 0$ ,  $N \approx 3$  соотношение (28) примет вид:

$$\varphi_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{Eu^*} - 1}{Eu^* - 1}. \quad (31)$$

В.А. Попов [77,78] теоретически рассмотрел модель С.Е. Бутакова для кускового материала с учетом влияния сопротивления среды на скорость падения. Для

перегрузок железорудного концентрата и апатита, с учетом предположения о движении этих материалов как потока блоков (размером 10-60 мм при ширине ленты конвейера до 1000 мм), им было получено следующее соотношение для скорости эжектируемого воздуха ( $v_B$ ):

$$v_B^3 - \frac{K \cdot h}{N} \cdot v_B^2 + 2 \cdot A \cdot \frac{K}{N} \cdot v_B - B \cdot \frac{K}{N} = 0, \quad (32)$$

где

$$K = ncf\rho; \quad N = 2RF^3; \quad (33)$$

$h$  – высота перепада материала;  $A$  и  $B$  – коэффициенты, учитывающие изменение скорости блока частиц материала за счет сопротивления среды;  $n$  – число блоков в 1 с;  $c = 1,15$  – коэффициент сопротивления блоков;  $f$  – площадь поперечного сечения блока;  $\rho$  – плотность воздуха;  $R$  – гидравлическая характеристика желоба;  $F$  – площадь поперечного сечения желоба.

Соотношение (32) после несложных преобразований примет вид:

$$\frac{\varphi_k^3}{6 \cdot \varphi_k^2 - 8 \cdot k_1 \cdot \varphi_k + 3 \cdot k_2} = \frac{1}{12 \cdot Eu^*}, \quad (34)$$

где

$$k_1 = \frac{1,5 \cdot A}{h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}; \quad k_2 = \frac{B}{g \cdot h^2}. \quad (35)$$

Хемеон [109] при определении аэродинамической силы полагал воздух неподвижным и решал уравнение (3) в следующем виде:

$$L_3 \frac{\rho_2}{2F^2} = \int_{v_{1n}}^{v_{1k}} \bar{\beta}_1 l F k_m \psi \frac{v_1^2}{2} \rho_2 dv_1, \quad (36)$$

где  $\bar{\beta}_1$  – усредненная по длине желоба объемная концентрация

$$\bar{\beta}_1 = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{G_1}{\rho_1 F v_1} dx = \frac{2G_1}{\rho_1 F (v_{1n} + v_{1k})}, \quad (37)$$

$$\bar{\beta}_1 Fl = \frac{2lG_1}{\rho_1 (v_{1n} + v_{1k})}. \quad (38)$$

Последнее выражение представляет собой не что иное, как объем желоба, занятый материалом.

Правая часть равенства (36) раскрыта Хемеоном для трех случаев:



1) для области автомодельности

$$\psi = \psi_0 \text{ при } Re > 500; \quad (39)$$

2) для переходной области

$$\psi = a / Re^{0,6}; \quad (40)$$

3) для области витания, когда

$$v_1 = c - const.$$

В последнем случае сила лобового сопротивления заменялась в уравнении (3) силой тяжести.

Таким образом, не были учтены гидравлическое сопротивление желоба и подвижность воздуха в желобе. При этом полагалось, что счетная концентрация (следовательно, и объемная) постоянна по всей длине желоба.

Для автомодельной области ( $\psi_0 = 0,44$ ) при  $v_{1н} = 0$ ,  $v_1 = \sqrt{2gh}$  Хемеоном было найдено:

$$Q = \sqrt[3]{7 \cdot \frac{R \cdot S^2}{\gamma_3 d} \cdot A^2 \cdot 1200}, \quad (41)$$

где  $Q$  – расход эжектируемого воздуха, м<sup>3</sup>/с;  $S$  – общая высота падения, м;  $R$  – расход материала, кг/с;  $A$  – поперечное сечение потока частиц, м<sup>2</sup>;  $\gamma_3$  – плотность материала, кг/м<sup>3</sup>;  $d$  – диаметр частиц, м;  $h$  – текущая высота падения частиц, м.

В принятых нами обозначениях соотношение (41) примет вид:

$$L_s = 20,3 \cdot \sqrt[3]{G_1 \cdot H^2 \cdot S_{жс} / (\rho_1 \cdot d)} \quad (42)$$

или

$$\frac{\varphi_k^3}{(1-n) \cdot (1-n^3)} = \frac{\sum \zeta}{3 \cdot Eu^*}. \quad (43)$$

Хетч [108], обратив внимание на завышенные результаты формулы (41), ввел коэффициент эффективности:

$$Q = 0,78 \cdot \sqrt[3]{E \cdot T \cdot A^2 \cdot h^2 / (z \cdot d)}, \quad (44)$$

где  $Q$  – количество эжектируемого воздуха, фут<sup>3</sup>/мин;  $T$  – расход материала, т/ч;  $h$  – высота перепада, фут;  $A$  – площадь поперечного сечения потока материала,

фут<sup>2</sup>;  $d$  – средний массовый диаметр частиц, дюйм;  $z$  – плотность материала, г/см<sup>3</sup>;  $E$  – коэффициент эффективности.

В принятых нами обозначениях равенство (44) примет следующий вид:

$$L_9 = 17,4 \cdot \sqrt[3]{EG_1 H^2 S_{жс}^2 / (\rho_1 \cdot d)} \quad (45)$$

или

$$\frac{\varphi_k^3}{(1-n) \cdot (1-n^3)} = \frac{\sum \zeta \cdot E_9}{3 \cdot Eu^*} \quad (46)$$

Моррисон [112] также ввел в формулу Хемеона поправочный коэффициент для перегрузок полифракционного материала:

$$Q = 110 \cdot \sqrt[3]{T \cdot H^2 \cdot A^2 / (G \cdot D)} \quad (47)$$

где  $Q$  – количество эжектируемого воздуха, фут<sup>3</sup>/мни;  $T$  – расход материала, т/ч;  $H$  – высота падения материала, фут;  $A$  – площадь поперечного сечения потока материала фут<sup>2</sup>;  $G$  – плотность материала, фунт/фут<sup>3</sup>;  $D$  – средний диаметр частиц материала, дюйм.

В наших обозначениях:

$$L_9 = 6,3 \cdot \sqrt[3]{G_1 \cdot H^2 \cdot S_{жс}^2 / (\rho_1 \cdot d)} \quad (48)$$

Андерсон и Деннис [106], пытаясь учесть гидравлическое сопротивление стенок канала движению эжектируемого воздуха, вместо сечения желоба в формулу Хемеона ввели площадь неплотностей верхнего укрытия и получили удовлетворительное согласование опытных данных при  $F_b \leq 0,15B$  ( $F_b$  – площадь неплотностей верхнего укрытия, м<sup>2</sup>;  $B$  – ширина ленты подающего конвейера, м) с расчетами по формуле:

$$Q_1 = 10 \cdot A_u \cdot \sqrt[3]{R \cdot S^2 / D} \quad (49)$$

где  $Q_1$  – объем эжектируемого воздуха, фут<sup>3</sup>/мин;  $A_u$  – площадь неплотностей в верхнем укрытии, фут<sup>2</sup>;  $R$  – расход материала, т/ч;  $S$  – высота падения, фут;  $D$  – средний диаметр частиц, фут. В наших обозначениях:

$$L_9 = 1,5 \cdot F_b \cdot \sqrt[3]{G_1 \cdot H^2 / d} \quad (50)$$

Крузе и Бианкони [110] в качестве исходного параметра принимали сечение потока материала, не отождествляя его с сечением желоба. Это сечение вводилось в расчетную зависимость Хемеона как площадь поперечного сечения желоба:

$$F_{ycl} = k \cdot G_1 / (\rho_n \cdot v_1) , \quad (51)$$

где  $\rho_n$  – масса материала в единице объема потока, определяемая эмпирической зависимостью:

$$\rho_n = 5,4 \cdot \rho_1 \cdot d^{0,3} ; \quad (52)$$

$\rho_1$  – плотность частиц, г/см<sup>3</sup>;  $d$  – диаметр частиц, дюйм;  $k$  – опытный коэффициент.

Удовлетворительное согласование с результатами экспериментальных исследований перегрузок угля при  $S_{жс} = 0,56 \div 1,12 \text{ м}^2$ ,  $G_1 \geq 0,28$  кг/с,  $d \geq 1,27$  мм,  $\rho_1 = 1300$  кг/м<sup>3</sup>,  $H \sim 2$  м было получено при расчетах по следующей формуле:

$$Q = 10,5 \cdot T \cdot \sqrt[3]{h} \cdot d^{-0,5} \cdot z^{-1} \cdot \exp(-6,5 \cdot k) , \quad (53)$$

где  $Q$  – количество эжектируемого воздуха, фут<sup>3</sup>/мин;  $T$  – количество перегружаемого материала, т/ч;  $h$  – высота перепада, фут;  $d$  – средний диаметр материала, дюйм;  $z$  – плотность материала, г/см<sup>3</sup>;  $k$  – коэффициент эффективности, равный  $k = N \cdot 90 / (h \cdot \theta)$ ;  $N$  – число поворотов желоба;  $\theta$  – угол наклона желоба, град.

В наших обозначениях:

$$L_3 = 132 \cdot G_1 \cdot H^{1/3} \cdot d^{-0,5} \cdot \rho_1^{-1} \cdot \exp(-1,98 \cdot k) . \quad (54)$$

### 1.2.2. Полуэмпирические модели

Остановимся теперь на некоторых эмпирических соотношениях, получивших распространение в практике оценки эжектирующей способности потока сыпучего материала.

М.Т. Камышенко [37] в результате обработки исследований потока дробленого гранита ( $\rho_1 = 2630 \div 2660$  кг/м<sup>3</sup>,  $d = 22,6$  мм и  $11,2$  мм) при  $G_1 = 1,4 \div 18,1$  кг/с,  $H = 1,315 ; 1,755 ; 2,275$  м в вертикальной трубе диаметром  $D = 260$  мм получил следующее эмпирическое соотношение:

$$Q_в = \frac{G_m}{1,2} \cdot \frac{F_T}{f_m} \cdot \text{tg} \beta , \quad (55)$$

где

$$f_m = G_m / (\gamma_m \cdot v_{вк} \cdot 3600) ;$$

$Q_в$  – объем эжектируемого воздуха, м<sup>3</sup>/ч;  $F_T$  – площадь поперечного сечения желоба, м<sup>2</sup>;  $G_m$  – расход материала, т/ч;  $f_m$  – площадь сечения желоба, занимаемая падающим материалом;  $\gamma_m$  – насыпная масса материала, т/м<sup>3</sup>;  $v_{вк}$  – скорость падения

материала в начале желоба, принимаемая равной скорости движения верхнего конвейера, м/с;  $\operatorname{tg}\beta$  – угловой коэффициент линейной зависимости.

А.М. Гервасьев [21], приняв  $\operatorname{tg}\beta = 0,0038 \cdot v_k^2$  и преобразовав соотношение М.Т.Камышенко в области  $F_B / S_{ж} \leq 0,3$ , рекомендует для определения количества эжектируемого воздуха ( $Q_э$ ) использовать следующую формулу:

$$Q_э = 0,04 \cdot k_y \cdot Q_M \cdot v_k^2, \quad (56)$$

где  $Q_M$  – объемный расход материала, м<sup>3</sup>/ч;  $k_y$  – коэффициент, зависящий от конструкции укрытий ( $k_y = 1,35 \div 3,0$ );  $v_k$  – скорость материала при выходе из желоба, м/с.

А.В.Шелекетин [102] в результате обработки экспериментальных данных по пересыпке частиц кварцита крупностью 0,5÷1 мм и 3÷5 мм при  $F_H = 0,075; 0,06; 0,035$  м<sup>2</sup>;  $H = 1, 2, 3$  м;  $\Theta = 45, 50, 70$  град. получил:

$$Q_ж = 1,16 \cdot K \cdot G_M^{0,2} \cdot F_ж^{0,8}, \quad (57)$$

где  $Q_ж$  – объем эжектируемого воздуха, м<sup>3</sup>/ч;  $G_M$  – количество перегружаемого материала, кг/ч;  $F_ж$  – площадь поперечного сечения желоба, м<sup>2</sup>;  $k$  – коэффициент, учитывающий высоту падения  $H$  и угол наклона желоба  $\Theta$ .

А.П.Любимова [56] в результате экспериментальных исследований перегрузки угля в области  $2,5 < v_k < 11,5$  м/с;  $5 < Q_y < 170$  дм<sup>3</sup>/с;  $0,14 < F_ж < 1,25$  м<sup>2</sup>;  $40^\circ < \Theta < 90^\circ$  получила:

$$Q_э = \frac{0,29 \cdot k_\alpha \cdot v_k \cdot Q_y^{0,3} \cdot F_ж^{0,7}}{d^{0,34\varphi} \cdot c_H^{0,87}}, \quad (58)$$

где  $Q_э$  – объемный расход эжектируемого воздуха, м<sup>3</sup>/с;  $Q_y$  – объемный расход угля, м<sup>3</sup>/с;  $v_k$  – конечная скорость падения угля, м/с;  $F_ж$  – площадь поперечного сечения желоба, м<sup>2</sup>;  $d$  – диаметр частицы, м;  $k_\alpha, \varphi$  – коэффициенты, учитывающие влияние соответственно неравномерности распределения расходной концентрации твердого компонента по глубине и величины поверхности активного взаимодействия частиц с воздухом в зависимости от угла наклона желоба;  $c_H$  – отношение площади поперечного сечения желоба к площади неплотностей.

В.Д. Олифер [71], проведя исследования по эжекции воздуха потоком стальных шаров, получил расчетные соотношения для силы динамического взаимодействия:

$$P_э = \rho \cdot (\bar{v}_m - \bar{v}_e)^2 \cdot \left( \frac{h}{h_{ед}} \right)^{1,75} \cdot \bar{k}^{1,25} \cdot \left[ 0,81 + \frac{1,68 \cdot 10^6 \cdot v^2}{(\bar{v}_m - \bar{v}_e)^2 \cdot d_{cp}^2} \right] \quad (59)$$

и для скорости эжектируемого воздуха в желобе при перегрузках как шарообразных частиц, так и частиц неправильной формы:

$$\bar{v}_e^2 \cdot \left( \frac{\zeta_n}{1,265} - 1 \right) + 2 \cdot \bar{v}_m \bar{v}_e - \bar{v}_m^2 - \frac{482}{d_{cp}^2} - 1,32 \cdot \frac{P}{S} = 0, \quad (60)$$

где  $\bar{v}_e$  – средняя скорость воздуха в желобе, м/с;  $\bar{v}_m = 0,7v_m^H + 0,3v_m^K$  – средняя скорость материала в желобе, м/с;  $v_m^H, v_m^K$  – скорости материала в начале и в конце желоба соответственно, м/с;  $d_{cp}$  – средний диаметр частиц, мм;  $P$  – разрежение в нижнем укрытии, Па;  $S$  – комплекс, равный:

$$S = m \cdot N \cdot \bar{k} \cdot (h/h_{ed})^{1,5}, \quad (61)$$

где  $m = 1,3f_4 - 0,3$ ;  $f_4$  – коэффициент геометрической формы частицы;  $N$  – коэффициент (при  $d_{cp} > 3,5$  мм,  $N=1$ );  $\bar{k} = 100 \cdot W / (F_{ж} \cdot \bar{v}_m)$ ;  $W$  – объемный расход материала, м<sup>3</sup>/с;  $F_{ж}$  – площадь поперечного сечения желоба, м<sup>2</sup>;  $\zeta_n$  – сумма к.м.с. желоба и верхнего укрытия;  $h$  – высота желоба, м;  $h_{ed}$  – единичная высота желоба (равна 3 м).

При  $N = 1$ ,  $v_{1H} = 0$ ,  $P = 0$ ,  $h = h_{ed} = 3$  м после несложных преобразований (60) можем переписать в виде:

$$\varphi_k^2 \cdot \left[ \frac{10,8}{d_{cp}} \cdot Eu^* - 1 \right] + 0,6 \cdot \varphi_k - 0,09 - \frac{8}{d_{cp}^2} = 0, \quad (62)$$

где  $d_{cp}$  – средний диаметр частиц, мм.

Е.Н. Бошняков [10,11] в результате экспериментальных исследований получил следующее расчетное соотношение для объема эжектируемого воздуха ( $Q_{эж}$ ):

$$Q_{эж} = 3,165 \cdot k_n \cdot k_G \cdot k_{v0} \cdot k_F \cdot k_{\Sigma\zeta} \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_\gamma \cdot k_h, \quad (63)$$

где коэффициенты учитывают:  $k_n$  – высоту пересыпки материала (скорость материала в конце желоба),  $k_G$  – расход материала,  $k_{v0}$  – начальную скорость,  $k_F$  – площадь поперечного сечения желоба,  $k_{\Sigma\zeta}$  – местные сопротивления,  $k_c$  – лобовое сопротивление частиц материала,  $k_d$  – крупность частиц,  $k_\gamma$  – плотность материала,  $k_h$  – разрежение в укрытии.

Дегнер и Фюттерер [107] в результате обработки экспериментальных данных получили для перегрузок углеобогатительных фабрик:

$$Q = \frac{k_1 \cdot M^\alpha \cdot F_{E0}^\beta \cdot (F_{su}^v + k_2) \cdot H^\delta \cdot v_e^\theta \cdot F_s}{d^\varepsilon \cdot \rho^\zeta \cdot z^\eta}, \quad (64)$$

где  $M$  – массовый расход материала;  $F_{E0}$  – площадь неплотностей в укрытии приемной части желоба;  $F_{su}$  – то же, в укрытии разгрузочного отверстия желоба;  $F_s$  – площадь поперечного сечения желоба;  $H$  – высота перегрузки материала;  $v_e$  – скорость ленты подающего конвейера;  $d$  – средний диаметр зерен материала;  $\rho$  – плотность материала;  $z$  – число уплотняющих фартуков;  $k_1, k_2, \alpha, \beta, \nu, \delta, \vartheta, \varepsilon, \zeta, \eta$  – экспериментальные коэффициенты.

В.П. Павлов [74], выполнив исследования аэродинамики струи стальных шаров, частиц угля, проса, гороха, риса, пшеницы и чечевицы в вертикальной трубе, получил в области  $D_0/d_e = 9 \div 27$ ;  $l/d_e = 75 \div 614$ ;  $v_f/v_{\text{вум}} = 0 \div 1,34$  следующее эмпирическое соотношение для скорости воздуха по оси струи материала ( $v_f^0$ ):

$$\frac{v_f^0}{v_{\text{вум}}} = 0,0174 \cdot \left( \frac{l}{d_e} \right)^{0,51} \cdot \left( \frac{v_f}{v_{\text{вум}}} + 1 \right)^{1,82} \cdot \left( \frac{D_0}{d_e} \right)^{-0,2}, \quad (65)$$

где  $v_f$  – скорость невозмущенного потока воздуха вне струи;  $v_{\text{вум}}$  – скорость витания частиц;  $l$  – длина струи;  $D_0$  – начальный диаметр струи;  $d_e$  – диаметр шара, эквивалентного частице по объему.

Среди работ экспериментального плана следует выделить работы М.Т. Камышенко (1951 г.), А.С. Серенко (1953 г.) и А.В.Шелекетина (1959 г.). Результаты этих исследований позволили не только построить эмпирические соотношения для определения  $L_9$ , но и обнаружить новые эффекты (обратные течения воздуха и всплески давлений в закрытых желобах), остававшиеся долгое время необъяснимыми.

### 1.2.3. Динамическая теория описания эжектирующих свойств потока частиц и методология исследований

Второй этап – изучения аэродинамических процессов в потоке сыпучего материала с позиции динамики двухкомпонентного потока – был начат одним из авторов в Криворожском филиале ИГД АН УССР (ныне НИИБТГ) в 1964 г. с решения задач по аспирации перегрузок нагретых материалов [51, 52, 36].

Основным результатом первых работ в этом направлении было введение сил теплового и эжекционного давления, что позволило рассматривать динамику потока воздуха в желобах с позиции одномерной задачи, описываемой уравнением гидравлики

$$P_2 - P_1 + P_9 - P_T = \sum \zeta \frac{v_2^2}{2} \rho_2, \quad (66)$$

где  $P_1, P_2$  – разрежения, поддерживаемые местными отсосами соответственно в верхнем и нижнем укрытиях,  $P_a$ ;  $P_9$  – величина эжекционного давления в желобе,

Па;  $P_T$  – величина теплового давления в желобе, Па;  $\sum \zeta$  – сумма к.м.с. желоба. Простота и наглядность этого уравнения способствовала быстрому распространению его в расчетной практике как в нашей стране, так и за рубежом [3, 2, 61, 72].

В настоящей работе на базе классических законов механики неоднородных сред раскрываются основные положения аэродинамики гравитационных потоков сыпучего материала применительно к потребностям практики обеспыливающей вентиляции.

Вначале построим применительно к потоку сыпучего материала математическую модель взаимодействия твердых частиц и воздуха, определим динамическую характеристику частиц сыпучих материалов, а затем сформулируем основные положения аэродинамики потока материала в закрытых желобах (решим одномерную задачу), раскроем закономерности формирования воздушного потока, эжектируемого струей сыпучего материала (рассмотрим двумерную задачу).

При этом используем ставший классическим комплексный метод исследований, включающий: математическое моделирование, экспериментальное уточнение теоретических представлений и промышленную апробацию результатов исследований.

*Математическое моделирование.* Теоретическое описание механизма взаимодействия потока сыпучего материала и воздуха выполнено с помощью общих уравнений динамики гетерогенных сред ( см. Приложение I ). В фундаментальных работах по механике таких сред дано математическое описание этого взаимодействия для ряда практических задач с несущей сплошной средой (жидкость или газ) и с перемещаемой или неподвижной дискретной средой (твердые частицы, капли жидкости, пузырьки газа). Это прежде всего потоки аэрозолей и суспензий, газовзвесей и газожидкостных смесей, это процессы псевдооживления и фильтрации, пневмо- и гидротранспорт, это наносы и метели. Поток сыпучего материала и увлекаемого им воздуха следует рассматривать, как отдельный подкласс двухкомпонентных потоков, в которых несущей средой является дискретная среда из твердых частиц, а несомой – псевдосплошная дисперсионная среда (воздух). Потоки частиц под действием гравитационного поля Земли движутся ускоренно, а возникающие аэродинамические процессы малоактивны (скорость воздушных течений, как правило, меньше скорости частиц), что существенно отличает их от хорошо изученных дисперсных сквозных потоков при пневмо- и гидротранспорте.

При описании механики многокомпонентных потоков используется два методических подхода: феноменологический, рассматривающий потоки гетерогенной среды как движение взаимопроникающих многоскоростных континуумов, и метод осреднения балансовых уравнений классической механики в пространственном и временном микромасштабах.

Первый метод основан на тех же положениях, что и механика однородной сплошной среды. Допускается, что в элементарном объеме смеси, так же как и в элементарных объемах составляющих, несмотря на малость этих объемов, содержится достаточно большое число частиц. Силы динамического взаимодействия компонентов представляют собой объемную силу, обусловленную аэродинамическим сопротивлением частиц из-за относительной скорости компонентов. Они

учитываются в балансовых уравнениях сохранения импульса и энергии. Анализируя уравнения сохранения энергии отдельно для каждой составляющей и в целом для смеси, можно показать, что кинетическая энергия смеси увеличивается за счет работы межкомпонентных сил и межфазовых превращений. Этот факт не учитывался в работах С. Е. Бутакова, В. Хемеона и др., оценивающих явление эжекции воздуха потоком сыпучего материала с позиции теоремы живых сил.

*Экспериментальные исследования* органически дополняли и уточняли математические модели изучаемых процессов, контролировали результаты теоретических исследований и, наконец, отвечали на те вопросы практики, где теория была беспомощна. В связи с этим опыты проводились в нескольких направлениях.

Во-первых, раскрывали основные закономерности взаимодействия частиц и воздуха, определяли количественно аэродинамические свойства отдельных частиц и их коллектива, а также теплообмен между компонентами в условиях ускоренного потока частиц. Этим исследованиям предшествовало изучение структуры потока сыпучего материала: изменение объемной концентрации частиц в потоке, режимов движения в зависимости от конструктивных размеров желобов. Исследования этого направления выполнялись на экспериментальных установках с конструктивными элементами, выявляющими наиболее четко изучаемые процессы или служащими измерителями. Так, при изучении динамических характеристик потока частиц, их аэродинамики и теплообмена основным элементом являлся желоб с переменными углом наклона и поперечным сечением. Аэродинамические свойства отдельных частиц определялись измерением скорости витания в конической трубе, служащей одновременно и измерителем этой скорости.

Во-вторых, при экспериментальном уточнении физической модели динамического взаимодействия ускоренного потока частиц и воздуха осуществляли максимально возможное приближение к требованиям упрощающих допущений, положенных в основу теоретических положений. Требование одинаковости частиц по крупности и форме, равномерности распределения частиц в поперечном сечении потока, стабильности расхода материала привели к необходимости использования в качестве частиц капель воды, получающихся в результате медленного истечения жидкости из емкости через одинаковые по размеру капилляры, размещенные равномерно в днище емкости. Проверка математических моделей эжекции воздуха потоком твердых частиц осуществлялась в прямолинейных желобах с изменяющимся поперечным сечением и углом наклона.

Первичная проверка разработанных методов расчетов оптимальной производительности местных отсосов и эффективности элементов аспирационной сети осуществлялась на универсальной полупромышленной установке в институте ВНИИБТГ. Создание такой установки диктовалось следующим обстоятельством. Изучение процессов динамического взаимодействия движущихся под действием силы тяжести частиц материала и воздуха затруднено невозможностью моделирования гравитационного поля Земли. При проведении же промышленных экспериментов возможность изменения параметров, определяющих изучаемый процесс, даже в узких пределах, практически исключается. Совершенно невозможно исследовать процессы с разными материалами в идентичных условиях. Использование для этих целей экспериментальных установок, состоящих из желоба, соеди-



няющего два бункера (верхний – падающий и нижний – принимающий пересыпаемый материал), затруднено ввиду быстротечности процесса выгрузки материала, что в свою очередь ограничивает расход его и повышает трудоемкость проведения опытов. На этих установках в силу быстротечности практически невозможно выполнять комплекс пылевых замеров. В связи с этим, для проведения экспериментов в условиях, максимально приближенных к натурным, нами была разработана и смонтирована полупромышленная установка, включающая серийно выпускаемое технологическое и вентиляционное оборудование.

Технологическая часть установки (рис 1.8.) представляет собой замкнутую транспортную систему. Горизонтальный транспорт сыпучего материала осуществляется двумя ленточными конвейерами с шириной ленты 650 мм, вертикальный – цепным ковшовым элеватором типа ЭПГ-200 и двумя самотечными желобами. Верхний конвейер 1 длиной 11,0 м установлен на втором этаже лабораторного корпуса, нижний конвейер 2 длиной 14,5 м – на наклонной площадке первого этажа. Элеватор 3 осуществляет подъем материала с нижнего на верхний конвейер. Для обеспечения равномерной подачи материала шаг ковшей принят минимально возможным – 170 мм. Связь нижнего конвейера с элеватором осуществляется через емкий накопительный бункер 6 полезным объемом 5м<sup>3</sup>. Регулирование расхода материала производится реечным затвором 7, установленным на разгрузочном желобе бункера. Для регистрации расхода материала на верхнем конвейере установлены автоматические конвейерные весы 8 типа ЛТМ-1М. Максимальная производительность установки составила 90 т/ч (для железорудных окатышей).

В процессе транспортирования сыпучего материала при перегрузках естественно происходит его измельчение, что снижало качество экспериментов на установках с замкнутым циклом. Существенным отличием данной установки, определяющим высокое качество проводимых опытов, является возможность длительное время (при небольших расходах материала 1-2 часа) работать с материалом постоянной крупности. Обеспечивается это наличием емкого бункера, загружаемого значительным количеством материала.

Обеспыливание технологического оборудования выполняет аспирационная коллекторная система. Она включает аспирационные укрытия разных типов 9-13, разветвленную сеть воздухопроводов, вертикальный призматический коллектор, тканевый фильтр 14, вентилятор 15 типа ВВД № 11. Местными отсосами снабжены также бункер, загрузочная и разгрузочная части элеватора. Для регулирования объемов аспирации все местные отсосы снабжены дроссель-клапанами с электрическими приводами. Дистанционное управление технологическим и вентиляционным оборудованием и регистрация параметров производится с пульта управления, оснащенного соответствующими приборами КИП.

*Промышленная апробация* по своей сути являлась завершающей стадией разработки основ проектирования обеспыливающих систем. В промышленных условиях уточняли объемы аспирации и определяли рациональные схемы размещения местных отсосов, эффективность конструктивных элементов аспирационной сети и инженерных средств и способов оптимизации аспирационных установок. Необходимость такой апробации диктовалась неизбежными упрощениями при разра-

ботке теоретических основ аспирации и идеальными условиями экспериментальных исследований в лаборатории. Решение практических задач аспирации ряда технологического оборудования (обжиговых машин, конусных дробилок, грохотов и т.д.) связано с учетом специфичных конструктивных и компоновочных решений, воспроизведение которых в лабораторных условиях не представлялось возможным.

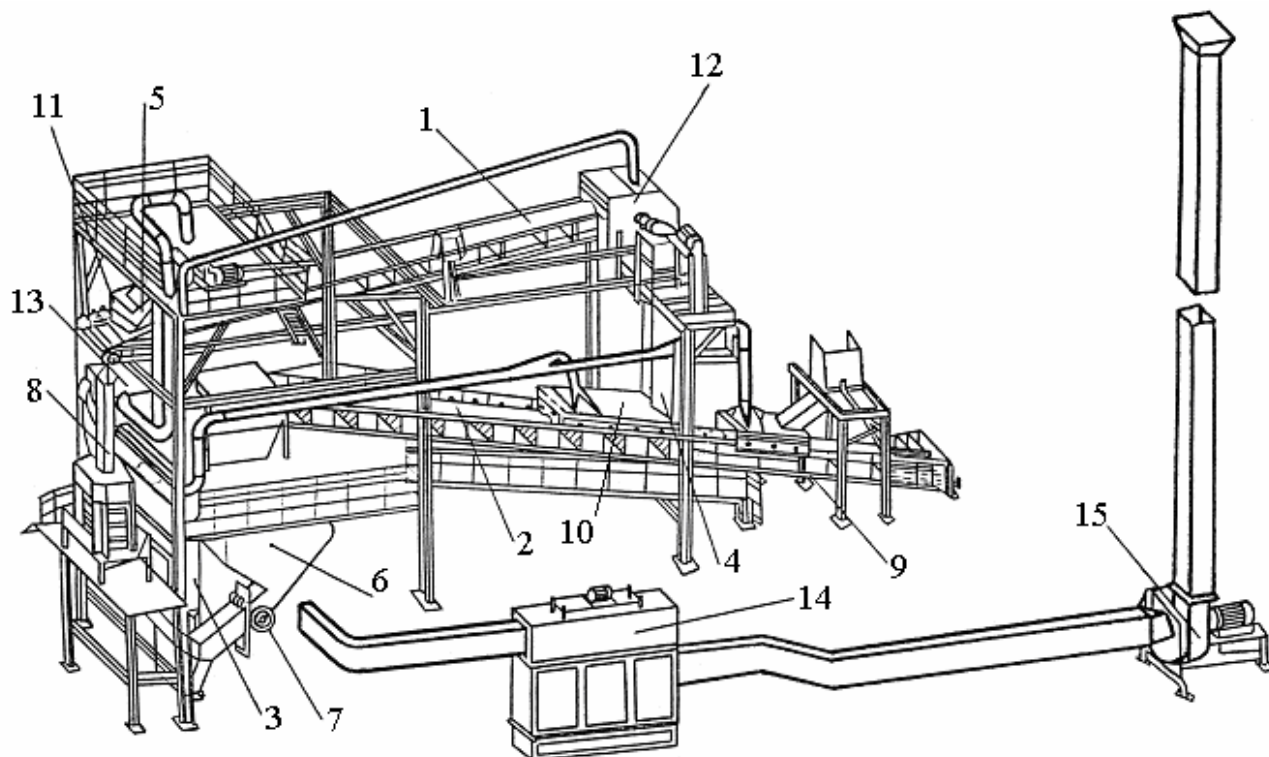


Рис. 1.8. Аспирационная полупромышленная установка:

1 – верхний конвейер; 2 – нижний конвейер; 3 – элеватор; 4, 8 – желоба; 5 – аспирационный коллектор; 6 – бункер; 7 – реечный затвор; 9 – 13 – укрытия; 14 – рукавный фильтр; 15 – вентилятор

В качестве объекта промышленной апробации разработанных средств аспирации были выбраны наиболее пылящие производства: обогащение железных руд и окомкование железорудных концентратов. Последнее характеризуется к тому же разнообразием применяемого технологического оборудования и «букетом» выделяемых вредных примесей: пыль, тепло, влага.

Апробация методов расчета производительности местных отсосов отдельных технологических узлов осуществлялась практически на всех фабриках горно-обогатительных комбинатов страны.

Внедрение комплекса средств повышения эффективности обеспыливающих систем, а также промышленные испытания и доводка систем были выполнены на фабриках окомкования Соколовско-Сарбайского и Лебединского ГОКов.

Положительный опыт промышленной проверки закреплен в ряде нормативных материалов по проектированию, разработанных при нашем непосредственном участии [79,18, 19, 35, 73, 81, 63, 93] и нашедших широкое распространение в практике проектирования производств, связанных с переработкой пылящих материалов. Перечислить все объекты, в которых использованы разработанные основы проектирования обеспыливающих систем, не представляется

возможным. Это прежде всего отечественные предприятия, построенные или реконструированные по проектам следующих институтов страны (перечислим лишь ведущие из них, ответившие на наш запрос об использовании упомянутых выше работ). Институты Министерства черной металлургии СССР (наименования институтов, министерств, ведомств и городов приведены на момент получения письменных ответов на наш запрос): Гипромез (Москва), Уралгипромез (г. Свердловск), Укргипромез (г. Днепропетровск), Сибгипромез (г. Новокузнецк), Грузгипромез (г. Рустави), Гипроруда (г. Ленинград), Центрогипроруда (г. Белгород), Южгипроруда (г. Харьков), Сибирский филиал Гипроруда (г. Новокузнецк), Механобр (г. Ленинград), Механобрчермет (г. Кривой Рог), Кривбасспроект (г. Кривой Рог), Всесоюзный институт огнеупоров (г. Ленинград), Гипрококс (г. Харьков). Институты цветной металлургии СССР: Гипроникель (г. Ленинград), Кавказгипроцветмет (г. Орджоникидзе), Казгипроцветмет (г. Усть-Каменогорск); институты Министерства промышленности строительных материалов СССР: Союзгипронеруд (г. Ленинград), Южгипроцемент (г. Харьков), НИПИотстром (г. Новороссийск), НИИотстромпроект (г. Ташкент); институты Госстроя СССР – Харьковский Сантехпроект, Алма-Атинское отделение ГПИ Сантехпроект, Уральское отделение ГПИ Сантехпроект (г. Свердловск), Ленинградский ПромстройНИИпроект, Харьковский ПромстройНИИпроект, Челябинский ПромстройНИИпроект, Казахский ПромстройНИИпроект (г. Алма-Ата).

Нормативные материалы [79] также были использованы и при проектировании зарубежных объектов. Так, Уральским промстройНИИпроектом запроектированы аспирационные установки для металлургических заводов в Арнамехре (Иран) и в Хелуане (АРЕ).

### **1.3. Классификация потоков сыпучего материала**

По отношению к источнику движения поток сыпучего материала и увлекаемого им воздуха будем рассматривать как отдельный подкласс двухкомпонентных потоков, характеризующийся тем, что несущей средой является дискретная дисперсная среда из твердых частиц, а несомой – псевдосплошная дисперсионная среда (воздух). В рассматриваемых потоках несущая среда – поток частиц – под действием гравитационного поля Земли движется ускоренно, а возникающие аэродинамические процессы малоактивны, что существенно отличает их от хорошо изученных сквозных дисперсных потоков при пневмо- и гидротранспорте.

В силу указанной специфики потоки сыпучего материала следует различать (рис. 1.9): по геометрии каналов, в которых движется поток материалов (I); по кинематике потока (II); по активности динамического взаимодействия компонентов (III); по крупности и составу частиц (IV); по распределению объемной концентрации частиц в поперечном сечении потока (V); по температуре и влажности материала (VI).

В основу классификации потоков по первому признаку положено различие в структуре воздушного потока, порожденное стесненностью потока непроницаемыми границами. Количественно стесненность может быть оценена отношением площади поперечного сечения потока к площади живого сечения желоба:

$$\Pi_c = S_{\Pi} / S_{\text{ж}}.$$

В призматических желобах или трубах, для которых  $\Pi_c = 1$ , как правило, возникает стержнеподобное движение эжектируемого воздуха, практически отсутствует градиент скорости как в продольном, так и в поперечном направлении.

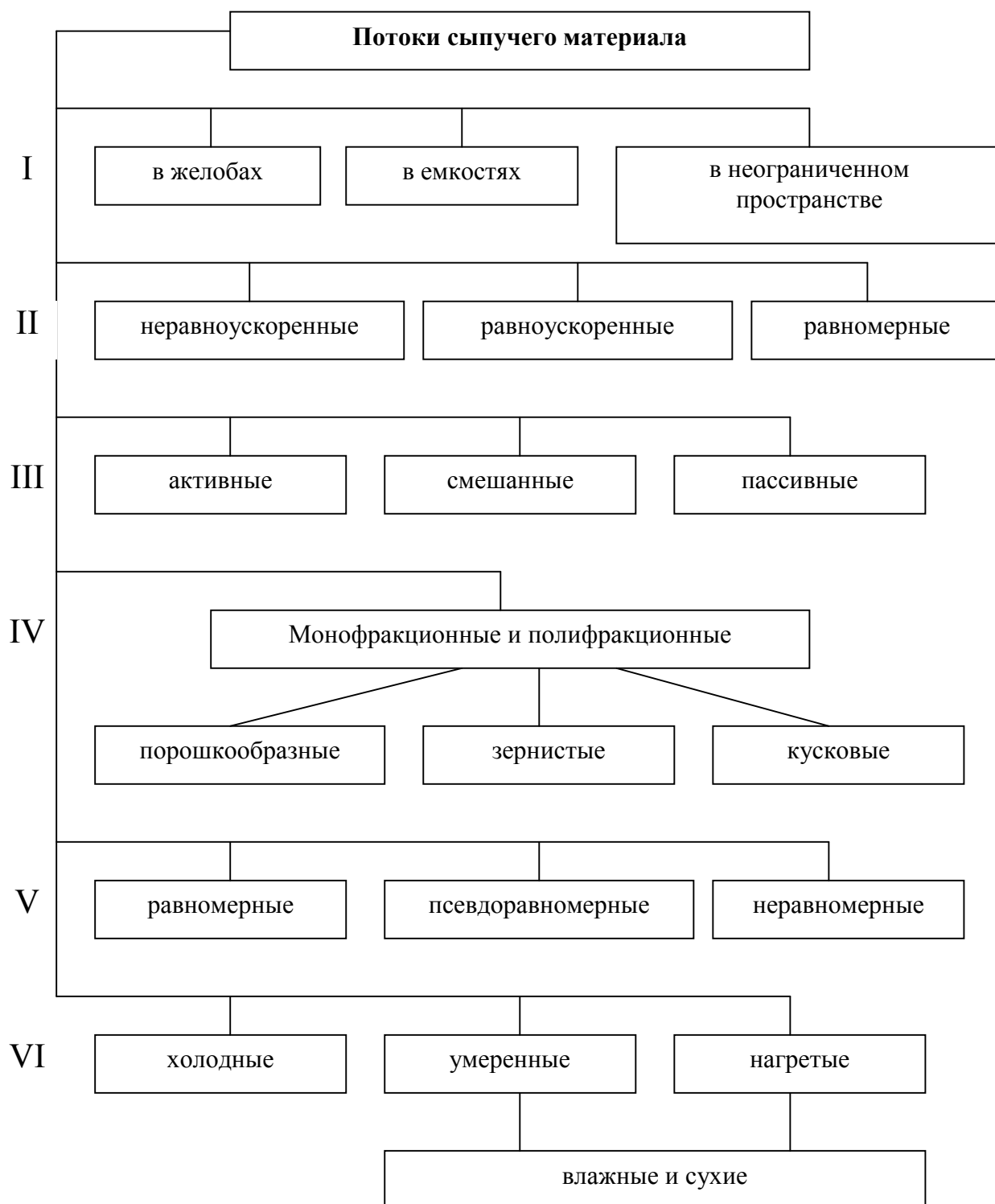


Рис. 1.9. Классификация потоков сыпучих материалов

Картина значительно изменяется, если ограждающие поток стенки удалить на значительное расстояние ( $\Pi_c \leq 0,1$ ). Поток эжектируемого воздуха имеет явно выраженные градиенты скорости в обоих направлениях подобно свободной струе и отличающиеся от последней увеличением количества движения за счет сил межкомпонентного взаимодействия. Ввиду беспрепятственного подтекания окружающего воздуха внешней замкнутой циркуляции воздуха практически не наблюдается. В случае емкого желоба ( $0,1 < \Pi_c < 1$ ), в отличие от случая свободной струи, возникают восходящие замкнутые циркуляции, обеспечивающие подпитку струи эжектируемого воздуха.

Второй признак классификации отражает различие потоков в кинематическом отношении. Поскольку окружающая среда оказывает сопротивление свободному движению частиц, поток может быть в общем случае неравноускоренным:

$$\frac{dv}{dt} = g - f(v, u).$$

Однако для частиц большой массы при небольшой высоте падения силой сопротивления можно пренебречь. При оценке динамического взаимодействия в области

$$2\bar{x}Fr < 1, \quad \bar{x} = x/l_\infty$$

поток частиц можно полагать равноускоренным. Для потока мелких частиц может наблюдаться другой крайний случай, когда частицы достигают установившейся скорости

$$\frac{dv}{dt} \approx 0,$$

и поток практически находится в равномерно-поступательном движении.

Третий признак определяет ситуацию силового взаимодействия компонентов, являющуюся основной в оценке аэродинамических эффектов в потоке сыпучего материала. В качестве критерия активности динамического взаимодействия используем отношение аэродинамической силы для частицы в потоке ( $R_n$ ) к аэродинамической силе одиночной частицы ( $R_0$ ) при одной и той же средней относительной скорости компонентов:

$$\Pi_\partial = (R_n/R_0) \Big|_{v_1-v_2-idem}.$$

Рассмотрим два крайних случая. Пусть поток равномерно распределенных частиц в поперечном сечении канала будет настолько разрежен, что взаимное влияние частиц на условия аэродинамического обтекания практически отсутствует ( $\beta_1 \leq 0,001$ ). В этом случае  $\Pi_\partial \approx 1$  и поток аэродинамически активный, поскольку силы динамического взаимодействия соразмерны или больше аэродинамических сил одиночной частицы. Для падающего в неограниченном пространстве облака частиц средняя относительная скорость будет равна скорости

падения. Однако для большего числа частиц, находящихся внутри облака, истинная относительная скорость будет меньше скорости падения облака (в предельном случае при достаточно плотной упаковке частиц  $\beta_1 > 0,4$  истинная относительная скорость будет практически равна нулю) и потому  $\Pi_\partial \ll 1$ , и в отношении эжекции воздуха такой поток будет аэродинамически пассивным. В промежуточных случаях потоки будут в динамическом отношении смешанными, то есть одна часть потока может быть активной, другая – пассивной. Примером может служить обширная группа перегрузок сыпучего материала по наклонным желобам. Часть потока у днища желоба ввиду их большей упаковки, подобно облаку частиц, пассивна, а другая часть частиц (над «слоем») активно взаимодействует с воздухом, вовлекая его в движение.

Разделение материалов по крупности частиц вызвано прежде всего специфическими требованиями к конструктивному оформлению аспирационных укрытий, а также различием в структуре потоков в зависимости от крупности частиц. При этом порошкообразными материалами принято считать материалы, содержащие частиц крупностью мельче 0,5 мм больше 50%, а максимальный размер частиц не превышает 1-2 мм. Зернистыми названы материалы, в которых масса частиц мельче 3 мм превышает 50%, а размеры наибольших частиц не более 10 мм. Кусковые материалы содержат более 50% частиц крупнее 3 мм.

В основу пятого признака классификации положено различие в структуре потока сыпучего материала, а именно распределение частиц в поперечном сечении. Равномерное распределение частиц может наблюдаться в достаточно широком диапазоне объемных концентраций от плотно упакованного слоя (например, в желобе или трубе, полностью заполненной материалом) до разреженного слоя, в котором отсутствует взаимное влияние частиц на их обтекание. В таких потоках проявляется активное динамическое взаимодействие между компонентами. В другом предельном случае объемная концентрация может иметь заметный градиент в поперечном направлении. Аэродинамическая активность частиц крайне неодинакова. К таким потокам можно отнести, например, потоки сыпучего материала, перемещаемые в связанном режиме движения по наклонным емким желобам. Смешанный случай может возникнуть, когда, несмотря на заметный градиент концентрации, частицы практически все динамически активны. Такие потоки мы назвали псевдоравномерными. Численным критерием псевдоравномерности может служить объемная средняя концентрация. Как показали исследования, потоки в наклонных желобах псевдоравномерны при  $\beta_1 \leq 0,01$ .

Температура и влажность материала определяет характер тепло- и влагообмена между компонентами, в результате чего возникающие подъемные силы и выделяющийся газообразный компонент изменяют количественно и качественно механизм эжекции воздуха гравитационными потоками.

Несмотря на некоторую условность, представленная классификация помогла авторам полнее раскрыть закономерности аэродинамических процессов эжектирования воздуха в различных потоках сыпучего материала, в чем, надеемся, убедится читатель при ознакомлении с материалами последующих разделов.

## 2. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЧАСТИЦ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОТОКЕ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА В ЖЕЛОБАХ

Желоба являются связующим элементом транспортных линий и служат для пересыпок перерабатываемых материалов с одного транспортирующего звена или оборудования на другое. Перегрузочные узлы по технологическому признаку можно разделить на четыре группы (рис.2.1):

- перегрузка материала с конвейера на конвейер;
- загрузка материала с конвейера в технологическое оборудование;
- выгрузка материала из технологического оборудования на конвейер;
- перегрузка материала из одного оборудования в другое.

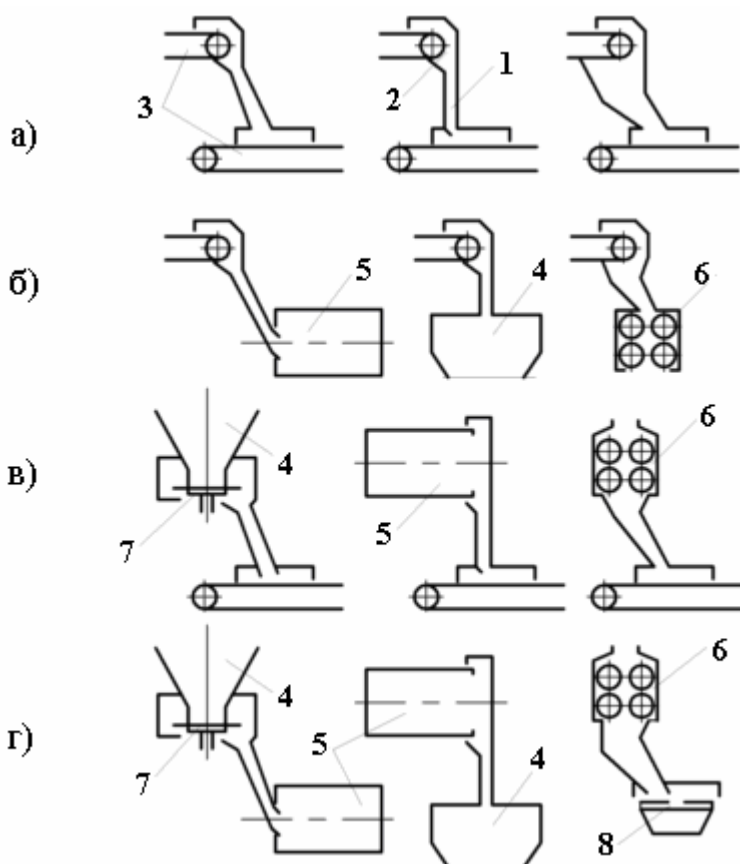


Рис. 2.1. Схема перегрузки с конвейера на конвейер ( а ), с конвейера в оборудование ( б ), из оборудования на конвейер ( в ) и из оборудования в оборудование ( г ):

- 1 - желоб; 2 - воронка; 3 - конвейеры; 4 - бункеры; 5 - барабаны (для охлаждения материала, смешивания и т.п.); 6 - дробилки; 7 - дисковые питатели; 8 - грохот

Наиболее часто в практике встречаются наклонные желоба призматической или пирамидальной формы.

### 2.1. Особенности движения сыпучего материала в наклонных желобах

В качестве модели сыпучего «тела» при изучении механических свойств был выбран поток дробленого гранита ( $\rho_1 = 2750 \text{ кг/м}^3$ ), частицы которого крупностью

1,25-2,5 мм ( $d_s = 1,56$  мм) и 0,625-1,25 мм ( $d_s = 0,74$  мм) по форме и аэродинамическим свойствам близки к зернистым материалам, широко используемым в рудоподготовительном производстве (дробленая железная руда, известняк, агломерат, мелочь окучкованного железорудного концентрата и пр.)

Изучение режимов движения частиц дробленого гранита и распределения их в поперечном сечении наклонного желоба, измерение скорости потока частиц производили на экспериментальном стенде, основным элементом которого являлся желоб прямоугольного сечения длиной 3 м, устанавливаемый под различными углами к горизонтальной плоскости. Материал поступал в желоб из верхнего бункера через предварительно протарированные диафрагмы (рис.2.2).

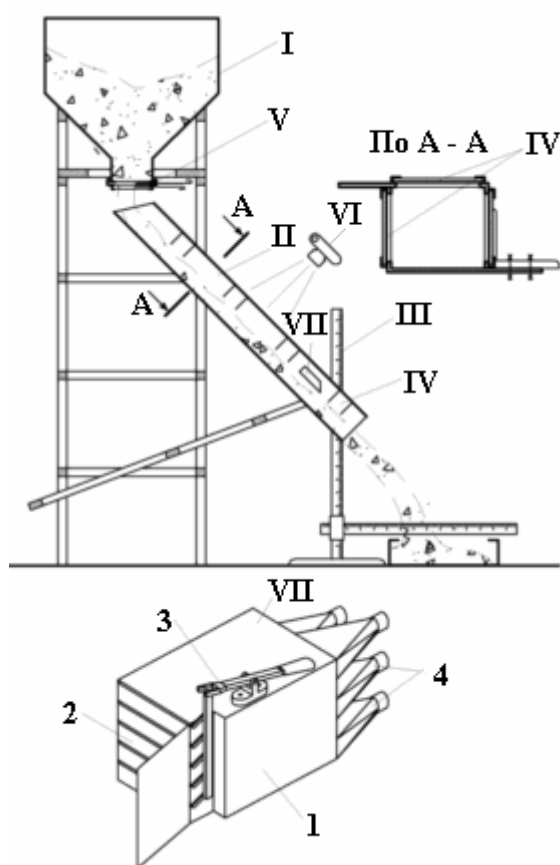


Рис. 2.2. Схема экспериментальной установки для исследования физико-механических свойств потока сыпучего материала: I - верхний бункер; II - желоб; III - координатник; IV - окна; V - диафрагма; VI - фотоаппарат; VII - делитель потока (1 - корпус, 2 - полки, 3 - устройство для управления клапанами, 4 - бункеры)

### 2.1.1. Режимы движения

При пересыпке дробленого гранита по наклонному желобу, как и в случае зерновых потоков в наклонных трубах, впервые детально исследованных П.Н. Платоновым [76, 75], наблюдались три режима движения: режим связанного движения, переходный и режим несвязанного движения.

Первый режим характерен тем, что материал перемещается в виде компактной массы без заметного нарушения контактов между частицами. Отсутствует градиент объемной концентрации. Переходный режим отличается образованием локальных разрывов в компактной массе частиц. Третий режим характеризуется полным распадом компактной массы на отдельные не связанные между собой частицы или «струи».

Исследуя движение зерна при больших удельных нагрузках, П.Н. Платонов предложил в качестве параметра, определяющего характер движения сыпучего материала, использовать угол наклона желоба  $\Theta$ .

Так, им было замечено, что режим связанного движения происходит при условии

$$\Theta_n < \Theta < \Theta_g, \quad (1)$$

а несвязанного при

$$\Theta > \Theta_g, \quad (2)$$

где  $\Theta_n, \Theta_g$  – углы соответственно внешнего и внутреннего трения.



При изучении потока частиц дробленого гранита в наклонном желобе режим несвязанного движения наблюдался нами и при углах наклона желоба меньше угла внутреннего трения. Поэтому была предпринята попытка в качестве критерия изменения режимов движения использовать не угол наклона желоба, а число Фруда<sup>\*</sup>, характеризующее кинетичность потока:

$$Fr = gh/v_1^2 \quad ,$$

где  $h$  – глубина потока, м.

Для выяснения физического смысла этого критерия в условиях движения сыпучего материала в наклонном желобе при небольших удельных нагрузках воспользуемся аналогией этого движения с движением воды в быстротоках. Оценим величину энергии частиц в каком-либо сечении потока.

Полная энергия потока материала, протекающего через площадку  $ds$  (рис.2.3) за единицу времени, относительно плоскости сравнения 0-0, проведенной через нижнюю точку рассматриваемого живого сечения, равна:

$$d\mathcal{E} = \beta_1 \rho_1 v_1 \frac{v_1^2}{2} dS + \beta_1 \rho_1 v_1 g dS \cdot y \cos \Theta \quad . \quad (3)$$

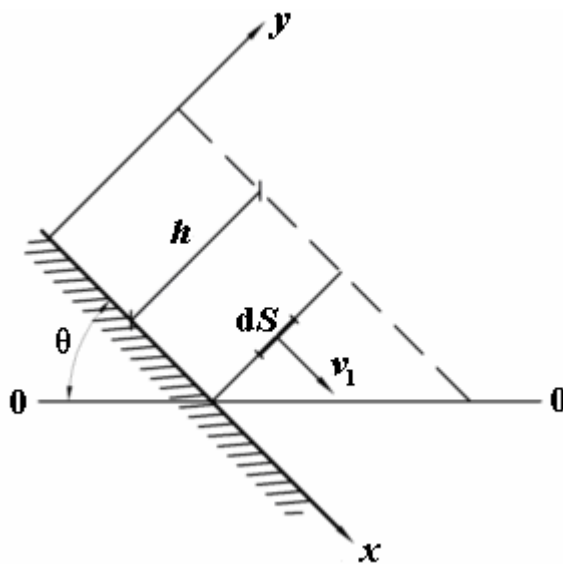


Рис. 2.3. К определению энергии потока сыпучего материала в наклонном желобе

Тогда полная энергия всего потока материала

$$\mathcal{E} = \int_S \beta_1 \rho_1 v_1 \frac{v_1^2}{2} dS + \int_S \beta_1 \rho_1 g v_1 y \cos \Theta \cdot dS \quad . \quad (4)$$

<sup>\*</sup> Известен положительный опыт использования этого критерия в случае движения сыпучего материала при полном заполнении им вертикальных каналов. Так, при изучении движения измельченного графита в вертикальной трубе З.Р. Горбис [26] установил область критических значений чисел Фруда  $1,65 < Fr_{cp} < 5$ , при которых осуществляется переход одного режима движения в другой.

Разделив величину полной энергии на весовой расход сыпучего материала

$$G_T = \beta_1 \rho_1 g \bar{v}_1 \cdot S \quad (5)$$

и полагая отсутствие градиента объемной концентрации по сечению желоба, получим энергию, отнесенную к единице веса материала, проходящего через данное живое сечение в единицу времени

$$\mathcal{E} = \int_S v_1^3 dS / (2gS\bar{v}_1) + \left( \int_S y v_1 dS \right) \cdot \cos \Theta / (S\bar{v}_1) , \quad (6)$$

где  $\bar{v}_1$  – средняя по расходу скорость движения сыпучего материала.

Для прямоугольного желоба в случае, когда

$$v_1 = f(x, y) , \quad G_T = \beta_1 g \rho_1 \vartheta h \bar{v}_1 , \quad (7)$$

имеем:

$$\mathcal{E} = \frac{\alpha_0 \bar{v}_1^2}{2g} + \frac{k_0 h}{2} \cos \Theta , \quad (8)$$

где  $\vartheta$  – ширина желоба, м;  $h$  – глубина потока сыпучего материала, м;  $\alpha_0$  – корректив кинетической энергии потока, равный:

$$\alpha_0 = \left( \vartheta \int_0^h v_1^3 dh \right) / (\bar{v}_1^3 h); \quad (9)$$

$k_0$  – корректив потенциальной энергии потока, равный:

$$k_0 = \left( \vartheta \int_0^h v_1 y dy \right) / \left( \bar{v}_1 \vartheta \frac{h}{2} \right) . \quad (10)$$

Очевидно, что при безградиентном движении сыпучего материала  $\alpha_0 = 1$  и  $k_0 = 1$ .

Экстремальное значение удельной энергии  $\mathcal{E}$  в нашем случае с учетом (7) наступает при глубине потока  $h = h_{кр}$ :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dh} = -\alpha_0 G_T^2 \cdot (\rho_1 g \beta_1 \vartheta h_{кр})^2 / (g h_{кр}) + \frac{1}{2} k_0 \cos \Theta = 0 \quad (11)$$

или в критериальной форме:

$$Fr_{кр} = \frac{2\alpha_0}{k_0 \cos \Theta} , \quad (12)$$

где  $Fr_{кр}$  – критическое значение числа Фруда, равное

$$Fr_{cp} = gh_{кр} / \bar{v}_1^2 . \quad (13)$$

При изучении быстротоков [100] было замечено, что критическое значение числа Фруда характеризует переход спокойного течения жидкости в бурное. Последнее характеризуется разрывом струи жидкости, особенно у ее свободной поверхности, и обильной аэрацией потока. Переход связанного движения сыпучего материала в несвязанное сопровождается аналогичным явлением: разрывом струи и возникновением скачкообразного движения частиц (сальтацией). Возвращаясь к условию (1), можно отметить, что, выбрав в качестве критерия перехода число  $Fr$ , имеем возможность кроме угла наклона желоба учесть и расход материала. Иначе говоря, критерий  $Fr$  дает большую информацию о потоке сыпучего материала.

Обратимся к эксперименту. Данные исследований характера движения потока частиц дробленого гранита по наклонному желобу представлены на рис.2.4.

График зависимости  $\beta_1 = f(Fr)$  аналогично случаю вертикального движения материала [26] четко разделяется на три зоны, соответствующие трем режимам движения потока. В области  $Fr > 1,7$  ( в ) объемная концентрация постоянна и практически равна концентрации материала в неподвижном состоянии. Эта область соответствует режиму связанного движения. В интервале  $0,8 < Fr < 1,7$  – область (б) – объемная концентрация резко уменьшается, движение материала характеризуется появлением локальных разрывов между группами частиц, наблюдается градиент скорости по глубине потока. Эту область условно назовем переходной областью, а числа, соответствующие этой области, – критическими. При числах Фруда меньше 0,8 – область а – зависимость  $\beta_1 = f(Fr)$  носит криволинейный характер, причем меньшему числу Фруда соответствует меньшее значение объемной концентрации. Эта область характеризует режим несвязанного движения. Заметим, что в соответствии с равенством (12) при исследуемых углах наклона область критических значений чисел Фруда

$$2 < Fr_{cp} \leq 2,5 , \quad (14)$$

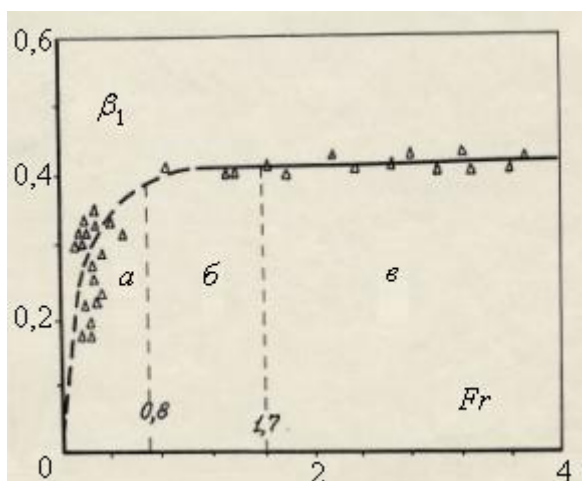


Рис. 2.4. Зависимость объемной концентрации частиц дробленого гранита от числа Фруда

что соответствует экспериментально полученным данным.

Наличие различных форм движения сыпучего материала усложняет рассмотрение картины аэродинамического взаимодействия падающих частиц. Происходит различное обтекание воздухом частиц, изменяются условия тепло- и массообмена между материалом и воздухом.

## 2.1.2. Распределение частиц

Распределение частиц по сечению наклонного желоба в режиме несвязанного движения имеет статистический характер. Теоретические предпосылки к изучению статистических закономерностей были сделаны Л. Больцманом [9], который рассматривал поток большого количества упругих шариков малых размеров. Им было показано, что концентрация частиц и скорость их движения определяются функцией распределения  $F$ . Вид этой функции определяется дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_x \frac{\partial F}{\partial x} + u_y \frac{\partial F}{\partial y} + u_z \frac{\partial F}{\partial z} + X \frac{\partial F}{\partial u_x} + Y \frac{\partial F}{\partial u_y} + Z \frac{\partial F}{\partial u_z} = \Delta_c F,$$

где  $X, Y, Z$  – компоненты внешних сил;  $u_x, u_y, u_z$  – проекции скорости частиц на координатные оси;  $\Delta_c F$  – скорость изменения функции распределения в фиксированной точке за счет столкновений между частицами.

Однако в общем виде приведенное уравнение не поддается решению. Известны приближенные методы решения [103], не учитывающие внешние силы, являющиеся в нашем случае определяющими. Поэтому для определения концентрации частиц нами были проведены экспериментальные исследования. На пути движения материала устанавливался делитель потока с пятью синхронно работающими клапанами. Задержанные в делителе за фиксированный промежуток времени частицы выгружались из бункеров делителя и взвешивались. Эксперименты, проведенные совместно с Р.Н. Шумиловым [50], позволили выявить следующую картину движения частиц дробленого гранита крупностью 0,625-1,25 мм. Значительная часть частиц движется у днища желоба. Причем доля «придонных» частиц увеличивается с ростом расхода материала (рис.2.5а) и с уменьшением расстояния от места падения потока на днище желоба ( $l$ ). Объясняется это наложением двух процессов, происходящих в потоке летящих частиц. Первый – процесс сальтации – скачкообразное движение частиц в результате периодического удара их о днище желоба и второй – столкновение частиц между собой.

При малых расходах или на большом расстоянии  $l$ , когда мала концентрация частиц, преимущественно проявляется скачкообразное движение частиц, соударение частиц практически не происходит. Градиент концентрации частиц в поперечном направлении сравнительно невысок.

При больших расходах концентрация частиц достигает таких величин, когда соударение частиц проявляется настолько часто, что не каждая сальтирующая частица, пронизав толщину летящих над ней частиц, может вырваться из потока. Количество вырвавшихся частиц и движущихся над потоком мало. Градиент концентрации велик (рис.2.5б)

Установлены следующие количественные характеристики. Распределение частиц по высоте канала носит ярко выраженный экспоненциальный характер

$$\beta = \beta_0 \exp(-ay^n), \quad (15)$$

а объемная концентрация частиц у дна желоба практически подчиняется закону «неразрывности» потока

$$\beta_0 = \frac{v_{1н} \beta_n}{v_1},$$

где  $\beta_n$  – объемная концентрация частиц в месте падения потока частиц на днище желоба;  $v_{1н}$  – скорость потока в начале движения по желобу;  $v_1$  – скорость потока в рассматриваемом сечении. Коэффициенты  $a$  и  $n$  зависят от расхода материала и удаления рассматриваемого сечения –  $l$ . В качестве обобщаемого параметра было принято модифицированное число

$$Fr^* = \frac{G_1 g}{v_1^3 \rho_1}, \quad (16)$$

которое (при условии  $v_1 = \bar{v}_1$ ) связано с числом Фруда очевидным равенством

$$Fr^* = \beta_1 Fr. \quad (17)$$

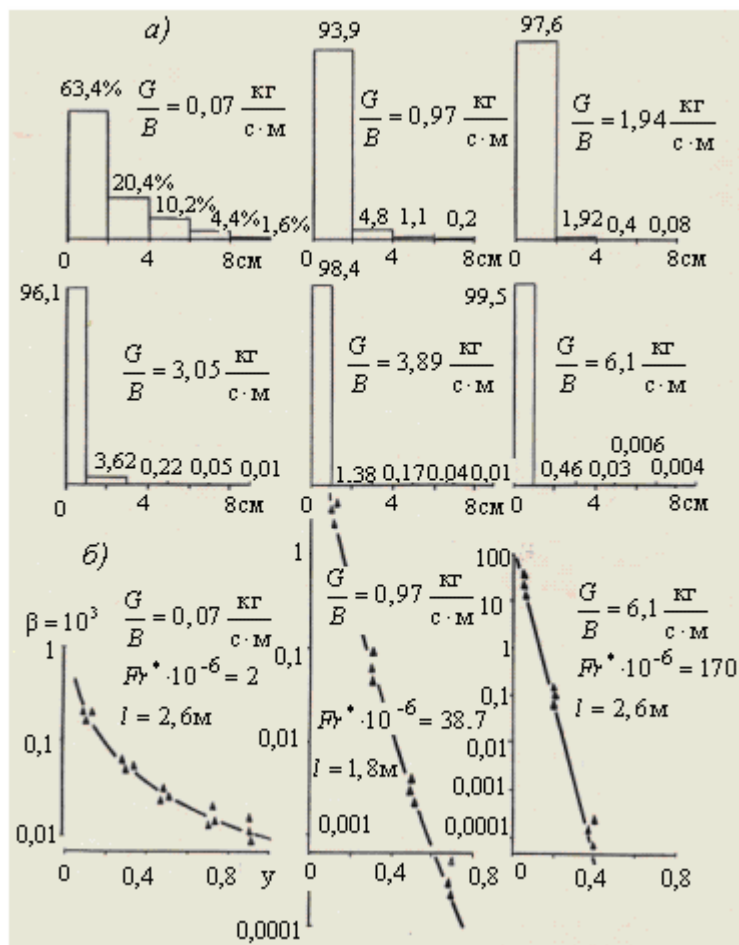


Рис. 2.5. Распределение частиц дробленого гранита по высоте поперечного сечения наклонного желоба

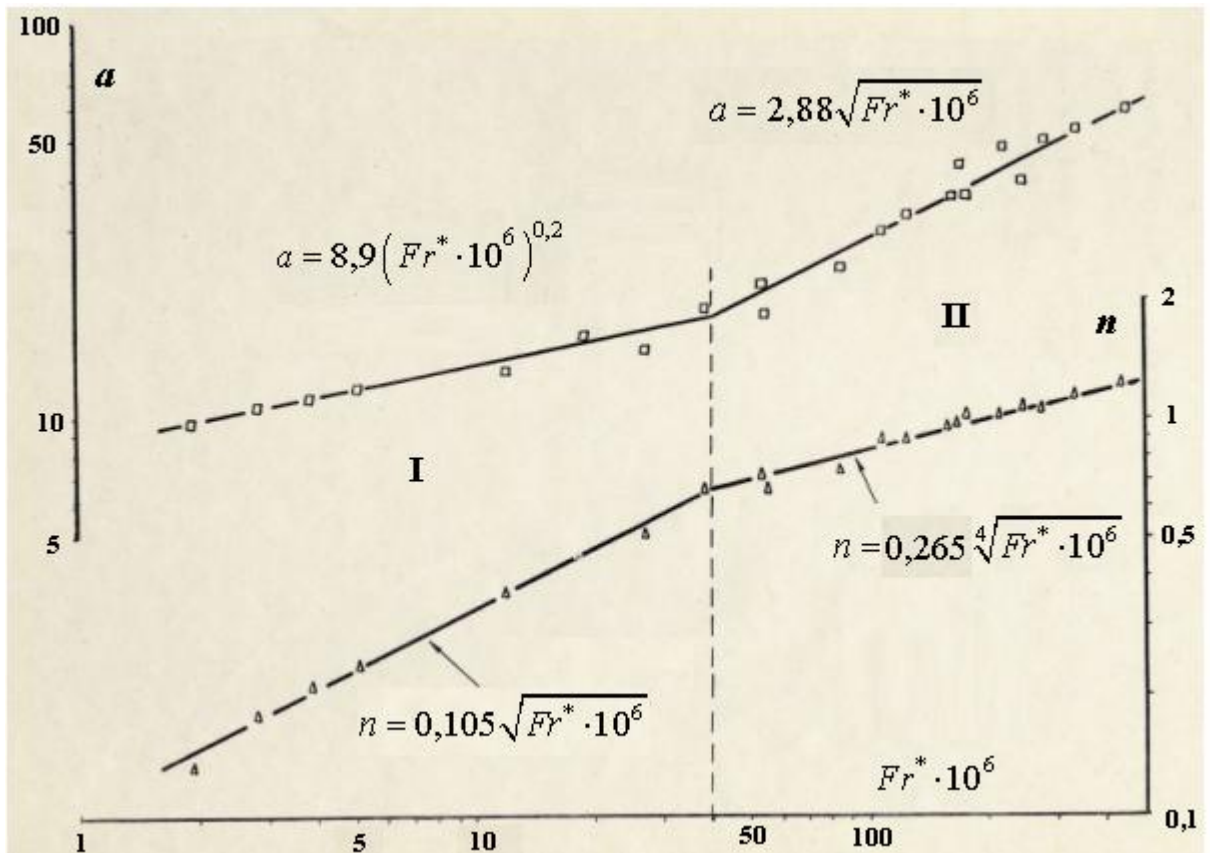


Рис. 2.6. Изменение коэффициентов  $a$  и  $n$  при увеличении  $Fr^*$

Графики изменения коэффициентов  $a$  и  $n$  от числа  $Fr^*$  представлены на рис.2.6. Здесь достаточно четко различаются две зоны. Первая при  $Fr^* \cdot 10^6 < 40$ , условно названная нами *зона псевдоравномерного распределения частиц*, характерна салтирующим движением и сравнительно невысоким градиентом объемной концентрации ( $n = 0,1-0,67$ ;  $n_{cp} \approx 0,3$ ).

Вторая – *зона слоистого движения* – при  $Fr^* \cdot 10^6 > 40$  характерна наличием слоя, в котором движется большая часть сталкивающихся между собой частиц, и небольшого количества салтирующих частиц над этим слоем. Градиент концентрации высок ( $n = 0,67-1,2$ ;  $n_{cp} \approx 1$ ).

Эта особенность движения материала в наклонном желобе еще более усложняет картину аэродинамического взаимодействия, а также существенно изменяет условия теплообмена.

### 2.1.3. Скорость движения

В промышленных условиях, как правило, сыпучий материал движется по желобам не плотным слоем. Здесь взамен контактного трения частиц действуют силы аэродинамического сопротивления, силы трения при соприкосновении частиц со стенками желоба и гравитационные силы.

В отличие от сил гравитационных и аэродинамических сила трения при соприкосновении частиц действует кратковременно, и её определение связано с большими трудностями. Для получения расчётных данных о скорости движения сыпучих

материалов нами были проведены экспериментальные исследования. В наклонном жёлобе экспериментальной установки (рис. 2.2.) измеряли скорость потока частиц при различных режимах движения. Величину ее определяли двумя способами: фотографическим и баллистическим. Первый способ заключался в измерении пути, пройденного частицей за время открытия фотографического затвора. Зная время экспозиции при съемке  $\Delta\tau$  и измеряя отрезки траектории частиц, полученные на фотоотпечатках, можно определить среднюю проекцию скорости частиц на ось желоба:

$$v_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta x_i}{\Delta \tau}.$$

Проекцию отрезков  $\Delta x_i$  определяли с помощью линейки, сфотографированной вместе с летящими частицами. Тем самым избавлялись от необходимости учета масштаба при фотографировании и фотопечати. Этот способ использовался нами при небольших расходах сыпучего материала, когда вероятностью наложения траекторий можно было пренебрегать.

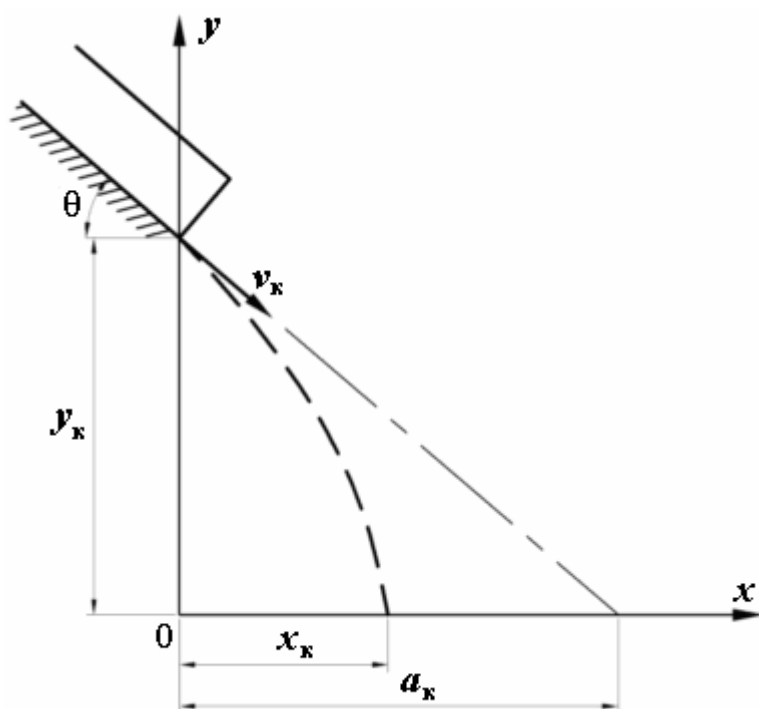


Рис. 2.7. К определению траектории частиц сыпучего материала, высыпаемого из наклонного желоба

При больших расходах материала скорость движения его определяли вторым методом, сущность которого заключалась в измерении траектории струи материала, сходящей с конца желоба. Зная угол наклона желоба и координаты осевой линии струи, с помощью упрощенного уравнения динамики свободно падающих частиц рассчитывали конечную скорость материала. Координаты осевой линии определяли координатником, горизонтальную ось которого помещали для более точного измерения в струю материала.

Решая уравнение динамики для свободно падающего тела

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{g} \quad (18)$$

в системе координат  $XOY$  (рис.2.7), после некоторых преобразований получим следующую формулу

$$v_{\kappa} = \frac{x_{\kappa}}{\cos \Theta} \sqrt{\frac{g}{2(y_{\kappa} - x_{\kappa} \operatorname{tg} \Theta)}} \quad (19)$$

с помощью которой рассчитывали скорость частиц в конце желоба.

Поскольку в уравнении динамики (18) не учтены силы аэродинамического сопротивления, соотношение (19) дает несколько завышенные результаты.

Экспериментальные исследования показали, что поток частиц сыпучего материала в наклонном желобе практически равноускорен (рис.2.8а).

Величина ускорения равна:

$$a_T = g \sin \Theta \cdot (1 - f_{mp} \operatorname{ctg} \Theta). \quad (20)$$

Условный коэффициент сопротивления стенок желоба движению частиц  $f_{mp}$  зависит от режимов движения (рис.2.8 б, в).

При несвязанном движении этот коэффициент меньше коэффициента трения скольжения  $f_{ск}$ , отношение  $\delta = f_{mp}/f_{ск}$  составляет: для несвязанного режима  $\delta = 0,5$ , а для связанного  $\delta = 1$ .

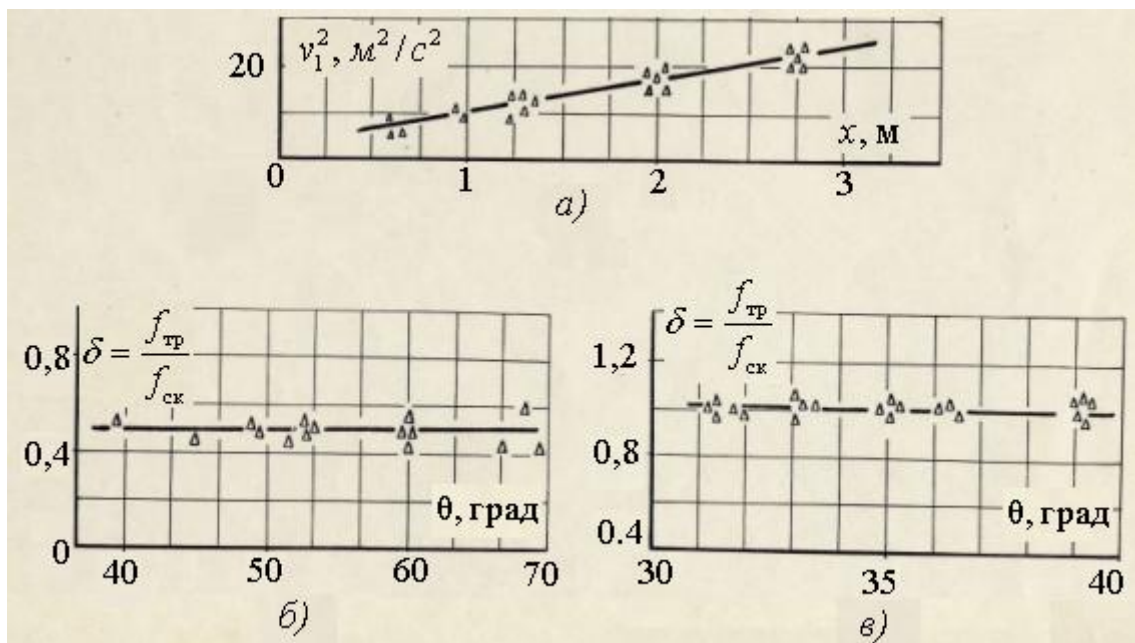


Рис.2.8. Изменение скорости частиц по длине наклонного желоба (а) и коэффициента трения от угла наклона желоба при несвязном (б) и связанном (в) режимах движения сыпучего материала

Учитывая, что  $f_{ск}$  изменяется в широких пределах и зависит от многих факторов (от физико-механических свойств перегружаемого материала, от состояния поверхности стенок желоба и пр.), для практических расчетов местных отсосов перегрузочных узлов рекомендуется принимать  $f_{mp} = 0,5$ .

Рассмотрим теперь особенности движения материала в желобах с изломами. Рассчитаем траекторию и скорость потока сыпучего материала, загружаемого с конвейера (рис.2.9).



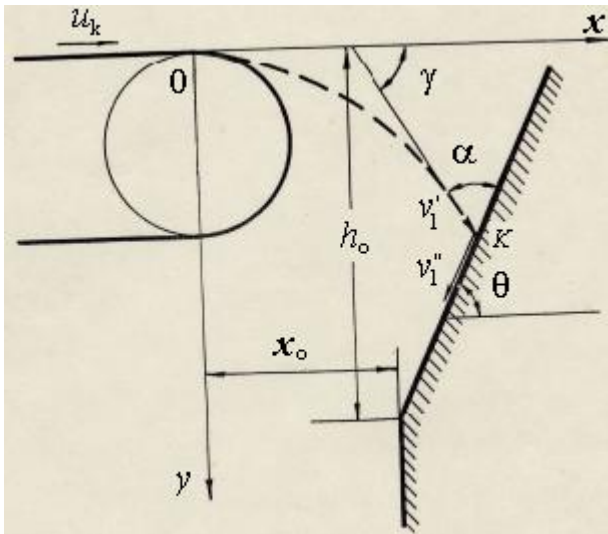


Рис. 2.9. К определению скорости падения частиц в приемной воронке желоба

Для этого воспользуемся уравнением (18). Интегрируя это равенство при начальных условиях

$$v_1|_{t=0} = u_k,$$

$$x|_{t=0} = 0, \quad y|_{t=0} = 0,$$

получим:

а) для траектории струи ( уравнение оси струи )

$$x = u_k t, \quad y = gt^2 / 2 \tag{21}$$

или

$$y = 0,5g(x/u_k)^2 ; \tag{22}$$

б) для скорости

$$v_1 = \sqrt{u_k^2 + 2gy} \tag{23}$$

или, учитывая (22),

$$v_1 = \sqrt{u_k^2 + (gx/u_k)^2}, \tag{24}$$

где  $u_k$  – горизонтальная составляющая скорости частиц, равная скорости ленты горизонтально расположенного конвейера, м/с.

В зависимости от положения стенки желоба и скорости конвейера поток выгружаемого материала может или войти в соприкосновение со стенкой ленты, или нет. В первом случае резко изменяется как траектория струи, так и скорость ее движения.

Условие встречи потока со стенкой, как это видно из равенства (22), определяется следующим неравенством:

$$h_0 > (x_0/u_k)^2 g / 2. \tag{25}$$

Для того чтобы найти точку встречи (точку К с координатами  $x_k, y_k$ ), необходимо совместно решить уравнение траектории (22) и уравнение поверхности препятствия. Последнее, в нашем случае, имеет вид:

$$y = h_0 - (x - x_0)tg\Theta. \tag{26}$$

Тогда

$$x_{\kappa} = \frac{u_{\kappa}^2}{g} \left( \sqrt{1 + 2g \frac{h_0 + x_0 \operatorname{tg} \Theta}{(u_{\kappa} \operatorname{tg} \Theta)^2}} - 1 \right) \operatorname{tg} \Theta, \quad y_{\kappa} = \frac{g x_{\kappa}^2}{2 u_{\kappa}^2}. \quad (27)$$

Если стенка вертикальна ( $\Theta \rightarrow \pi/2$ ), несложно получить

$$x_{\kappa} = x_0, \quad y_{\kappa} = g(x_0 / u_{\kappa}^2) / 2. \quad (28)$$

При найденных координатах по формуле (24) можно найти скорость потока сыпучего материала в момент встречи.

В результате упругих сил и сил сопротивления стенок поток изменяет свое направление. Удар потока частиц неправильной формы не является, строго говоря, упругим ударом, и поэтому угол отражения не равен углу падения как для потока частиц в целом, так и для отдельных частиц, составляющих этот поток. Исследования Р.Л. Зенкова [33] показывают, что угол отражения для потока сыпучего материала практически равен  $\pi/2$ . Скорость же потока после удара равна:

$$v_1'' = K v_1', \quad (29)$$

где  $v_1'$  – скорость потока в момент встречи со стенкой, м/с;  $v_1''$  – скорость потока после удара о стенку, м/с;  $K$  – поправочный коэффициент, учитывающий уменьшение скорости при повороте потока.

Угол поворота $\alpha$ , град	0	10	20	30	40	45	50	60
$K$	1,0	0,97	0,93	0,85	0,75	0,69	0,63	0,45

В нашем случае угол  $\alpha$  представляет собой острый угол между касательной к траектории струи в точке встречи и плоскостью стенки.

Угловой коэффициент касательной найдем, продифференцировав уравнение (22):

$$\operatorname{tg} \gamma = g x_{\kappa} / u_{\kappa}^2, \quad (30)$$

тогда, очевидно,

$$\alpha = 180 - \left( \Theta + \operatorname{arctg} \frac{g x_{\kappa}}{u_{\kappa}^2} \right). \quad (31)$$

Дальнейший расчет скорости движения потока сыпучего материала осуществляется по формуле:

$$v_1 = \sqrt{2 a_T l + (v_1'')^2}. \quad (32)$$

При значительных перепадах мелкодробленого материала (когда  $h > 0,5$ ) необходимо учитывать силу сопротивления среды.

## 2.2. Аэродинамическая характеристика одиночной частицы

Изучению аэродинамической характеристики частиц посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ. Теоретическим исследованиям посвящены работы Стокса, Озеена, Голдштейна, изучавшим вязкое обтекание шарообразных частиц. Известны обобщения теоретических и экспериментальных работ по аэродинамическому взаимодействию газа с шаром, выполненные акад. Л.И. Седовым [82], Г. Шлихтингом [104]. По аэродинамике частиц неправильной формы известны обобщения З.Р. Горбиса [26].

Воздействие среды на частицу определяется силами  $\dot{\Pi}_s$ , непрерывно распределенными по всей поверхности  $S$  частицы; эти поверхностные силы могут быть выражены через нормальные и касательные напряжения  $\dot{p}$  и  $\dot{\tau}$  в каждой точке поверхности частицы. Равнодействующая этих сил:

$$\dot{R} = \int_s \dot{p} ds + \int_s \dot{\tau} ds, \quad (33)$$

представляющая собой главный вектор системы элементарных сил, распределенных по поверхности частицы, называется аэродинамической силой или силой сопротивления среды.

В общем случае аэродинамическая сила направлена под некоторым углом к вектору относительной скорости центра тяжести частицы  $\dot{w}$ . В аэродинамике обычно используют не вектор  $\dot{R}$ , а его составляющие в прямоугольной системе координат, связанной с вектором относительной скорости частицы  $\dot{w}$ . Сила, направленная в сторону, противоположную направлению относительного движения частицы, называется аэродинамическим сопротивлением  $\dot{X}$  или лобовым сопротивлением, перпендикулярная ей и лежащая в вертикальной плоскости – подъемной силой  $\dot{Y}$ , а перпендикулярная к ним обоим – боковой силой  $\dot{Z}$ . Модули этих векторов определяются проектированием векторного равенства (33) на оси выбранной системы координат:

$$\left. \begin{aligned} X &= \Psi_x \frac{\rho w^2}{2} f_M, \\ Y &= \Psi_y \frac{\rho w^2}{2} f_M, \\ Z &= \Psi_z \frac{\rho w^2}{2} f_M, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где

$$\Psi_x = \frac{1}{0,5\rho w^2 f_M} \int_s [(p - p_\infty) \cos(p, x) + \tau \sin(\tau, x)] ds, \quad (35)$$

$$\Psi_y = \frac{1}{0,5\rho w^2 f_M} \int_s [(p - p_\infty) \cos(p, y) + \tau \sin(\tau, y)] ds, \quad (36)$$

$$\Psi_z = \frac{1}{0,5\rho w^2 f_M} \int_s [(p - p_\infty) \cos(p, z) + \tau \sin(\tau, z)] ds, \quad (37)$$

соответственно коэффициент лобового сопротивления, коэффициент подъемной силы и коэффициент боковой силы.

Таким образом, аэродинамическая сила  $R$  пропорциональна динамическому давлению, площади характерного сечения тела  $f_M$  и зависит от некоторого безразмерного коэффициента сопротивления  $\Psi$ , соответствующего форме данного тела и условиям его обтекания:

$$R = \Psi \frac{\rho w^2}{2} f_M, \quad (38)$$

где

$$\Psi = \sqrt{\Psi_x^2 + \Psi_y^2 + \Psi_z^2}. \quad (39)$$

При поступательном равномерном движении шара в силу симметрии интегралы (36) и (37) равны нулю и аэродинамическая сила

$$\dot{R} = \dot{X} = -\Psi \rho w \dot{w} f_M / 2. \quad (40)$$

При малых числах Рейнольдса ( $Re < 1$ ) вектор сил напряжения при поступательном движении сферы имеет одно и то же значение  $-3\eta \dot{w}/d$  [14] во всех точках сферы, и аэродинамическая сила определяется законом Стокса:

$$\dot{R} = -3\pi \eta \dot{w} d, \quad (41)$$

а коэффициент сопротивления

$$\Psi = 24/Re. \quad (42)$$

В общем случае на величину коэффициента  $\Psi$  помимо режима обтекания оказывают влияние стесненность движения частицы и ее вращение относительно центра тяжести. Влияние близости стенок трубы или отдельных частиц на характер обтекания и силу сопротивления учитывается поправочным коэффициентом  $E$ . Коэффициент сопротивления частицы, движущейся в стесненных условиях  $\Psi_{ст}$ , определяется через коэффициент сопротивления шара  $\Psi_\infty$ , движущегося при той же относительной скорости в безграничной среде

$$\Psi_{\text{ст}} = \Psi_{\infty} E^{-2}. \quad (43)$$

Известны работы [26,57,13,12], в которых дается количественная оценка поправки  $E$ . Для потока равномерно распределенных частиц, движущихся с постоянной скоростью в трубе, получила распространение формула П.В. Лященко [57,62,91]

$$E = (1 - \beta_1)^n, \quad (44)$$

где  $n$  – экспериментальный коэффициент, изменяющийся от 2,5 до 3,8 и в среднем принимаемый равным 3.

Определение аэродинамической силы для частиц изометрической формы даже при ламинарном режиме течения ( $Re < 0,2$ ) сопряжено с большими математическими трудностями. Поэтому в практике силу сопротивления частиц сравнивают с силой сопротивления шара, эквивалентного частице по объему.

Необходимость изучения аэродинамического взаимодействия компонентов диктуется не только неизученностью в теоретическом плане аэродинамических свойств частиц неправильной формы, но и специфичностью динамики рассматриваемого класса двухкомпонентных потоков.

Движение частиц гравитационного потока сыпучего материала характеризуется микро- и макронеравномерностью. Как осредненный статистический коллектив, поток частиц ускорен в целом под действием гравитационного поля Земли. В результате столкновений со стенками каналов или друг с другом частицы совершают сложные движения с микропульсациями. Как правило, частицы движутся поступательно-вращательно. Ввиду малости сил вязкости воздуха вращательное движение частиц практически не затухает. В полете частица подставляет обтекаемому потоку разные части своей поверхности. Поэтому в качестве миделева сечения может равновероятно служить любая проекция частицы, в отличие от случая движения частицы в более вязкой среде (например, в воде), когда падающая частица ориентирована большей площадью проекции. Это заставляет с большой осторожностью использовать обширные результаты гидродинамических характеристик различных минеральных зерен. Ускоренный процесс движения не позволяет прямо перенести и результаты исследования установившихся потоков при пневмотранспорте твердых частиц.

Как известно, аэродинамическое взаимодействие определяется не только режимом движения частиц, их стесненностью, но и геометрической формой частиц, учет которой сопряжен с известными трудностями. Прежде всего из-за того, что геометрия частиц даже одного и того же сыпучего материала характеризуется большим разнообразием. Можно заранее сказать лишь одно, что в потоке не найдется ни одной пары частиц совершенно одинаковой формы. Это объясняется тем, что разрушение природных минералов носит явно выраженный случайный характер. Поэтому для оценки формы частиц широко используют статистические методы.

Перечень специфических характеристик рассматриваемых потоков будет неполным, если не отметить неравномерность концентраций частиц в потоке. Авторам не

известны работы, посвященные оценке аэродинамических характеристик частиц при градиенте концентрации. А гравитационный поток, например, в широко используемых наклонных желобах, характеризуется не только уменьшением концентрации частиц по пути движения, но и заметной неравномерностью распределения частиц в поперечном сечении.

### 2.2.1. Геометрическая форма

Качественная и количественная оценка формы частицы диктуется характером изучаемых процессов. Так, применительно к инженерным расчетам процессов горной технологии и технических средств ее осуществления получило широкое распространение в качестве количественной оценки формы кусков горных пород соотношение между наибольшими линейными размерами [4,5,6]: длиной (Д), шириной (Ш) и толщиной (Т). Крупность куска, называемая диаметром куска, определяется среднегеометрической величиной

$$d_0 = \sqrt[3]{Д \cdot Ш \cdot Т} \quad (45)$$

В результате огромного количества измерений было установлено соотношение

$$V_q = Д \cdot Ш \cdot Т / 2,2 \quad (46)$$

позволяющее определить взаимосвязь между крупностью куска и эквивалентным диаметром

$$d_3 = \frac{d_0}{1,3} \cdot \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} \approx 0,95d_0 \quad (47)$$

При изучении процессов тепло- и массообмена форму частиц оценивают с помощью коэффициента

$$k_s = (s_q / s_{III})|_{V=idem} \quad (48)$$

учитывающего поверхность частицы  $s_q$ .

Объясняется это тем, что в инженерных расчетах обменных процессов поверхность частицы является одним из основных факторов. Этот же коэффициент используется и при исследованиях аэродинамического взаимодействия частицы [98], хотя здесь основным параметром в силу (38) служит площадь миделева сечения частицы, а не ее поверхность. Последнее обстоятельство детерминировало наш выбор в качестве количественной оценки формы частицы – площадь ее проекции [57]. Аналогичная точка зрения прослеживается также в работе коллектива авторов [41], изучавших сопротивление частиц сыпучих материалов применительно к их гидро-транспорту.

В горнорудном производстве сыпучие материалы по форме частиц относятся к классу острозернистых (исключение составляют железорудные окатыши, имеющие

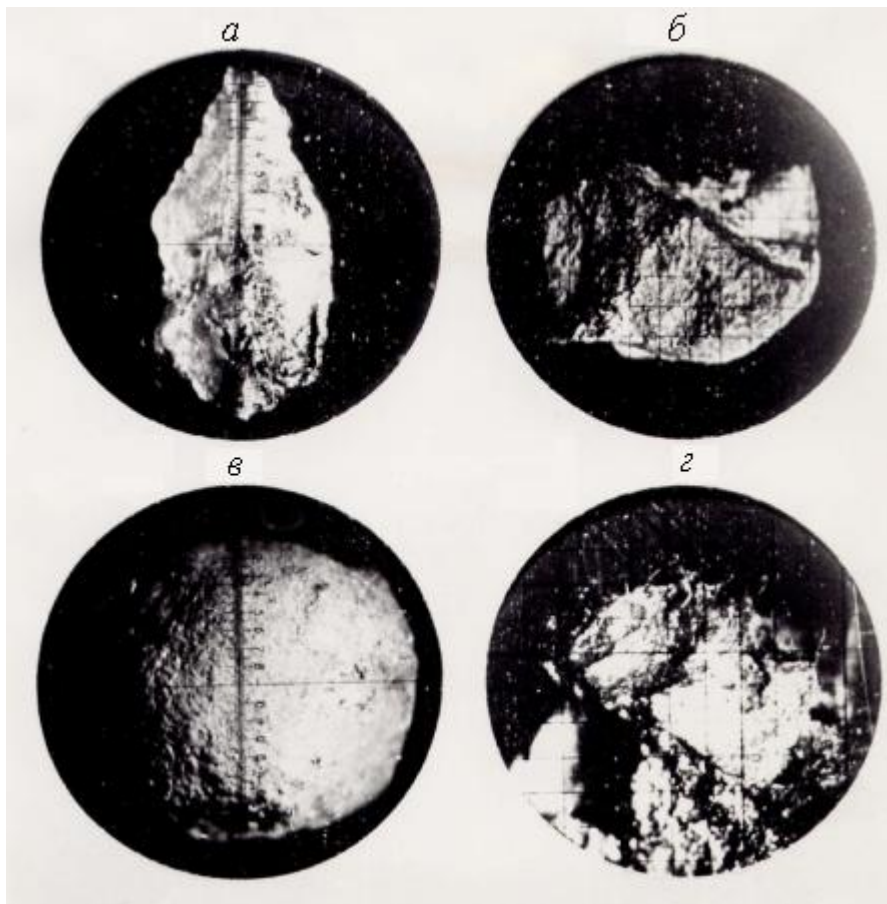
округлую форму) с различной степенью неизометричности. Так как частицы этих материалов достаточно крупные, степень неизометричности может быть определена непосредственным измерением геометрических размеров частиц. Общую крупность частиц будем оценивать величиной эквивалентного диаметра, а степень неизометричности - коэффициентом вариации измеренных площадей проекции:

$$r_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_{qi} - \bar{f}_q)^2}{N \cdot \bar{f}_q^2}}, \quad (49)$$

где  $\bar{f}_q$  – среднеарифметическое значение площади проекции частицы при  $N$  измерениях;  $f_{qi}$  – площадь проекций при  $i$ -м положении частицы.

Площадь проекции при различном положении частицы определяли при помощи окулярного микрометра с установленной в нем сеткой, помещая исследуемую частицу на предметное стекло стереоскопического микроскопа МБС-2. В качестве численного критерия геометрической формы использовали отношение среднеарифметической площади проекции к площади круга диаметром  $d$ ,

$$k_f = \bar{f}_q / \frac{\pi d^2}{4}. \quad (50)$$



Таким образом, исследовали частицы гранита, железной руды, агломерата и окатышей крупностью  $d_3 \leq 20$  мм. Фотографии некоторых из них приведены на рис. 2.10.

В результате обработки полученных данных оказалось, что при увеличении коэффициента вариации измеренных площадей коэффициент формы  $k_f$  растет (рис.2.11 – пунктирная кривая):

$$k_f = (1 - \sqrt{r_f})^{-0.5}. \quad (51)$$

Рис. 2.10. Общий вид частиц гранита (а), железной руды (б), железорудных окатышей (в) и агломерата (г)

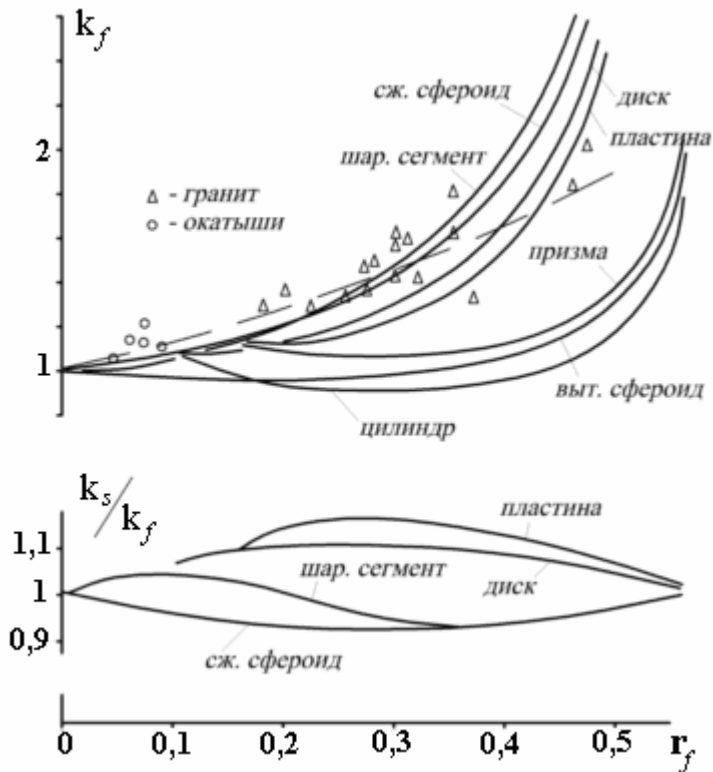


Рис. 2.11. Изменение коэффициента геометрической формы частиц и геометрически правильных тел при увеличении коэффициента вариации площадей проекций

Сравним полученные результаты с формой геометрически правильных тел. Положим, что все значения площади проекции этих тел равновероятно и непрерывно лежат в интервале от минимальной площади ( $f_{\min}$ ) до максимальной ( $f_{\max}$ ). Такое требование может быть выполнено для правильных тел, расположив соответствующим образом плоскость проекции. В таком случае

$$\bar{f}_q = 0,5(f_{\min} + f_{\max}) ; r_f = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} . \quad (52)$$

Определение минимальных и максимальных площадей проекции для некоторых тел, как и их объем и поверхность, не представляет особых затруднений. Таким образом, нами были найдены аналитически уравнения для расчета коэффициентов  $k_f$  и  $k_s$ . Сравнение с экспериментом показывает, что исследованные частицы по форме близки к сжатым геометрически правильным телам, для которых характерно приближенное равенство коэффициентов геометрической формы  $k_f \approx k_s = k_2$ . Последнее важно при сравнении и обобщении экспериментальных результатов.

### 2.2.2. Динамическая форма частицы

Аэродинамическую характеристику частиц определяли измерением скорости витания на экспериментальной установке (рис.2.12), основной рабочей частью которой являлась коническая труба (конусностью  $5^\circ$ ), выполненная из органического стекла. Воздух в трубу поступал через коллектор, входная часть которого была выполнена по лемнискате, и через систему воздухопроводов и компенсационную камеру направлялся к вентилятору.



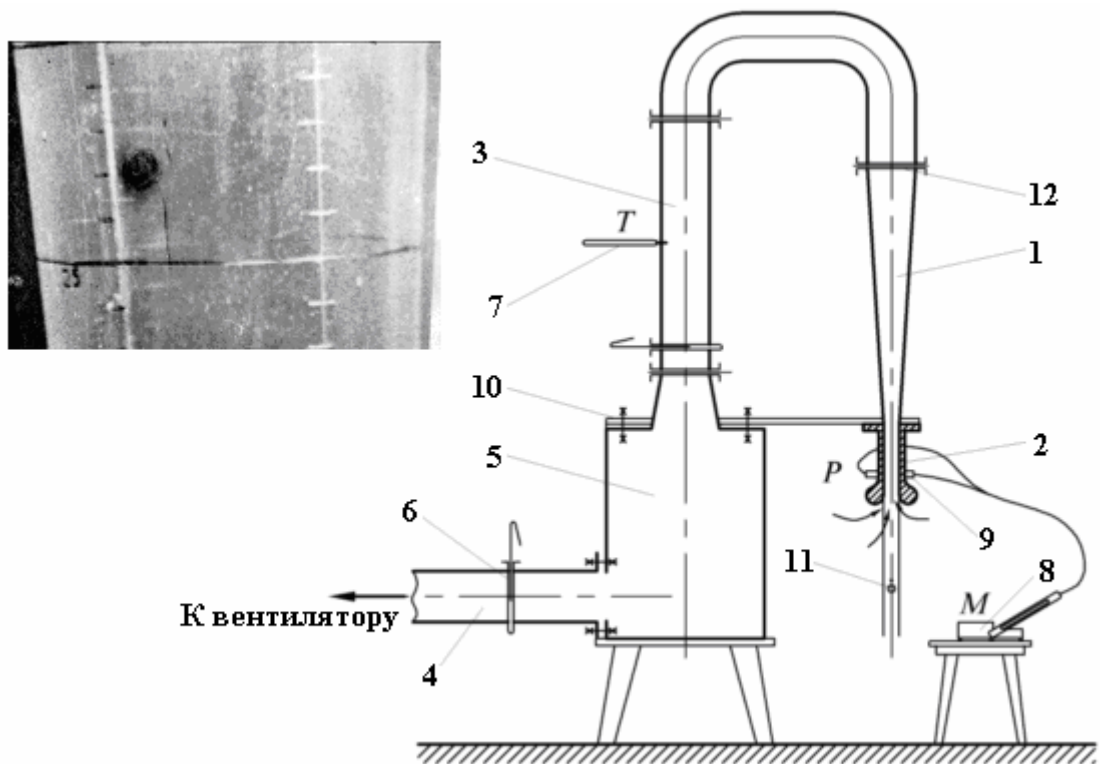


Рис. 2.12. Схема экспериментальной установки для исследования витания твердых частиц:  
 1 – коническая труба; 2 – измерительный коллектор; 3,4 – воздуховоды; 5 – камера;  
 6 – шибер; 7 – термометр; 8 – микроманометр; 9 – штуцеры; 10 – кронштейны;  
 11 – отвес; 12 – решетка

Скорость витания определяли следующим образом. Исследуемая частица помещалась в коллектор, и фиксировались ее «зависающие» положения относительно входного сечения конической трубы ( $x_i$ ). Учитывая наличие пульсаций для повышения точности, производили  $N$  отсчетов расстояний  $x_i$  и за расчетную принимали среднеарифметическую величину  $\bar{x}$ . Количество отсчетов определяли по известным методикам метрологии. По тарировочному графику при известном  $\bar{x}$  определяли отношение ( $K$ ) средней скорости воздуха в сечении, в котором частица «зависала», к средней скорости потока в коллекторе  $u_{\text{кол}}$ . Величина последней определялась при измеренном разрежении в коллекторе ( $P_{\text{кол}}$ ) расчетом по формуле

$$u_{\text{кол}} = \sqrt{\frac{2P_{\text{кол}}}{(1 + \zeta_{\text{кол}})\rho}}, \quad (53)$$

где  $\zeta_{\text{кол}}$  – коэффициент сопротивления коллектора, равный в нашем случае по данным тарировки  $\zeta_{\text{кол}} = 0,0018$ .

Скорость витания определяли по формуле

$$c = K \cdot u_{\text{кол}},$$

а коэффициент сопротивления частиц – из уравнения, определяющего равновесие

витающей частицы

$$\frac{\pi d_3^3}{6} \rho_1 g = \Psi \frac{\pi d_3^2}{4} \cdot \frac{c^2}{2} \rho_2. \quad (54)$$

Поскольку при витании частицы находились в пристенной области, где истинная скорость потока меньше средней, нами производился пересчет коэффициента на местную скорость по методике, предложенной З.Р. Горбисом [26].

Таким образом, были исследованы частицы обожженной руды, известняка, железорудных окатышей, агломерата и стальные шарики. Последние использовали для оценки погрешности методики исследования.

Как показали эксперименты, коэффициент лобового сопротивления в области автомодельности ( $\Psi_0$ ) зависит от коэффициента вариации  $r_f$  (рис.2.13) и определяется в интервале  $0 < r_f < 0,3$  корреляционным соотношением

$$\Psi_0 = 2,24\sqrt{r_f} + 0,43. \quad (55)$$

С учётом уравнения (51)

$$\Psi_0 = 2,24(1 - k_f^{-2}) + 0,43 \quad (56)$$

или

$$\Psi_0 / \Psi_{0ш} = 6,67 - 5,67 k_f^{-2}. \quad (57)$$

Полученные зависимости дают возможность определить коэффициент сопротивления частиц, не прибегая к эксперименту. Определив с помощью микроскопа МБС коэффициент вариации  $r_f$ , по формулам (55) и (51) найдем коэффициент  $\Psi_0$  и  $k_f$ .

При этом нет необходимости в использовании динамического коэффициента формы, с помощью которого сравнивают силу сопротивления частицы с аэродинамической силой шара, эквивалентного частице по объему:

$$k_o = \frac{R}{R_{ш}} \Big|_{V=idem, Re=idem} = \frac{\Psi}{\Psi_{ш}} \Big|_{V=idem, Re=idem} \quad (58)$$

Для этого коэффициента известны следующие соотношения [98,99]:  
в стоксовой области

$$k_{o_{ст}} = (1 + 0,861 \lg k_s^{-1})^{-1} = (1 - 0,373 \ln k_s)^{-1}, \quad (59)$$

в области автомодельности

$$k_o = 12,4 - 11,4 k_s^{-1}. \quad (60)$$

Как видно из графиков (рис.2.13), полученные нами результаты по коэффициен-

ту сопротивления частиц удовлетворительно согласуются в области  $k_s < 1,3$  и  $r_f < 0,3$  с экспериментальными данными Е. Петтиджона и Е. Христансена для частиц изометрической формы.

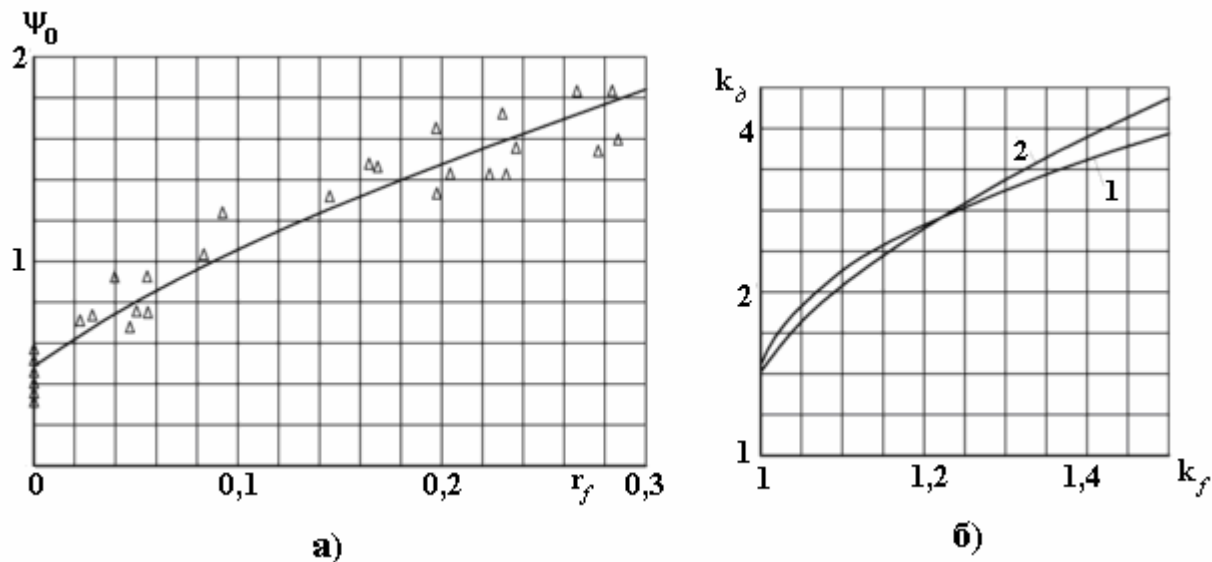


Рис. 2.13. Аэродинамическая характеристика частиц: а) зависимость коэффициента  $\psi_0$  от коэффициента вариации; б) зависимость коэффициента  $k_\delta$  от коэффициента геометрической формы (1 – по данным Е. Петтиджона и Е. Христансена, 2 – по нашим данным)

### 2.2.3. Коэффициент сопротивления

Для получения расчетных соотношений для коэффициента сопротивления в широком диапазоне чисел  $Re$  полученные нами результаты сопоставлялись с данными других авторов, исследовавших аэродинамические свойства частиц иных материалов (рис.2.14)<sup>\*</sup>. Анализ опытных данных и их сопоставление позволяют сделать следующие выводы.

1. Опытные данные для стальных шариков удовлетворительно согласуются с кривой Рэлея, что свидетельствует о достаточной точности использованной нами методики исследований.

2. Коэффициент сопротивления частиц одного и того же материала даже в области автомодельности изменяется в широких пределах, что объясняется различием их геометрической формы. Область автомодельности для частиц неправильной формы наступает раньше, чем для шара, при  $Re_3 \geq 400$  (для шара  $Re \geq 2 \cdot 10^3$ ).

3. По величине коэффициента сопротивления сыпучие материалы можно разделить на две группы (табл.2.1). Первая группа материалов, состоящих из острозернистых частиц, характеризуется большим диапазоном изменения коэффициентов геометрической формы и сопротивления:  $k_r = 1,3 - 2$ ,  $\Psi_0 = 1,2 - 2$ ; вторая – сыпучие материалы округлой формы, для которых  $k_r = 1 - 1,5$ ,  $\Psi_0 = 1 - 1,1$ .

<sup>\*</sup> Поскольку большинство авторов измеряли  $k_s$ , а не  $k_f$ , в дальнейшем коэффициенты  $k_s$  и  $k_f$  отождествлены с  $k_r$ .

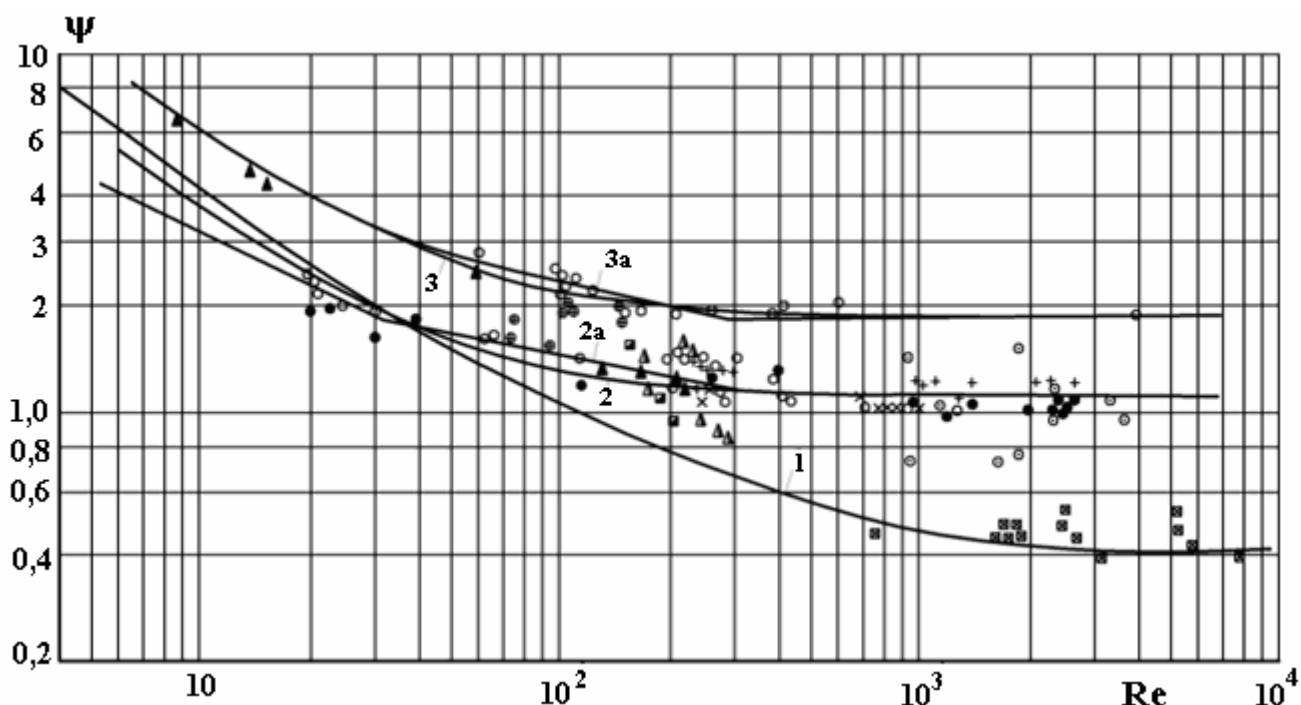


Рис. 2.14. Изменение коэффициента сопротивления твёрдых частиц от числа Рейнольдса:

1 – для шара (кривая Рэлея); 2 – для округлых частиц (по формуле(61) при  $\Psi_0 = 1,1$ );

2а – аппроксимация З.Р. Горбиса; 3 – для острозернистых частиц (по формуле(61) при  $\Psi_0 = 1,8$ );

3а – аппроксимация З.Р. Горбиса;

экспериментальные данные:

Г.Н. Худякова [99] – • кварц  $d_s=0,07-0,845$  мм; З.Р. Горбиса [26,25] – ◐ кварц  $d_s=0,4-1,12$  мм,  
+ графит  $d_s=0,18-2,5$  мм, х – графит  $d_s=0,36-6,74$  мм;

И.А. Вахрушева и А.И. Скобло [16] – ▲ – кокс  $d_s=0,256-1,08$  мм;

авторов – ■ – обожжённая железная руда  $d_s=2,5-4,3$  мм; ⊕ – известняк  $d_s=1,9-3,5$  мм;

⊙ – железорудные окатыши  $d_s=12-24$ мм; ▲ – гранит  $d_s=1,16-3,2$  мм;

⊠ – стальные шарики  $d_s=2-4$ мм

Таблица 2.1

Аэродинамическая характеристика твёрдых частиц

Группа частиц	Наименование материала	$k_r$	$\Psi_0$	Расчётные значения				
				$k_z$	$\Psi_0$	$k_d$	A	a
Острозернистые частицы	Железная руда	1,1-1,4	0,9-1,5	1,3	1,2	1,11	26,6	22,2
	Мелочь железорудных окатышей	1,2-1,4	1,1-1,5	1,3	1,3	1,11	26,6	20,5
	Кварц	1,1-1,7	1,2-2,0	1,4	1,6	1,14	27,4	17,1
	Известняк	1,3-1,7	1,5-2,0	1,5	1,8	1,18	28,3	16,7
	Искусственный графит	1,4-1,9	1-1,6	1,6	1,3	1,21	29,0	22,3
	Гранит	1,3-2,0	1,4-1,9	1,7	1,7	1,25	30,0	17,6
	Антрацит	1,5-2,0	1,4-2,2	1,7	1,8	1,25	30,0	16,7
	Песок острозернистый	1,5-1,9	1,8-2,2 <sup>x</sup>	1,7	2,0	1,25	30,0	15,0
	Угольная пыль	1,6-2,6	1,9-2,5 <sup>x</sup>	2,2	2,2	1,42	34,1	15,5
Округлые частицы	Железорудные окатыши	1,1-1,2	0,8-1,2	1,1	1,0	1,04	25,0	25,0
	Песок морской окатанный	1,15-1,2	1-1,2 <sup>x</sup>	1,15	1,1	1,05	25,2	22,9

<sup>x</sup> Величины определены расчётом по формуле (56).

В результате обобщения опытных данных нами получено следующее соотношение

ние озееновского типа [51,52,70]

$$\Psi = \Psi_0 \left( \frac{a}{\text{Re}} + 1 \right) = \frac{A}{\text{Re}} + B, \quad (61)$$

позволяющее рассчитать с достаточной для практики точностью коэффициент сопротивления частиц практически во всех областях обтекания: в стоксовской, в переходной и в автомодельной областях. Полученное соотношение не только достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными и известными обобщениями З.Р. Горбиса, но и дает возможность сравнительно просто проинтегрировать уравнения динамики частиц. Последнее обстоятельство особенно важно для рассматриваемого нами класса дисперсных частиц, «пробегающих» в своем ускоренном падении все области обтекания.

## 2.3. Падение частицы

### 2.3.1. Движение частицы в потоке воздуха

Уравнение динамики частицы

$$m \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{R} + \mathbf{P}_q \quad (62)$$

в равномерном потоке воздуха ( $u=const$ ) имеет вид

$$V_q \rho_m \dot{\mathbf{x}} = V_q (\rho_m - \rho) \mathbf{g} - \psi f_m \mathbf{w} w \rho / 2. \quad (63)$$

Имея в виду, что

$$\dot{\mathbf{x}} = 0 \quad \text{при} \quad w = c$$

и

$$V_q (\rho_m - \rho) \mathbf{g} = \psi f_m c^2 \rho / 2, \quad (64)$$

уравнение динамики частицы можно записать в более удобном для дальнейшего анализа виде

$$\dot{\mathbf{x}} = (1 - \varepsilon) g \left[ \frac{\mathbf{g}}{g} - \psi w \mathbf{w} / (\psi c^2) \right]. \quad (65)$$

Рассмотрим вертикальное движение частицы ( $g_x/g=1$ ). Преобразуем это уравнение в безразмерное, для чего за характерную скорость примем скорость витания, за характерное время – время релаксации

$$t_\infty = c / (g(1 - \varepsilon)), \quad (66)$$

за характерную длину

$$l_{\infty} = ct_{\infty} = c^2 / (g(1 - \varepsilon)). \quad (67)$$

Полагая

$$\begin{aligned} v_1 = vc \quad ; \quad v_2 = uc \quad ; \quad v_1 - v_2 = \omega c \quad ; \\ t = \tau_{\infty} \quad ; \quad x = hl_{\infty} \quad , \end{aligned} \quad (68)$$

уравнение (65) в этом случае примет вид

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - \frac{\psi}{\psi_c} |\omega| \omega \quad (69)$$

или

$$(\omega + u) \frac{d\omega}{dh} = 1 - \frac{\psi}{\psi_c} |\omega| \omega \quad . \quad (70)$$

Подставляя в эти уравнения общее выражение для коэффициента сопротивления (61), имеем

$$\frac{d\omega}{d\tau} \equiv (\omega + u) \frac{d\omega}{dh} = 1 - \frac{r_c \omega + B\omega|\omega|}{r_c + B} \quad , \quad (71)$$

где для удобства записи положено

$$r_c = A / \text{Re}_c \quad , \quad \text{Re}_c = d_3 c / \nu \quad . \quad (72)$$

Второй член правой части (71) представляет собой силу сопротивления в безразмерном виде

$$\bar{R} = -(r_c \omega + B\omega|\omega|) / (r_c + B) \quad , \quad (73)$$

принимаящую положительное значение при отрицательной относительной скорости частиц.

Интегрирование уравнения (71) не представляет особой трудности. Результаты этого интегрирования при различных начальных условиях представлены в табл. 2.2, где кроме общих уравнений приведены и частные решения. В этой же таблице для упрощения записи положено

$$\varepsilon = \frac{B}{r_c + B} \quad . \quad (74)$$

На рис.2.15 представлены графики изменения относительной скорости частицы, построенные при  $\varepsilon = 0,9$  (максимальное значение для рассматриваемого нами класса

задач) по формулам (25), (26), (31) и (33) табл. 2.2 в области отрицательных значений относительной скорости и по формулам (7), (4), (19) и (16) в области положительных величин этой скорости. Для сравнения показаны соответствующие графики для случая стоксовского обтекания частиц (при этом использованы формулы (13) и (10) табл.2.2) и для случая свободного падения частиц, когда отсутствуют силы сопротивления. В последнем случае правая часть уравнения (71) принималась равной единице и относительная скорость определялась из уравнения

$$\omega^2 - \omega_0^2 + 2u(\omega - \omega_0) = 2(h - h_0). \quad (75)$$

На рис.2.15 приведены также графики изменения ускорения и силы сопротивления. Величину последней для случая свободного падения рассчитывалась по формуле (73), предварительно определив значение относительной скорости по формуле (75).

Анализ этих графиков позволяет принять некоторые положения, упрощающие решение ряда задач аэродинамики гравитационного потока сыпучего материала. Во-первых, относительная скорость частиц с погрешностью не более 15% в области  $h \leq 0,5$ ,  $u \leq 0,5$ ,  $v \leq 0,9$  может быть определена по формуле (75), принимающей простое выражение для определения безразмерной скорости частицы:

$$v = \sqrt{v_n^2 + 2(h - h_0)}. \quad (76)$$

В этой же области с погрешностью не более 20% сила сопротивления может быть найдена по формуле (73) с определением относительной скорости для случая свободного падения частицы.

Во-вторых, в области  $v \leq 0,9$  относительная скорость частицы и сила сопротивления могут быть рассчитаны по формулам для области автомодельности. Участок области  $\omega \approx 0$ , где действует закон Стокса, настолько мал, что можно полагать: движение частицы происходит все время в области автомодельности. Это положение нами широко использовано при описании аэродинамики потока частиц в области  $h \geq 0,5$  (оно хорошо «работает» и в области  $h \leq 0,5$ , но в этом случае проще использовать первое положение).

Рассмотренные здесь результаты получены без учета инерционных составляющих сил сопротивления, возникающих при ускоренном движении частицы.

Таблица 2.2

**Формулы для расчета падения частицы в вертикальном потоке воздуха**

Расчётные формулы	№ формул
1	2

А. При положительной относительной скорости ( $\omega_0 \geq 0$ )

$$\frac{d\omega}{d\tau} \equiv (\omega + u) \frac{d\omega}{dh} = 1 - (1 - \epsilon)\omega - \epsilon\omega^2, \quad 1$$

1	2
---	---

$$\frac{d\tau}{d\omega} = \frac{1}{1 - (1 - \varepsilon)\omega - \varepsilon\omega^2}, \quad 2$$

$$\frac{dh}{d\omega} = \frac{\omega + u}{1 - (1 - \varepsilon)\omega - \varepsilon\omega^2} = \frac{\omega}{1 - (1 - \varepsilon)\omega - \varepsilon\omega^2} + u \frac{d\tau}{d\omega}. \quad 3$$

Интегрируя (2):

$$\frac{1}{\varepsilon + 1} \ln \frac{\varepsilon\omega + 1}{1 - \omega} \cdot \frac{1 - \omega_0}{\varepsilon\omega_0 + 1} = \tau - \tau_0 \quad 4$$

или

$$\omega - \frac{(\varepsilon\omega_0 + 1)e^\Theta - (1 - \omega_0)}{(\varepsilon\omega_0 + 1)e^\Theta + \varepsilon(1 - \omega_0)}, \quad \Theta = (\tau - \tau_0)(\varepsilon + 1). \quad 5$$

Тогда

$$\frac{d\omega}{d\tau} = (\varepsilon + 1)^2 \frac{(\varepsilon\omega_0 + 1)(1 - \omega_0)e^\Theta}{[(\varepsilon\omega_0 + 1)e^\Theta + \varepsilon(1 - \omega_0)]^2}. \quad 6$$

Интегрируя (3):

$$h = h_0 + u(\tau - \tau_0) - \frac{1}{1 + \varepsilon} \left( \ln \frac{1 - \omega}{1 - \omega_0} + \frac{1}{\varepsilon} \ln \frac{\varepsilon\omega + 1}{\varepsilon\omega_0 + 1} \right) \quad 7$$

или

$$h - h_0 = \frac{1}{\varepsilon + 1} \left[ (1 + u) \ln \frac{1 - \omega}{1 - \omega_0} + \left( u_2 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \ln \frac{\varepsilon\omega + 1}{\varepsilon\omega_0 + 1} \right]. \quad 8$$

Частные случаи:

а) В стоксовской области ( $\varepsilon=0$ )

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - \omega; \quad \frac{d\omega}{dh} = \frac{1 - \omega}{\omega + u}. \quad 9$$

Интегрируя первое уравнение системы (9), получим

$$\ln \frac{1 - \omega}{1 - \omega_0} = \tau_0 - \tau \quad 10$$



	1	2
--	---	---

или

$$\omega = 1 - (1 - \omega_0)e^{-\tau + \tau_0} . \quad 11$$

Тогда

$$\frac{d\omega}{d\tau} = (1 - \omega_0)e^{-(\tau - \tau_0)} . \quad 12$$

Интегрируя второе уравнение системы (9), получим

$$h - h_0 = u(\tau - \tau_0) - (\omega - \omega_0) - \ln \frac{1 - \omega}{1 - \omega_0} \quad 13$$

или

$$h - h_0 = (1 + u) \ln \frac{1 - \omega_0}{1 - \omega} - (\omega - \omega_0) = (1 + u)(\tau - \tau_0) - (\omega - \omega_0) . \quad 14$$

б) В области автомодельности ( $\epsilon = 1$ )

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - \omega^2 ; \quad \frac{d\omega}{dh} = \frac{1 - \omega^2}{\omega + u} . \quad 15$$

Интегрируя первое уравнение системы (15), получим

$$\tau - \tau_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{(\omega + 1)(1 - \omega_0)}{(1 - \omega)(1 + \omega_0)} \quad 16$$

или

$$\omega = \text{th}(\tau - \tau_0 + \Theta_0) , \quad \Theta_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \omega_0}{1 - \omega_0} . \quad 17$$

Тогда

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 4 \frac{(1 - \omega_0^2)e^{2(\tau - \tau_0)}}{\left[ (1 + \omega_0)e^{2(\tau - \tau_0)} + (1 - \omega_0) \right]^2} = ch^{-2}(\tau - \tau_0 + \Theta_0) . \quad 18$$

Интегрируя второе уравнение системы (15), получим

$$h - h_0 = u(\tau - \tau_0) - \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \omega^2}{1 - \omega_0^2} , \quad 19$$

1	2
---	---

$$v^2 = 1 - (1 - v_H^2)e^{-2(h-h_0)} \quad \text{при } u = 0$$

или

$$h - h_0 = \frac{u}{2} \ln \frac{(1 + \omega)(1 - \omega_0)}{(1 - \omega)(1 + \omega_0)} - \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \omega^2}{1 - \omega_0^2} . \quad 20$$

**Б.** При отрицательной относительной скорости ( $\omega \leq 0$ ,  $u \geq v$ )

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - (1 - \varepsilon)\omega + \varepsilon\omega^2 , \quad 21$$

$$\frac{d\omega}{dh} = [1 - (1 - \varepsilon)\omega + \varepsilon\omega^2] / (\omega + u) , \quad 22$$

$$\frac{dh}{d\omega} = \frac{\omega + u}{1 - (1 - \varepsilon)\omega + \varepsilon\omega^2} = \left( u + \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \right) \frac{d\tau}{d\omega} + \frac{1}{2\varepsilon} \cdot \frac{2\varepsilon\omega - (1 - \varepsilon)}{1 - (1 - \varepsilon)\omega + \varepsilon\omega^2} , \quad 23$$

$$\frac{d\tau}{d\omega} = \frac{1}{1 - (1 - \varepsilon)\omega + \varepsilon\omega^2} . \quad 24$$

Интегрируя уравнения (23) и (24), получим

$$h - h_0 = \left( \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} + u \right) (\tau - \tau_0) + \frac{1}{2\varepsilon} \ln \frac{1 - (1 - \varepsilon)\omega + \varepsilon\omega^2}{1 - (1 - \varepsilon)\omega_0 + \varepsilon\omega_0^2} , \quad 25$$

$$\tau - \tau_0 = \begin{cases} = \frac{2}{\sqrt{4\varepsilon - (1 - \varepsilon)^2}} \left( \operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon\omega + \varepsilon - 1}{\sqrt{4\varepsilon - (1 - \varepsilon)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon\omega_0 + \varepsilon - 1}{\sqrt{4\varepsilon - (1 - \varepsilon)^2}} \right) & 1 \geq \varepsilon > 3 - 2\sqrt{2} , \quad 26 \end{cases}$$

$$\tau - \tau_0 = \begin{cases} = 2 \left( \frac{1}{2\varepsilon\omega + \varepsilon - 1} - \frac{1}{2\varepsilon\omega_0 + \varepsilon - 1} \right) & \varepsilon = 3 - 2\sqrt{2} , \quad 27 \end{cases}$$

$$\tau - \tau_0 = \begin{cases} = \frac{1}{c} \ln \frac{2\varepsilon\omega + \varepsilon - 1 - c}{2\varepsilon\omega_0 + \varepsilon - 1 - c} \cdot \frac{2\varepsilon\omega_0 + \varepsilon - 1 + c}{2\varepsilon\omega + \varepsilon - 1 + c} , \quad c = \sqrt{(1 - \varepsilon)^2 - 4\varepsilon} & 0 \leq \varepsilon < 3 - 2\sqrt{2} . \quad 28 \end{cases}$$

Частные случаи:

а) В стоксовской области (при  $\varepsilon = 0$ ) имеем тот же результат, что и в первом случае (см. соотношения 9-14).

б) В области автомодельности (при  $\varepsilon = 1$ )

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 + \omega^2 ; \quad \frac{d\omega}{dh} = \frac{1 + \omega^2}{\omega + u} . \quad 29$$

1	2
Интегрируя первое уравнение системы (29), получим	
$\tau - \tau_0 = \arctg \omega - \arctg \omega_0,$	30
$\omega = \operatorname{tg}(\tau - \tau_0 + \arctg \omega_0).$	31
Тогда	
$\frac{d\omega}{d\tau} = \cos^{-2}(\tau - \tau_0 + \arctg \omega_0).$	32
Интегрируя второе уравнение системы (29), получим	
$h - h_0 = u(\tau - \tau_0) + \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \omega^2}{1 + \omega_0^2}$	33

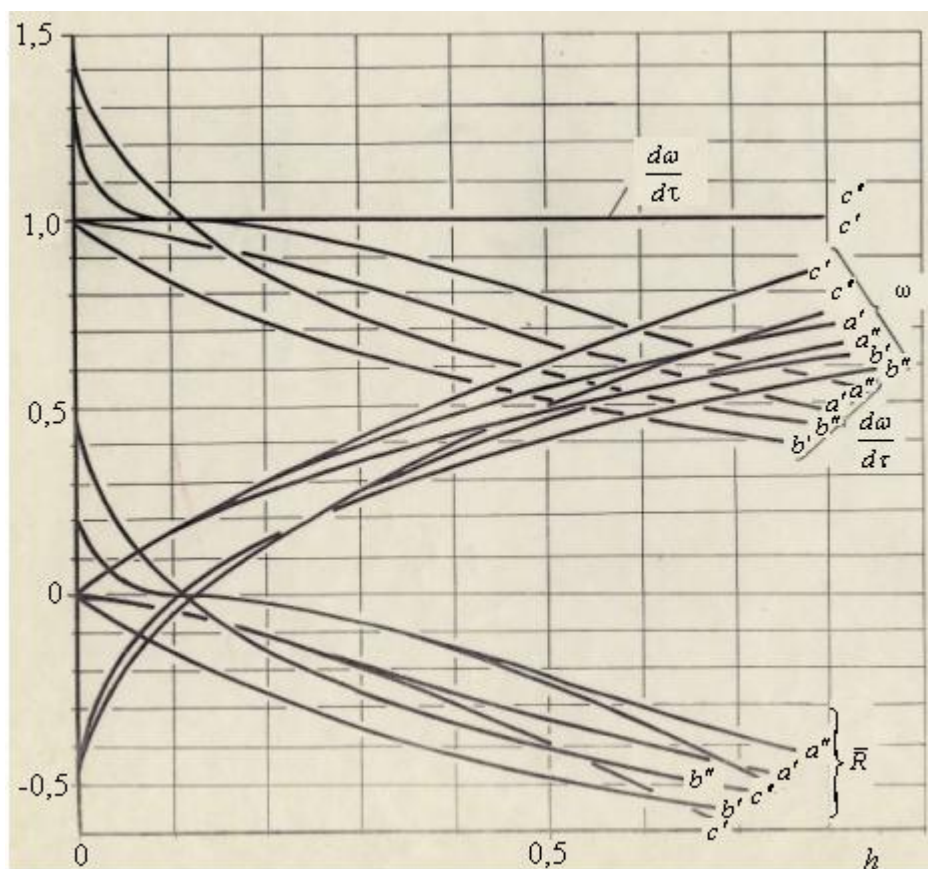


Рис. 2.15. Изменение относительной скорости ( $\omega$ ), ускорения ( $\frac{d\omega}{d\tau}$ ) и силы сопротивления ( $R$ ) при падении частицы в равномерном потоке воздуха ( $u = 0,5$ ;  $v = 0,9$ ; случай  $\omega_0 = 0$  обозначен одним верхним штрихом;  $\omega_0 = -0,5$  – двумя штрихами):  
 $a$  – общий закон сопротивления;  $v$  – закон сопротивления Стокса;  
 $c$  – падение частицы без учёта сопротивления среды

### 2.3.2. Аэродинамическое сопротивление при ускоренном движении частицы

Аэродинамическая сила для ускоренно движущейся частицы отличается от силы аэродинамического взаимодействия частиц с воздухом в установившемся режиме движения на величину, так называемой, силы сопротивления присоединенной массы и на величину «наследственной» силы Бассе, обусловленных нестационарным характером обтекания.

Для шарообразной частицы в области малых чисел Рейнольдса известно следующее соотношение, детально исследованное А. Фортье [96]:

$$\frac{\mathbf{r}}{R} = -3\pi\eta w d - 0,5 \frac{\pi d^3}{6} \rho \frac{d\mathbf{w}}{dt} - 1,5d^2 \rho \sqrt{\pi v} \int_0^t \frac{d\mathbf{w}}{dt} \Big|_{t=\tau} \cdot (t - \tau)^{-0,5} d\tau. \quad (77)$$

Известны другие формы записи уравнения Бассе-Буссинеска-Озеена [12, 97, 114, 17]. Для неустановившегося потока среды это уравнение преобразовано Ченом. Анализ уравнения Чена дан в работах отечественных [12, 97] и зарубежных ученых [90,89,14].

Для области чисел  $Re < 200$  Одаром предложено уравнение [14]

$$\frac{\mathbf{r}}{R} = -\Psi f_m \frac{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}}{2} \rho - c_A \frac{\pi d^3}{6} \rho \frac{d\mathbf{w}}{dt} - c_H \frac{d^2}{4} \rho \sqrt{\pi v} \int_0^t \frac{d\mathbf{w}}{dt} \Big|_{t=\tau} \cdot (t - \tau)^{-0,5} d\tau, \quad (78)$$

где

$$c_A = 1,05 - \frac{0,066}{N_A^2 + 0,12} ; \quad c_H = 2,88 + \frac{3,12}{(N_A + 1)^3} ; \quad N_A = \frac{u^2}{\frac{dw}{dt} \cdot d}. \quad (79)$$

В работах [97, 14, 90, 96] убедительно показано, что при движении твердых частиц в воздухе ( $\rho \ll \rho_m$ ) при определении скорости падения частиц вторым и третьим членами равенств (77) и (78) можно пренебречь и динамику частицы описывает уравнение (65).

Оценим влияния этих дополнительных членов на величину аэродинамической силы<sup>\*)</sup>. Незначительность влияния дополнительных членов на величину скорости не является достаточным основанием пренебрегать инерционными поправками на силу динамического взаимодействия. Как мы видели при анализе скорости падения частицы даже в области  $h < 0,5$ , сила сопротивления имеет заметную величину.

Оценку выполним для наиболее характерного случая прямого движения частицы в равномерном нисходящем потоке воздуха с нулевой относительной скоростью в начале падения частицы:

$$V_u \rho_m \frac{dw}{dt} = V_u (\rho_m - \rho) g - 3\pi\eta w d - 0,5 V_u \rho \frac{dw}{dt} - 1,5d^2 \rho \sqrt{\pi v} \int_0^t \frac{dw}{dt} \Big|_{t=z} \cdot \frac{dz}{\sqrt{t-z}}. \quad (80)$$

<sup>\*)</sup> Оценка аэродинамической силы для простейшего случая равноускоренного движения выполнена А. Фортье [96].

А в переходной области

$$V_u \rho_m \frac{dw}{dt} = V_u (\rho_m - \rho) g - \psi f_M \frac{w^2}{2} \rho - c_A V_u \rho \frac{dw}{dt} - c_H \frac{d^2}{4} \rho \sqrt{\pi v} \int_0^t \frac{dw}{dt} \Big|_{t=z} \cdot \frac{dz}{\sqrt{t-z}} \quad (81)$$

С помощью безразмерных величин  $h, \tau, \omega$ , определяемых соотношениями (68), (67) и (66), уравнения (80) и (81) можно представить в следующем виде

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - \omega - 0,5\varepsilon \frac{d\omega}{d\tau} - \frac{9}{\sqrt{\pi}} \varepsilon \sqrt{\frac{vt_\infty}{d^2}} \int_0^\tau \frac{d\omega}{d\tau} \Big|_{\tau=\xi} \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}}, \quad (82)$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - \frac{\psi}{\psi_c} \omega^2 - c_A \varepsilon \frac{d\omega}{d\tau} - c_H \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \varepsilon \sqrt{\frac{vt_\infty}{d^2}} \int_0^\tau \frac{d\omega}{d\tau} \Big|_{\tau=\xi} \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}}, \quad (83)$$

легко преобразуемые при  $\varepsilon \rightarrow 0$  в уже исследованные уравнения (9) и (1) табл.2.2.

Учитывая, что

$$\frac{vt_\infty}{d^2} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{St}}, \quad (84)$$

где  $\text{St}$  – так называемое число Струхала, характеризующее нестационарность через кинематические параметры [65], равно

$$\text{St} = \frac{d}{ct_\infty}, \quad \text{Re} = \frac{cd}{\nu}. \quad (85)$$

Последнее уравнение с учетом (61) перепишем в виде

$$\frac{d\omega}{d\tau} = 1 - \frac{r_c \omega + B\omega^2}{r_c + B} - c_A \varepsilon \frac{d\omega}{d\tau} - c_H \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \frac{\varepsilon}{\sqrt{\text{Re} \cdot \text{St}}} \int_0^\tau \frac{d\omega}{d\tau} \Big|_{\tau=\xi} \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}}. \quad (86)$$

В области стоксовского обтекания

$$\text{Re} \cdot \text{St} = 18\varepsilon, \quad (87)$$

и уравнение (82) станет

$$\omega'(\tau) = 1 - \omega(\tau) - 0,5\varepsilon \omega'(\tau) - \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\tau \frac{\omega'(\xi) d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}}. \quad (88)$$

Здесь для удобства записи верхним штрихом обозначена производная по  $\tau$ , а в скобках указан аргумент искомой функции  $\omega$ .

Для дальнейшего анализа преобразуем интегро-дифференциальное уравнение

(88) в дифференциальное. Для этого разделим обе части уравнения на  $\sqrt{x-\tau}$ , где  $x$  – произвольная независимая переменная, проинтегрируем по  $\tau$  в пределах от 0 до  $x$ :

$$(1 + 0,5\varepsilon)J_1(x) = J_2(x) - \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \cdot J_3(x) , \quad (89)$$

а затем полученный результат продифференцируем по  $x$

$$(1 + 0,5\varepsilon) \frac{dJ_1(x)}{dx} = \frac{dJ_2(x)}{dx} - \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \frac{dJ_3(x)}{dx} , \quad (90)$$

где для упрощения записи обозначено

$$J_1(x) = \int_0^x \frac{\omega'(\tau)d\tau}{\sqrt{x-\tau}} ; \quad J_2(x) = \int_0^x \frac{1-\omega(\tau)}{\sqrt{x-\tau}} d\tau ; \quad J_3(x) = \int_0^x \left( \int_0^\tau \frac{\omega'(\xi)d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}} \right) \frac{d\tau}{\sqrt{x-\tau}} . \quad (91)$$

Рассмотрим каждый интеграл и найдем производную от него по верхнему пределу. В силу исходного уравнения (88):

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{3\sqrt{\varepsilon}} \{ [1-\omega(\tau)] - (1+0,5\varepsilon)\omega'(\tau) \} = \int_0^\tau \frac{\omega'(\xi)d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}} . \quad (92)$$

Выполним последовательно две замены независимых переменных в этом уравнении (полагая вначале  $\tau = x$ , а затем  $\xi = \tau$ ), получим следующее выражение для первого интеграла

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{3\sqrt{\varepsilon}} \{ [1-\omega(x)] - (1+0,5\varepsilon)\omega'(x) \} = \int_0^x \frac{\omega'(\tau)d\tau}{\sqrt{x-\tau}} \equiv J_1(x) , \quad (93)$$

откуда найдём производную

$$\frac{dJ_1(x)}{dx} = -\frac{\sqrt{2\pi}}{3\sqrt{\varepsilon}} \left[ \frac{d\omega(x)}{dx} + (1+0,5\varepsilon) \frac{d\omega'(x)}{dx} \right] . \quad (94)$$

Второй интеграл несложно преобразовать интегрированием по частям. С учётом того, что  $\omega(0) = 0$ , имеем

$$J_2(x) = 2\sqrt{x} - 2 \int_0^x \omega'(\tau)\sqrt{x-\tau} d\tau . \quad (95)$$

Производная будет иметь вид

$$\frac{dJ_2(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \int_0^x \frac{\omega'(\tau)}{\sqrt{x-\tau}} d\tau \quad (96)$$

или с учетом (93)

$$\frac{dJ_2(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{2\pi}}{2\sqrt{\varepsilon}} \{ [1 - \omega(x)] - (1 + 0,5\varepsilon) \cdot \omega'(x) \}. \quad (97)$$

Значение третьего интеграла найдем, применив формулу Дирихле для двойного интеграла [88]:

$$J_3(x) = \int_0^x \left( \int_{\xi}^x \frac{d\tau}{\sqrt{(\tau-\xi)(x-\tau)}} \right) \omega'(\xi) d\xi = \pi \int_0^x \omega'(\xi) d\xi, \quad (98)$$

и тогда

$$\frac{dJ_3(x)}{dx} = \pi \omega'(x). \quad (99)$$

Подставляя полученные значения производных в уравнение (90) и учитывая произвольность выбора переменной  $x$  (и поэтому можно положить  $x = \tau$ ), после несложных алгебраических преобразований получим следующее линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$(1 + 0,5\varepsilon)^2 \omega'' + (2 - 3,5\varepsilon) \omega' + \omega = 1 - \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau}}. \quad (100)$$

В работе [96] приведено аналогичное уравнение без вывода для случая падения частицы в неподвижном воздухе, при этом исследовано решение в области  $\varepsilon > \frac{5}{8}$ ,  $\varepsilon = \frac{5}{8}$  и  $\varepsilon < \frac{5}{8}$ . Рассматриваемая нами задача движения частицы в потоке воздуха характерна тем, что  $\varepsilon \ll 1$ .

Решение уравнения (100) при начальных условиях  $\omega'(0) = \omega(0) = 0$  имеет вид

$$\omega = \frac{1}{a} e^{-\varepsilon\tau} \cdot \sin a\tau + c \int_0^{\tau} \left( 1 - \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi\xi}} \right) e^{\varepsilon(\xi-\tau)} \cdot \sin a(\tau - \xi) d\xi \quad (101)$$

или

$$\omega = 1 - e^{-\varepsilon\tau} \left( \cos a\tau - \frac{1-\varepsilon}{a} \sin a\tau \right) - c \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\tau} \frac{e^{\varepsilon(\xi-\tau)}}{\sqrt{\xi}} \sin a(\tau - \xi) d\xi, \quad (102)$$

где постоянные  $a$ ,  $\nu$ ,  $c$  связаны с относительной плотностью среды соотношениями:

$$a = \frac{3\sqrt{\varepsilon(8-5\varepsilon)}}{(2+\varepsilon)^2} \approx \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{21}{16}\varepsilon\right) \approx \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2}} ; \quad (103)$$

$$\nu = \frac{4-7\varepsilon}{(2+\varepsilon)^2} \approx 1-2,75\varepsilon \approx 1 ; \quad c = \frac{4}{3\sqrt{\varepsilon(8-5\varepsilon)}} \approx \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{\varepsilon}} \left(1 + \frac{5}{16}\varepsilon\right) \approx \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{\varepsilon}}. \quad (104)$$

Учитывая малость  $a$  (при этом  $\sin a(\tau - \xi) \approx a(\tau - \xi)$ ), уравнение (101) можно представить в следующем удобном для расчета виде:

$$\omega = 1 - e^{-\varepsilon\tau} \left( \cos a\tau - \frac{1-\nu}{a} \sin a\tau \right) - \frac{ac}{\sqrt{\nu^3}} \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \left[ (2\nu\tau + 1)W - \sqrt{\nu\tau} \right], \quad (105)$$

где  $W$  – затабулированная функция аргумента  $\sqrt{\nu\tau}$  [38]

$$W = e^{-\varepsilon\tau} \int_0^{\sqrt{\nu\tau}} e^{x^2} dx. \quad (106)$$

Для ускорения относительного движения имеем

$$\frac{d\omega}{d\tau} = e^{-\varepsilon\tau} \left[ \cos a\tau + \frac{a^2 + \nu^2 - \nu}{a} \sin a\tau \right] + \frac{ac}{\sqrt{\nu}} \frac{3\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi}} \left[ (2\nu\tau - 1)W - \sqrt{\nu\tau} \right]. \quad (107)$$

На рис.2.16 показаны графики изменения аэродинамической силы во времени при падении частицы в области стоксовского обтекания. Там же представлены оценки для общего случая движения частиц в соответствии с (86). При построении графиков этого уравнения использовали приближенный метод: в правой части скорость и ускорение принималась в соответствии с соотношениями (5) и (6) табл.2.2.

$$\left. \frac{d\omega}{d\tau} \right|_{\tau=\xi} = (\nu+1)^2 \left. \frac{e^{\tau(\nu+1)}}{[e^{\tau(\nu+1)} + \nu]^2} \right|_{\tau=\xi} = n^2 \frac{e^{n\xi}}{(e^{n\xi} + n-1)^2} ; \quad n = \nu + 1 \quad (108)$$

и тогда

$$J(\tau) \equiv \int_0^{\tau} \left. \frac{d\omega}{d\tau} \right|_{\tau=\xi} \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{\tau-\xi}} = 2n\sqrt{n} \int_0^{\sqrt{n\tau}} \frac{e^{n\tau} e^{-x^2}}{[e^{n\tau} e^{-x^2} + n-1]^2} dx. \quad (109)$$

Отсюда частные случаи: в области Стокса ( $\nu = 0, n = 1$ )

$$J(\tau) = 2e^{-\tau} \int_0^{\sqrt{\tau}} e^{x^2} dx = 2W(\sqrt{\tau}), \quad (110)$$



в области автомодельности ( $\epsilon = 1, n = 2$ )

$$J(\tau) = 4\sqrt{2} \int_0^{\sqrt{2\tau}} \frac{e^{2\tau} \cdot e^{-x^2} dx}{[1 + e^{2\tau} \cdot e^{-x^2}]^2} \approx 4\sqrt{2} [W(\sqrt{2\tau}) - \sqrt{2}W(2\sqrt{\tau})]. \quad (111)$$

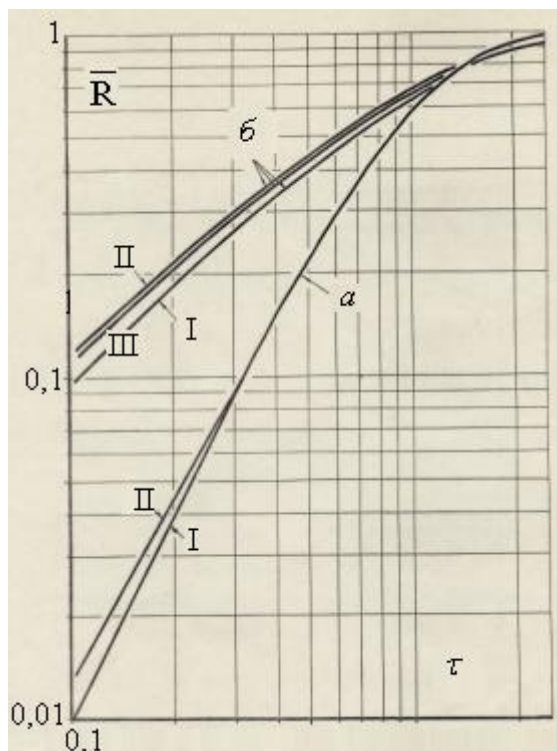


Рис.2.16. Изменение аэродинамической силы падающей частицы (а – в области автомодельности; б – в области Стокса): I – без учета инерционных составляющих; II – с учетом этих составляющих приближенным методом; III – с точным учетом инерционных составляющих

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Приближенный метод удовлетворительно описывает процесс падения частицы на всех его стадиях.

2. Инерционные составляющие имеют существенное значение лишь в начальный момент, в момент трогания частицы  $\tau < 0,1$  ( $h \leq 0,1$ ), т.е. на небольшом интервале пути падения, когда сила сопротивления в силу малости скорости пренебрежимо мала.

Последнее обстоятельство позволяет при количественном описании аэродинамики потока частиц пренебречь инерционными составляющими аэродинамической силы.

#### 2.4. Методика оценки аэродинамической характеристики гравитационного потока частиц

При оценке аэродинамической силы коллектива частиц обычно используются два метода. Первый, основанный на измерении установившейся скорости осаждения, обычно применяется при исследовании гравитационных процессов обогащения полезных ископаемых. Второй, широко используемый при исследовании аэродинамических сопротивлений различных тел в канале, основан на измерении сопротивления стационарных «решеток» частиц. Для определения аэродинамического сопротивления неустановившегося потока частиц нами применен новый метод, основанный на измерении давлений в канале во время падения частиц. При этом использованы положительные качества известных методов, а именно: «невмешательство» в естественный процесс падения частиц, характерное для первого метода, и простота измерений второго метода. Таким образом, простыми средствами измерений удастся

оценить процесс динамического взаимодействия потока частиц и воздуха, не нарушая сложный механизм движения отдельных частиц и тем самым экспериментально учитывая ряд факторов, не поддающихся теоретическому описанию (флуктуация концентрации, вращательное движение частиц, пульсация скорости, соударение частиц и т.п.).

### 2.4.1. Изменение давления в канале

Рассмотрим изменение давления в вертикальном канале при падении в нем равномерно распределенных по сечению частиц одинаковой крупности.

Положим:

- в канале отсутствует направленное движение воздуха;
- пульсации скоростей пренебрежимо малы;
- поток частиц стационарен, одномерен;
- тепло-массообмен между частицами и воздухом отсутствует;
- начало оси  $ox$  совпадает с началом канала, а ее положительное направление – с направлением падения частиц;
- концентрация частиц мала ( $\beta_1 \ll 1$ ;  $\beta \approx 1$ );
- столкновение падающих частиц не происходит.

Пренебрегая пульсационными моментами, уравнения динамики такого потока (в силу уравнений (78), (90) приложения 1) имеют вид:

для потока частиц

$$\frac{d\beta_1\rho_1v_1}{dx} = 0, \quad (112)$$

$$\frac{d}{dx}\beta_1\rho_1v_1^2 = \beta_1\rho_1g + \frac{\beta_1}{V_q}R_{21} \quad (113)$$

или с учетом (112)

$$\beta_1\rho_1v_1 \frac{dv_1}{dx} = \beta_1\rho_1g + \frac{\beta_1}{V_q}R_{21}; \quad (114)$$

для неподвижного воздуха в канале

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\beta_1}{V_q}R_{12}. \quad (115)$$

Из уравнения (112) получим очевидное соотношение для расхода частиц

$$G_1 = \beta_1\rho_1v_1S. \quad (116)$$

Силу воздействия воздуха на частицу с учетом стесненности запишем в виде

$$R_{21} = -\frac{\psi}{E^2} f_M \frac{v_1^2}{2} \rho, \quad (117)$$

причем коэффициент  $1/E^2$ , учитывая малость объемной концентрации частиц, выразим полиномом второго порядка

$$1/E^2 = 1/(1-\beta_1)^{2n} \approx 1 + a\beta_1 + b\beta_1^2, \quad (118)$$

обеспечивающим достаточно хорошую аппроксимацию формулы П.В. Лященко в области  $\beta_1 < 0,15$  (погрешность не превышает 10% при  $n = 3$ ,  $a = 6$ ,  $b = 21$ ; при тех же значениях  $n$ ,  $a$  и  $b$  в области  $\beta_1 < 0,1$  погрешность не более 4%).

С целью упрощения записи уравнений, их решения и для удобства дальнейшего сравнения с экспериментом преобразуем их в безразмерные, используя в отличие от соотношения (67) несколько упрощенные выражения для характерной длины и скорости

$$l_\infty = \frac{c^2}{g} ; \quad c = \sqrt{\frac{2V_u \rho_1 g}{\psi f_M \rho}} ; \quad (119)$$

$$x = hl_\infty ; \quad v_1 = vc . \quad (120)$$

За характерное давление примем

$$P_\infty = \rho_1 c^2, \quad (121)$$

тогда

$$P = \bar{P} P_\infty . \quad (122)$$

Уравнения (114) и (115) примут вид

$$v \frac{dv}{dh} = 1 - v^2 (1 + a\beta_1 + b\beta_1^2), \quad (123)$$

$$\frac{d\bar{P}}{dh} = \beta_1 v^2 (1 + a\beta_1 + b\beta_1^2), \quad (124)$$

для замыкания которых можем на основании (116) записать следующее соотношение

$$v\beta_1 = A \equiv \frac{G_1}{\rho_1 c S}. \quad (125)$$

При начальных условиях

$$\bar{P} = \bar{P}_a, \quad v = v_0 \quad \text{при} \quad h = 0, \quad (126)$$

решение системы уравнений (123), (124) имеет вид

$$h = -\frac{1}{2} \ln \frac{(1 - \varepsilon A^2) - aAv - v^2}{(1 - \varepsilon A^2) - aAv_0 - v_0^2} - \frac{1}{2} aAJ, \quad (127)$$

$$\mathbf{P} = v_0 - v + J, \quad (128)$$

где

$$J = \int_{v_0}^v \frac{dv}{(1 - \varepsilon A^2) - aAv - v^2} = -\Delta^{-0,5} \ln \frac{2v + aA - \sqrt{\Delta}}{2v + aA + \sqrt{\Delta}} \cdot \frac{2v_0 + aA + \sqrt{\Delta}}{2v_0 + aA - \sqrt{\Delta}}, \quad (129)$$

$$\Delta = 4 + A^2(a^2 - 4\varepsilon), \quad (130)$$

$$\mathbf{P} = \frac{P - P_a}{P_\infty A} = \frac{P - P_a}{Gc/S}, \quad (131)$$

$P_a$  – атмосферное давление (давление вне трубы), Па.

Откуда, в частности, без учета стесненности ( $a = 0$ ;  $\varepsilon = 0$ )

$$v = \sqrt{1 - (1 - v_0^2)e^{-2h}}, \quad (132)$$

$$\mathbf{P} = v_0 - v - \frac{1}{2} \ln \frac{1 - v}{1 + v} \cdot \frac{1 + v_0}{1 - v_0}. \quad (133)$$

Более простой вид решения получим, пренебрегая влиянием сопротивления среды на скорость движения частицы, т.е. полагая

$$v \frac{dv}{dh} = 1. \quad (134)$$

В этом случае, интегрируя уравнение (124) с учётом (134), имеем

$$\mathbf{P} = \frac{v^3 - v_0^3}{3} + aAh + \varepsilon A^2(v - v_0), \quad v = \sqrt{2h + v_0^2}. \quad (135)$$

Как видно из графиков рис.2.17, построенных в соответствии с полученными результатами, стесненность при малых начальных скоростях потока играет заметную роль лишь в области разгона потока при  $h < 0,1$ . Кроме того, в области  $h < 0,5$ , где пренебрежимо мало влияние сопротивления среды на скорость частиц, распределение давления может быть достаточно точно описано простым соотношением (135). При этом удастся исследовать влияние стесненности и в области больших объемных концентраций. Действительно, при условии (134) нет необходимости в замене поправочного коэффициента П.В. Лященко полиномом, так как уравнение (даже при

$$\beta_2 = 1 - \beta_1)$$

$$(1 - \beta_1) \frac{dP}{dh} = \frac{v}{(1 - \beta_1)^6} \quad (136)$$

легко интегрируется:

$$P = A^3 \left[ (t^3 - t_0^3)/3 + 4,5(t^2 - t_0^2) + 36(t - t_0) + 84 \ln \frac{t}{t_0} - 126(u - u_0) - 63(u^2 - u_0^2) - 28(u^3 - u_0^3) - 9(u^4 - u_0^4) - 9/5(u^5 - u_0^5) - 1/6(u^6 - u_0^6) \right], \quad (137)$$

где для простоты записи принято

$$1/u = t = (v - A)/A, \quad 1/u_0 = t_0 = (v_0 - A)/A. \quad (138)$$

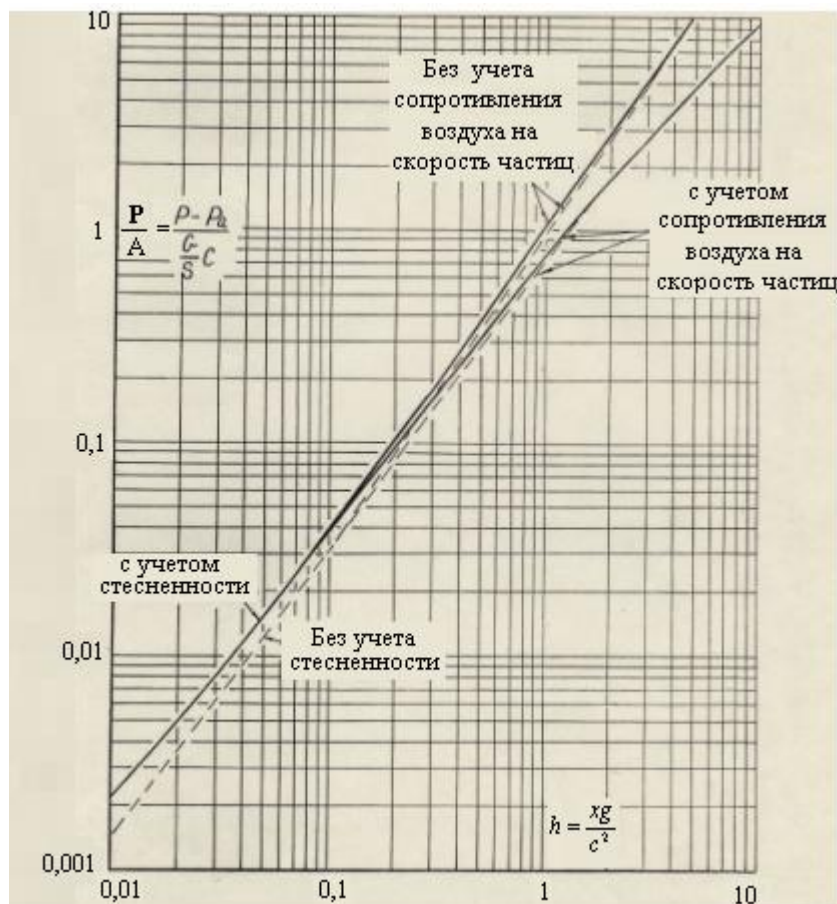


Рис. 2.17. Изменение давления по длине вертикального канала (при  $v_0 = 0,1$ ;  $\beta_0 = 0,1$ )

Анализ кривых распределения давления, построенных по формуле (137) и представленных на рис.2.18, позволяет сделать следующие выводы.

1. При малых начальных скоростях потока ( $v_0 < 0,01$ ) стесненность практически не оказывает влияния на распределение давления по длине трубы за исключением небольшого начального участка. Величина давления может быть определена по формуле

$$P = (v^3 - v_0^3)/3, \quad v = \sqrt{2h + v_0^2}. \quad (139)$$

2. В области  $\beta_0 < 0,01$  влиянием стесненности можно пренебречь и при больших начальных скоростях потока. Расчеты распределения давления намного упрощаются: при  $h < 0,5$  – по формуле (139); при больших  $h$  – по формуле (135).

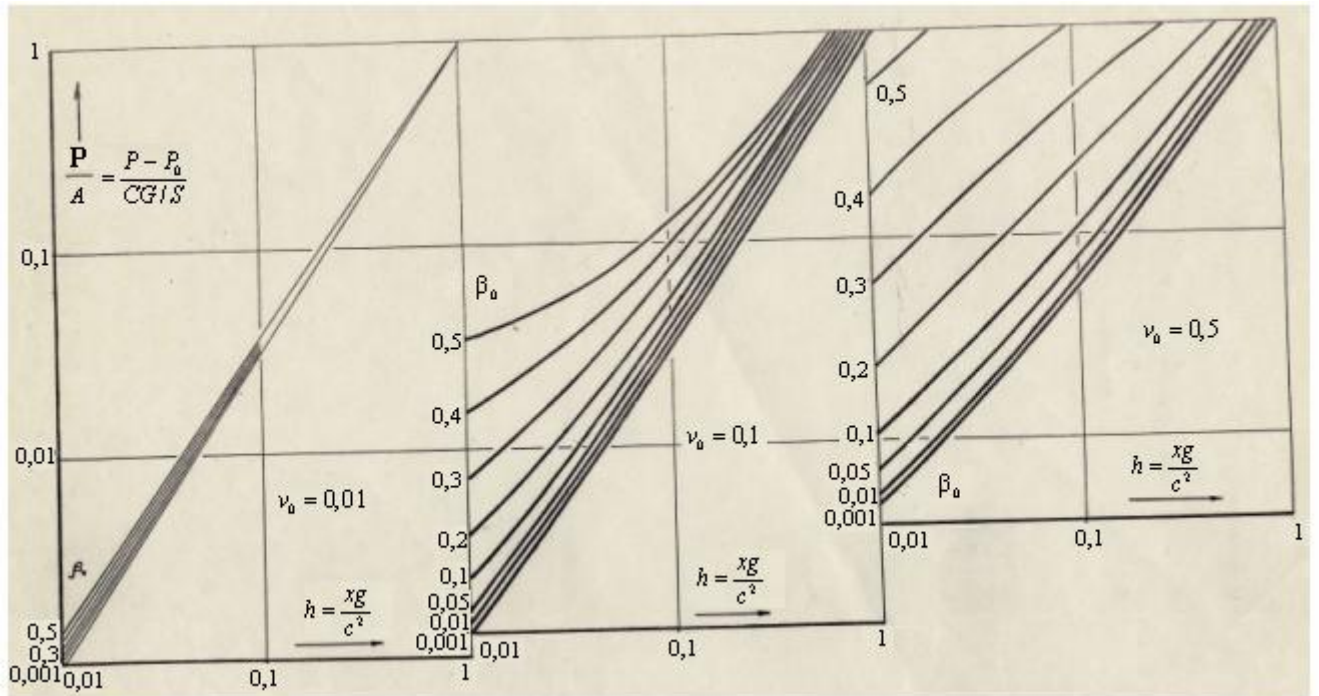


Рис. 2.18. Изменение давления в вертикальной трубе при различных начальных значениях скорости и объёмной концентрации частиц

Эти формулы могут быть использованы при расчете давлений и при других начальных условиях. Например, если верхний конец трубы герметичен (относительно воздуха), а нижний – открыт, то в качестве начальных условий для давления имеем

$$\mathbf{P} = 0 \quad \text{при} \quad h = h_k = \frac{lg}{c^2}, \quad (140)$$

а распределение давления

$$\mathbf{P} = \left[ \left( \sqrt{2h + v_0^2} \right)^3 - \left( \sqrt{2h_k + v_0^2} \right)^3 \right] / 3, \quad (141)$$

т.е. вся труба находится под разрежением, величина которого достигает максимального значения в начале трубы

$$\mathbf{P}_0 = - \left[ \left( \sqrt{2h_k + v_0^2} \right)^3 - v_0^3 \right] / 3. \quad (142)$$

Интересен случай, когда герметичны оба конца трубы:

$$\mathbf{P} = \left[ \left( \sqrt{2h + v_0^2} \right)^3 - \left( \sqrt{2h_m + v_0^2} \right)^3 \right] / 3. \quad (143)$$

Тогда верхняя часть трубы находится под разрежением, а нижняя – под избыточным давлением. Экстремальные значения давления в начале

$$P_H = - \left[ \left( \sqrt{2h_m + v_0^2} \right)^3 - v_0^3 \right] / 3 \quad (144)$$

и конце трубы

$$P_K = \left[ \left( \sqrt{2h_k + v_0^2} \right)^3 - \left( \sqrt{2h_m + v_0^2} \right)^3 \right] / 3, \quad (145)$$

а на расстоянии  $h = h_m$  ( $h_m = l_m g / c^2$ ) имеем «нулевое» давление. Таким образом, происходит перераспределение давления.

На основании уравнения состояния идеального газа запишем

$$\int_0^h P dh = 0. \quad (146)$$

С учетом этого найдем

$$h_m = 0,5 \left[ \sqrt[3]{0,04 \frac{\left( \sqrt{(2h_k + v_0^2)^5 - v_0^5} \right)^2}{h_k^2}} - v_0^2 \right]. \quad (147)$$

В частности, при  $v_0 = 0$  имеем  $h_m / h_k = 0,54$ .

Измеряя давление в каком-либо сечении, например, в конце трубы (здесь давление наибольшее, а поэтому его можно измерить достаточно точно простейшими приборами), и сравнивая с расчетным, можем найти скорость витания или коэффициент сопротивления частицы в потоке.

Так, при измеренном  $P_k - P_a$  из соотношения (139) найдем

$$c^2 = \frac{G}{S} \cdot \frac{\sqrt{(2gl + v_{10}^2)^3 - v_{10}^3}}{3(P_k - P_a)} \quad (148)$$

или, учитывая (119),

$$\Psi = 4 \frac{d_3 \rho_1 g}{G \rho \left[ \left( \sqrt{2gl + v_{10}^2} \right)^3 - v_{10}^3 \right]} (P_k - P_a) \cdot S. \quad (149)$$

При решении некоторых прикладных задач можно использовать полученные соотношения для определения коэффициента  $\Psi$  и при длине  $l/l_\infty > 0,5$ , а также в области стесненного движения потока (при  $\beta_0 > 0,01$ ). Допускаемая при этом некоторая некорректность автоматически коррелируется коэффициентом  $\Psi$ .

#### 2.4.2. Экспериментальная апробация метода определения коэффициента сопротивления частиц

Апробация описанного метода определения аэродинамической характеристики частиц в потоке была осуществлена при исследовании аэродинамики потока капель воды в вертикальной трубе. Применение водяных капель повышает достоверность полученных результатов и существенно упрощает проведение экспериментов за счет обеспечения равномерного распределения частиц по поперечному сечению потока (что соответствует теоретической модели) и постоянства и стабильности расхода материала. В качестве генератора капель использовался призматический сосуд с деревянным днищем. В днище по кругу диаметром 0,3 м равномерно были просверлены отверстия, в которые вставлены капилляры с внутренним радиусом 0,4 мм. Постоянство расхода обеспечивалось поддержанием в сосуде определенного уровня воды. Исследования проводились при расходе от 0,05 до 0,18 кг/с, при этом на концах капилляров наблюдалось устойчивое каплеобразование. Диаметр капель составлял 3 мм (скорость витания при  $\Psi_0 = 0,5$  составляет 7,8 м/с), число Вебера  $We = \rho_2 d c^2 / 2\sigma = 1,5$  (при поверхностном натяжении воды  $\sigma = 0,0728$  Н/м), т.е. меньше критического, и дробление их в опытах не происходило.

Генератор капель помещался над вертикально установленной трубой, нижний конец которой помещался в ванну с водой (таким образом обеспечивалась герметизация нижней части трубы). Проводились две серии экспериментов. В первой – труба имела высоту 2 м и диаметр 285 мм, во второй – высоту 6,3 м и диаметр 300 мм.

В конце трубы измерялось при установившемся расходе воды избыточное давление  $P_k - P_a$ , и расчетом с использованием соотношений (148) и (149) определяли скорость витания и коэффициент аэродинамического сопротивления капель. Опытные данные и расчетные величины приведены в табл.2.3. Здесь же приведены аналогичные результаты и для стальных шаров<sup>\*)</sup>.

Как видно из приведенных результатов, метод измерения давлений может быть с успехом использован для оценки аэродинамических характеристик падающих частиц. Наглядно это видно из рис.2.19, где приведены расчетные величины коэффициента  $\psi$ . Сопоставляя результаты наших расчетов с кривой Рэля и экспериментальными данными для одиночных шаров, заимствованными из монографии Г. Шлихтинга [104], можно заметить удовлетворительное согласование полученных данных с известными обобщениями экспериментальных данных.

---

<sup>\*)</sup> Опытные данные любезно предоставлены В.Д. Олифером, выполнившим большое количество измерений давления в вертикальном жёлобе сечением 0,14x0,14 м при пересыпке стальных шаров диаметром 12,8 мм.



## Коэффициент сопротивления паровобразных частиц в потоке

Опытные данные			Расчётные величины				
$G_l, \text{кг/с}$	$H, \text{м}$	$P_k - P_a, \text{Па}$	$v_{лн}, \text{м/с}$	$v_{лк}, \text{м/с}$	$\beta \cdot 10^3$	$Re \cdot 10^{-3}$	$\psi$
Поток капель воды ( $d_s = 3 \text{ мм}$ ) в вертикальной трубе							
0,095	2,0	2,0	1,06	5,38	0,46	0,62	0,57
0,116	2,0	2,4	1,06	5,40	0,56	0,62	0,56
0,125	2,0	2,6	1,06	5,39	0,61	0,62	0,57
0,135	2,0	2,7	1,06	5,42	0,65	0,62	0,54
0,180	2,0	3,7	1,06	5,40	0,87	0,62	0,55
0,058	6,3	4,4	1,08	7,55	0,19	0,82	0,46
0,089	6,3	7,1	1,08	7,39	0,29	0,82	0,49
0,101	6,3	7,7	1,08	7,53	0,33	0,82	0,46
0,132	6,3	10,0	1,08	7,55	0,43	0,82	0,45
0,45	6,3	12,0	1,08	7,28	0,49	0,80	0,51
Поток стальных шаров ( $d_s = 12,8 \text{ мм}$ ) в вертикальном жёлобе							
1,51	3,8	6,3	2,21	8,85	1,79	4,51	0,39
1,86	4,15	9,0	2,14	9,27	2,13	4,65	0,39
2,25	3,8	9,7	2,21	8,85	2,66	4,51	0,40
2,68	4,15	12,7	2,14	9,27	3,07	4,65	0,38
2,75	3,8	11,8	2,21	8,85	3,25	3,51	0,40
3,25	3,8	14,2	2,21	8,85	3,84	4,51	0,41
3,25	3,3	11,5	2,21	8,28	4,05	4,28	0,41
2,48	3,8	14,9	2,21	8,85	4,12	4,51	0,40



Рис. 2.19. Изменение коэффициента аэродинамического сопротивления падающих шарообразных частиц при увеличении числа Рейнольдса (I – кривая Рэлея)

### 3. ЭЖЕКЦИЯ ВОЗДУХА В ЖЕЛОБАХ

#### 3.1. Изотермический поток

Рассмотрим стационарное изотермическое движение потока частиц материала и воздуха в прямолинейном желобе постоянного сечения площадью  $S_{жс}$ . Выделим на расстоянии  $x$  от его начала (рис.3.1) элементарную призму длиной  $\Delta x$ , боковыми гранями которого служат стенки желоба. Начало координат поместим во входном сечении, ось абсцисс направим вдоль оси желоба в направлении движения частиц сыпучего материала. Пренебрегая пульсационными моментами, запишем очевидные уравнения для массовых расходов компонентов

$$G_1 = \int_{S_{жс}} \beta_1 \rho_1 v_1 dS, \quad (1)$$

$$G_2 = \int_{S_{жс}} \beta_2 \rho_2 v_2 dS. \quad (2)$$

Уравнения сохранения импульсов для материала и воздуха, заключенных в выделенном элементе  $\Delta x \cdot S_{жс} = \Delta V_{жс}$ , в проекции на ось желоба будут иметь вид

$$\Delta \left( \int_{S_{жс}} \beta_1 \rho_1 v_1 v_1 dS \right) = \int_{\Delta V_{жс}} M_1 \beta_1 \rho_1 dV - \int_{\Delta V_{жс}} \frac{\beta_1}{V_ч} R dV, \quad (3)$$

$$\Delta \left( \int_{S_{жс}} \beta_2 \rho_2 v_2 v_2 dS \right) = \int_{\Delta V_{жс}} M_2 \beta_2 \rho_2 dV + \int_{S_{\Delta V_{жс}}} \beta_2 \Pi_2 dS + \int_{\Delta V_{жс}} \frac{\beta_1}{V_ч} R dV, \quad (4)$$

где  $S_{\Delta V_{жс}}$  – поверхность выделенного элемента  $\Delta V_{жс}$ ;  $\Pi_2$  – проекция поверхностных сил на ось  $Ox$ .

Одномерная задача формулируется введением в уравнения (3) и (4) вместо текущих значений скоростей, объемных концентраций и сил аэродинамического взаимодействия соответствующих усредненных величин.

Проекция массовых сил на ось желоба в силу уравнений (9) и (10) приложения 1 равна

$$\beta_1 \rho_1 M_1 = \beta_1 \rho_1 a_T, \quad \beta_2 \rho_2 M_2 = \beta_2 (\rho_2 - \rho_0) g_x. \quad (5)$$

Найдем проекцию поверхностных сил. Для наглядности поток частицы разместим у стенок желоба в виде компактной массы (рис.3.1а).

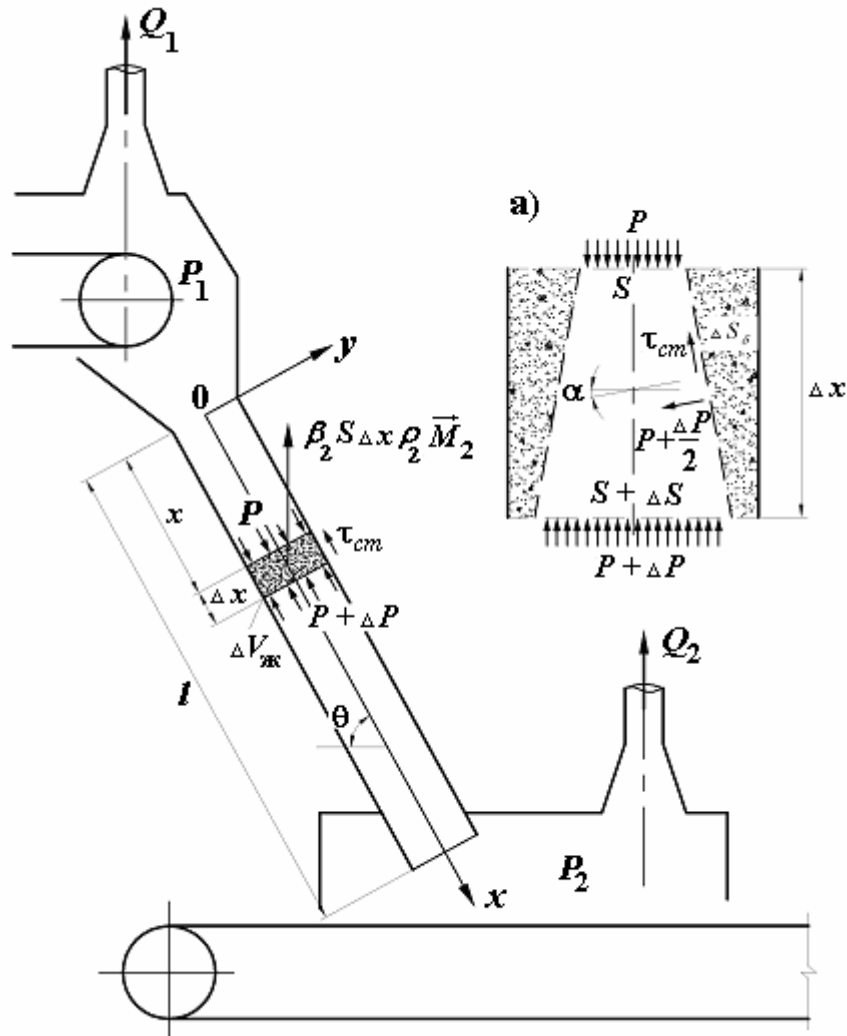


Рис. 3.1. К выводу уравнений динамики одномерного потока частиц в наклонном желобе  
(а – условная схема потока сыпучего материала и векторы поверхностных сил)

Интеграл поверхностных сил для воздуха представим в виде следующего очевидного равенства

$$\int_{S_{\Delta V_{ж}}} \beta_2 \Pi_2 dS = P \cdot S - (P + \Delta P) \cdot (S + \Delta S) + (P + \Delta P / 2) \cdot \Delta S_{\delta} \cdot \sin \alpha - \tau_{см} \cdot \Delta S_{\delta} \sin \alpha \approx$$

$$\approx S \Delta P - \tau_{см} \cdot \Pi \cdot \Delta x, \quad (6)$$

где  $\Delta S_{\delta}$  – боковая поверхность элементарного объема;  $\Pi$  – периметр желоба;  $\tau_{см}$ ,  $P$  – напряжение сил трения и давления;  $S = \beta_2 S_{жс}$  – площадь сечения желоба, свободная для прохода воздуха. При этом уравнения сохранения импульсов примут следующий дифференциальный вид

$$G_1 \frac{d\bar{v}_1}{dx} = \bar{\beta}_1 \rho_1 a_T S_{жс} - \frac{\bar{\beta}_1}{V_q} \cdot \bar{R} \cdot S_{жс}, \quad (7)$$

$$G_2 \frac{d\bar{v}_2}{dx} = \bar{\beta}_2 (\rho_2 - \rho_0) g_x S_{жс} - \bar{\beta}_2 S_{жс} \frac{dP}{dx} - \bar{\beta}_2 \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{(\bar{v}_2)^2}{2} \rho_2 S_{жс} + \frac{\bar{\beta}_1}{V_q} \cdot \bar{R} \cdot S_{жс}, \quad (8)$$

где  $\bar{v}_1, \bar{v}_2$  – усредненные по сечению желоба скорости материала и воздуха

$$\bar{v}_1 = \frac{1}{S_{\text{ж}} S_{\text{ж}}} \int v_1 dS; \quad \bar{v}_2 = \frac{1}{S_{\text{ж}} S_{\text{ж}}} \int v_2 dS; \quad (9)$$

$\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2$  – усредненные по сечению желоба объемные концентрации материала и воздуха

$$\bar{\beta}_1 = \frac{1}{S_{\text{ж}} S_{\text{ж}}} \int \beta_1 dS; \quad \bar{\beta}_2 = 1 - \bar{\beta}_1; \quad (10)$$

$\bar{R}$  – усредненная сила аэродинамического взаимодействия.

В дальнейшем для простоты записи знак осреднения (черту над величиной) опустим, подразумевая там, где это специально не оговорено, под  $v_1, v_2, \beta_1, R$  – осредненные величины.

Усредненная скорость и объемная концентрация легко определяются из уравнений расходов (1) и (2):

$$\beta_1 = \frac{G_1}{\rho_1 v_1 S_{\text{ж}}}; \quad (11)$$

$$v_2 = \frac{G_2}{(1 - \beta_1) \rho_2 S_{\text{ж}}}. \quad (12)$$

При записи третьего члена правой части уравнения (8) полагалось  $\tau_{cn} = \text{const}$ , и тогда

$$\beta_2 \tau_{cn} \Pi dx = \beta_2 \frac{\lambda}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 \cdot S_{\text{ж}}, \quad (13)$$

где  $\lambda$  – коэффициент аэродинамического сопротивления стенок желоба;  $D$  – гидравлический диаметр желоба:

$$D = 4S_{\text{ж}} / \Pi. \quad (14)$$

В физическом отношении сформулированная таким образом одномерная задача соответствует случаю равномерного распределения частиц по сечению. В дальнейшем покажем, что решение одномерного уравнения (8) достаточно хорошо описывает процесс эжекции воздуха и для случая псевдоравномерного распределения. Экспериментальная апробация одномерного потока и уточнение некоторых параметров его были выполнены на стенде по определению эжектирующих свойств сыпучих материалов (рис.3.2). Основным элементом этой установки

являлся наклонный желоб с подвесным «потолком», позволяющим изменять поперечное сечение желоба. Верхний бункер с диафрагмой обеспечивал подачу материала при заданном расходе. Для приема материала служил герметичный бункер с выпускным шибером.

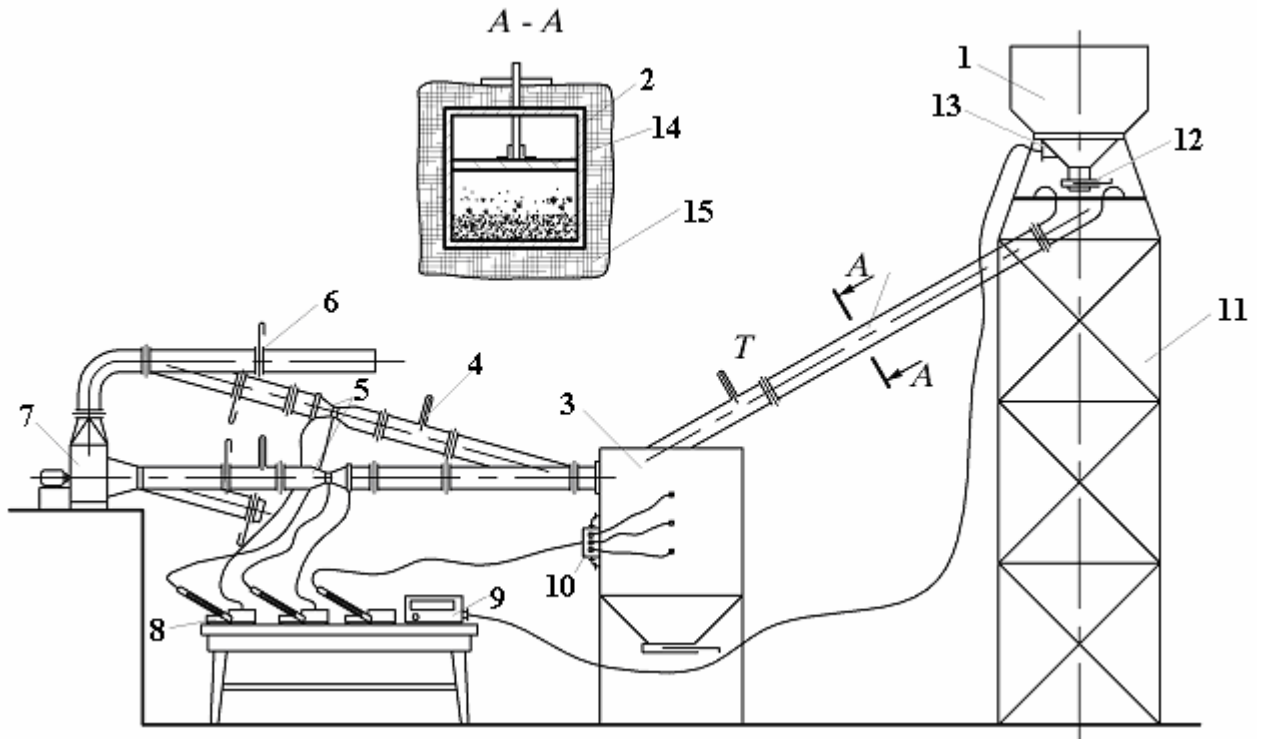


Рис.3.2. Схема экспериментальной установки для исследования эжектирующих свойств сыпучих материалов: 1 – верхний бункер; 2 – наклонный желоб; 3 – нижний бункер; 4 – термометр; 5 – трубы Вентури; 6 – шибер; 7 – вентилятор; 8 – микроманометр; 9 – гальванометр; 10 – усреднительная камера; 11 – металлическая рама; 12 – диафрагма; 13 – термопара; 14 – верхняя стенка желоба; 15 – слой теплоизоляции.

Конструкция установки позволяла изменять не только высоту поперечного сечения, но и угол наклона желоба, а также высоту перегрузки. С этой целью установка крепилась на разъемной металлической раме. Измерительная часть установки состояла из системы труб Вентури, установленных на воздуховодах. Забор или нагнетание воздуха в нижний бункер осуществлялись вентилятором.

### 3.1.1. Усредненная аэродинамическая характеристика частиц

Средняя аэродинамическая характеристика находится из равенства

$$\frac{\beta_1 \Delta V_{\text{эс}}}{V_{\text{ч}}} \psi^* \cdot f_M \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \rho_2 = \int_{\Delta V_{\text{эс}}} \frac{\beta_1}{V_{\text{ч}}} R dV \quad , \quad (15)$$

определяющего смысл усреднения, заключающегося в замене суммы аэродинамических сил частиц, находящихся в выделенном элементе желоба, произведением числа частиц и усредненной аэродинамической силы. Коэффициент аэродина-

мического сопротивления  $\psi^*$  определяем методом измерения давлений, описанным в предыдущем разделе.

Рассмотрим два характерных случая: поток частиц одинаковой крупности и поток, состоящий из частиц полифракционного материала.

*Поток частиц монофракции.* Рассмотрим одномерный поток при малых объемных концентрациях частиц ( $\beta_1 \ll 1$ ) и при отсутствии направленного движения воздуха в желобе  $v_2 = 0$ . При этом уравнение (8) станет

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\beta_1}{V_q} \psi^* f_M \frac{v_1^2}{2} \rho_2. \quad (16)$$

Полагая поток частиц равноускоренным (с ускорением  $a_T$ )

$$v_1 = \sqrt{2a_T x + v_{1H}^2} \quad ; \quad v_1 dv_1 = a_T dx \quad , \quad (17)$$

проинтегрируем уравнение (16) по длине желоба, получим

$$P_\kappa = \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{S_{ж} a_T} \cdot \frac{v_{1\kappa}^3 - v_{1H}^3}{3}, \quad \kappa_m = f_M / V_q, \quad \varepsilon = \rho_2 / \rho_1 \quad (18)$$

откуда

$$\psi^* = P_\kappa / \left( \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{S_{ж} a_T} \cdot \frac{v_{1\kappa}^3 - v_{1H}^3}{3} \right), \quad (19)$$

где  $P_\kappa$  – избыточное давление в конце желоба, Па.

Определим характер изменения коэффициента  $\psi^*$  при увеличении объемной концентрации частиц в наклонном желобе. Для этого рассмотрим следующую упрощенную модель аэродинамического взаимодействия потока. Пусть по экспоненциальному закону частицы неподвижно закреплены в желобе прямоугольного сечения (рис.3.3). По желобу со средней скоростью  $u_{cp}$  нагнетается воздух. В результате неравномерного распределения частиц скорость воздуха у дна желоба будет ниже, чем в верхней части сечения.

Выделив две трубки тока сечением  $\Delta y_0 \cdot 1$  и  $\Delta y \cdot 1$ , для которых ввиду малости  $\Delta y_0$  и  $\Delta y$  можем влияние стесненности учесть соотношением (2.44) и записать уравнение для перепада давлений. Получим для первой трубки тока:

$$\Delta P = \psi \frac{\Delta x \cdot \Delta y_0 \cdot 1 \cdot \beta_0}{(1 - \beta_0)^6} \kappa_m \frac{u_0^2}{2} \rho_2; \quad (20)$$

для второй

$$\Delta P = \psi \frac{\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1 \cdot \beta}{(1 - \beta)^6} \kappa_m \frac{u^2}{2} \rho_2. \quad (21)$$

Решая совместно эти уравнения, получим

$$u = u_0 \left[ \frac{\sqrt{\beta_0} (1 - \beta)^3}{\sqrt{\beta} (1 - \beta_0)^3} \right]. \quad (22)$$

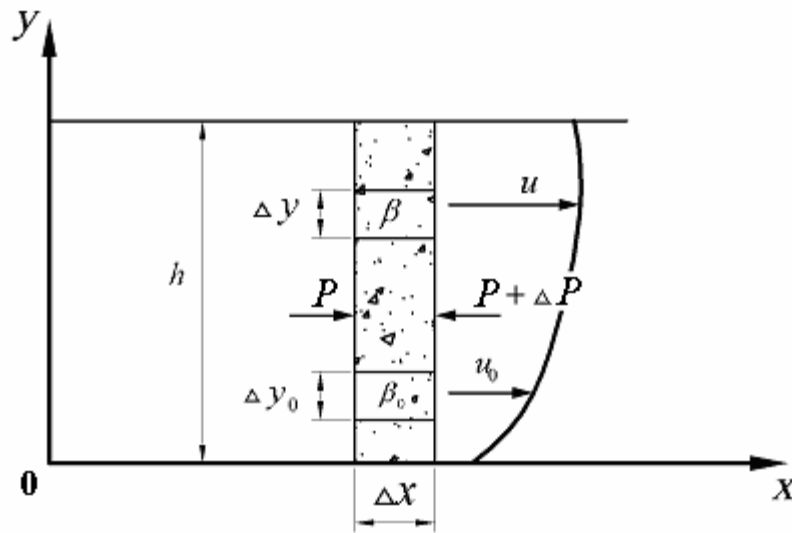


Рис. 3.3. К определению аэродинамического сопротивления частиц в потоке сыпучего материала

Определим сумму сил сопротивления частиц, находящихся в объеме  $\Delta x \cdot h \cdot 1$ :

$$\sum R = \int_0^h \frac{\psi}{(1 - \beta)^6} \Delta x \cdot 1 \cdot \beta \kappa_m \frac{u^2}{2} \rho_2 dy. \quad (23)$$

С учетом (22) получим

$$\sum R = \Delta x \cdot h \cdot 1 \cdot \psi \kappa_m \frac{u_0^2}{2} \rho_2 \frac{\beta_0}{(1 - \beta_0)^6}. \quad (24)$$

Найдем такой усредненный коэффициент сопротивления частиц  $\psi^*$ , чтобы выполнялось равенство

$$\psi^* \cdot \Delta x \cdot h \cdot 1 \cdot \bar{\beta} \kappa_m \frac{u_{cp}^2}{2} \rho_2 = \sum R, \quad (25)$$

где  $\bar{\beta}$  – усредненная по высоте  $h$  объемная концентрация.

Учитывая, что средняя скорость воздуха  $u_{cp}$  в соответствии с (22) равна

$$u_{cp} = u_0 \frac{\sqrt{\beta_0}}{(1 - \beta_0)^3} \cdot \frac{1}{h} \int_0^h \frac{(1 - \beta)^3}{\sqrt{\beta}} dy, \quad (26)$$

получим

$$\psi^* \cdot \Delta x \cdot h \cdot 1 \cdot \kappa_m \frac{u_0^2}{2} \rho_2 \frac{\bar{\beta} \cdot \beta_0}{(1 - \beta_0)^6} \left[ \frac{1}{h} \int_0^h \frac{(1 - \beta)^3}{\sqrt{\beta}} dy \right]^2 = \sum R \quad (27)$$

Решая совместно равенства (24) и (27), получим

$$\psi^* = \frac{\psi}{\bar{\beta}} \left[ \frac{1}{h} \int_0^h \frac{(1 - \beta)^3}{\sqrt{\beta}} dy \right]^{-2} \quad (28)$$

Откуда видим, что коэффициент сопротивления уменьшается с ростом объемной концентрации  $\bar{\beta}$ ; результат отличный от случая равномерного распределения частиц, когда коэффициент  $\psi^*$  растет с увеличением  $\bar{\beta}$ .

Обратимся к эксперименту. Коэффициент  $\psi^*$  при измеренном давлении в конце желоба может быть легко определен расчетом по формуле (19). Эксперименты проводились при открытом входном сечении желоба ( $P_0 = 0$ ) и при герметичном нижнем бункере. Поскольку воздух из бункера не отсасывался ( $u_{cp} = 0$ ), давление в конечном сечении желоба равно давлению в бункере. Усредненная величина последнего принималась в качестве расчетной. Как показали многочисленные опыты с различными материалами и параметрами перегрузок (табл.3.1), коэффициент сопротивления уменьшается с увеличением объемной концентрации (рис.3.4). В результате обработки экспериментальных данных получена следующая зависимость

$$\frac{1}{E^2} = \frac{\psi^*}{\psi_0} = \exp \left[ -1,8 \sqrt{\beta \cdot 10^3} / (d_3 \cdot 10^3) \right], \quad (29)$$

$$\beta = \frac{2G_1}{S_{жс} \rho_1 v_{1к} (1 + n)}, \quad n = v_{1н} / v_{1к}, \quad (30)$$

позволяющая рассчитать усредненный коэффициент аэродинамического сопротивления потока монофракционных материалов в области  $0,5 < d_3 < 20$  мм;  $10^{-4} < \beta < 10^{-2}$ .

*Поток полифракционного материала.* В условиях движения потока полифракционного материала обычно возникает необходимость определения среднего диаметра частиц  $d_{cp}$ , который рассчитывается из условия, что при замене реального потока идеализированным (состоящим из частиц диаметром  $d_{cp}$ ) поддерживается неизменной та или иная количественная характеристика потока. Так как в нашем случае речь идет о динамическом взаимодействии потока частиц и воздуха, то при замене потока частиц полифракционного материала потоком монофракции необходимо обеспечить равенство аэродинамических сил:

$$\sum_{i=1}^N \psi_i \left( \frac{w_i d_i}{v} \right) \cdot f_{Mi} \frac{w_i^2}{2} \rho_2 = N \cdot \psi \left( \frac{wd}{v} \right) \cdot f_M \frac{w^2}{2} \rho_2 \quad (31)$$



Таблица 3.1

**Параметры экспериментов по определению усредненных  
аэродинамических характеристик частиц монофракционных материалов**

Наименование материала	Плотность материала частиц $\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	Геометрические параметры желоба		Условные обозначения к рис.3.4
		высота, м	угол наклона, град.	
Размер частиц 0,315-0,63 мм ( $d_3 = 0,45$ мм)				
Гранит	2750	3,3	57	□
Размер частиц 0,63-1,25 мм ( $d_3 = 0,88$ мм)				
Гранит	2750	3,3	57	▣
Известняк	2600	3,3	57	◇
Известняк обожжённый	2680	3,3	57	◊
Железная руда	3400	3,3	57	△
Размер частиц 1,25-2,5 мм ( $d_3 = 1,76$ мм)				
Гранит	2750	1,3	75	▣
		2,3	75	▣
		3,3	75	▣
		2,3	60	▣
		3,3	60	▣
		3,3	57	▣
		2,0	45	▣
Известняк	2600	3,3	57	◊
Известняк обожжённый	2680	3,3	57	◆
Железная руда	3400	2,3	60	△
Размер частиц 2,5-5,0 мм ( $d_3 = 3,53$ мм)				
Гранит	2750	3,3	57	■
Агломерат	3800	3,3	57	⊙
Железная руда	3400	2,3	57	▲
Размер частиц 5-10 мм ( $d_3 = 7,1$ мм)				
Агломерат	3800	3,3	57	⊕
Железная руда	3400	2,3	57	▲
Размер частиц 10-20 мм ( $d_3 = 14,1$ мм)				
Агломерат	3800	3,3	57	⊕
Окатыши	4000	3,3	57	●

Здесь  $N$  – количество частиц в реальном потоке; величины с нижним индексом  $i$  характеризуют  $i$ -ю частицу, без этого индекса – частицу среднего диаметра  $d_{ср}$ . Выражение  $\psi\left(\frac{wd}{v}\right)$  обозначает функциональную зависимость  $\psi$  от числа Рейнольдса. Когда поток состоит из  $M$  фракций, то

$$\sum_{j=1}^M \frac{G_j m_j}{P_j} \psi_j \left( \frac{w_j d_j}{v} \right) \cdot f_{Mj} \frac{w_j^2}{2} \rho_2 = \left( \sum_{j=1}^M \frac{G_j m_j}{P_j} \right) \psi \left( \frac{wd}{v} \right) f_M \frac{w^2}{2} \rho_2, \quad (32)$$

где нижним индексом  $j$  отмечены величины, характеризующие частицы  $j$ -й фракции;  $m_j$  – доля (по массе) частиц  $j$ -й фракции;  $P_j$  – масса одной частицы  $j$ -й фракции;  $G_1$  – расход потока частиц.

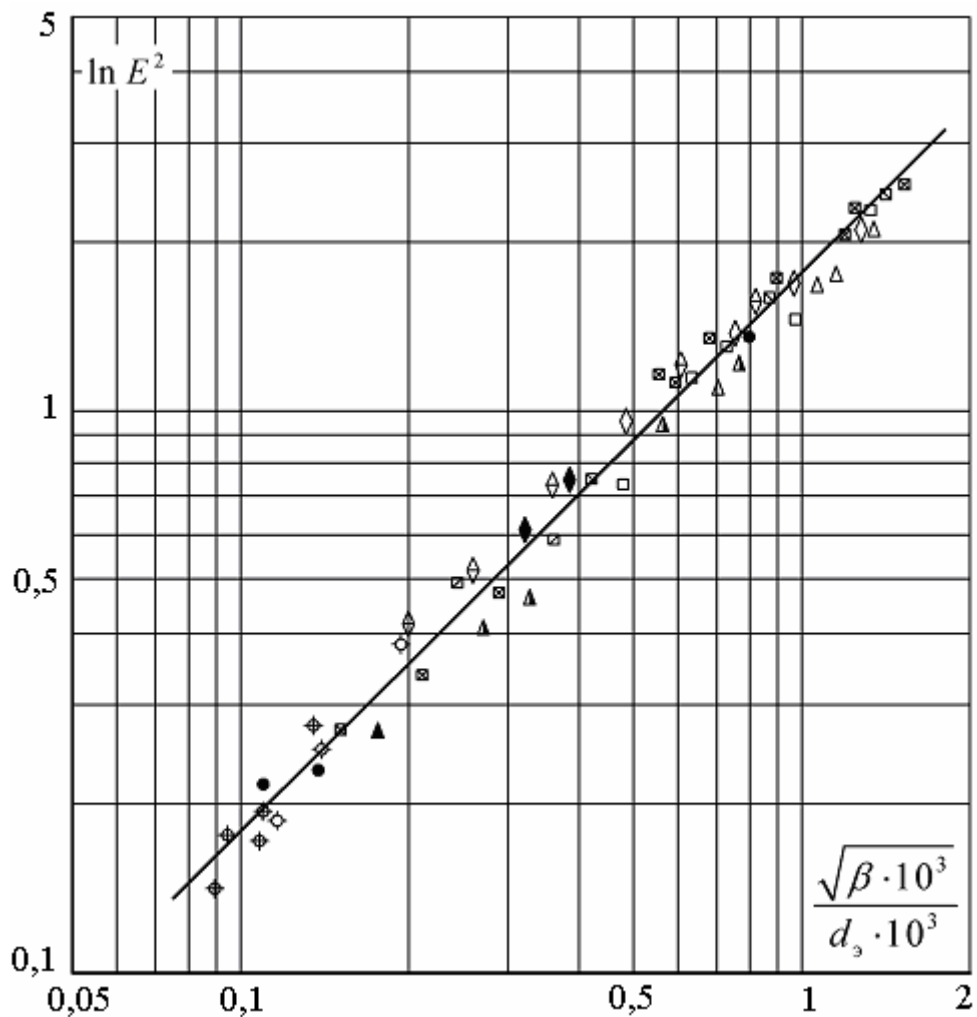


Рис. 3.4. Изменение аэродинамической характеристики с увеличением объемной концентрации частиц монофракционных материалов  
(сплошная линия – график функции (29), условные обозначения см. табл.3.1)

Если положить, что все частицы потока падают с установившейся скоростью (например, при падении мелких частиц с относительной скоростью, равной скорости витания) и отсутствует взаимное влияние частиц на режим обтекания, то из (32) с учетом (2.54) получим

$$\frac{1}{d} = \sqrt[3]{\sum_{j=1}^M m_j / d_j}, \quad (33)$$

т.е. средний диаметр смещается в сторону мелких частиц. Когда поток состоит из крупных частиц, на скорость движения которых аэродинамическая сила не оказы-

вает существенного влияния, коэффициенты сопротивления и относительная скорость у всех частиц одинаковы. В этом случае

$$d = \sqrt{\sum_{j=1}^M m_j / d_j} / \sqrt{\sum_{j=1}^M m_j / d_j^3} . \quad (34)$$

Полученные результаты могут быть несколько иными, если не выполнять условие, что в идеализированном потоке столько же частиц, сколько их в реальном. Скажем, число частиц в идеализированном потоке равно  $G_1/P$ , где  $P$  – масса частицы диаметром  $d$ . Тогда из (34) получим формулы для среднегармонической величины

$$d = 1 / \sum_{j=1}^M m_j / d_j . \quad (35)$$

Во всех рассмотренных случаях средний диаметр существенно зависит от количества фракций. Однако в реальных условиях мелкие фракции движутся слоем по днищу желоба, и их вклад в общую силу аэродинамического взаимодействия будет намного меньше теоретического. Частицы более крупного размера, имея значительно большую массу, чем сталкивающиеся с ними мелкие частицы, при скачкообразном движении пронизывают все сечение наклонного желоба и определяют, таким образом, активное взаимодействие потока материала с воздухом. Поэтому предпочтительно пользоваться формулами, смещающими средний диаметр в сторону крупных частиц. Наиболее простой из них является формула среднемассового диаметра

$$d = \sum_{j=1}^M m_j d_j . \quad (36)$$

Для ее апробации были проведены исследования с наиболее характерными для рудоподготовительного производства полифракционными материалами (табл.3.2)<sup>х)</sup>. Как показали эксперименты (рис.3.5), величина усредненного коэффициента сопротивления, определенная для монофракции крупностью  $d$ , хорошо согласуется с расчетным по формуле (29) (на рис.3.5 сплошной линией нанесен график соотношения (29) при  $d_j$ , равном среднемассовому диаметру (36)).

Удовлетворительное согласие с расчетом дают также результаты экспериментальных исследований, выполненных В.А. Минко. Несколько большее отклонение этих результатов от расчетных объясняется меньшей точностью использован-

---

<sup>х)</sup> Исследования с песком, углем, медно-никелевыми окатышами, доменным шлаком и отсевом железной руды выполнены В.А. Минко [61] на полупромышленном перегрузочном узле с конвейерной лентой шириной 500 мм и вертикальным желобом сечением 190x280 мм и высотой 1,5 м (общая высота перепада материала с конвейера на конвейер составляла 2850 мм).

При пересыпке этих материалов в нижнем укрытии за счет работы местного отсоса поддерживалось атмосферное давление. Объем эжектируемого воздуха принимался равным расходу отсасываемого воздуха.

ного им метода определения коэффициента  $\psi^*$  в сравнении с методом измерения давления в желобе при отсутствии движения воздуха.

Таблица 3.2

Гранулометрический состав полифракционных материалов, %

Наименование материала	Усл. обозначения	Размеры классов, мм										Средне-массовый диаметр, мм					
		+40	-40	-20	-20	+10	-10	+5	-5	+2,5	-2,5		+1,25	-1,25	+0,63	-0,63	+0,315
Кокс дробленый	☒	-	-	0,8	19,9	6,8	11,8	20,4	15,9	16,8	7,6	2,6					
Известняк дробленый	◇	-	-	2,8	16,3	5,6	12,8	27,4	14,3	17,4	3,4	2,45					
Железная руда	△	-	-	5,5	6,5	25,8	6,4	7,5	22,2	15,5	10,6	2,5					
Агломерационная руда	▲	-	0,3	12,8	13,1	7,2	11,4	14,7	11,3	20,4	7,8	4,5					
Обоженная руда	▲	1,6	-	23,6	23,1	11,7	13,3	8,5	3,5	4,2	10,5	6,7					
Агломерационная мелочь	◊	-	0,8	10,4	16,6	10,1	12,8	10,5	6,5	22,0	10,3	3,85					
Известняк обожженный	◆	-	1,6	28,7	26,5	9,6	13,7	9,5	5,7	3,9	0,8	7,5					
Кокс дробленый	□	-	16,9	21,8	23,6	7,0	3,3	10,3	7,7	7,5	1,9	10,6					
Окатыши железорудные	●	-	2,1	97,3	0,6	-	-	-	-	-	-	15,2					
Песок ( $\rho_1 = 2600 \text{ кг/м}^3$ )	*	-	-	-	4,0	5,4	13,5	14,5	16,6	43,6	2,4	1,2					
Концентрат угля ( $\rho_1 = 1400 \text{ кг/м}^3$ )	☒	-	-	12,4	13,3	10,8	19,6	35,3	5,1	3,3	0,5	4,0					
Окатыши медно-никелевого концентрата ( $\rho_1 = 3500 \text{ кг/м}^3$ )	○	3,3	4,1	7,2	4,8	16,4	7,8	10,8	5,3	30,8	9,5	5,2					
Доменный шлак ( $\rho_1 = 2300 \text{ кг/м}^3$ )	■	13,3	16,6	19,2	10,8	8,3	7,5	16,7	5,8	1,4	0,4	14,7					
Отсев железной руды ( $\rho_1 = 4000 \text{ кг/м}^3$ )	▽	-	-	30	70	-	-	-	-	-	-	9,8					

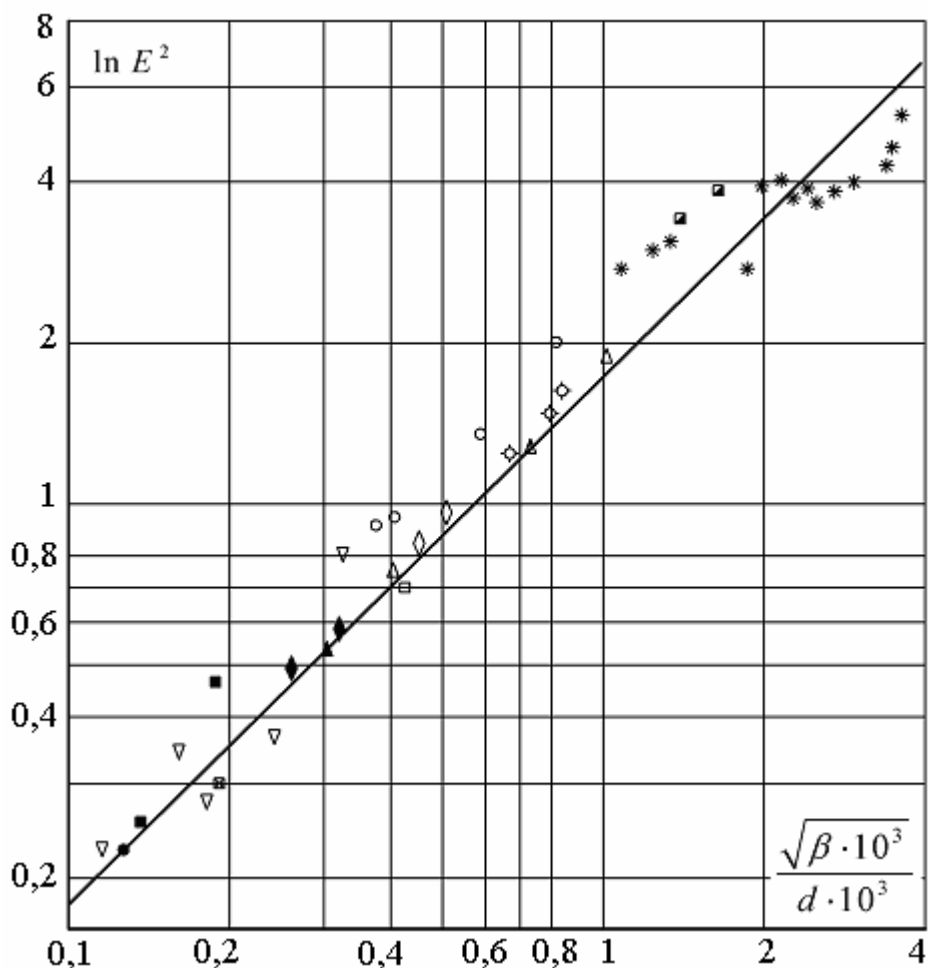


Рис. 3.5. Изменение аэродинамической характеристики с увеличением объемной концентрации частиц полифракционных материалов (условные обозначения см. табл.3.2)

### 3.1.2. Эжекция воздуха потоком частиц в наклонном призматическом желобе

Полученное значение усредненного коэффициента  $\psi^*$  позволяет полностью оценить силовую характеристику в желобе и проанализировать аэродинамические эффекты, возникающие при движении сыпучего материала в закрытых прямолинейных трубах (желобах). Для этого воспользуемся уравнениями (7) и (8), которые, учитывая, что  $S_{жс} = const$ , перепишем в виде

$$\beta_1 \rho_1 v_1 \frac{dv_1}{dx} = \beta_1 \rho_1 a_T - \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2, \quad (37)$$

$$(1 - \beta_1) \rho_2 v_2 \frac{dv_2}{dx} = (1 - \beta_1)(\rho_2 - \rho_0) g_x - (1 - \beta_1) \frac{dP}{dx} - \lambda \frac{1 - \beta_1}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2. \quad (38)$$

С учетом малости объемной концентрации материала

$$\beta_1 \ll 1 ; 1 - \beta_1 \approx 1 ; v_2 \approx const ; dv_2 / dx \approx 0 \quad (39)$$

последнее равенство примет вид

$$\frac{dP}{dx} = (\rho_2 - \rho_0)g_x - \frac{\lambda}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \psi^* \beta_{1\kappa_m} \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2. \quad (40)$$

Будем полагать процесс изотермическим ( $\rho_2 = \rho_0$ ). Оценим характер распределения сил по длине желоба, а затем найдем количество воздуха, перемещаемого в желобе под действием этих сил.

*Распределение давления.* Анализ уравнения (40) показывает, что наличие материала в трубе изменяет не только величину, но и направление градиента давления. Так при отсутствии направленного движения воздуха в трубе (например, когда материал перегружается в герметичную емкость) движение материала создает положительный градиент, равный

$$\frac{dP}{dx} = \psi^* \beta_{1\kappa_m} \frac{v_1^2}{2} \rho_2 = \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2S_{ж}} v_1. \quad (41)$$

Пользуясь этим равенством, определим распределение давления по длине трубы. В реальных условиях отсутствие направленного воздушного потока в трубе может быть в трех случаях: когда закрыт или верхний конец трубы (скажем, выгрузка из бункера, заполненного материалом), или нижний (например, при загрузке герметичного бункера), или, наконец, закрыты оба конца (перегрузка материала из одного бункера в другой). Во всех случаях, как видно из равенства (41), в трубе возникает положительный градиент давления. Величина абсолютного давления увеличивается по длине трубы в направлении движения материала. Однако нас интересует распределение избыточного давления (избыточного по отношению к атмосферному).

Предполагая движение материала равноускоренным, после интегрирования получим:

$$P = \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2S_{ж}} (2a_T x + v_{1H}^2)^{1,5} / (3a_T) + C. \quad (42)$$

Постоянная интегрирования  $C$  имеет различную величину в зависимости от схемы загрузки и разгрузки трубы.

Когда перекрыт для прохода воздуха только верхний конец трубы, очевидно:

$$P|_{x=l} = P_a, \quad (43)$$

где  $P_a$  – абсолютное давление в помещении.

Тогда

$$P = P_a - \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2S_{жс}} \left[ (2a_T l + v_{1H}^2)^{1,5} - (2a_T x + v_{1H}^2)^{1,5} \right] / (3a_T), \quad (44)$$

т.е. вся труба находится относительно помещения под разрежением.

Разрежение растет от нижнего конца трубы к верхнему, где достигает максимального значения:

$$P - P_a = -\psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2S_{жс}} \cdot \frac{v_{1к}^3 - v_{1н}^3}{3a_T}. \quad (45)$$

Величина разрежения может достичь значительной величины. Так по данным Voegeli [115], А.Н. Добромыслова [28, 214], наблюдавших за режимом движения воды и эжектируемого воздуха в высоких канализационных стояках, было зарегистрировано разрежение свыше 600 Па.

При загрузке герметичной емкости (для прохода воздуха практически перекрыт только нижний конец трубы), когда

$$P|_{x=0} = P_a, \quad (46)$$

на основании (42) получим:

$$P = P_a + \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2S_{жс}} \left[ (2a_T x + v_{1н}^2)^{1,5} - v_{1н}^3 \right] / (3a_T). \quad (47)$$

Вся труба находится под избыточным давлением, которое возрастает в направлении движения материала, достигая к нижнему концу трубы максимального значения, абсолютная величина которого определяется равенством (45). Экспериментальные исследования показали, что фактическое распределение давления по длине трубы удовлетворительно согласуется с расчетным. На рис.3.6 представлены некоторые результаты, сплошной линией нанесен график уравнения (47). Несколько сложнее определить константу  $C$  в случае, когда оба конца трубы перекрыты для прохода воздуха. При этом в начале трубы – разрежение, в конце – повышенное давление. Тогда на каком-то расстоянии  $x_a$  давление в трубе  $P = P_a$ .

Распределение давления по длине при этом определяется равенством:

$$P = P_a + \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{6a_T S_{жс}} \left[ (2a_T x + v_{1н}^2)^{1,5} - (2a_T x_a + v_{1н}^2)^{1,5} \right]. \quad (48)$$

В верхней части трубы – разрежение, максимальное значение его в начале трубы:

$$P - P_a = -\psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{6a_T S_{жс}} \left[ (2a_T x_a + v_{1н}^2)^{1,5} - v_{1н}^3 \right]. \quad (49)$$

В нижней – повышенное давление, доходящее до

$$P - P_a = \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{6a_T S_{жс}} \left[ v_{1к}^3 - (2a_T x_a + v_{1н}^2)^{1,5} \right] \quad (50)$$

в конце трубы.

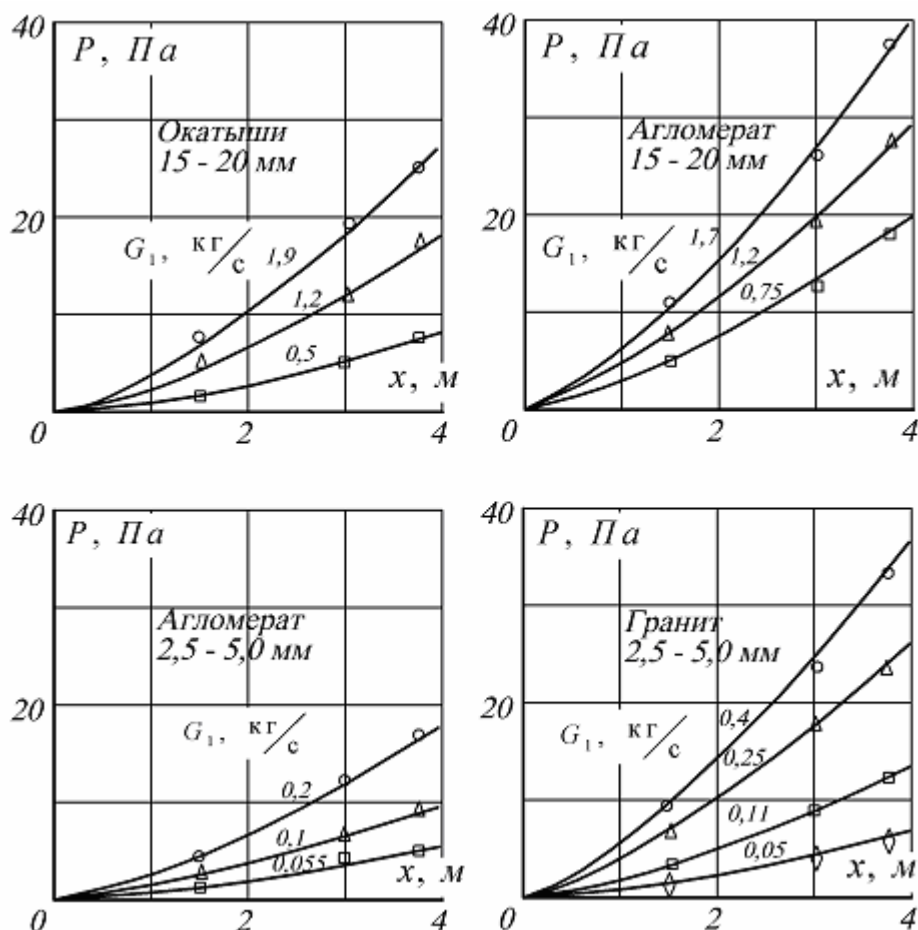


Рис. 3.6. Изменение давления в наклонном желобе ( $\Theta = 57^\circ$ ,  $S_{жс} = 0,0225 \text{ м}^2$ ) при перегрузке различных сыпучих материалов ( $v_2 = 0$ ). Сплошные линии – графики уравнения (47)

Таким образом, происходит перераспределение давления. Считая объем трубы замкнутой, на основании уравнения состояния для идеального газа запишем

$$\int_0^l S_{жс} P dx = S_{жс} l P_a \quad (51)$$

или, подставляя вместо  $P$  его значение из равенства (48), после сокращений получим:



$$\int_0^l (2a_T x + v_{1H}^2)^{1,5} dx = \int_0^l (2a_T x_a + v_{1H}^2)^{1,5} dx, \quad (52)$$

откуда найдем значение  $x_a$ . В частности, при  $v_{1H} = 0$  имеем  $x_a = 0,543l$ .

Распределение давления по длине трубы существенно изменяется при наличии в ней направленного воздушного потока. В этом случае возможны две схемы: схема прямотока, когда направления падающего потока сыпучего материала и воздушного потока совпадают, и схема противотока (воздух перемещается вверх навстречу падающему материалу).

Равенство (40) примет вид

для прямотока:

$$dP = -\lambda \frac{dx}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx; \quad (53)$$

для противотока:

$$dP = -\left[ \lambda \frac{v_2^2}{2D} \rho_2 + \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{(v_1 + v_2)^2}{2} \rho_2 \right] dx. \quad (54)$$

Интегрируя уравнения (53) и (54) по длине трубы, получим соответственно:

$$P - P_0 = -\lambda \frac{x}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \int_0^x \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx, \quad (55)$$

$$P - P_0 = -\lambda \frac{x}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \int_0^x \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{(v_1 + v_2)^2}{2} \rho_2 dx. \quad (56)$$

Интеграл в первой части представляет собой перепад давления воздуха на участке трубы длиной  $x$ , обусловленный действием падающего материала. Величина этого перепада была нами названа эжекционным давлением [49, 70]. При отсутствии направленного движения воздуха в трубе величина эжекционного давления равна избыточному давлению в трубе.

С другой стороны, согласно равенству (37) имеем:

$$\int_0^x \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx = \int_0^x \beta_1 \rho_1 a_T dx - \beta_1 v_1 \rho_1 (v_1 - v_{1H}), \quad (57)$$

откуда видно, что величина  $P_3$  определяется разностью скоростей потока материала. Таким образом, величину эжекционного давления можно определить двумя способами. Первый связан с измерением давлений воздуха в трубе, второй – ско-

рости потока частиц. Мы остановимся здесь на первом из них. Будем по-прежнему полагать поток материала равноускоренным, а

$$\psi^* \kappa_m = 1,5 \psi^* / d_s = const. \quad (58)$$

Тогда

$$P_{\partial_x} \equiv \int_0^x \psi^* \beta_1 \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx = \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G}{2a_T S_{\text{жс}}} \int_{v_{1н}}^{v_{1к}} |v_1 - v_2|(v_1 - v_2) dv_1. \quad (59)$$

После интегрирования:

$$P_{\partial_x} = \psi^* \kappa_m \frac{\varepsilon G_1}{2a_T S_{\text{жс}}} \times \begin{cases} \frac{(v_1 - v_2)^3 - (v_{1н} - v_2)^3}{3} & \text{при } v_2 < v_{1н}, \\ \frac{(v_1 - v_2)^3 - (v_2 - v_{1н})^3}{3} & \text{при } v_{1н} < v_2 < v_1, \\ \frac{(v_2 - v_1)^3 - (v_2 - v_{1н})^3}{3} & \text{при } v_2 > v_1 \end{cases} \quad (60)$$

$$P_{\partial_x} = \psi^* \kappa_m \frac{\varepsilon G_1}{2a_T S_{\text{жс}}} \times \begin{cases} \frac{(v_1 - v_2)^3 - (v_{1н} - v_2)^3}{3} & \text{при } v_2 < v_{1н}, \\ \frac{(v_1 - v_2)^3 - (v_2 - v_{1н})^3}{3} & \text{при } v_{1н} < v_2 < v_1, \\ \frac{(v_2 - v_1)^3 - (v_2 - v_{1н})^3}{3} & \text{при } v_2 > v_1 \end{cases} \quad (61)$$

$$P_{\partial_x} = \psi^* \kappa_m \frac{\varepsilon G_1}{2a_T S_{\text{жс}}} \times \begin{cases} \frac{(v_1 - v_2)^3 - (v_{1н} - v_2)^3}{3} & \text{при } v_2 < v_{1н}, \\ \frac{(v_1 - v_2)^3 - (v_2 - v_{1н})^3}{3} & \text{при } v_{1н} < v_2 < v_1, \\ \frac{(v_2 - v_1)^3 - (v_2 - v_{1н})^3}{3} & \text{при } v_2 > v_1 \end{cases} \quad (62)$$

или

$$P_{\partial_x} = \psi^* \kappa_m \frac{G_1 \varepsilon}{2a_T S_{\text{жс}}} \cdot \frac{|v_1 - v_2|^3 - |v_{1н} - v_2|^3}{3}. \quad (63)$$

Таким образом, при прямотоке избыточное давление (избыточное над давлением в начале трубы) возрастает по длине трубы, достигая на расстоянии

$$x \equiv x_m = \left\{ v_2^2 \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{4}{(2 + \vartheta)^2}} \right]^2 - v_{1н}^2 \right\} / (2a_T) \quad (64)$$

от начала трубы максимума, равного

$$P_m - P_0 = -\lambda \frac{x_m}{D} \cdot \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2a_T S_{\text{жс}}} \cdot \frac{|v_m - v_2|^3 - |v_{1н} - v_2|^3}{3}, \quad (65)$$

где для простоты записи положено

$$\vartheta = \frac{\lambda d_s v_2 \rho_1 S_{\text{жс}}}{1,5 D \psi^* G_1}, \quad (66)$$

$$v_m = \sqrt{2a_T x_m + v_{1H}^2}. \quad (67)$$

При противотоке избыточное давление монотонно возрастает:

$$P - P_0 = \lambda \frac{x}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2a_T S_{жс}} \cdot \frac{(v_1 + v_2)^3 - (v_{1H} + v_2)^3}{3}. \quad (68)$$

Экспериментальные исследования показали, что распределение давления по длине трубы удовлетворительно согласуется с расчетами (рис.3.7).

При больших скоростях движения частиц относительно воздуха, как и при малой массе каждой из частиц, силы сопротивления среды соизмеримы с силой веса частиц, а движение их заметно отличается от равноускоренного. Поэтому полученные равенства справедливы для небольших длин труб и при небольших скоростях воздуха в них.

Решим задачу об эжекционном давлении в общем виде, основываясь на уравнении динамики для потока частиц.

Согласно равенству (57) с учетом (1) получим:

$$P_{эж} = \frac{G_1}{S_{жс}} \left[ \left( v_{1H} + a_T \int_0^x \frac{dx}{v_1} \right) - v_1 \right]. \quad (69)$$

Заметим, что выражение в круглых скобках

$$v_{1H} + a_T \int_0^x \frac{dx}{v_1} = v_1^0 \quad (70)$$

представляет собой скорость, которую развила бы частица, падая с ускорением

$a_T$ , за время  $\tau = \int_0^x \frac{dx}{v_1}$ . Причем величина  $\tau$

равна времени прохождения частицей длины  $x$  желоба с учетом силы аэродинамического сопротивления и силы трения о стенки. Очевидно, когда эти силы направлены против движения частиц, величина скорости  $v_1^0$  будет всегда выше скорости падения материала  $v_1$ , поскольку последняя вычисляется с учетом сил аэродинамического сопротивления, а первая их не учитывает.

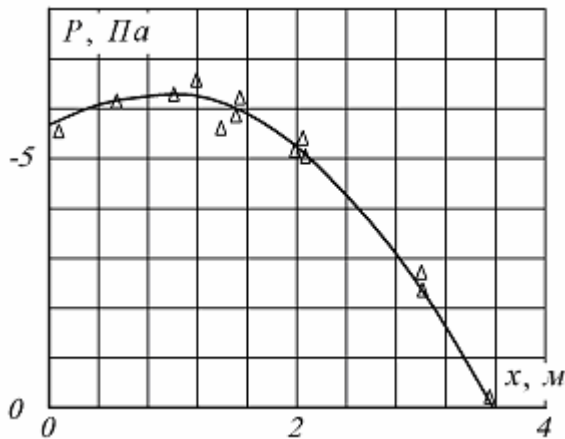


Рис. 3.7. Изменение давления в наклонном желобе ( $\Theta = 57$ ,  $S_{жс} = 0,0225 \text{ м}^2$ ,  $l = 3,6 \text{ м}$ ) при пересыпке окатышей ( $d = 10\text{-}20 \text{ мм}$ ,  $G_1 = 1,9 \text{ кг/с}$ ;  $G_2 = 0,056 \text{ кг/с}$ ).  
Сплошная линия – график уравнения (55) с учетом (63)

## Разность скоростей

$$\Delta v = v_1^0 - v_1 \quad (71)$$

станет еще большей, если при вычислении  $v_1$  пренебречь подвижностью воздуха в желобе.

Этим приемом можно воспользоваться при оценке эжекционного давления:

$$P_{э_x} \leq \frac{G_1}{S_{ж}} (v_1^0 - v_{1_0}), \quad (72)$$

где  $v_{1_0}$  – скорость материала в сечении  $x$ , вычисленная при условии  $v_2 = 0$ .

Точную величину  $P_{э_x}$  можно определить, решив систему уравнений

$$P_{э_x} = [v_{1н} + a_T(t - t_0) - v_1] G_1 / S_{ж}, \quad (73)$$

$$v_1 \frac{dv_1}{dx} \equiv \frac{dv_1}{dt} = a_T - \psi^* \varepsilon \kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2}, \quad (74)$$

полученных путем несложных преобразований из (69) и (37) соответственно.

Приняв в качестве базовой относительную скорость

$$w = v_1 - v_2, \quad w_0 = v_{1н} - v_2, \quad (75)$$

систему уравнений (73) и (74) перепишем в виде

$$\left. \begin{aligned} P_{э_x} &= [w_0 - w + a_T(t - t_0)] G_1 / S_{ж}, \\ (w + v_2) \frac{dw}{dx} &\equiv \frac{dw}{dt} = a_T - \psi^* \varepsilon \kappa_m |w| w / 2. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Для удобства записи и последующего сравнения с экспериментальными данными перепишем эти уравнения в безразмерном виде. Подобно тому как мы делали в разделе 2, рассматривая вертикальный поток равномерно распределенных частиц, введем так называемую условную скорость витания

$$C_y = \sqrt{2a_T / (\psi^* \varepsilon \kappa_m)} \quad (77)$$

и примем ее за характерную скорость. Полагая

$$x = hl_\infty; \quad v_1 = vC_y; \quad v_2 = uC_y; \quad w = \omega C_y; \quad (78)$$

$$l_{\infty} = C_y^2 / a_T ; \quad t = \pi_{\infty} ; \quad t_{\infty} = C_y / a_T , \quad (79)$$

из (76) после несложных преобразований получим следующую систему безразмерных уравнений:

$$\bar{P}_3 = (\tau - \tau_0) - (\omega - \omega_0); \quad (80)$$

$$(\omega + u) \frac{d\omega}{dh} \equiv \frac{d\omega}{d\tau} = 1 - |\omega| \omega , \quad (81)$$

где

$$\bar{P}_3 = P_{3x} S_{жс} / (G_1 C_y) . \quad (82)$$

Воспользовавшись приведенными в табл.2.2 решениями уравнения (81), получим функциональные связи вида

$$\tau - \tau_0 = f_{\tau}(\omega) ; \quad h - h_0 = f_h(\omega) , \quad (83)$$

подставляя которые в уравнение (80), найдем

$$\bar{P}_3 = f_p(\omega) . \quad (84)$$

Рассматривая  $\omega$  как параметр, получим общий вид распределения давления по длине канала в безразмерном виде

$$\bar{P}_3 = f(h) . \quad (85)$$

Рассмотрим в качестве примера случай нисходящего прямотока при  $v_{1н} = 0$ . Поток материала при этом имеет в начале желоба отрицательную относительную скорость (на участке, где  $v < u$ ), здесь частицы увлекаются потоком воздуха, а затем наступает зона эжектирования, где часть энергии падающих частиц идет на создание положительного градиента давления и вовлечение воздуха в движение. Для зоны торможения на основании соотношений (30) и (33) табл.2.2.

$$\tau = \text{arctg}(v - u) + \text{arctg}u , \quad (86)$$

$$h = u\tau + \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{[1 + (v - u)^2]}{(1 + u^2)} \right\} . \quad (87)$$

Из последнего выражения найдем длину зоны торможения (из условия, что в конце этой зоны  $v = u$ )

$$h_T = u \cdot \text{arctg}u - \frac{1}{2} \ln(1 + u^2) , \quad (88)$$

а из первого – время пребывания частиц в этой зоне

$$\tau_T = \operatorname{arctgu} . \quad (89)$$

Для зоны эжектирования, в которой  $v > u$ , воспользуемся соотношением (16) и (20) табл.2.2, учитывая, что в качестве начальных значений  $\tau_0$  и  $h_0$  в нашем случае служат найденные величины  $\tau_T$  и  $h_T$ , а  $\omega_0 = 0$ :

$$\tau - \tau_T = \frac{1}{2} \ln[(v - u + 1)/(1 - v + u)], \quad (90)$$

$$h - h_T = \frac{u}{2} \ln[(1 + v - u)/(1 - v + u)] - \frac{1}{2} \ln[1 - (v - u)^2]. \quad (91)$$

Тогда изменение давления будет описываться следующими уравнениями: в области торможения при  $0 < h < h_T$

$$\bar{P}_s = \operatorname{arctg}(v - u) + \operatorname{arctgu} - v, \quad (92)$$

$$h = u[\operatorname{arctg}(v - u) + \operatorname{arctgu}] + \frac{1}{2} \ln\left\{\frac{1 + (v - u)^2}{1 + u^2}\right\}; \quad (93)$$

в области эжектирования при  $h > h_T$

$$\bar{P}_s = \frac{1}{2} \ln[(1 + v - u)/(1 - v + u)] - (v - u) + \bar{P}_{sT}, \quad (94)$$

$$h = \frac{u}{2} \ln[(1 + v - u)/(1 - v + u)] + \frac{1}{2} \ln[1 - (v - u)^2] + h_T, \quad (95)$$

где  $\bar{P}_{sT}$  – значение эжекционного давления в конце зоны торможения, равное

$$\bar{P}_{sT} = \operatorname{arctgu} - u . \quad (96)$$

В частности, при отсутствии направленного движения воздуха ( $u = 0$ ) зона торможения отсутствует ( $h_T = 0$ ;  $\bar{P}_{sT} = 0$ ) и распределение давления на основании (94) и (95) описывается уравнением

$$\bar{P}_s = \frac{1}{2} \ln[(1 + H)/(1 - H)] - H; \quad H = (1 - e^{-2h})^{0,5}. \quad (97)$$

Для сравнения приведем безразмерное выражение, соответствующее этому случаю, без учета влияния аэродинамического сопротивления на скорость потока частиц. Из (63), имея в виду (78) и (79), получим при  $v_{1н} = 0$

$$\bar{P}_э = \frac{1}{3} \left( \left| \sqrt{2h} - u \right|^3 - u^3 \right) . \quad (98)$$

При  $u = 0$  получим следующее равенство

$$\bar{P}_э = (2h)^{1,5} / 3 , \quad (99)$$

являющееся, в чем нетрудно убедиться, частным случаем более общего решения (97) при  $2h \ll 1$ . Графики этих уравнений приведены на рис.3.8.

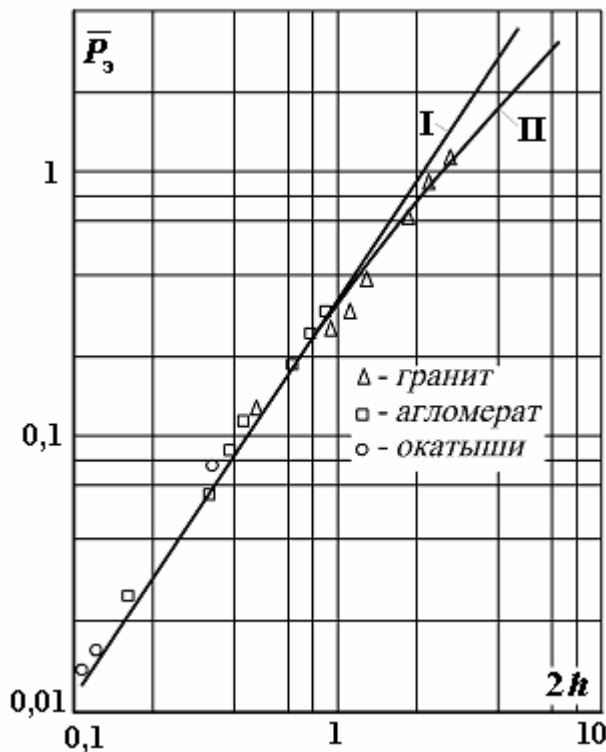


Рис. 3.8. Изменение эжекционного давления по длине желоба ( $v_{1н} = 0$ ;  $v_2 = 0$ ; I – по формуле (99), II – по формуле (97))

Здесь же нанесены данные экспериментальных исследований. Как видно из этих данных в области  $2h \leq 1$ , силы давления в желобе могут быть рассчитаны без учета влияния сопротивления среды на скорость движения частиц материала.

При больших высотах перепада материала наблюдается другая асимптотика (рис.3.9):

$$\bar{P}_э - \bar{P}_{эТ} = \frac{1}{u+1} (h - h_T + \ln 2) - 1. \quad (100)$$

Эжекционное давление в области  $u \leq 0,5$ ;  $h \geq 2$  с погрешностью не более 5 % может быть рассчитано по формуле (100). Завышенное значение эжекционного давления получим, если положим, что по всей длине желоба относительная скорость потока материала постоянна и равна условной скорости витания  $C_y$ . В этом случае на основании (57)

$$P_{эx} = \int_0^x \beta_1 \rho_1 a_T dx = \frac{G_1 x}{v_2 + C_y} \cdot \frac{a_T}{S_ж} \quad (101)$$

или в безразмерном виде

$$\bar{P}_э = h / (1 + u). \quad (102)$$

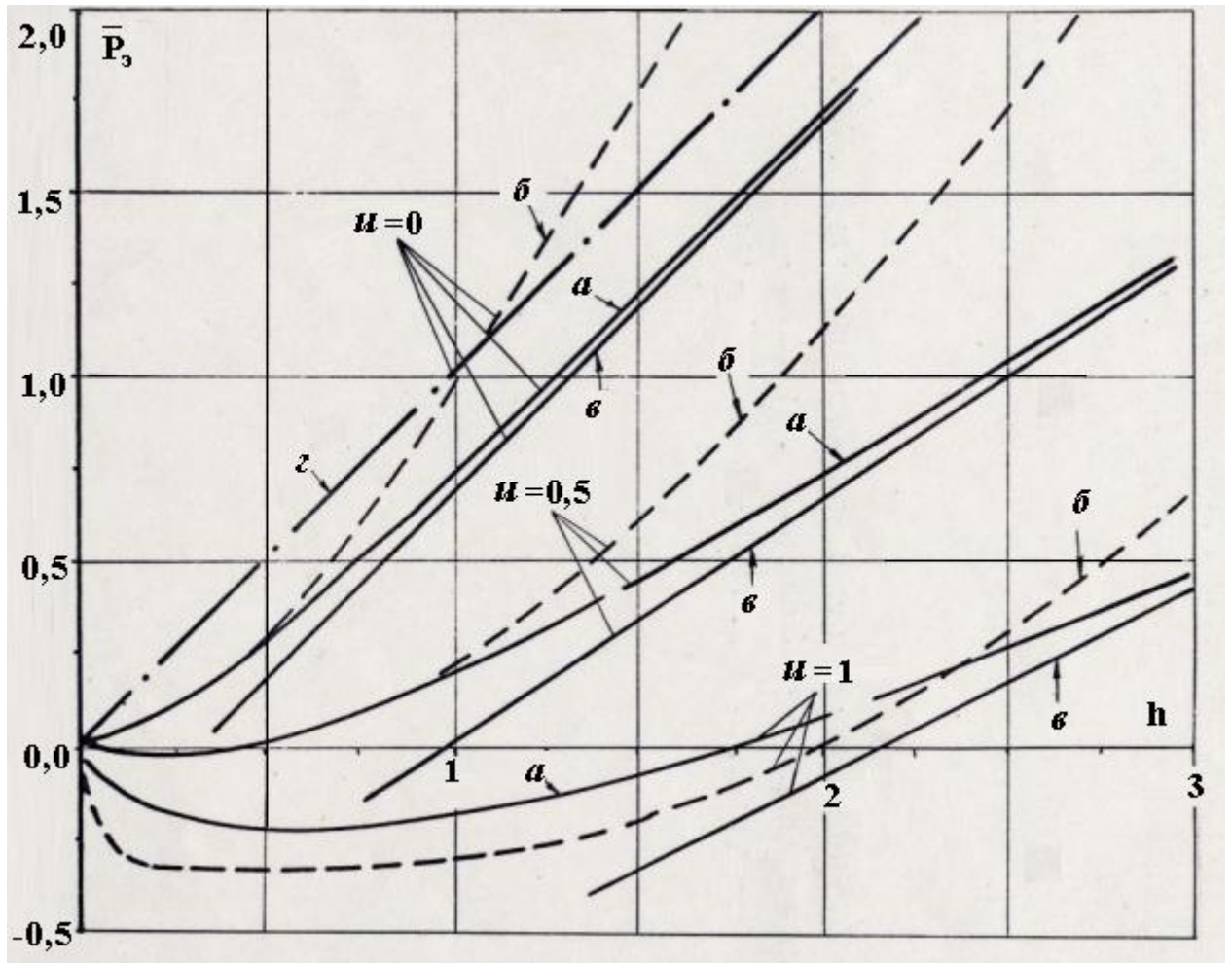


Рис. 3.9. Изменение эжекционного давления по длине желоба при больших высотах перепада материала (а – по формулам (92-95); б – по формуле (98); в – по формуле (100); г – по формуле (102))

Таким образом, эжекционное давление при витании частиц максимально и равно для вертикального желоба весу находящихся в нем частиц, отнесенному к площади поперечного сечения желоба.

*Скорость эжектируемого воздуха.* Определив силовую ситуацию в желобе и главный элемент, определяющий эту ситуацию, – эжекционный напор

$$P_{э_x} = \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2a_T S_{эс}} \cdot \frac{|v_1 - v_2|^3 - |v_{1н} - v_2|^3}{3}, \quad (103)$$

можем найти скорость эжектируемого воздуха. Проинтегрировав уравнение динамики

$$dp = -\lambda \frac{dx}{D} \cdot \frac{|v_2| v_2}{2} \rho_2 + dP_{э_x} \quad (104)$$



при граничных условиях

$$P(0) = P_a - \zeta_n \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2; \quad P(l) = P_a + \zeta_k \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2, \quad (105)$$

получим

$$\sum \zeta \frac{v_2^2}{2} \rho_2 = P_{\text{Э}} \equiv \psi^* \kappa_m \varepsilon \frac{G_1}{2a_T S_{\text{ж}}} \cdot \frac{|v_{1k} - v_2|^3 - |v_{1H} - v_2|^3}{3}, \quad (106)$$

где  $v_{1H}$ ,  $v_{1k}$  – скорости материала в начале и конце желоба, м/с;  $P_a$  – давление вне желоба, Па;  $\zeta_n$ ,  $\zeta_k$  – коэффициенты местного сопротивления соответственно входа воздуха в желоб и выхода его из желоба;  $\sum \zeta$  – сумма коэффициентов местных сопротивлений, равная

$$\sum \zeta = \zeta_n + \zeta_k + \lambda l / D. \quad (107)$$

Как видим из равенства (106), при конечной величине  $\sum \zeta$  в желобе всегда возникает направленный воздушный поток. Направление его совпадает с направлением потока сыпучего материала. Для удобства последующего анализа перепишем уравнение (106) в безразмерном виде

$$\frac{\varphi_k^2}{|1 - \varphi_k|^3 - |n - \varphi_k|^3} = \frac{\psi^* \kappa_m G_1 v_{1k}}{\sum \zeta \cdot 3a_T S_{\text{ж}} \rho_1} \equiv \frac{Bu}{3}, \quad \varphi_k \equiv \frac{v_2}{v_{1k}}, \quad n = \frac{v_{1H}}{v_{1k}}. \quad (108)$$

Утроенная правая часть уравнения представляет собой критерий Бутакова-Нейкова

$$Bu = \frac{\psi^* \kappa_m G_1 v_{1k}}{a_T S_{\text{ж}} \rho_1 \sum \zeta}. \quad (109)$$

Учитывая соотношение для условной скорости витания, получим для числа Бутакова-Нейкова следующее выражение

$$Bu = \frac{G_1 v_{1k}}{S_{\text{ж}} \sum \zeta \frac{C^2}{2} \rho_2}, \quad (110)$$

представляющее собой отношение количества движения материала к условной силе динамического напора.

Анализируя полученный результат, можно увидеть, что количество эжектируемого воздуха

$$Q_{\text{Э}} = \varphi_k v_{1k} S_{\text{ж}} \quad (111)$$

увеличивается с ростом расхода материала и уменьшением крупности его частиц, что удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными (рис.3.10). На величину  $\varphi_k$  также оказывают существенное влияние гидравлическое сопротивление желоба и скорость потока материала.

На рис.3.11 представлены графики соотношения (108), из которых виден асимптотический характер изменения коэффициента  $\varphi_k$ . Область  $Bu > 3$  может быть названа областью автомодельности. Здесь величина коэффициента  $\varphi_k$  практически не изменяется, оставаясь близкой к асимптотическому значению

$$\varphi_k = \frac{1+n}{2}, \quad (112)$$

а объем эжектируемого воздуха

$$Q_э \leq \frac{1}{2}(v_{1H} + v_{1k})S_{жс}. \quad (113)$$

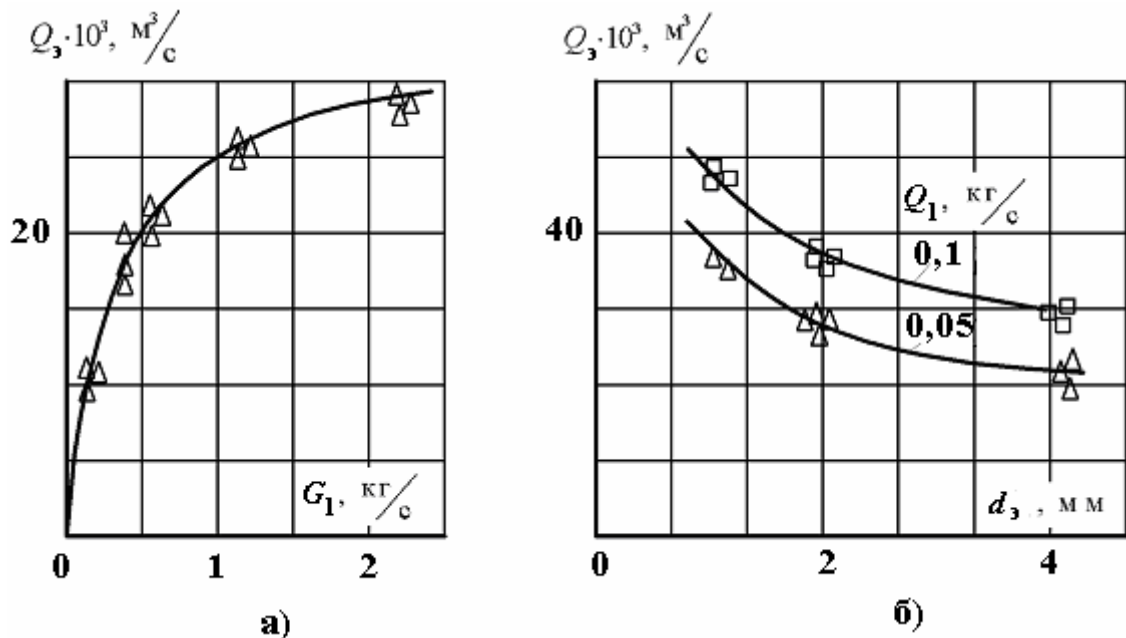


Рис. 3.10. Зависимость расхода эжектируемого воздуха от расхода и крупности пересыпаемого материала (а – перегрузка гранита  $d = 1,25-2,5$  мм при  $\theta = 45^\circ$ ,  $H = 2$  м; б – перегрузка известняка той же крупности при  $\theta = 60^\circ$ ,  $H = 3$  м). Сплошные линии – графики зависимости (111) с учетом (108)

Объясняется это наличием в начале желоба участка торможения, где  $v_2 > v_1$ , и частицы оказывают тормозящее, а не эжектирующее действие на движущийся воздух.



Рис.3.11. Изменение коэффициента  $\varphi_k$  от числа  $Bu$ .  
Сплошные линии – графики уравнения (108),  
а пунктирные – уравнения (1.10)

Это обстоятельство не было учтено, например, в работах проф. С.Е. Бутакова, впервые аналитически исследовавшего эжектирующее действие потока сыпучего материала в желобах [15]. А потому асимптотика в соотношении С. Е. Бутакова отсутствует, а коэффициент  $\varphi_k$  в области  $8,7 < Bu < 13,9$  неоднозначен, что противоречит физическому смыслу ( $\varphi_k$  не может иметь несколько значений при одних и тех же параметрах перегрузочного узла, тем более быть более 1 при действии только эжекционного напора).

Завышенное значение коэффициента  $\varphi_k$ , определяемого по формуле С. Б. Бутакова в области  $Bu < 13,9$ , по сравнению с полученными нами величинами, объясняется уже отмеченной ранее некорректностью использования уравнения сохранения кинетической энергии. Используя соотношение (44) приложения 1 с принятыми при построении одномерной задачи упрощениями, получим

$$\frac{d}{dx} \beta_1 \rho_1 a_T \frac{v_1^2}{2} v_1 = \beta_1 \rho_1 a_T v_1 - \frac{\beta_1}{V_u} R v_1, \quad (114)$$

$$\frac{d}{dx} \beta_2 \rho_2 a_T \frac{v_2^2}{2} v_2 = \beta_2 (\rho_0 - \rho_2) g_x v_2 - \frac{d}{dx} \beta_2 P v_2 - \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v_2^2}{2} \rho_2 v_2 + \frac{\beta_1}{V_u} R v_2. \quad (115)$$

Имея в виду малость объёмной концентрации материала

$$\beta_2 \approx 1 \quad ; \quad v_2 \approx \text{const} \quad \text{при} \quad S_{ж} = \text{const} \quad (116)$$

с учетом уравнений (1) и (2), имеем

$$\beta_1 \rho_1 v_1 v_1 \frac{dv_1}{dx} = \beta_1 \rho_1 a_T v_1 - \frac{\beta_1}{V_u} R v_1, \quad (117)$$

$$\beta_2 \rho_2 v_2 v_2 \frac{dv_2}{dx} = (\rho_0 - \rho_2) g_x v_2 - v_2 \frac{dP}{dx} - \frac{\lambda}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 v_2 + \frac{\beta_1}{V_u} R v_2. \quad (118)$$

Откуда, разделив обе части уравнений на соответствующую скорость, получим исследуемые нами уравнения динамики одномерного потока. Таким образом, при

корректном использовании уравнений сохранения кинетической энергии, получим тождественные результаты.

Полученные результаты анализа уравнений динамики одномерного потока находятся в хорошем качественном и количественном согласии с экспериментальными данными. В этом мы убедились как при оценке сил, действующих в желобе, так и при сравнении объемов эжектируемого воздуха. На рис.3.12 представлены результаты сравнения обширных экспериментальных данных с расчетными по формуле (108), а также сопоставления с данными других авторов, изучавших процесс эжекции. Графики зависимостей коэффициента  $\varphi_k$  от  $Bu$  по Хемеону [109] построены при  $\sum\zeta = 1,5$ ; по Хэтчу [108] – при  $\sqrt[3]{E_3} = 0,4$ ;  $\sum\zeta = 1,5$ ; по Деннису и Андерсену [106] – при  $\sum\zeta = 1,5$ ;  $\rho_1 = 3000 \text{ кг/м}^3$ ;  $F_H^e = 0,2 \text{ м}^2$ ;  $S_{жс} = 0,5 \text{ м}^2$ ; по Гращенкову с соавторами [27] – при  $\kappa^3 = 0,18$ ; по Багаевскому и Бакирову [8] – при  $\sum\zeta = 1,5$ ;  $\rho = 0,3$ ; по Олиферу [71] – при  $d_{cp} = 10 \text{ мм}$ .

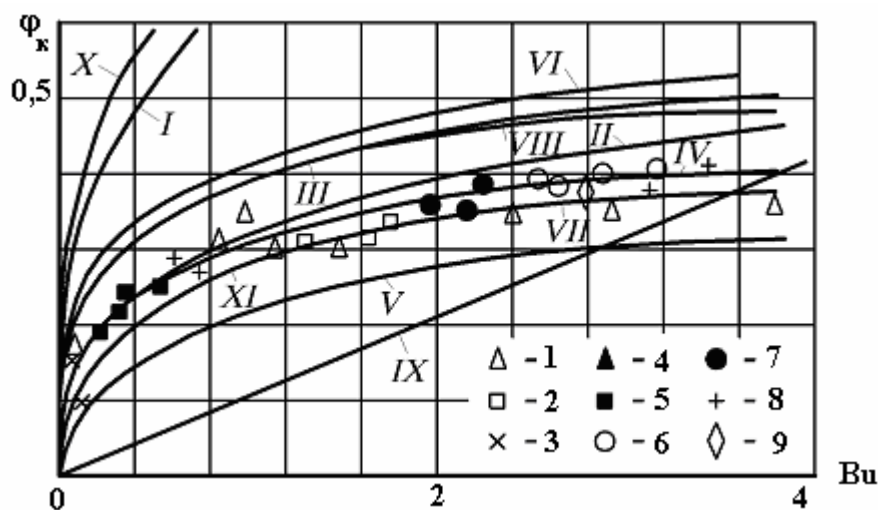


Рис. 3.12. Зависимость коэффициента  $\varphi_k$  от числа  $Bu$  при  $n = 0$  по данным Хемеона (I), Хэтча (II), Бутакова С.Е. (III), авторов (IV – по формуле (108)), Денниса и Андерсена (V), Минко В.А. (VI), Гращенкова Н.Ф. (VII), Чулакова П.Ч. (VIII), Богаевского О.А. и Бакирова У.Х. (IX), Килина П.И. (X) и Олифера В.Д. (XI); экспериментальные данные: 1 – для кварцита [102], 2,3 – для гранита и железной руды [37], 4 – для железной руды [11], 5-9 – данные авторов соответственно для гранита, окатышей, агломерата, кокса и железной руды

Экспериментальные данные А.В. Шелекетина [102] для кварцита  $d = 3-5 \text{ мм}$ , М.Т. Камышенко [37] для гранита  $d = 22 \text{ мм}$  и железной руды  $d = 5,6 \text{ мм}$ , Е.Н. Бошнякова [11] для железной руды, а также данные наших экспериментальных исследований хорошо согласуются с результатами теоретических исследований одномерного потока. Хорошее согласование с экспериментом дают также формулы В.Д. Олифера в области  $Bu < 1$  и  $d \sim 10 \text{ мм}$  и Н.Ф. Гращенкова с соавторами в области  $Bu > 1$  при введении поправочного коэффициента  $\kappa^3 = 0,18$ .

Зависимости В. Хемеона, П.И. Килина [39,40], а также О.А. Богаевского и У.Х. Бакирова дают наибольшие отклонения.

До сих пор мы рассматривали движения воздуха в желобе под действием только аэродинамического взаимодействия падающего материала и воздуха. Оценим теперь влияние местного отсоса на объемы эжектируемого воздуха.

Под действием разрежения, возникающего в нижней части желоба в результате работы местного отсоса, объем эжектируемого воздуха увеличивается. Дейст-

вительно, заменяя при интегрировании равенства (104) второе граничное условие (105) соотношением

$$P(l) = P_a + \zeta_k \frac{v_2^2}{2} \rho_2 - P_2, \quad (119)$$

где  $P_2$  – разрежение в укрытии, Па, получим

$$\sum \zeta \frac{v_2^2}{2} \rho_2 = P_3 + P_2. \quad (120)$$

Считая движение материала равноускоренным, это уравнение несложно преобразовать в следующее критериальное соотношение:

$$\varphi_k^2 = \text{Вu} \left[ |1 - \varphi_k|^3 - |n - \varphi_k|^3 \right] / 3 + \text{Eu}, \quad (121)$$

где  $\text{Eu}$  – критерий Эйлера, равный

$$\text{Eu} = P_2 / \left( \frac{v_{1k}^2}{2} \rho_2 \sum \zeta \right). \quad (122)$$

Сравнение рассчитанных объемов эжектируемого воздуха и в этом случае удовлетворительно согласуется с многочисленными экспериментальными данными (рис.3.13).

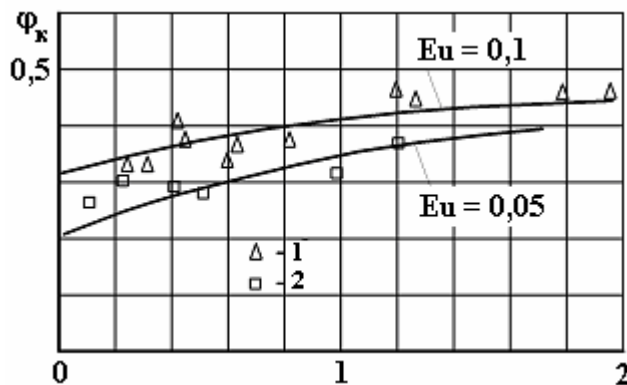


Рис. 3.13. Зависимость коэффициента  $\varphi_k$  от чисел  $\text{Вu}$  и  $\text{Eu}$  (экспериментальные данные:  $\Delta$  – 1 – при  $\text{Eu} = 0,08-0,12$ ;  $\square$  – 2 – при  $\text{Eu} = 0,04-0,06$ )

Остановимся еще на одном подходе к оценке аэродинамического процесса в желобе, рассматривая эжекцию воздуха падающим материалом как работу своеобразного нагнетателя в сети. Построим характеристику этого нагнетателя и оценим коэффициент «полезного» действия его. Напор этого нагнетателя есть не что иное, как эжекционный напор. Зная величину этого напора, можно найти количество эжектируемого воздуха. В общем случае с учетом разрежения в укрытии

$$Q_3 = \sqrt{(P_3 + P_2) / R_{ж}}, \quad (123)$$

где  $R_{жс}$  – гидравлическая характеристика желоба

$$R_{ж} = \sum \zeta \rho_2 / (2S_{ж}^2) . \quad (124)$$

Безразмерная характеристика в общем случае может быть оценена с помощью функциональных соотношений (80) и (83). На рис.3.14 представлена такая характеристика при  $v_{1н} = 0$ . Она построена по формулам (94) и (95) при  $h = 1$  и  $1/3$ . Здесь же нанесены экспериментальные данные для капель воды размером  $d_3 = 3$  мм при падении их в вертикально установленной трубе диаметром 300 мм и длиной 6,25 м и 1,9 м.

К.п.д. нагнетателя, как известно, выражается равенством

$$\eta_3 = P_3 Q_3 / W , \quad (125)$$

где  $P_3$  – напор, создаваемый нагнетателем при производительности  $Q_3$ , Па;  $W$  – мощность, затрачиваемая на подъем сыпучего материала, часть которой идет на создание напора  $P_3$  и перемещение  $Q_3$  воздуха.

В нашем случае затрачиваемая мощность

$$W = gG_1 H . \quad (126)$$

Тогда равенство (125) принимает вид

$$\eta_3 = \bar{P}_3 u / h . \quad (127)$$

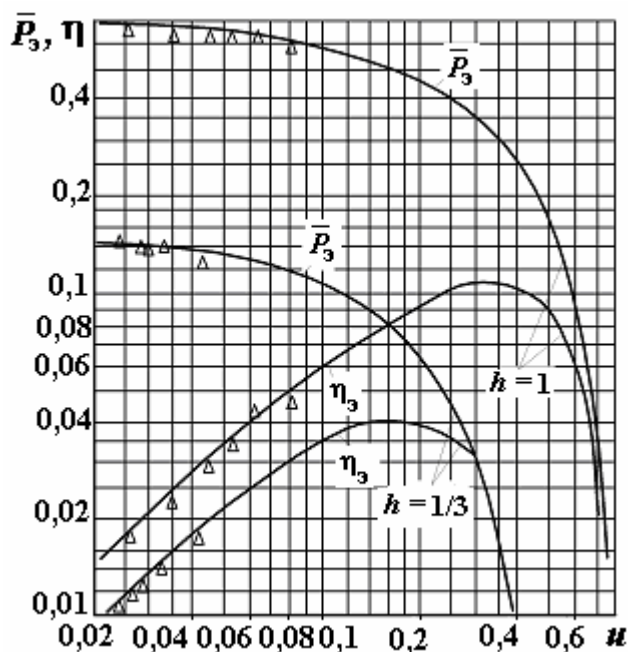


Рис. 3.14. Аэродинамическая характеристика «эжекционного нагнетателя»

График  $\eta_3 = f(u)$ , представленный на рис.3.14, построен по этой формуле с учетом соотношений (92) - (95). Как видно из представленных данных, к.п.д. нагнетателя возрастает с увеличением высоты падения материала и с уменьшением скорости витания.

Имея характеристику нагнетателя и сети (желоба), по формуле (123) определяем количество эжектируемого воздуха. Здесь полная аналогия с расчетом производительности вентилятора, работающего в сети, с определенной гидравлической характеристикой (сопротивлением). Этот подход позволяет решать задачи, связанные с определением объемов эжектируемого воздуха и в более сложных случаях – при разветвлен-

ных желобах, при каскадном расположении оборудования и т.п.

### 3.1.3. Особенности динамического взаимодействия воздуха с потоком сыпучего материала при слоистом движении в наклонном желобе

До сих пор мы рассматривали аэродинамически активные или смешанные потоки сыпучего материала. Аэродинамическое сопротивление частиц в потоке соизмеримо с аэродинамической силой одиночной частицы. Рассмотрим случаи пассивного взаимодействия компонентов. Характерным примером такого взаимодействия могут служить потоки порошкообразных материалов в наклонных желобах.

Поведение потоков влажного концентрата в аэродинамическом отношении подобно движению кускового материала. Мелкие частицы концентрата за счет значительных аутогезионных сил удерживаются в виде конгломератов или «пакетов». Размер этих пакетов, как показали исследования В.Л. Попова [78], определяется условиями сбрасывания концентрата в желоб\*. Так, при перегрузке с ленточных конвейеров с шириной ленты до 1000 мм размер пакетов составляет 10-60мм. Принимая его размер за характерный размер «частиц», имеем случай условно активных потоков. Расчет аэродинамики этих потоков выполняется по вышеприведенным расчетным соотношениям [48].

Сушеный концентрат, как и измельченный бентонит и известняк, при движении не образуют пакетов. Их движение в наклонных желобах подобно течению железных порошков [32, 94]. Преобладающая масса порошка движется по дну желоба в слое. Над поверхностью этого слоя падает лишь незначительная часть вырвавшихся из слоя частиц. Количество их определяется интенсивностью динамического взаимодействия поверхности слоя с воздухом. Исследования в вакуум-камере, проведенные под руководством О.Д. Нейкова [69], показали, что движение тонких порошков железа аналогично течению тяжелой жидкости. Частиц над поверхностью струи нет.

Таким образом, при движении порошковых материалов в желобах аэродинамически активен не весь поток, а лишь его поверхность. Определим силы взаимодействия и объем эжектируемого воздуха.

*Силы межкомпонентного взаимодействия при слоистом движении измельченного материала в силу специфики этого движения можно представить в общем случае в виде суммы двух сил:*

$$P_{\text{э}} = P_n + P_{\text{э}}^*, \quad (128)$$

где  $P_n$  – поверхностная сила, обусловленная взаимодействием шероховатой поверхности слоя частиц с воздухом, Па;  $P_{\text{э}}^*$  – эжекционный напор частиц, движущихся над слоем, Па.

Поверхностную силу выразим через касательное напряжение  $\tau_n$ :

---

\* Влияние аутогезионных сил и эрозии на эжектирующую способность потока слипающегося порошка раскрыто в работе [215, 43].

$$P_n = \int_0^l \tau_n \vartheta dx \quad , \quad (129)$$

где  $\vartheta$  – ширина желоба, м;  $l$  – длина желоба, м. Касательное напряжение в свою очередь можно выразить через динамический напор относительного движения частиц и коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda^*$ :

$$\tau_n dx \cdot \vartheta = \lambda^* \frac{dx}{D^*} \frac{(v_1 - v_2) |v_1 - v_2|}{2} \rho_2 S_{\text{жс}} \quad (130)$$

или

$$\tau_n = c_\tau \frac{(v_1 - v_2) |v_1 - v_2|}{2} \rho_2 \quad , \quad (131)$$

где

$$c_\tau = \frac{\lambda^*}{2} (0,5 + \delta / \vartheta) \quad , \quad (132)$$

$\delta$  – высота поперечного сечения желоба, не занятого материалом,  $D^*$  – гидравлический диаметр желоба, равный

$$D^* = 4\vartheta\delta / (2\delta + \vartheta) \quad . \quad (133)$$

Тогда поверхностная сила будет

$$P_n = \int_0^l c_\tau \vartheta \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx \quad . \quad (134)$$

Сила эжекционного давления может быть записана в виде

$$P_{\text{э}}^* = \int_0^l \psi \frac{G_1^*}{\rho_1 v_1} \kappa_m \frac{(v_1 - v_2) |v_1 - v_2|}{2} \rho_2 dx \quad , \quad (135)$$

где  $G_1^*$  – расход частиц, движущихся над слоем, кг/с; а общая сила динамического взаимодействия

$$P_{\text{э}} = \int_0^l \vartheta \left( c_\tau + \psi \frac{G_1^* \kappa_m}{\rho_1 v_1 \vartheta} \right) \frac{(v_1 - v_2) |v_1 - v_2|}{2} \rho_2 dx \quad (136)$$

или, обозначая выражение в круглых скобках перед динамическим напором



$$c_{\tau}^* = c_{\tau} + \psi \frac{G_1^* K_m}{\rho_1 v_1 \epsilon} , \quad (137)$$

запишем эту силу в виде

$$P_{\mathcal{D}} = \int_0^l c_{\tau}^* \epsilon \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx . \quad (138)$$

Исследованиями с потоками порошков, проведенными Я.М. Зильбербергом под руководством О.Д. Нейкова [32], экспериментально подтверждены предположения о существовании зависимости вида (138). Ими было установлено, что усредненный по длине желоба коэффициент  $c_{\tau}^*$  может быть рассчитан по следующей эмпирической зависимости

$$c_{\tau}^* = 0,09 d_{cp} (3,26 m_v - 3,6 m_v^2 + m_v^3) , \quad (139)$$

$$m_v = 10^3 G_1 / (\rho_1 \epsilon) . \quad (140)$$

Раскрывая значение интеграла правой части уравнения, считая поток равноускоренным, получим следующее выражение для полной силы межкомпонентного взаимодействия

$$P_{\mathcal{D}} = \frac{c_{\tau}^* \epsilon \rho_2}{2 a_T} \cdot \frac{|v_{1k} - v_2|^3 (3v_{1k} + v_2) - |v_{1н} - v_2|^3 (3v_{1н} + v_2)}{12} . \quad (141)$$

Объемы эжектируемого воздуха найдем, зная силу межкомпонентного взаимодействия и гидравлическую характеристику желоба. Скорость воздуха найдем из очевидного соотношения

$$\sum \zeta \frac{v_2^2}{2} \rho_2 S_{жс} = P_{\mathcal{D}} , \quad (142)$$

откуда для коэффициента скольжения компонентов в конце желоба получим зависимость вида:

$$\varphi_{\kappa}^2 / \left[ |1 - \varphi_{\kappa}|^3 (3 + \varphi_{\kappa}) - |n - \varphi_{\kappa}|^3 (3n + \varphi_{\kappa}) \right] = A , \quad (143)$$

где  $A$  – параметр, характеризующий перегрузочный узел, равный

$$A = c_{\tau}^* \epsilon v_{1k}^2 / (12 a_T S_{жс} \sum \zeta) . \quad (144)$$

Как и в случае псевдоравномерного распределения частиц из-за наличия участка торможения при слоистом движении сыпучего материала коэффициент  $\varphi_k$  имеет предел. Величина предела  $\varphi_{np}$  в данном случае определяется уравнением

$$(1 - \varphi_{np})^3(3 + \varphi_{np}) = (\varphi_{np} - n)^3(3n + \varphi_{np}).$$

Так, при  $n = 0$  предельное значение коэффициента  $\varphi_{np}$  составляет 0,64, при  $n = 0,5 - \varphi_{np} = 0,77$ . Определение коэффициента  $\varphi_k$  при действии местного отсоса принципиальных трудностей не вызывает. Правая часть уравнения (142) при этом дополняется вторым слагаемым – произведением величины разрежения в укрытии  $P_2$  и площади  $S_{жс}$ . Безразмерное уравнение, определяющее величину  $\varphi_k$  в этом случае, имеет вид

$$\varphi_k^2 = A \left[ |1 - \varphi_k|^3 (3 + \varphi_k) - |n - \varphi_k|^3 (3n + \varphi_k) \right] + Eu, \quad (145)$$

где  $Eu$  – критерий Эйлера, учитывающий величину разрежения  $P_2$  в соответствии с (122).

### 3.1.4. Эжекция воздуха в бункерообразном желобе при равномерном распределении частиц

Рассмотрим еще один частный случай, когда возможно при оценке аэродинамических эффектов использование уравнений динамики одномерного потока – случай равномерного распределения падающих частиц в бункерообразном желобе.

В практике с таким случаем мы можем встретиться в перегрузочных узлах подгрозотного материала. Мелкие частицы, проходя через решетку грохота, поступают в желоб по всему сечению его. Характерной особенностью здесь является непостоянство скорости воздуха. Последняя изменяется по длине желоба в силу изменения поперечного сечения. Для бункерообразных желобов пирамидальной формы изменение площади сечения подчиняется квадратичному закону

$$S = S_k \left[ a + (1 - a) \frac{x}{l} \right]^2, \quad (146)$$

где

$$a = \sqrt{S_0 / S_k},$$

$S_0, S_k$  – площади поперечных сечений соответственно в начале и в конце желоба,  $\text{м}^2$ .

На основании уравнения для расхода эжектируемого воздуха

$$v_2 = v_{2k} / \left[ a + (1-a) \frac{x}{l} \right]^2.$$

Величина эжекционного напора

$$P_{\text{э}} = \int_{v_{1\text{н}}}^{v_{1\text{k}}} \frac{\beta_1}{V_{\text{ч}}} \psi^* \cdot f_M \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 \frac{v_1 dv_1}{g}$$

зависит от количества частиц, участвующих в динамическом взаимодействии с воздухом. Здесь возможны два случая: когда все частицы по всему пути движения оказывают действие на воздух, и когда частицы и воздух взаимодействуют только на начальном вертикальном участке своего падения до встречи с наклонной стенкой. Далее происходит неупругий удар и скольжение их по наклонной поверхности без заметного взаимодействия с воздухом.

В первом случае имеем

$$\beta_1 = G_1 / (\rho_1 S v_1) = \left[ a + (1-a) \frac{x}{l} \right]^{-2} \cdot G_1 / (\rho_1 S_{\text{к}} v_1)$$

и

$$P_{\text{э}} / \sum \left( \zeta \frac{v_{1\text{k}}^2}{2} \rho_2 \right) = Bu_{\text{к}} \cdot Z^*(a, n, \varphi_{\text{к}}), \quad (147)$$

где  $Bu_{\text{к}}$  – число Бутакова-Нейкова для конечного сечения бункерообразного желоба

$$Bu_{\text{к}} = \psi^* \kappa_m G_1 v_{1\text{k}} / (\sum \zeta S_{\text{к}} \rho_1 g), \quad (148)$$

$Z^*$  – коэффициент, зависящий от  $a$ ,  $n = v_{1\text{н}} / v_{1\text{k}}$ ,  $\varphi_{\text{к}} = v_{2\text{k}} / v_{1\text{k}}$  и равный

$$Z^* = \int_n^1 \left| z - \frac{\varphi_{\text{к}}}{f(z)} \right| \cdot \left( z - \frac{\varphi_{\text{к}}}{f(z)} \right) \frac{dz}{f(z)}; \quad f(z) = \left[ a + (1-a) \frac{z^2 - n^2}{1 - n^2} \right]^2. \quad (149)$$

Во втором случае

$$\beta_1 v_1 = \beta_{1\text{н}} v_{1\text{н}} - \text{const}$$

и

$$P_{\text{э}} / \sum \left( \zeta \frac{v_{1\text{k}}^2}{2} \rho_2 \right) = Bu_{\text{н}} \cdot Z, \quad (150)$$

где

$$Bu_{\text{н}} = \psi^* \kappa_m G_1 v_{1\text{k}} / (\sum \zeta S_{\text{н}} \rho_1 g); \quad Z = \int_n^1 \left| z - \frac{\varphi_{\text{к}}}{f(z)} \right| \left( z - \frac{\varphi_{\text{к}}}{f(z)} \right) dz.$$

Количество эжектируемого воздуха найдем, интегрируя уравнение динамики

$$\frac{1}{S} d(S\rho_2 v_2^2) = -\lambda \frac{dx}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 - dp + dp_{\text{э}} \quad (151)$$

при условии

$$P(0) = P_0 - \zeta_{\text{н}} \frac{v_{2\text{н}}^2}{2} \rho_2; \quad P(l) = P_0 + \zeta_{\text{к}} \frac{v_{2\text{к}}^2}{2} \rho_2. \quad (152)$$

Получим

$$\sum \zeta^* \frac{v_{2\text{к}}^2}{2} \rho_2 = P_{\text{э}}, \quad (153)$$

где

$$\sum \zeta^* = (1 - a^{-4}) + \zeta_{\text{к}} + \zeta_{\text{н}} / a^4 + \lambda \frac{l}{D_{\text{к}}} \xi(a, \nu), \quad (154)$$

$$\xi(a, \nu) = \left[ 2(a - \nu)(a^3 - 1) + 3a(\nu - 1)(a^2 - 1) \right] / \left[ 6a^3(a - 1)^2 \right], \quad (155)$$

$$\nu = \Pi_0 / \Pi_{\text{к}}, \quad D_{\text{к}} = 4S_{\text{к}} / \Pi_{\text{к}}, \quad (156)$$

$\Pi_0$  и  $\Pi_{\text{к}}$  – периметры сечений в начале и в конце желоба, м.

В безразмерном виде уравнение (153) примет вид:

$$\varphi_{\text{к}}^2 / Z^*(a, n, \varphi_{\text{к}}) = G_1 v_{1\text{к}} / \left( \sum \zeta^* S_{\text{к}} \frac{c_y^2}{2} \rho_2 \right) \equiv Bu_{\text{к}}. \quad (157)$$

Как видно из полученных результатов, изменение коэффициента  $\varphi_{\text{к}}$  и для бункерообразных желобов носит асимптотический характер.

Корни уравнения

$$Z^*(a, 0, \varphi_{\text{к}}) = 0, \quad (158)$$

которые представляют собой не что иное как предельное значение  $\varphi_{\text{нр}}$ , смещаются в сторону больших  $\varphi_{\text{к}}$ , чем  $\varphi_{\text{нр}}$  для призматических желобов. Кроме этого, в бункерообразном желобе может существовать две зоны торможения, в начале и в конце желоба. Такой случай возможен при  $\varphi_{\text{нр}} > 1$  ( $a > 1,6$ ). Зона эжекции находится в средней части желоба.

В заключение следует отметить, что рассмотренный случай равномерного распределения частиц по сечению бункерообразного желоба в практике встречается намного реже, чем случай движения потока частиц в виде струи. При этом возможно образование рециркуляционных зон (см. раздел 4).

### 3.1.5. Аэродинамика потока частиц при больших объемных концентрациях

Рассмотрим эжекцию воздуха потоком сыпучего материала в сильно стесненных условиях обтекания твердых частиц – в условиях, когда объемная концентрация материала настолько велика, что положение (39) неприменимо.

Найдем количество эжектируемого воздуха для характерного случая вертикальной перегрузки – случая безградиентного потока частиц. Прежде чем оценить аэродинамические эффекты в вертикальном призматическом желобе при равномерном распределении частиц в поперечном сечении, найдем соотношение для коэффициента  $\psi^*$  в широком диапазоне изменения объемной концентрации от сильно разреженного потока, для которого справедливо соотношение А.П. Лященко, до потока плотно упакованных частиц. Для определения коэффициента сопротивления частиц в последнем случае воспользуемся эмпирическим соотношением Бернштейна, Померанцева и Шагаловой [7, 34]

$$P = \frac{1,53}{(1-\beta)^{4,2}} \cdot \left( \frac{75}{\text{Re}} + \frac{15}{\sqrt{\text{Re}}} + 1 \right) \cdot \frac{H}{d_3} \cdot \frac{[u(1-\beta)]^2}{2} \rho_2, \quad (159)$$

определяющим сопротивление плотного слоя (высотой  $H$ ) частиц крупностью  $d_3$  при продувании воздуха со скоростью фильтрации  $u(1-\beta)$ . Здесь и далее нижний индекс  $i$  при  $\beta$  для удобства записи опущен. Число Рейнольдса определяется формулой

$$\text{Re} = \frac{0,45}{\beta\sqrt{1-\beta}} \cdot \frac{u(1-\beta)d_3}{\nu} = 0,45 \frac{\sqrt{1-\beta}}{\beta} \frac{ud_3}{\nu}.$$

С другой стороны –

$$P = \frac{H}{V_q} \psi^* f_m \frac{u^2}{2} \rho_2 = \frac{1,5}{d_3} H \psi^* \frac{u^2}{2} \rho_2. \quad (160)$$

Таким образом, для частиц в плотном слое

$$\psi^* = \frac{1}{\beta(1-\beta)^{2,2}} \left( \frac{75}{\text{Re}} + \frac{15}{\sqrt{\text{Re}}} + 1 \right) \quad (161)$$

или

$$\psi^* / \psi_0 = \frac{1}{\psi_0 \beta(1-\beta)^{2,2}} \left( \frac{75}{\text{Re}} + \frac{15}{\sqrt{\text{Re}}} + 1 \right). \quad (162)$$

В области автомодельности

$$E \equiv \sqrt{\psi_0/\psi^*} = \sqrt{\psi_0\beta(1-\beta)^{1,1}}. \quad (163)$$

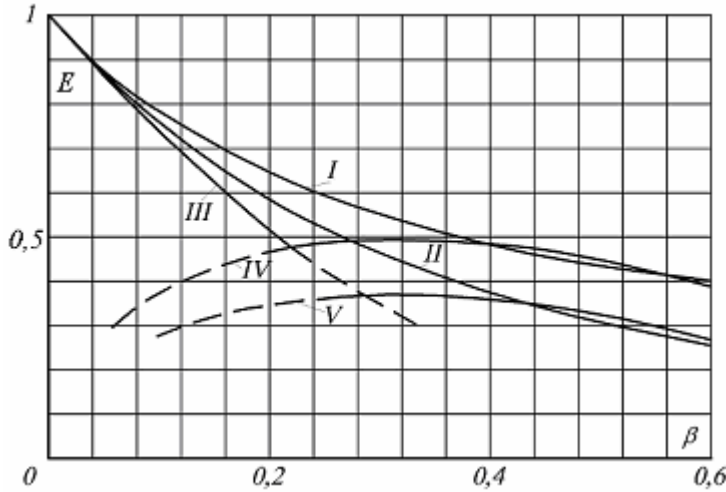


Рис. 3.15. Зависимость коэффициента  $E$  от объемной концентрации частиц при равномерном распределении их в поперечном сечении призматического желоба

(для острозернистых частиц: I - по формуле (164), IV - по формуле (163); для округлых частиц: II - по формуле (164), V - по формуле (163); III - по данным П.ВЛященко, формула (2.44))

Дробно-линейная функция вида

$$E = (1 + a\beta)/(1 + \epsilon\beta) \quad (164)$$

обеспечивает сглаживание крайних областей (рис.3.15). В частности, для острозернистых частиц ( $\psi_0 = 1,8$ )  $a = \frac{1}{3}$ ,  $\epsilon = (3 + a) = \frac{10}{3}$ ;

для округлых частиц ( $\psi_0 = 1$ )  $a = -\frac{2}{3}$ ,  $\epsilon = \frac{7}{3}$ .

Учитывая (164) и пренебрегая силами аэродинамического сопротивления стенок желоба, уравнение динамики (38) для изотермического потока можем записать в виде

$$(1 - \beta)v_2\rho_2dv_2 = -(1 - \beta)dP + \psi_0 \left( \frac{1 + \epsilon\beta}{1 + a\beta} \right)^2 \beta\kappa_m \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx$$

или

$$\frac{\rho_2}{2} dv_2^2 = -dP + \psi_0 \left( \frac{1 + \epsilon\beta}{1 + a\beta} \right)^2 \frac{\beta\kappa_m}{1 - \beta} \cdot \frac{|v_1 - v_2|(v_1 - v_2)}{2} \rho_2 dx. \quad (165)$$

Решение уравнения (165) наиболее просто получить для случая равномерного движения сыпучего материала в желобе ( $v_1 = const$ ), например, при связанном режиме движения. Так как в этом случае объемная концентрация материала по высоте желоба не изменяется, то и воздушный поток имеет неизменную скорость ( $v_2 = const$ ). Для определения будем полагать, что  $v_1 - v_2 = u > 0$ .

Интегрируя (165), получим следующее уравнение

$$P_k - P_n = P_3 \equiv \psi_0 \frac{\beta}{1-\beta} \cdot \left( \frac{1+\epsilon\beta}{1+a\beta} \right)^2 \kappa_m \frac{u^2}{2} \rho_2 H, \quad (166)$$

которое, полагая давление в начале и в конце желоба равным

$$P_n = P_a - P_1 - \zeta_n \frac{v_2^2}{2} \rho_2; \quad P_k = P_a - P_2 + \zeta_k \frac{v_2^2}{2} \rho_2, \quad (167)$$

можем переписать в безразмерном виде

$$\left( \frac{\varphi}{1-\beta} \right)^2 = N + \beta \frac{B}{\sum \zeta} \left( 1 - \frac{\varphi}{1-\beta} \right)^2, \quad (168)$$

где  $P_1, P_2$  – разрежения в укрытиях, примыкающих соответственно к верхнему и нижнему участку желоба, Па;  $H$  – высота желоба, м;

$$\varphi = w/v_1; \quad w = v_2(1-\beta) = Q_3/S_{ж}; \quad \sum \zeta = \zeta_n + \zeta_k; \quad (169)$$

$$N = \frac{P_2 - P_1}{\sum \zeta \frac{v_1^2}{2} \rho_2}; \quad B = \psi_0 \frac{\kappa_m H}{1-\beta} \cdot \left( \frac{1+\epsilon\beta}{1+a\beta} \right)^2. \quad (170)$$

В случае равноускоренного потока частиц величина эжекционного давления, учитывая соотношения для объемной концентрации компонентов

$$\beta = \frac{G_1}{v_1 \rho_1 S_{ж}}; \quad 1-\beta = \frac{Q_2}{v_2 S_{ж}};$$

$$v_2 = w \frac{v_1}{v_1 - G_1/(\rho_1 S_{ж})}, \quad (171)$$

может быть представлена в виде следующего соотношения

$$\bar{P}_3 \equiv \frac{2a_T \rho_1 S_{ж} P_3}{\psi_0 \kappa_m G_1 v_{1k}^3 \rho_2} = \left[ |1-\varphi|^3 - |n-\varphi|^3 \right] K(n, \varphi, \beta_k) / 3, \quad (172)$$

$$\varphi = \frac{w}{v_1 - G_1/(\rho_1 S_{ж})}. \quad (173)$$

Здесь  $K(n, \varphi, \beta_k)$  – поправочный коэффициент

$$K = \frac{3}{|1-\varphi|^3 - |n-\varphi|^3} \int_n^1 \left( \frac{z + \varepsilon \beta_k}{z + a \beta_k} \right)^2 \cdot \left( \frac{z}{z - \beta_k} \right)^3 |z - \beta_k - \varphi| (z - \beta_k - \varphi) dz, \quad (174)$$

учитывающий стесненность. Как показывают расчеты в области  $\beta_k < 0,005$ , величина  $K$  равна практически единице (исключая небольшую область  $\frac{1+n}{2} - 0,1 < \varphi < \frac{1+n}{2} + 0,1$ , где величина  $\bar{P}_3$  сама по себе мала), и влиянием концентрации на величину  $P_3$  можно пренебречь.

Уравнение динамики (165) после интегрирования при условиях

$$P_k = P_a - P_2 + \zeta_k v_{2k}^2 \rho_2 / 2, \quad (175)$$

$$P_n = P_a - P_1 + \zeta_n v_{2k}^2 \rho_2 / 2 \quad (176)$$

принимает следующий вид

$$\sum \zeta w^2 \rho_2 / 2 = P_3 + P_2 - P_1, \quad (177)$$

где  $\sum \zeta$  – сумма коэффициентов местных сопротивлений желоба, равная

$$\sum \zeta = \frac{\zeta_k + 1}{(1 - \beta_k)^2} - \frac{1 - \zeta_n}{(1 - \beta_k / n)^2}. \quad (178)$$

Разделив обе части уравнения (177) на величину  $\sum \zeta v_{1k}^2 \rho_2 / 2$ , получим следующее безразмерное соотношение

$$\varphi^2 = \frac{A}{\sum \zeta} \beta_k \frac{|1-\varphi|^3 - |n-\varphi|^3}{3} K(\varphi, n, \beta) + N, \quad (179)$$

определяющее величину коэффициента  $\varphi$ .

Здесь

$$A = \psi_0 \frac{\kappa_m v_{1k}^2}{g}, \quad N = \frac{P_2 - P_1}{\sum \zeta v_{1k}^2 \rho_2 / 2}. \quad (180)$$

Анализ изменения коэффициента  $\varphi$  при росте объемной концентрации позволяет выделить две характерные области (рис.3.16, графики уравнения (179) построены при  $N = 0$ ;  $\zeta_n = 1,0$ ;  $A = 11500$ ). В области  $\beta_k < 0,005-0,05$  наблюдается резкое возрастание коэффициента  $\varphi$  с увеличением объемной концентрации, стесненность практически не сказывается. При  $\beta_k > 0,005-0,05$  влияние стесненности заметно, и коэффициент  $\varphi$  уменьшается.



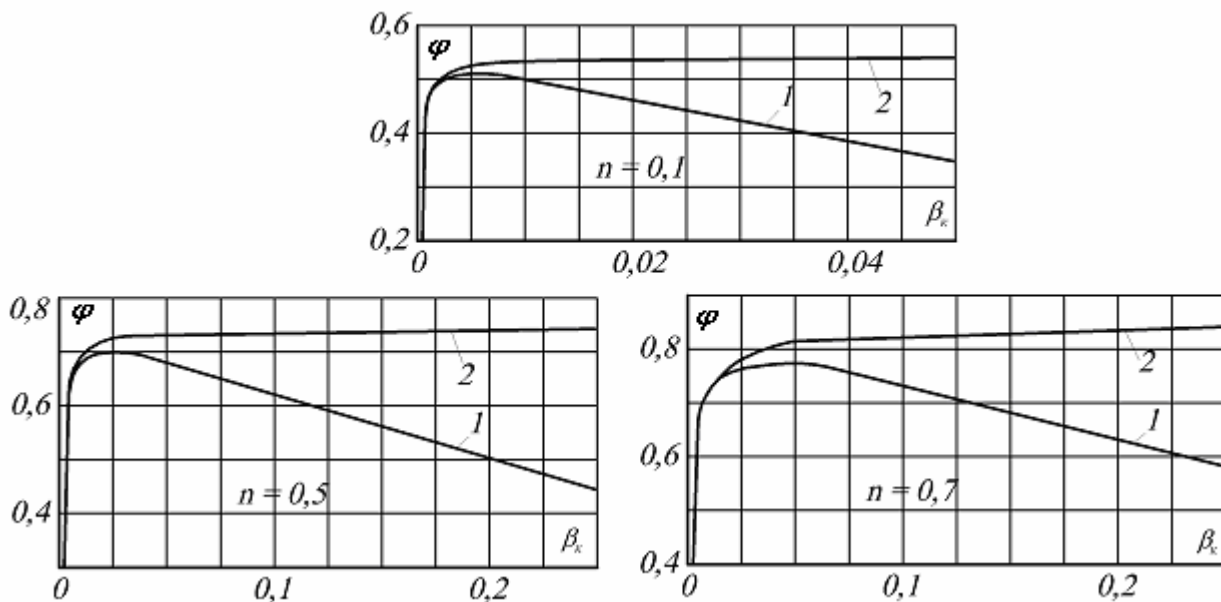


Рис. 3.16. Изменение коэффициента  $\varphi$  при увеличении объемной концентрации в желобе:  
 1 – с учетом стесненности частиц, при этом  $K$  определялось по формуле (174);  
 2 – без учета стесненности,  $K = 1$

### 3.2. Влияние тепло- и массообмена

Роль межкомпонентного тепло-массообмена двояка. С одной стороны, в желобе появляется дополнительная сила – тепловое давление, обусловленное архимедовыми силами. С другой – в результате массообмена возникает дополнительный источник или сток газообразного компонента.

#### 3.2.1. Межкомпонентный теплообмен в наклонном желобе

Теплообмен, как и силовое взаимодействие между компонентами, определяется структурой потока частиц и характером их движения в желобе. Экспериментальное изучение теплообмена было выполнено с помощью установки, на которой исследовались эжектирующие свойства потока ненагретых частиц (рис.3.2). Величина теплового потока от частиц к воздуху определялась методом энтальпии:

$$Q = c_2 G_2 (t_k - t_n), \text{ Вт}, \quad (181)$$

где  $c_2$  – теплоемкость воздуха, Дж/ кг·град;  $G_2$  – массовый расход воздуха, кг/с;  $t_n, t_k$  – температура воздуха соответственно при входе в желоб и на выходе из него, °С. Для исключения внешнего теплообмена стенки желоба были теплоизолированы.

Исследованию подвергались дробленый гранит (монофракция 1,25-2,5 мм) и железная руда (полифракция  $d_{cp} - 2,5$  мм, гранулометрический состав которой приведен в табл.3.2). Нагретый до 200-300 °С материал пересыпался по теплоизо-

лированному желобу сечением 0,15 x 0,15 м при  $\Theta = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ . Как показали экспериментальные исследования, интенсивность теплообмена изменяется в зависимости от относительной скорости частиц (рис.3.17а) и объемной концентрации их (рис.3.17б), что согласуется с обобщением теплообмена в дисперсных сквозных потоках, выполненным З.Р. Горбисом [24]. Установленный характер изменения межкомпонентного теплообмена для рассматриваемого случая ускоренного падения частиц был также подтвержден выполненными позднее экспериментами А.С. Семенова [83], изучавшего теплообмен между падающими стальными шариками  $d = 10,5$  мм и воздухом в вертикальном желобе сечением 0,14 x 0,14 м. Однако в количественном отношении теплообмен в наклонных желобах существенно отличается от потоков свободной газозвеси и теплообмена в вертикальном желобе. Здесь практически каждая частица участвует в теплообмене, и интенсивность его намного выше, чем при движении частиц в наклонном желобе, когда большая их часть движется у дна в стесненных условиях. Поэтому в нашем случае мы можем говорить об условном (кажущемся) коэффициенте теплообмена.

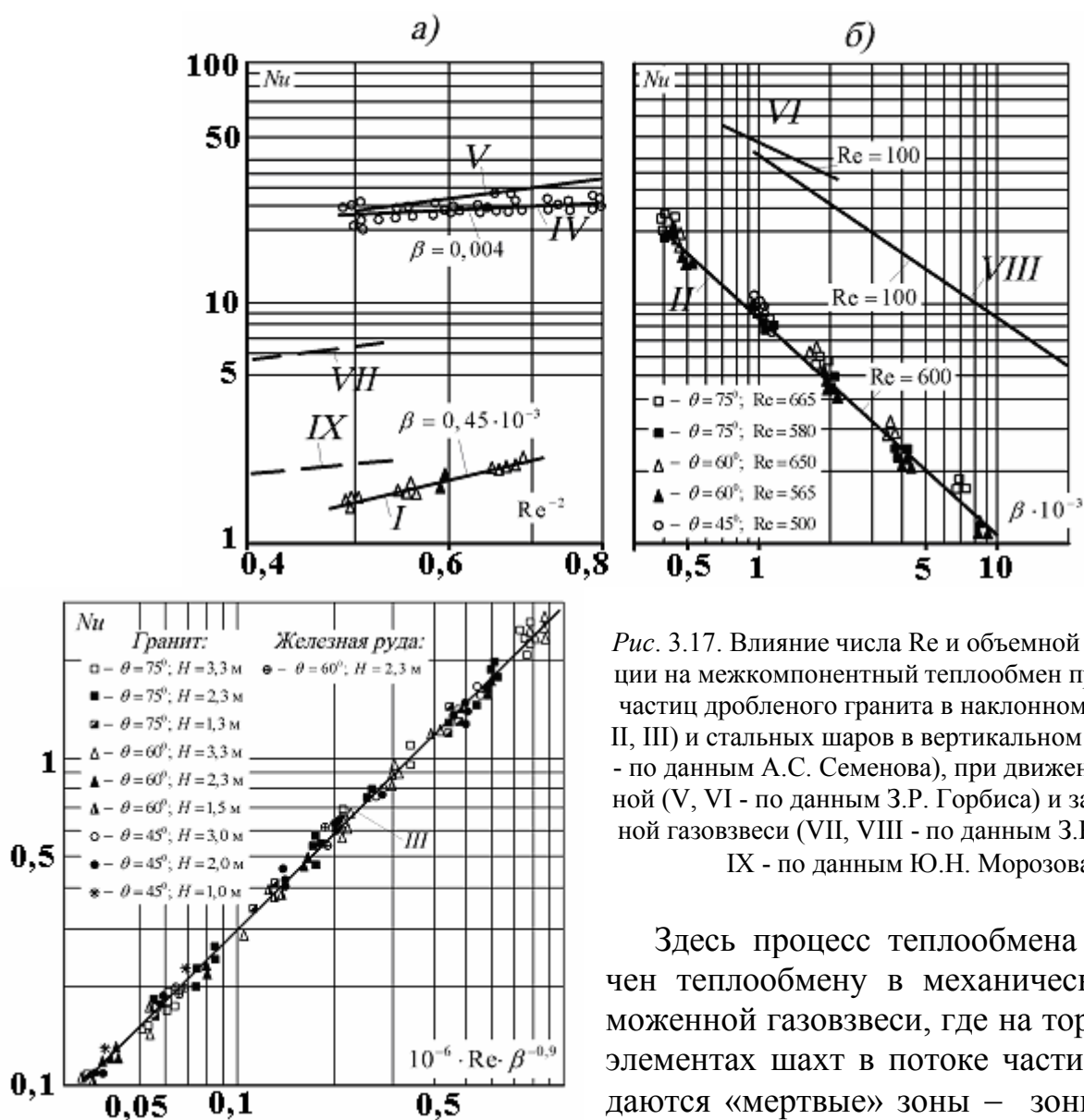


Рис. 3.17. Влияние числа Re и объемной концентрации на межкомпонентный теплообмен при падении частиц дробленого гранита в наклонном желобе (I, II, III) и стальных шаров в вертикальном желобе (IV - по данным А.С. Семенова), при движении свободной (V, VI - по данным З.Р. Горбиса) и заторможенной газозвеси (VII, VIII - по данным З.Р. Горбиса; IX - по данным Ю.Н. Морозова)

Здесь процесс теплообмена аналогичен теплообмену в механически заторможенной газозвеси, где на тормозящих элементах шахт в потоке частиц наблюдаются «мертвые» зоны – зоны со слабым взаимодействием с воздухом. Этим

можно объяснить и близость значений критерия Нуссельта (кривые I, IX [64. 24]), и совпадающий характер изменения теплообмена с увеличением объемной концентрации (угол наклона линий II и VIII).

В результате статистической обработки опытных данных в интервале  $0,0002 < \beta < 0,01$ ;  $400 < Re < 700$  было получено следующее соотношение [47]:

$$Nu = 2,95 \cdot 10^{-6} Re \cdot \beta^{-0,9}, \quad (182)$$

позволяющее определить межкомпонентный теплообмен в наклонном желобе. Здесь критерии Нуссельта и Рейнольдса выражаются через средний диаметр частиц и среднюю по длине желоба относительную скорость:

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda_2}; \quad Re = \frac{(v_{1cp} - v_2)d}{\nu}; \quad v_{1cp} = \frac{v_{1н} + v_{1к}}{2},$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплообмена, Вт/м<sup>2</sup>·град;  $\lambda_2$  – коэффициент теплопроводности воздуха, Вт/м·град.

### 3.2.2. Тепловой напор

В результате теплообмена плотность воздуха в желобе отлична от плотности окружающего воздуха, и на единицу его объема действует сила Архимеда. Уравнение динамики (8) для призматического желоба имеет вид (полагаем  $\bar{v}_2 \approx const$ ,  $\bar{\beta}_2 \approx 1$ )

$$dp = -(\rho_0 - \rho_2)g_x dx - \lambda \frac{dx}{D} \cdot \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2 + dP_{\text{э}}. \quad (183)$$

Найдем величину

$$P_T = \int_0^l (\rho_0 - \rho_2)g_x dx, \quad (184)$$

называемую обычно тепловым напором. Выразим эту величину через высоту желоба и усредненную плотность воздуха

$$P_T = (\rho_0 - \bar{\rho}_2)gH, \quad (185)$$

где

$$\bar{\rho}_2 = \frac{1}{l} \int_0^l \rho_2 dx. \quad (186)$$

Раскроем знак усреднения. Для этого плотность воздуха выразим через температуру. Используя коэффициент термического расширения  $\beta_T$ , определяемого уравнением

$$\beta_T = \frac{1}{\rho_2} \left( \frac{\partial \rho_2}{\partial T} \right)_p, \quad (187)$$

получим

$$\rho_2 = \rho_0 \exp[\beta_T (T_0 - T_2)], \quad (188)$$

где  $T_0, \rho_0$  – температура ( $^{\circ}K$ ) и плотность окружающего воздуха ( $кг/м^3$ );  $T_2, \rho_2$  – температура ( $^{\circ}K$ ) и плотность воздуха ( $кг/м^3$ ) в желобе.

Для определения температуры  $T_2$  воспользуемся уравнением переноса тепла (92) и выражением для межкомпонентного теплообмена (95) приложения 1. Считая процесс стационарным, пренебрегая пульсационными моментами, это уравнение для одномерной задачи примет вид

$$d(c_2 \rho_2 T_2 v_2 S_{жс}) = \frac{\beta_1}{V_q} S_q \alpha (T_1 - T_2) S_{жс} dx. \quad (189)$$

Кроме вышеупомянутых допущений, положим температуру материала неизменной по длине желоба. Это предположение основано на том, что при относительно малых высотах перегрузки материал из-за кратковременного пребывания в желобе (порядка 1с) практически не охлаждается. Измерения в промышленных условиях (табл.3.3) показали, что относительное охлаждение не превышает точности измерений и колеблется в пределах 1-3 %.

Кроме этого, усредним объемную концентрацию материала, полагая

$$\beta_1 \approx \beta = \frac{G_1}{\rho_1 S_{жс} v_{1cp}}. \quad (190)$$

Интегрируя уравнение (189) с учетом принятых упрощений при условии  $T_2 = T_0$  в начале желоба (при  $x = 0$ ), получим

$$T_2 = T_1 - (T_1 - T_0) \exp\left(-\frac{x}{l} W_\alpha\right), \quad (191)$$

где

$$W_\alpha = \beta \frac{S_q}{V_q} \alpha S_{жс} l / (c_2 \rho_2 v_2 S_{жс}). \quad (192)$$

Тогда выражение для плотности воздуха в желобе примет вид

$$\rho_2 = \rho_0 \exp\left[-\beta_T (T_1 - T_2) \left(1 - e^{-\frac{x}{l} W_\alpha}\right)\right], \quad (193)$$

а усредненное значение плотности

$$\bar{\rho}_2 = \rho_0 \exp[\beta_T(T_1 - T_0)] \cdot \{Ei[\beta_T(T_1 - T_0)] - Ei[\beta_T(T_1 - T_0)e^{-W_\alpha}]\} / W_\alpha, \quad (194)$$

где  $Ei(f)$  – показательная интегральная функция при аргументе  $f$ .

Таблица 3.3

**Изменение температуры материала и паровоздушной смеси в желобе при перегрузках нагретых влажных материалов**

Наименование перегрузочного узла	Расход матер. $G_1$ , кг/с	Высота перепада $H$ , м	Площадь поперечного сечения желоба $S_{ж}$ , м <sup>2</sup>	Температура материала, °С		Температура паровоздушной смеси, °С		
				$t_{1н}$	$t_{1к}$	$t_{2н}$	$t_{2к}$	$t_0$
Перегрузка обожженного рудного материала из барабанного охладителя на ленточный конвейер	10	5,5	0,2	78	77	25	50	7
Перегрузка обожженного рудного материала с конвейера на конвейер	200	6,0	0,4	65	63	20	45	12
Перегрузка обожженного рудного материала с конвейера через промежуточный бункер на конвейер	200	12,0	0,4	62	60	20	40	10
Перегрузка железорудных окатышей из барабанного охладителя на конвейер	8	3,0	0,2	73	70	30	35	6
Перегрузка железорудных окатышей с конвейера на конвейер	30	3,5	0,8	70	68	30	50	10

Подставляя полученный результат для  $\bar{\rho}_2$  в уравнение (185), получим

$$P_T = \left( \rho_0 - \frac{\rho_0 + \rho_{2к}}{2} \Pi \right) gH, \quad (195)$$

где  $\Pi$  – поправочный коэффициент, равный

$$\Pi = 2e^{-A} \left[ Ei(A) - Ei(Ae^{-W_\alpha}) \right] / \left[ W_\alpha \cdot (1 + \rho_{2k}/\rho_0) \right], \quad (196)$$

$$A = (\ln \rho_{2k}/\rho_0) / (1 - e^{-W_\alpha}). \quad (197)$$

В области  $w_\alpha < 1$ ;  $0,6 < \rho_{2k}/\rho_0 < 1$  коэффициент  $\Pi$  практически равен единице, и величина усредненной плотности воздуха в желобе равна среднеарифметическому значению [46]. Тепловой напор в общем случае равен

$$P_T = \left( \rho_0 - \frac{\rho_{2н} + \rho_{2к}}{2} \right) gH. \quad (198)$$

Здесь  $\rho_{2к}$  – плотность воздуха в конце желоба при температуре  $T_{2к}$ , рассчитываемой с учётом найденного соотношения для межкомпонентного теплообмена (182) по формуле

$$T_{2к} = T_1 - (T_1 - T_{2н})e^{-W_\alpha}. \quad (199)$$

### 3.2.3. Скорость воздуха в желобе

Интегрируя уравнение динамики (183), получим

$$P_к - P_н = -P_T - \lambda \frac{l}{D} \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2 + P_э \quad (200)$$

или, выражая давление в начале и в конце желоба через коэффициенты местных сопротивлений

$$P_к = P_0 + \zeta_k \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2, \quad P_н = P_0 - \zeta_н \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2, \quad (201)$$

уравнение (200) запишем в виде

$$\sum \zeta \frac{|v_2|v_2}{2} \rho_2 = P_э - P_T. \quad (202)$$

Откуда видно, что направление движения воздуха в желобе при пересыпании нагретого материала и расход воздуха определяются разностью эжекционного и теплового напоров. При этом возможны три случая.

Первый случай:  $P_э > P_T$ . При этом воздух движется сверху вниз (прямоток). Величина теплового напора играет роль дополнительного сопротивления. Количество эжектируемого воздуха определяется очевидным равенством:

$$(203)$$

$$Q_{\text{э}} = \sqrt{(P_{\text{э}} - P_T) / R_{\text{э}}} .$$

Второй случай:  $P_{\text{э}} < P_T$ . Воздух под действием преобладающего теплового напора движется навстречу падающему материалу (противоток). Эжекционный напор лишь тормозит это движение:

$$Q_{\text{э}} = \sqrt{(P_T - P_{\text{э}}) / R_{\text{э}}} . \quad (204)$$

При этом следует иметь в виду, что сумма коэффициентов местных сопротивлений будет в общем случае не равна аналогичной сумме при прямотоке.

Третий случай:  $P_{\text{э}} = P_T$ . В желобе отсутствует направление движения воздуха. При этом возможны лишь локальные аэродинамически неустойчивые циркуляции воздуха. Рассмотрим более подробно условие аэродинамической неустойчивости. Обозначим температуру воздуха в желобе  $T_{2cp}$  (заметим, что в предельном случае  $T_{2cp} \rightarrow T_1$ ). Плотность воздуха в соответствии с (188)

$$\rho_2 = \rho_0 \exp(\beta_T (T_0 - T_{2cp})) \quad (205)$$

или, учитывая, что в большинстве практических случаев  $(T_{2cp} - T_0)\beta_T \ll 1$ ,

$$\rho_2 = \rho_0 [1 - (T_{2cp} - T_0)\beta_T] . \quad (206)$$

Величина теплового напора при этом

$$P_T = gH \rho_0 (T_{2cp} - T_0) \beta_T . \quad (207)$$

Величина эжекционного напора в соответствии (63)

$$P_{\text{э}} = \kappa_m \psi^* \frac{\rho_2}{\rho_1} G_1 (v_{1k}^3 - v_{1H}^3) / (6a_T S_{\text{э}}) . \quad (208)$$

Тогда условие равенства этих напоров принимает вид следующего критериального уравнения

$$(1 - n^3) \cdot \text{Re}_k^2 / (6Eu_0^*) = Gr , \quad (209)$$

где  $Gr$  – число Грасгофа, характеризующее подъемные силы, равно

$$Gr = \beta_T \frac{gH^3}{\nu^2} (T_{2cp} - T_0) , \quad (210)$$

$Re_k$  – число Рейнольдса, характеризующее кинетичность потока частиц в конце желоба, равное

$$Re_k = v_{1k} H / \nu, \quad (211)$$

$Eu_0^*$  – модифицированный критерий Эйлера, характеризующий силу аэродинамического сопротивления частиц, равный

$$Eu_0^* = S_{жс} \frac{C_y^2}{2} \rho_0 / (G_1 v_{1k}). \quad (212)$$

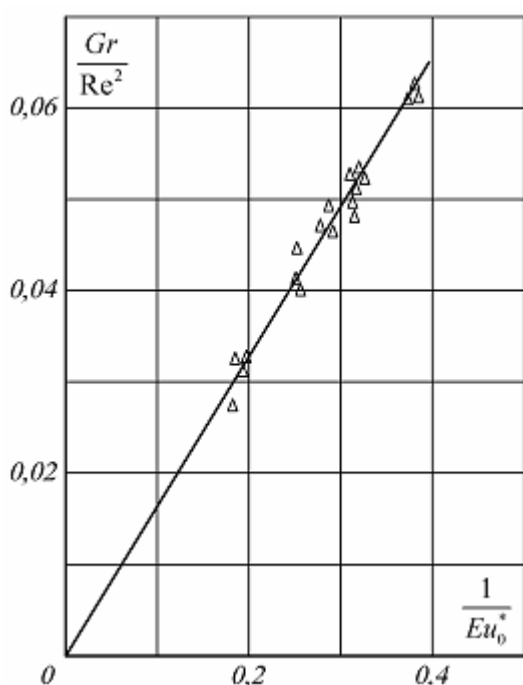


Рис. 3.18. Равновесие сил эжекционного и теплового давлений в желобе при перегрузке нагретого гранита ( $d_{ср} = 1,88$  мм,  $n \approx 0$ )

Или в безразмерном виде

$$\varphi_k |\varphi_k| = Bu \cdot \left[ |1 - \varphi_k|^3 - |n - \varphi_k|^3 \right] / 3 - Eu_T, \quad (214)$$

где

$$Eu_T = (P_T - P_2 + P_1) / \left( \sum \zeta \frac{v_{1k}^2}{2} \rho_2 \right). \quad (215)$$

Знак минус перед величиной  $\varphi_k$  (или  $Q_{жс}$ ) обозначает случай противотока, случай равновесия наступает при

$$(1 - n^3) Bu = 3 Eu_T. \quad (216)$$

Равновесие сил, описываемое критериальным уравнением (209), нашло экспериментальное подтверждение при пересыпке нагретого дробленого гранита (рис. 3.18).

Таким образом, количество воздуха, перемещаемого по желобу, в общем случае (при действии местных отсосов) равно

$$Q_{ж} = \frac{P_{Э} - P_T + P_2 - P_1}{\sqrt{|P_{Э} - P_T + P_2 - P_1|} / R_{ж}}, \quad (213)$$

где  $P_1, P_2$  – разрежения, поддерживаемые местными отсосами в верхнем и нижнем укрытиях (примыкающих соответственно к верхнему и нижнему концам желоба), Па.



### 3.2.4. Влияние массообмена на объемы эжектируемого воздуха

Рассмотрим движение нагретого влажного материала, сопровождающееся испарением влаги с поверхности падающих частиц. Уравнения переноса массы для случая одномерной задачи будут иметь вид

$$\frac{d}{dx} \beta_1 \rho_1 v_1 S_{\text{жс}} = -J \cdot S_{\text{жс}}; \quad \frac{d}{dx} \beta_2 \rho_2 v_2 S_{\text{жс}} = J \cdot S_{\text{жс}}, \quad (217)$$

где  $J$  – объемная интенсивность испарения, кг/(с·м<sup>3</sup>). Соответственно для импульса

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \beta_1 \rho_1 v_1 S_{\text{жс}} &= S_{\text{жс}} \beta_1 a_T \rho_1 - S_{\text{жс}} \beta_1 \kappa_m \psi^* \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \rho_2 - J v_1 S_{\text{жс}} \quad (218) \\ \frac{d}{dx} \beta_2 \rho_2 v_2 S_{\text{жс}} &= S_{\text{жс}} \beta_2 g_x (\rho_2 - \rho_0) + S_{\text{жс}} \beta_1 \kappa_m \psi^* \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \rho_2 - \\ &- \frac{d}{dx} \beta_2 P_2 S_{\text{жс}} - \lambda \frac{S_{\text{жс}} \beta_2}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + J v_1 S_{\text{жс}}. \quad (219) \end{aligned}$$

Полагая по-прежнему малость объемной концентрации материала ( $\beta_1 \ll 1$ ;  $\beta_2 \approx 1$ ), последнее соотношение с учетом (217) можем записать в виде ( $S_{\text{жс}} = \text{const}$ ):

$$\frac{dp}{dx} = g_x (\rho_2 - \rho_0) + \beta_1 \kappa_m \psi^* \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \rho_2 - \frac{\lambda}{D} \frac{v_2^2}{2} \rho_2 + J (v_1 - v_2). \quad (220)$$

Уравнение переноса массы газообразного компонента выразим через влагосодержание ( $m$ ) и расход сухой части воздуха ( $G_g$ )

$$J = \frac{G_g}{S_{\text{жс}}} \frac{dm}{dx}, \quad (221)$$

а также запишем очевидные уравнения расхода

$$\rho_2 v_2 S_{\text{жс}} = G_g (1 + m) \quad (222)$$

и усредненные значения скоростей компонентов

$$\bar{v}_1 = \frac{1}{l} \int_0^l v_1 dx = v_{1k} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1 - n^3}{1 - n^2}, \quad (223)$$

$$\bar{v}_2 = \frac{1}{l} \int_0^l v_2 dx \approx G_6 (1 + m_{cp}) / (\bar{\rho}_2 S_{ж}). \quad (224)$$

Полагая в правой части уравнения (220) плотности и скорости компонентов усредненными, после интегрирования при условии

$$P(0) = -P_1 - \zeta_H \frac{v_{2H}^2}{2} \rho_{2H}; \quad P(l) = -P_2 + \zeta_k \frac{v_{2k}^2}{2} \rho_{2k} \quad (225)$$

получим следующее уравнение

$$\sum \zeta^* \frac{\bar{v}_2^2}{2} \rho_2 = -P_T + P_9 + P_2 - P_1 + P_J, \quad (226)$$

где  $P_J$  – сила давления, возникающая за счет испарения влаги с падающих частиц (для краткости назовем эту величину межфазовым давлением), равная

$$P_J = \int_0^l J(v_1 - v_2) dx \approx G_1 (m_k - m_H) (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) / S_{ж}, \quad (227)$$

$\sum \zeta^*$  – сумма коэффициентов местных сопротивлений, равная

$$\sum \zeta^* = \zeta_H \left( \frac{1 + m_H}{1 + m_{cp}} \right)^2 \frac{\bar{\rho}_2}{\rho_{2H}} + \zeta_k \left( \frac{1 + m_k}{1 + m_{cp}} \right)^2 \frac{\bar{\rho}_2}{\rho_{2k}} + \lambda \frac{l}{D}. \quad (228)$$

В безразмерном виде уравнение можно записать так:

$$\bar{\varphi}^2 = Bu \left[ |1 - \bar{\varphi}|^3 - |n - \bar{\varphi}|^3 \right] / 3 - Eu_T + Eu_J \left( \frac{2}{3} \frac{1 - n^3}{1 - n^2} - \bar{\varphi} \right), \quad (229)$$

где  $Bu$ ,  $Eu_T$  – числа, определяемые соотношениями (109) и (215), при  $\sum \zeta \rightarrow \sum \zeta^*$  и  $\rho_2 \rightarrow \bar{\rho}_2$

$$Eu_J = G_6 (m_k - m_H) \cdot v_{1k} / \left( S_{ж} \sum \zeta^* \frac{v_{1k}^2}{2} \bar{\rho}_2 \right). \quad (230)$$

Откуда можно найти массовый расход неконденсирующейся (сухой) части воздуха

$$G_g = \bar{\varphi} \cdot v_{1k} S_{ж} \frac{\bar{\rho}_2}{1 + m_{cp}}. \quad (231)$$

Тогда количество паровоздушной смеси, поступающей из желоба в нижнюю полость (укрытие), найдем из очевидного равенства

$$G_{2k} = G_g (1 + m_k) = \bar{\varphi} v_{1k} S_{ж} \bar{\rho}_2 \frac{1 + m_k}{1 + m_{cp}}. \quad (232)$$

Таким образом, количество эжектируемого воздуха при перегрузках влажных материалов увеличивается не только за счет водяных паров, образующихся при испарении, но и за счет дополнительных сил межфазового давления.

### 3.3. Аэродинамика нестационарного потока частиц в желобе

При пуске оборудования или при кратковременных загрузках сыпучим материалом в желобе возникают переходные процессы. Оценим силовое воздействие потока на воздух для двух случаев: при мгновенном и при постепенном (плавном) изменениях расхода материала.

#### 3.3.1. Внезапное изменение расхода материала

Рассмотрим изменение сил эжекционного и теплового давлений и момент начала и прекращения подачи материала.

Изменение эжекционного давления проследим на примере распределения давления по длине вертикальной трубы при нестационарной загрузке ее сыпучим материалом умеренной температуры, исключив тем самым тепло- и массообмен. Представим себе, будто нижний конец трубы закрыт для прохода воздуха, т.е.  $v_2 = 0$ , но открыт для прохода материала.

При этих упрощениях на основании равенства (41) приложения 1

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{1}{\rho_2} + \kappa_m \beta_1 \psi \frac{v_1^2}{2}. \quad (233)$$

Рассмотрим «жесткую» выгрузку материала (мгновенный пуск материала). Тогда в произвольный момент времени  $t > 0$  изменение расхода материала по длине будет иметь ступенчатую форму

$$\begin{aligned} G_1 &= G_{\max} \quad \text{при } x < x_0, \\ G_1 &= 0 \quad \text{при } x > x_0. \end{aligned}$$

Уступ будет перемещаться вниз. Пусть скорость его перемещения

$$\bar{v}_1 = \frac{1}{l} \int_0^l v_1 dx \approx 0,5(v_{1н} + v_{1к}).$$

Аналитическое выражение изменения расхода материала имеет вид

$$G_1 = G_{\max} \cdot f(x - v_1 t), \quad (234)$$

где

$$f(x - v_1 t) = 0 \quad \text{при } x - v_1 t > 0; \quad (235)$$

$$f(x - v_1 t) = 1 \quad \text{при } x - v_1 t < 0. \quad (236)$$

Для упрощения записи здесь и в дальнейшем знак усреднения (черта над  $v_1$ ) опущен.

Выразим функцию  $f(x - v_1 t)$  с помощью бесконечного ряда Фурье [95]

$$f(x - v_1 t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \sin \frac{\pi}{l_{\infty}} (x - v_1 t), \quad (237)$$

где

$$l_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} (x - v_1 t). \quad (238)$$

Тогда объемная концентрация материала

$$\beta_1 = \beta_{1\infty} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \sin n \frac{\pi}{l_{\infty}} (x - v_1 t) \right], \quad (239)$$

где

$$\beta_{1\infty} = \frac{G_{1\max}}{\rho_1 S_{\text{ж}} v_1} \quad (240)$$

или, раскрывая функцию синуса разности двух углов,

$$\beta_1 = \beta_{1\infty} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \sin n \frac{\pi}{l_{\infty}} x \cos n \frac{\pi}{l_{\infty}} t v_1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \cos n \frac{\pi}{l_{\infty}} x \sin n \frac{\pi}{l_{\infty}} v_1 t \right]. \quad (241)$$

Запишем уравнение переноса массы (40) приложения 1 для рассматриваемого случая

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = 0. \quad (242)$$

Полагая процесс адиабатическим (с показателем  $\chi$ )

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_0} \right)^\chi, \quad (243)$$

после несложных преобразований, принимая при этом во внимание, что плотность среды существенно не изменяется, равенство (242) можно свести к виду

$$\frac{\partial v_2}{\partial x} = - \frac{\rho_0}{\bar{\rho}_2 P_0 \chi} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (244)$$

где  $P_0, \rho_0$  – давление и плотность воздуха в трубе до пуска материала.

С учетом соотношения (244) после дифференцирования по  $x$  равенства (233) получим неоднородное уравнение акустики:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = v_a^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - v_a^2 \frac{\partial}{\partial x} \kappa_m \beta_1 \psi \frac{v_1^2}{2} \bar{\rho}_2, \quad (245)$$

где  $v_a = \sqrt{\chi P_0 / \rho_0}$  – скорость распространения упругих возмущений (скорость звука), м/с.

Силу динамического взаимодействия примем постоянной

$$\kappa_m \psi \frac{v_1^2}{2} \bar{\rho}_2 = const. \quad (246)$$

При таком допущении для стационарных условий было бы линейное распределение давления по длине трубы

$$P_{cm} = P_0 + \kappa_m \beta_{1\infty} \psi \frac{v_1^2}{2} \bar{\rho}_2 x \quad (247)$$

или

$$P_\infty = P_l \frac{x}{l}, \quad (248)$$

где  $P_l$  – избыточное давление в конце трубы

$$P_l = \kappa_m \beta_{1\infty} \psi \frac{v_1^2}{2} \bar{\rho}_2 l, \quad (249)$$

$P_{cm}, P_\infty$  – абсолютное и избыточное давления при стационарном процессе, Па.

С учетом принятых допущений и обозначений последний член правой части уравнения (245) можем записать в виде

$$v_a^2 \frac{\partial}{\partial x} \kappa_m \beta_1 \psi \frac{v_1^2}{2} \bar{\rho}_2 = v_a^2 \frac{P_l}{l_\infty} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} (\cos n\pi - 1) \cdot \cos n\pi \frac{x}{l_\infty} \cos n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (\cos n\pi - 1) \sin n\pi \frac{x}{l_\infty} x \cdot \sin n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty} \right]. \quad (250)$$

Сформулируем начальные и граничные условия. Будем под давлением  $P$  в равенстве (245) понимать избыточное давление. Поскольку до пуска материала в трубе находился неподвижный воздух, и абсолютное давление в нем составляло  $P_0$ :

$$P|_{t=0} = 0; \quad (251)$$

$$v_2|_{t=0} = 0. \quad (252)$$

Интегрируя уравнение (244), получим

$$v_2 = v_2|_{x=0} - \frac{\rho_0}{P_0 \chi_0} \int_0^x \frac{\partial P}{\partial t} dx, \quad (253)$$

откуда, учитывая (252), получим второе начальное условие

$$\frac{\partial P}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (254)$$

Граничное условие для открытого конца трубы (входа) будет

$$P(0, t) = 0. \quad (255)$$

Для нижнего конца, учитывая непроницаемость для воздуха дна трубы,

$$v_2(l, t) = 0. \quad (256)$$

Интегрируя исходное равенство (233), имеем

$$v_2 = v_2(x, 0) + \int_0^t \left( -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{1}{\rho_2} + \kappa_m \beta_1 \psi \frac{v_1^2}{2} \right) dt. \quad (257)$$

Учитывая (256), получим второе граничное условие:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=l} = \kappa_m \beta_1 \psi \bar{\rho}_2 \left. \frac{v_1^2}{2} \right|_{x=l}, \quad (258)$$

которое, имея в виду соотношение (239), после несложных преобразований запишем в виде

$$P|_{x=l} = 2 \frac{P_l}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos n\pi}{n\pi} \cdot \cos^2 n\pi \frac{l}{2l_\infty} \sin n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty} + \frac{P_l}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \sin n\pi \frac{l}{l_\infty} \cos n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty}. \quad (259)$$

Таким образом, нам предстоит решить при начальных условиях (251) и (254) и граничных условиях (255) и (259) следующее неоднородное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка [68]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} &= v_a^2 \frac{\partial P}{\partial x^2} - \\ &- v_a^2 \frac{P_l}{l_\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\cos n\pi - 1) \cdot \cos n\pi \frac{x}{l_\infty} \cos n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty} - v_a^2 \frac{P_l}{l_\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\cos n\pi - 1) \sin n\pi \frac{x}{l_\infty} \sin n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty}. \end{aligned} \quad (260)$$

Решение будем искать в виде суммы функций

$$P = u + \xi, \quad (261)$$

где  $u$  есть решение уравнения (260) только при граничных условиях;  $\xi$  есть решение этого уравнения без свободного члена при следующих начальных и граничных условиях:

$$\xi|_{t=0} = -u|_{t=0}; \quad (262)$$

$$\left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{t=0} = - \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0}; \quad (263)$$

$$\xi|_{x=0} = 0; \quad (264)$$

$$\left. \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|_{x=l} = 0. \quad (265)$$

Задача определения  $u$  в свою очередь распадается на две подзадачи:

а) решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - v_a^2 \frac{P_l}{l \cdot l_\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\cos n\pi - 1) \cos n\pi \frac{x}{l_\infty} \cdot \cos n\pi \frac{v_1 t}{l_\infty} \quad (266)$$

при

$$u|_{x=0} = 0 ; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = \frac{P_l}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \sin n\pi \frac{l}{l_{\infty}} \cos n\pi \frac{v_1 t}{l_{\infty}} ; \quad (267)$$

б) решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - v_a^2 \frac{P_l}{l \cdot l_{\infty}} \sum_{n=1}^{\infty} (\cos n\pi - 1) \sin n\pi \frac{x}{l_{\infty}} \sin n\pi \frac{v_1 t}{l_{\infty}} \quad (268)$$

при

$$u|_{x=0} = 0 ; \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = \frac{P_l}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \left( 1 + \cos n\pi \frac{l}{l_{\infty}} \right) \sin n\pi \frac{v_1 t}{l_{\infty}} . \quad (269)$$

Подзадача а). Решение уравнения (266) будем искать в виде

$$u_a = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \cdot \cos n\pi \frac{v_1 t}{l_{\infty}} . \quad (270)$$

Подставляя это решение в исходное уравнение после очевидных сокращений, получим

$$\frac{d^2 X_n(x)}{dx^2} + X_n(x) \cdot \left( \frac{n\pi M_v}{l_{\infty}} \right)^2 = \frac{P_l}{l \cdot l_{\infty}} (\cos n\pi - 1) \cdot \cos n\pi \frac{x}{l_{\infty}} , \quad (271)$$

где

$$M_v = v_1 / v_a . \quad (272)$$

Интегрируя это уравнение, при

$$\begin{aligned} X_n(0) &= 0 , \\ \frac{dX_n(x)}{dx} \Big|_{x=l} &= \frac{P_l}{l} \frac{\cos n\pi - 1}{n\pi} \cdot \sin n\pi \frac{l}{l_{\infty}} \end{aligned} \quad (273)$$

в силу условий (267) получим

$$X_n(x) = \Lambda \left[ \Phi \sin \pi n \frac{x}{l_{\infty}} M_v - \cos n\pi \frac{x}{l_{\infty}} M_v + \cos n\pi \frac{x}{l_{\infty}} \right] \quad (274)$$

и решение подзадачи а) станет

$$u_a = \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda \left[ \Phi \sin \pi n \frac{x}{l_{\infty}} M_v - \cos n\pi \frac{x}{l_{\infty}} M_v + \cos n\pi \frac{x}{l_{\infty}} \right] \cdot \cos \pi n \frac{v_1 t}{l_{\infty}} , \quad (275)$$



где для простоты записи положено

$$\Lambda = \frac{P_l \cdot l_\infty}{(n\pi)^2 l} \cdot \frac{\cos n\pi - 1}{M_v^2 - 1}, \quad (276)$$

$$\Phi = \left( M_v \sin \pi n \frac{l}{l_\infty} - \sin \pi n \frac{l}{l_\infty} M_v \right) / \cos \pi n \frac{l}{l_\infty} M_v. \quad (277)$$

*Подзадача б).* Решение уравнения (268) найдем аналогично.  
Получим

$$u_\delta = \sum_{n=1}^{\infty} \Lambda \left( \sin \pi n \frac{x}{l_\infty} - \Omega \sin \pi n \frac{x}{l_\infty} M_v \right) \cdot \sin \pi n \frac{v_1 t}{l_\infty}, \quad (278)$$

где

$$\Omega = \frac{M_v^2 - 1}{M_v} \cdot \frac{1 + \cos \pi n \frac{l}{l_\infty}}{\cos \pi n \frac{l}{l_\infty} M_v} + \frac{1}{M_v}. \quad (279)$$

Найдем теперь функцию  $\xi$ , являющуюся решением уравнения

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v_a^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (280)$$

при граничных условиях (264) и (265) и следующих начальных условиях в силу равенств (275) и (278)

$$\xi|_{t=0} = -(u_a + u_\delta)|_{t=0} = -\sum_{n=1}^{\infty} \Lambda \left[ \Phi_n \sin \pi n \frac{x}{l_\infty} M_v - \cos \pi n \frac{x}{l_\infty} M_v + \cos \pi n \frac{x}{l_\infty} \right] = f(x); \quad (281)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} \Big|_{t=0} = -\left( \frac{\partial u_a}{\partial t} + \frac{\partial u_\delta}{\partial t} \right) \Big|_{t=0} = -\sum_{n=1}^{\infty} \Lambda n \pi \frac{v_1}{l_\infty} \left( \sin \pi n \frac{x}{l_\infty} - \Omega \sin \pi n \frac{x}{l_\infty} M_v \right) = F(x). \quad (282)$$

Решение осуществляется методом Фурье – разложением функции в ряды по ортогональной системе функций  $\sin \frac{2n+1}{2l} \pi x$  [1].

Решение имеет вид

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ a_n \cos \frac{2n+1}{2l} \pi v_a t + \delta_n \sin \frac{2n+1}{2l} \pi v_a t \right] \cdot \sin \frac{2n+1}{2l} \pi x, \quad (283)$$

где

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{2n+1}{2l} \pi x dx; \quad (284)$$

$$\delta_n = \frac{4}{(2n+1)\pi v_a} \int_0^l F(x) \sin \frac{2n+1}{2l} \pi x dx. \quad (285)$$

Подставляя в равенство (261) найденные функции  $\xi$ ,  $u_a$ ,  $u_\delta$ , получим искомое решение. Для небольшой скорости падения материала ( $v_1/v_a \ll 1$ ) решение можно после ряда упрощений свести к более простому виду

$$P = P_l \frac{l_\infty}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos n\pi}{(n\pi)^2} \cos n\pi \frac{x - v_1 t}{l_\infty} + \frac{1}{2} P_l \frac{l_\infty}{l} \left( \frac{v_1 t}{l_\infty} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} P_l \frac{x}{l}. \quad (286)$$

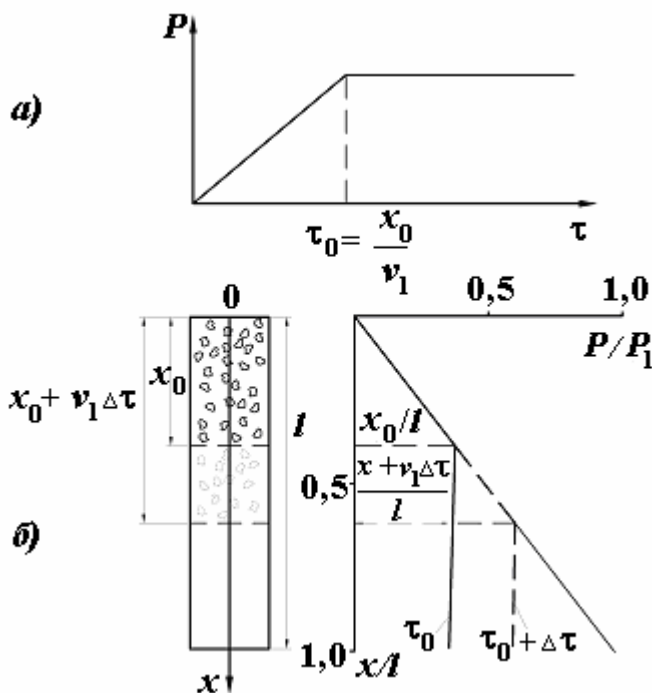


Рис. 3.19. Изменение эжекционного давления во времени (а) и по длине трубы (б) при мгновенной загрузке сыпучим материалом

Как видно из графика (рис.3.19), построенного по этому уравнению, давление в произвольном сечении  $x_0$  увеличивается в этом сечении до максимального через  $t_0 \equiv \tau_0 = x_0/v_1$  с, т.е. как только первые частицы материала достигнут рассматриваемого сечения.

По всей длине трубы давление достигает своего максимального значения, как только труба будет заполнена падающим материалом.

Таким образом, изменение эжекционного давления «жестко» связано с изменением расхода материала. Стационарный режим динамического взаимодействия материала и воздуха наступает практически одновременно с установлением постоянного расхода материала во всех сечениях трубы.

В отличие от динамического взаимодействия температурные изменения намного «отстают» от колебаний в режиме перегрузки материала.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим эту же задачу, несколько ее упростив. Будем полагать теплопроводность воздуха большой, допуская тем самым мгновенное установление одной и той же температуры во всех сечениях трубы. Таким образом, температура будет зависеть только от времени. Уравнение теплообмена с учетом ранее принятых допущений запишем в виде

$$\frac{d}{d\tau} \beta_2 \rho_2 c_2 t_2 = \alpha \kappa_s \beta_{1l} (t_1 - t_2) - 4 \frac{k}{D} (t_2 - t_0), \quad (287)$$

где  $k$  – коэффициент внешнего теплообмена, Вт/(м<sup>2</sup> · °К);  $\beta_{1l}$  – объемная концентрация материала, находящегося в желобе.

Учитывая ступенчатое изменение расхода, решение будем находить для двух интервалов при  $0 < \tau < \frac{l}{v_1}$ , при  $\tau > \frac{l}{v_1}$ :

в первом интервале

$$\beta_{1l} = \frac{G_1 \tau}{\rho_1 S_{\text{жс}} l}; \quad (288)$$

во втором –

$$\beta_{1l} = \frac{G_1}{\rho_1 S_{\text{жс}} v_1}. \quad (289)$$

Интегрируя равенство (287) при начальном условии

$$t_2(x, 0) = t_0, \quad (290)$$

получим:

а) при  $0 < \tau < \frac{l}{v_1}$

$$t_2 = t_1 - (t_1 - t_0) \left\{ \exp \left[ - \left( B\tau + \frac{B\tau^2}{2} \right) \right] + \frac{B}{\sqrt{B}} \exp \left( -\frac{y}{2} \right) \int_{B/\sqrt{B}}^y \operatorname{erf} \left( \frac{z^2}{2} \right) dz \right\}; \quad (291)$$

б) при  $\tau > l/v_1$

$$t_2 = t_{2\infty} - (t_{2\infty} - t_{2\text{н}}) \exp \left[ - \left( B \frac{l}{v_1} - B \right) \left( \tau - \frac{l}{v_1} \right) \right], \quad (292)$$

где  $t_{2\text{н}}$  – температура воздуха в трубе при  $\tau = l/v_1$  определяется равенством (291);  $t_{2\infty}$  – температура воздуха в трубе при  $\tau \rightarrow \infty$

$$t_{2\infty} = \frac{B \frac{l}{v_1} t_1 + B t_0}{B \frac{l}{v_1} + B}; \quad (293)$$

$B, B$  – параметры, введенные для простоты записи и равные

$$B = \alpha \kappa_s G_1 / (\rho_2 c_2 \rho_1 S_{жс} l); \quad (294)$$

$$B = 4\kappa / (D \rho_2 c_2); \quad (295)$$

$$y = \sqrt{B} \tau + B / \sqrt{B}.$$

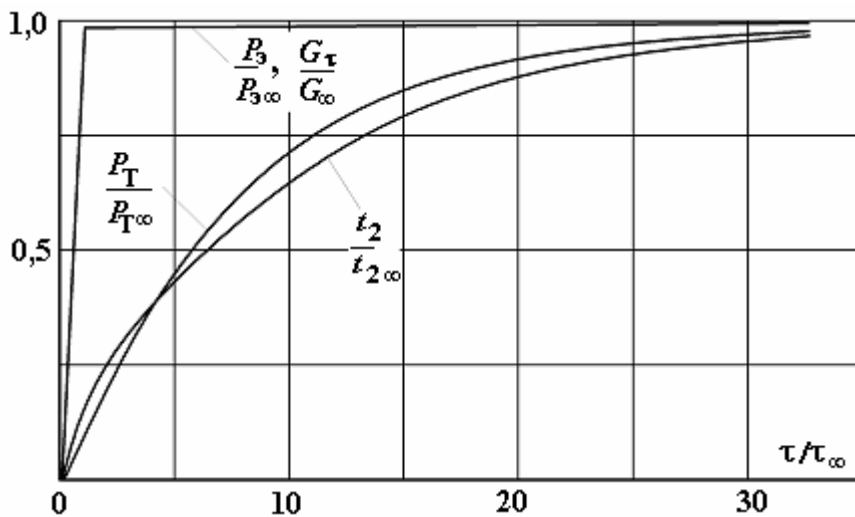
Для теплоизолированной трубы ( $B = 0$ ) имеем:

а) при  $0 < \tau < l/v_1$

$$t_2 = t_1 - (t_1 - t_0) \exp(-B\tau^2/2); \quad (296)$$

б) при  $\tau > l/v_1$

$$t_2 = t_1 - (t_1 - t_0) \exp\left[-B \frac{l}{v_1} \left(\tau - \frac{l}{2v_1}\right)\right]. \quad (297)$$



На рис.3.20 приведены графики изменения температуры, построенные по этим формулам. Здесь же показано изменение теплового и эжекционного давлений. Как видно из графиков, тепловое давление по сравнению с эжекционным обладает значительной «инертностью».

Рис. 3.20. Изменение температуры, теплового и эжекционного давлений, массы частиц в желобе во времени ( $P_{3\infty}, P_{T\infty}$  - эжекционное и тепловое давления при  $\tau \rightarrow \infty$ ;  $G_\tau, G_\infty$  - массы частиц в желобе в моменты времени  $\tau$  и  $\tau_\infty = l/\bar{v}_1$ )

### 3.3.2. Плавное изменение расхода материала

Учитывая, что эжекционное давление «жестко» связано с расходом материала, изменение динамического взаимодействия может быть оценено и в условиях изменяющегося расхода частиц с помощью соотношений, полученных при изучении стационарных потоков. Так, на основании (47) и (29) можно для давления в конце трубы, нижний конец которой закрыт для прохода воздуха, записать

$$P_{\text{э}} = \psi_0 \kappa_m \beta e^{\frac{-1,8\sqrt{\beta \cdot 10^3}}{d_{\text{э}} \cdot 10^3}} \cdot l \frac{v_{1k}^2}{2} \rho_2 \frac{1-n^3}{3(1-n)}, \quad (298)$$

где  $\beta$  – усредненная объемная концентрация частиц в желобе (см. формулу (30)), изменяющаяся во времени в силу изменения расхода.

Как видно из уравнения (298), эжекционное давление имеет максимум при объемной концентрации ( $\beta_{\text{max}}$ ), определяемой равенством

$$2 - \frac{1,8}{d_{\text{э}} \cdot 10^3} \sqrt{\beta_{\text{max}} \cdot 10^3} = 0. \quad (299)$$

Таким образом, если окажется, что концентрация частиц изменяется в широких пределах от 0 до  $\beta_{\infty} > \beta_{\text{max}}$ , во время неустановившегося процесса наблюдаются всплески давления. Наглядно это видно на графиках рис.3.21. Здесь представлен случай перегрузки сыпучего материала в условиях, когда его расход изменяется от 0 до установившейся (постоянной) величины  $G_{1\infty}$ , затем какое-то время идет стационарный процесс ( $G_1 = G_{1\infty}$ ) и, наконец, падение расхода от  $G_{1\infty}$  до 0.

Однако всплеск давления может и не быть в случае, когда установившийся расход настолько мал, что объемная концентрация частиц в желобе  $\beta_{\infty} < \beta_{\text{max}}$ .

Максимальное значение величины эжекционного давления в соответствии с (299) будет

$$P_{\text{эmax}} = \psi_0 \kappa_m 10^{-3} \left( \frac{2 \cdot d_{\text{э}} \cdot 10^3}{1,8} \right)^2 e^{-2} \cdot l \frac{v_{1k}^2}{2} \rho_2 \frac{1-n^3}{3(1-n)} \quad (300)$$

или относительное значение всплеска давления

$$P_{\text{эmax}} / P_{\text{э}\infty} = 10^{-3} \left( \frac{2 \cdot 10^3 d_{\text{э}}}{1,8} \right)^2 e^{-2} \left/ \left[ \beta_{\infty} \exp \left( -1,8 \frac{\sqrt{\beta_{\infty} \cdot 10^3}}{d_{\text{э}} \cdot 10^3} \right) \right] \right. \text{ при } \beta_{\infty} \geq \beta_{\text{max}}. \quad (301)$$

При исследованиях эжекционных свойств потока сыпучего материала в наклонных желобах на установке (рис.3.2) был неоднократно замечен всплеск дав-

ления как при пуске, так и при прекращении подачи материала из верхнего бункера. Причем величина этого всплеска была значительной при больших расходах материала. При малых расходах повышения давления не наблюдалось. Рост давления не только качественно, но и количественно хорошо согласуется с уравнениями (301) (см.рис.3.21в). Отмеченное отставание теплового давления от эжекционного, как и всплеск последнего во время пуска или остановки технологического оборудования, должно быть учтено при расчете необходимых объемов аспирируемого воздуха.

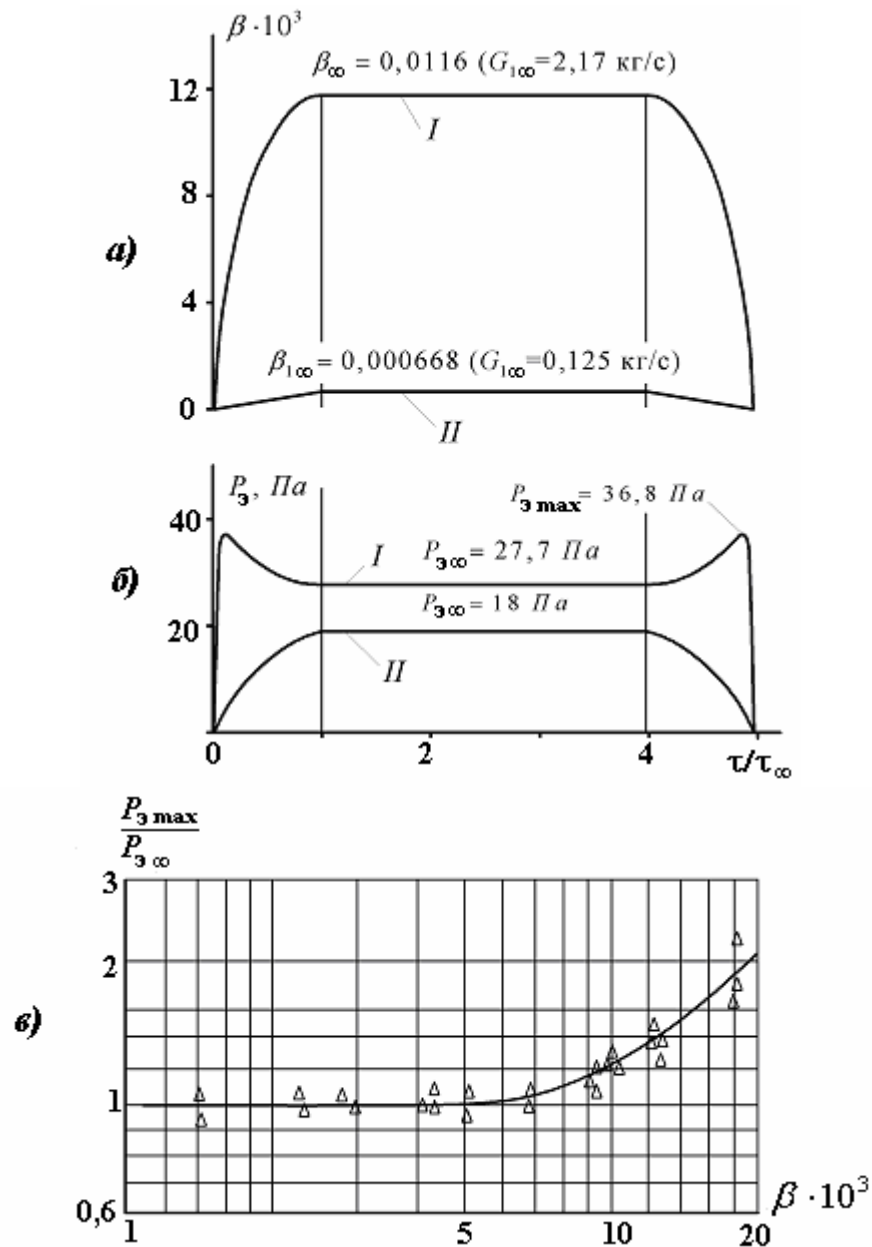


Рис. 3.21. Изменение объемной концентрации и эжекционного давления в желобе при медленном изменении расхода материала ( $\Delta$  - опытные данные для условий пересыпки гранита  $d_{\text{э}} = 1,88$  мм по желобу при  $\Theta = 75^\circ$ ,  $H = 3,3$  м,  $S_{\text{жс}} = 0,0169$  м<sup>2</sup>)

#### 4. АЭРОДИНАМИКА СТРУИ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

Второй по значимости и распространению в технологии переработки сыпучих материалов является класс свободных потоков сыпучего материала. Это прежде всего потоки ссыпаемого материала при различных схемах складирования его. При загрузке открытых вагонов концентратом, окатышами из загрузочных бункеров также имеем дело со свободными потоками. По динамическому взаимодействию материала с воздухом близки к свободным потоки материала, разгружаемого с вагонов в приемные бункеры дробилок и т.п.

Уравнение динамики таких потоков можем получить из общих уравнений механики многокомпонентных потоков (80) и (90) приложения I, пренебрегая пульсационными моментами («сглаживание» их можно с успехом выполнить экспериментальными коэффициентами). Оценивая порядок величин и пренебрегая малыми членами, подобно тому как строятся уравнения пограничного слоя из общего уравнения Навье-Стокса, для плоской задачи получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v_{2(1)} \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_1} + v_{2(2)} \frac{\partial v_{2(2)}}{\partial x_2} &= \frac{\beta_1}{\rho_2 V_u} R(v_{2(1)} - v_{1(1)}) - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + \nu \frac{\partial^2 v_{2(1)}}{\partial x_2^2}; \\ \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_1} + \frac{\partial v_{2(2)}}{\partial x_2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

отличающуюся от известных уравнений Прандтля для изотермического струйного течения наличием объемной силы, обусловленной присутствием в потоке падающих частиц.

Кажущаяся незначительность этого отличия с математической точки зрения становится кардинальной в физическом отношении: струйное течение воздуха формируется в рассматриваемом классе потоков именно благодаря этим объемным силам, а не начальному импульсу, что имеет место, например, в большинстве задач со свободной струей воздуха.

Таким образом, в физическом отношении рассматриваемая нами двухкомпонентная свободная струя характеризуется следующими признаками.

Во-первых, твердый компонент – частицы сыпучего материала – оказывает существенное влияние на аэродинамику пограничного слоя, являясь основной причиной формирования этого слоя.

Во-вторых, в силу большой массы частиц динамика твердого компонента, вызывающая струйное течение газообразного компонента, практически не изменяется под действием потока воздуха, что отличает этот поток от струй воздуха, несущих твердые примеси. Иначе говоря, мы имеем поток, твердый компонент которого имеет независимое от структуры воздушного потока поле концентрации частиц и их скоростей, т.е. для потока подающих частиц

$$\beta_1 = f_\beta(x_1, x_2), \quad (2)$$

$$v_{1(1)} = f(x_1); \quad v_{1(2)} = v_n. \quad (3)$$

Поперечную составляющую скорости частиц  $v_n$  в большинстве случаев будем принимать равной нулю.

Рассмотрим два характерных случая: движение струи свободно падающих частиц сыпучего материала и потока частиц в плоском канале.

#### 4.1. Эжекция воздуха в струе свободно падающих частиц

##### 4.1.1. Исходные уравнения

*Изменение объемной концентрации частиц в струе материала.* Будем рассматривать симметричные плоские потоки, ось симметрии которых совпадает с осью  $OX_1$ , направленной вниз, в направлении падения частиц. Поэтому в дальнейшем будем изучать половину струи, находящейся в первом квадранте выбранной плоскости координат  $X_1OX_2$  (рис. 4.1).

В струе свободно падающих частиц, как и при движении сыпучего материала по наклонной поверхности, наблюдается экспоненциальное распределение частиц (см., например, работу В.П. Павлова [74]).

Пусть в общем случае

$$\beta = \beta_0 e^{-Ax^v y_*^t}. \quad (4)$$

Здесь  $x_* = x_1$ ,  $y_* = x_2$  – размерные координаты точки в плоскости  $X_1OX_2$ ;  $t$ ,  $v$ ,  $A$ ,  $\beta_0$  – некоторые константы.

Найдем расход материала, считая, что живое сечение есть плоскость, перпендикулярная оси  $OX_1$ :

$$G_1 = 2 \int_0^\infty \beta_0 e^{-Ax^v y_*^t} v_1 \rho_1 dy_*$$

или, учитывая (3),

$$G_1 = 2v_1 \rho_1 \beta_0 \int_0^\infty e^{-Ax^v y_*^t} dy_* = 2v_1 \rho_1 \beta_0 B \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{t}\right), \quad (5)$$

где  $\Gamma\left(1 + \frac{1}{t}\right)$  – гамма-функция от аргумента  $1 + \frac{1}{t}$ ;

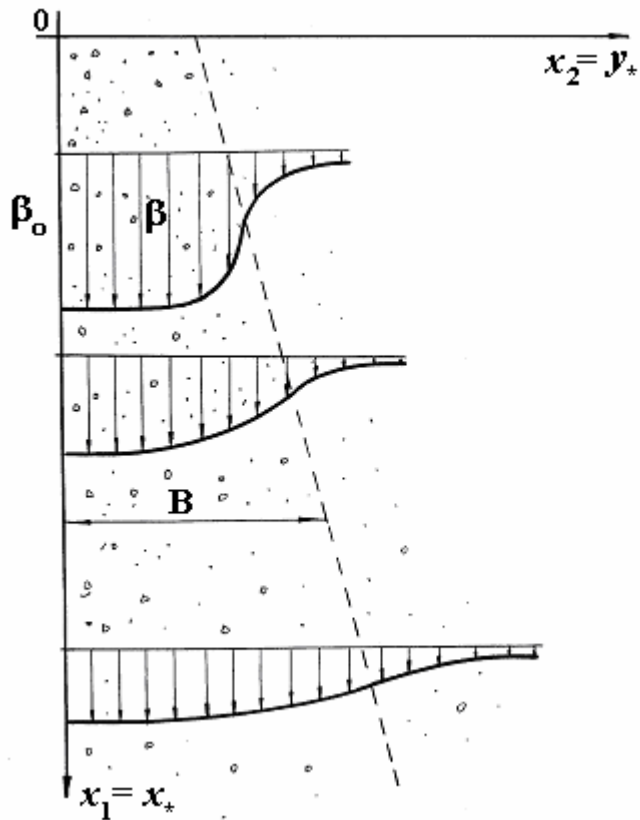
$$B = A^{-\frac{1}{t}} x_*^{-\frac{v}{t}}. \quad (6)$$

Чтобы раскрыть физический смысл величины  $B$ , рассмотрим плоскопараллельный поток падающих частиц, когда  $v = 0$ . В этом случае

$$B = A^{-\frac{1}{t}}, \quad (7)$$

$$\beta = \beta_0 e^{-\left(\frac{y_*}{B}\right)^t}. \quad (8)$$





На рис. 4.2 для наглядности представлено изменение объемной концентрации в плоскопараллельном потоке при различных значениях показателя  $t$ . Как видно из графиков при  $t \geq 100$ , все частицы практически заключены на отрезке  $0 \leq y_* \leq B$ , и распределены они на этом отрезке равномерно с объемной концентрацией  $\beta_0$ . Вне этого отрезка частиц практически нет, объемная концентрация равна нулю. Таким образом,  $B$  является не чем иным, как шириной (имея в виду, что рассматривается половина струи – полуширина) струи равномерно распределенных частиц при расходе  $G_1$ .

Рис. 4.1. Изменение объемной концентрации частиц в струе сыпучего материала

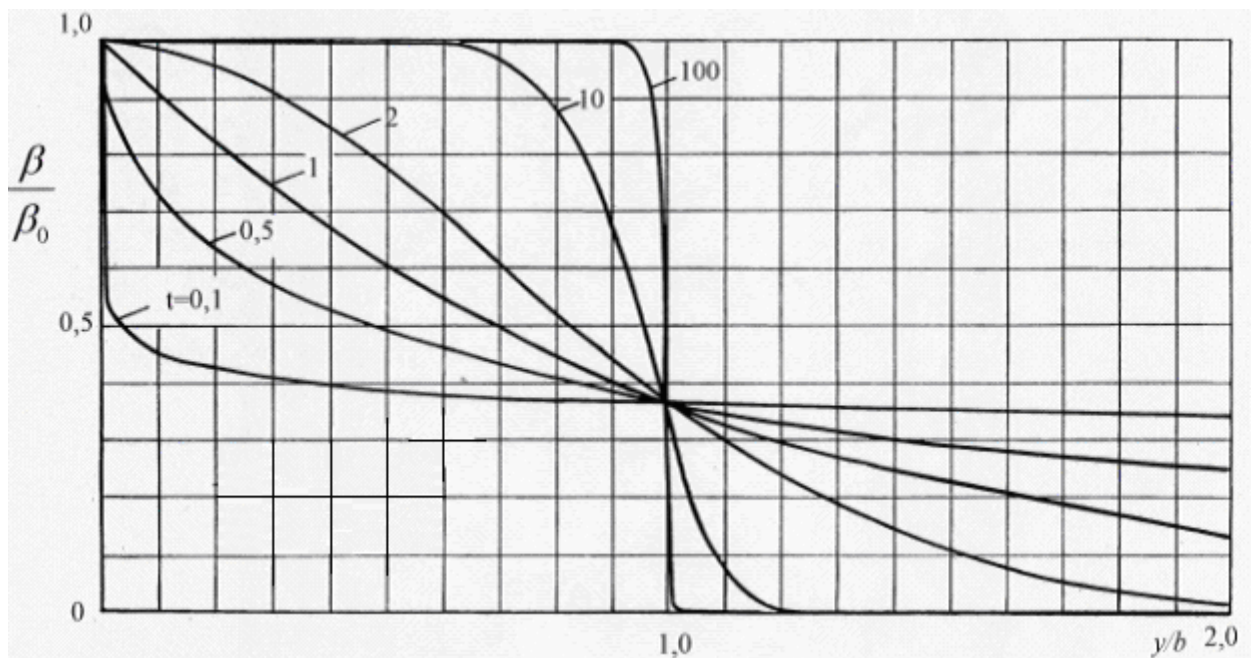


Рис. 4.2. Изменение объемной концентрации частиц в поперечном сечении плоской струи при плоскопараллельном движении ( $v/t = 0$ )

В связи с этим потоки, у которых величина  $B$  уменьшается по высоте падения (при  $\frac{v}{t} > 0$ ), будем называть сужающимися потоками; при  $\frac{v}{t} < 0$  величина  $B$  растет в направлении падения частиц, такие потоки назовем расширяющимися.

Обозначим

$$y_*/B = y_* A^t x_*^t = z \quad (9)$$

или в безразмерном виде

$$y a^t x^t = z, \quad (10)$$

где

$$y = y_*/l_\infty; x = x_*/l_\infty; \\ a = A l_\infty^{t+v}; \quad b = B/l_\infty = a^{-\frac{1}{t}} x^{-\frac{v}{t}}. \quad (11)$$

Тогда

$$\beta = \beta_0 e^{-z^t} = \beta_0 e^{-ax^v y^t}. \quad (12)$$

Найдем величину объемной концентрации частиц на оси струи  $\beta_0$ . В силу (5)

$$\beta_0 = \frac{G_1}{2v_1 \rho_1 B \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{t})} \quad (13)$$

или, выражая через безразмерные величины,

$$\beta_0 = \bar{\beta}_0 a^t x^t / v; \quad \bar{\beta}_0 = \frac{G_1}{2c \rho_1 l_\infty \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{t})}. \quad (14)$$

Другой вид осевой концентрации получим, если известна концентрация  $\beta_{0H}$  на расстоянии  $x_H$  ( где скорость потока  $v_H = v_{1H}/c$ ).

Тогда на основании (13)

$$\beta_{0H} = \frac{G_1}{2v_{1H} \rho_1 B_H \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{t})}$$

и

$$\beta_0 = \beta_{0H} \frac{v_H}{v} \cdot \left(\frac{x_H}{x}\right)^{-\frac{v}{t}}. \quad (15)$$

Сравнивая (14) и (15), найдем

$$\bar{\beta}_0 = \beta_{0H} v_H x^{-\frac{v}{t}} a^{-\frac{1}{t}}.$$

В случае равноускоренного потока

$$v = \sqrt{2x}$$

для  $\beta_0$  можем записать (в силу (14)):

$$\beta_0 = K x^{\frac{v-1}{2t}},$$

где

$$K = \bar{\beta}_0 a^{\frac{1}{t}} / \sqrt{2}.$$

В дальнейшем будем исследовать аэродинамические свойства струй с обобщенно-экспоненциальным распределением частиц вида (12). Как частный случай этого распределения выступает случай равномерного распределения (при  $t \rightarrow \infty$ ):

$$\beta = \beta_0 = G / (2v_1 \rho_1 B) = \beta_c \text{ при } 0 \leq y \leq b, \quad \beta = 0 \text{ при } y > b. \quad (16)$$

Для осесимметричной струи обобщенно-экспоненциальное распределение частиц описывается тем же уравнением (12). При этом лишь

$$\left. \begin{aligned} \bar{\beta}_0 &= \frac{G_1}{\pi l_\infty^2 c \rho_1 \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{t})}; & \beta_0 &= \bar{\beta}_0 / (b^2 v); \\ z = R/B = r/b &= a^{\frac{1}{t}} x^{\frac{v}{t}} r; & r &= R/l_\infty. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

При  $t \rightarrow \infty$  величина  $\beta_0 = G_1 / (\pi B^2 c \rho_1 v)$ .

*Объемные силы межкомпонентного взаимодействия.* Вектор объемных сил аэродинамического взаимодействия частиц и воздуха, обусловленный разностью скоростей компонентов, в силу (23) прил. 1 может быть записан в виде

$$\dot{F}_v = n_q \dot{R}, \quad (18)$$

где  $n_q$  – число падающих частиц в единице объема.

Здесь  $\dot{R}$  – вектор силы аэродинамического воздействия падающей частицы на поток воздуха

$$\mathbf{R} = \psi f_M \frac{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{2} \rho_2 \quad (19)$$

или

$$\mathbf{R} = E_n |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^n \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2),$$

где  $n = 0$ ,  $E_0$  – параметры, соответствующие вязкой области обтекания частиц,

$$E_0 = \nu \frac{24}{d_\partial} f_M \frac{\rho_2}{2}, \quad (20)$$

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, м<sup>2</sup>/с;  $n = 1$ ;  $E_1$  – параметры, соответствующие области квадратичного закона сопротивления

$$E_1 = \psi_0 f_M \frac{\rho_2}{2}. \quad (21)$$

При этом имеется в виду, что коэффициент  $\psi$  в формуле (19) учитывает не только режим обтекания частиц, но и их взаимное влияние (стесненность).

Сила аэродинамического взаимодействия, отнесенная к единице массы среды (вектор массовых сил), равна

$$\mathbf{F}_M = n_q \mathbf{R} / \rho_2 = n_q E_n |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^n (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) / \rho_2. \quad (22)$$

Перейдем к безразмерным величинам. По-прежнему будем использовать в качестве характерной скорости – скорость витания  $c$ , а в качестве характерного размера – длину инерционного пробега  $l_\infty$ , определяемую соотношением (2.67).

Разделим обе части уравнения (22) на  $c^2 / l_\infty = g(1-\varepsilon)$  и, имея в виду, что  $E_n c^n c = V_\varphi \rho_1 g(1-\varepsilon)$ , получим

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_M / [g(1-\varepsilon)] = \frac{\beta}{\varepsilon} |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^n (\mathbf{v} - \mathbf{u}) \quad (23)$$

или в проекции на оси координат

$$F_x = \beta |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^n (v_x - u_x) / \varepsilon, \quad (24)$$

$$F_y = \beta |\mathbf{v} - \mathbf{u}|^n (v_y - u_y) / \varepsilon. \quad (25)$$

В дальнейшем мы будем рассматривать вертикальные потоки твердых частиц ( $v_y = 0$ ), формирующие воздушные течения с явно выраженной продольной

направленностью ( $u_x \gg u_y$ ). Продольные и поперечные составляющие вектора массовых сил таких потоков соответственно равны

$$F_x = \beta |v - u_x|^n (v - u_x) / \varepsilon, \quad (26)$$

$$F_y = -\beta |v - u_x|^n u_y / \varepsilon. \quad (27)$$

Будем также рассматривать случай максимальных массовых сил, имеющих место при  $v \gg u_x$

$$F_x = \beta v^n (v - u_x) / \varepsilon \approx \beta v^{n+1} / \varepsilon, \quad (28)$$

$$F_y = -\beta v^n u_y. \quad (29)$$

С учётом соотношения (12) составляющие массовой силы на основании (26) и (27) примут вид

$$F_x = Dx^\gamma |1 - u_x / v|^n (1 - u_x / v) e^{-z^t}, \quad (30)$$

$$F_y = -Dx^\gamma |1 - u_x / v|^n e^{-z^t} \cdot u_y / v, \quad (31)$$

где

$$D = \bar{\beta}_0 a^t 2^{\frac{1}{2}} \frac{n}{\varepsilon}; \gamma = v / t + n / 2 \quad (32)$$

при

$$v = \sqrt{2x}.$$

В случае осесимметричного потока

$$F_x = Dx^\gamma e^{-z^t} |1 - u_x / v|^n (1 - u_x / v), \quad (33)$$

$$F_y = -Dx^\gamma e^{-z^t} |1 - u_x / v|^n \cdot u_r / v, \quad z = r / b, \quad (34)$$

где

$$D = \bar{\beta}_0 a^t 2^{\frac{2}{2}} \frac{n}{\varepsilon}; \quad \gamma = 2v / t + n / 2. \quad (35)$$

*Гидродинамические уравнения.* Запишем уравнения динамики воздуха, эжектируемого потоком падающих частиц. Будем рассматривать квазистационарный турбулентный поток. В основу уравнения динамики положим осредненное уравнение переноса импульса (85) приложения 1. Ограничимся такими потоками, в которых объемная концентрация твердых частиц настолько мала ( $\beta_1 \ll 1$ ), что можно пренебречь эффектами стесненности и положить  $\beta_2 = 1$ .

Из пульсаций во внимание будем принимать лишь временные пульсации скоростей, характерные для турбулентных течений. В силу принятых допущений балансовое уравнение для воздуха можем записать в следующем виде

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\rho_2 \mathbf{v}_2 v_{2k} + \overline{\rho_2 \mathbf{v}_{2\tau}'' v_{k\tau}''}) = \rho_2 \dot{M}_2 + \mathbf{r}_{21} f_\phi + \frac{\partial}{\partial x_k} \mathbf{\Pi}_{2K}. \quad (36)$$

Так как объемная сила, обусловленная динамическим взаимодействием компонентов, равна

$$\mathbf{r}_{21} f_\phi = \dot{F}_v, \quad (37)$$

а дивергенция тензора вязких напряжений, полагая воздух несжимаемым ( $\text{div} \dot{\mathbf{v}}_2 = 0$ ), в силу (43) приложения 1

$$\frac{\partial \mathbf{\Pi}_{2K}}{\partial x_k} = -\text{grad}P + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_2, \quad (38)$$

соотношение (36) для изотермического потока можем записать в виде следующего уравнения рейнольдсовского типа:

$$v_{2k} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathbf{v}_2 = \dot{F}_M - \frac{1}{\rho_2} \text{grad}P + \nu \nabla^2 \mathbf{v}_2 + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{-\rho_2 \mathbf{v}_{2\tau}'' v_{2k\tau}''}) \quad (39)$$

или, вводя тензор напряжений турбулентного трения

$$\mathbf{\Pi}_{2\tau} = \begin{pmatrix} -\sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & -\sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & -\sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\rho_2 v_{2(1)\tau}'' v_{2(1)\tau}''} & \overline{\rho_2 v_{2(1)\tau}'' v_{2(2)\tau}''} & \overline{\rho_2 v_{2(1)\tau}'' v_{2(3)\tau}''} \\ \overline{\rho_2 v_{2(2)\tau}'' v_{2(1)\tau}''} & \overline{\rho_2 v_{2(2)\tau}'' v_{2(2)\tau}''} & \overline{\rho_2 v_{2(2)\tau}'' v_{2(3)\tau}''} \\ \overline{\rho_2 v_{2(3)\tau}'' v_{2(1)\tau}''} & \overline{\rho_2 v_{2(3)\tau}'' v_{2(2)\tau}''} & \overline{\rho_2 v_{2(3)\tau}'' v_{2(3)\tau}''} \end{pmatrix}, \quad (40)$$

получим

$$v_{2k} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathbf{v}_2 = \dot{F}_M - \frac{1}{\rho_2} \text{grad}P + \nu \nabla^2 \mathbf{v}_2 + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial x_k} \mathbf{\Pi}_{2k\tau}. \quad (41)$$

Для плоского потока в системе координат  $X_1 O X_2$  имеем

$$v_{2(1)} \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_1} + v_{2(2)} \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_2} = \dot{F}_{M(1)} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial x_1} (P + \sigma_{11}) + \nu \left( \frac{\partial^2 v_{2(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_{2(1)}}{\partial x_2^2} \right) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2}, \quad (42)$$

$$v_{2(1)} \frac{\partial v_{2(2)}}{\partial x_1} + v_{2(2)} \frac{\partial v_{2(2)}}{\partial x_2} = \dot{F}_{M(2)} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial x_2} (P + \sigma_{22}) + \nu \left( \frac{\partial^2 v_{2(2)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_{2(2)}}{\partial x_2^2} \right) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_1}. \quad (43)$$

В большей части практических приложений турбулентные нормальные напряжения  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  малы по сравнению со средним давлением  $P$  и поэтому не учитываются. Касательные напряжения согласно полуэмпирической теории турбулентного переноса Л.Прандтля

$$\tau_{12} = \tau_{21} = \rho_2 \nu_\tau \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_2}, \quad (44)$$

где  $\nu_\tau$  – кажущаяся кинематическая вязкость турбулентного потока, равная

$$\nu_\tau = l^2 \left| \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_2} \right|, \quad (45)$$

$l$  – длина пути перемешивания, м.

Для свободной турбулентности, к которой относится рассматриваемый поток эжектируемого воздуха, кажущаяся вязкость равна

$$\nu_\tau = k b_n u_0, \quad (46)$$

где  $b_n$  – ширина области турбулентного перемешивания, м;  $u_0$  – скорость воздуха по оси струи, м/с;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

В случае свободных струй воздуха известны следующие соотношения [104]:

$$b_n \sim x_1^{\frac{2}{3}}, \quad u_0 \sim x_1^{-\frac{1}{3}}, \quad \nu_\tau = 0,037 b_n \frac{u_0}{2} \quad (47)$$

для плоских струй и

$$b_n \sim x_1, \quad u_0 \sim x_1^{-1}, \quad \nu_\tau = 0,0175 r_1 \frac{u_0}{2} - const \quad (48)$$

для осесимметричных струй. Здесь  $b_1 \left( \frac{r_1}{2} \right)$  – расстояние от оси струи до точки, в которой продольная скорость воздуха вдвое меньше скорости воздуха на оси струи.

Так как в нашем случае скорость эжектируемого воздуха по оси струи

$$u_0 \approx \frac{1}{2} v_1, \quad (49)$$

а ширина области перемешивания

$$b_{\frac{1}{2}} \sim B, \quad (50)$$

для случая свободной струи твердых частиц можем записать

$$v_{\tau} = \frac{1}{2} kBv_1. \quad (51)$$

Поскольку полуширина струи и скорость  $v_l$  зависят только от  $x_1$ , то

$$\frac{\partial v_{\tau}}{\partial x_2} = 0,$$

и уравнения (42), (43) с учетом (44) можем записать так:

$$v_{2(1)} \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_1} + v_{2(2)} \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_2} = F_{M(1)} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x_1} + v \left( \frac{\partial^2 v_{2(1)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_{2(1)}}{\partial x_2^2} \right) + v_{\tau} \frac{\partial^2 v_{2(1)}}{\partial x_2^2}, \quad (52)$$

$$v_{2(1)} \frac{\partial v_{2(2)}}{\partial x_1} + v_{2(2)} \frac{\partial v_{2(2)}}{\partial x_2} = F_{M(2)} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x_2} + v \left( \frac{\partial^2 v_{2(2)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_{2(2)}}{\partial x_2^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} v_{\tau} \frac{\partial v_{2(1)}}{\partial x_2^2} \quad (53)$$

или в безразмерном виде (разделив обе части уравнения на  $c_2/l_{\infty}$ ):

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + N \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + N_{\tau} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}, \quad (54)$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + N \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_{\tau} \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \quad (55)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, \quad (56)$$

где  $N$ ,  $N_{\tau}$  – величины, обратные числам Рейнольдса

$$N = \frac{v}{cl_{\infty}}; N_{\tau} = \frac{v_{\tau}}{cl_{\infty}}; P = P/(\rho_2 c^2). \quad (57)$$

Для осесимметричного потока (в цилиндрической системе координат, обозначив радиальную и осевую составляющие вектора скорости  $\dot{v}_2$  через  $v_{2r}$  и  $v_{2x}$ , а их пульсации –  $v_{2r}''$  и  $v_{2x}''$ ) уравнения динамики имеют следующий вид:



$$v_{2x} \frac{\partial v_{2x}}{\partial x_1} + v_{2r} \frac{\partial v_{2x}}{\partial x_r} = F_{MX_1} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x_1} + \frac{\nu}{x_r} \left[ x_r \frac{\partial^2 v_{2x}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial}{\partial x_r} \left( x_r \frac{\partial v_{2x}}{\partial x_r} \right) \right] - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial \sigma_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho_2} \frac{1}{x_r} \frac{\partial}{\partial x_r} (-\rho_2 x_r \overline{v_{2x}'' v_{2r}''}), \quad (58)$$

$$v_{2x} \frac{\partial v_{2r}}{\partial x_1} + v_{2r} \frac{\partial v_{2r}}{\partial x_r} = F_{MX_r} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x_r} + \nu \left( \frac{\partial^2 v_{2r}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_{2r}}{\partial x_r^2} + \frac{1}{x_r} \frac{\partial v_{2r}}{\partial x_r} - \frac{v_{2r}}{x_r^2} \right) - \frac{1}{\rho_2} \frac{1}{x_r} \frac{\partial}{\partial x_r} (x_r \sigma_r) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial x_1} (-\rho_2 \overline{v_{2x}'' v_{2r}''}), \quad (59)$$

где  $\sigma_{x_1}$  и  $\sigma_r$  – нормальные напряжения турбулентного трения, равные соответственно

$$\sigma_{x_1} = \rho_2 \overline{v_{2x}'' v_{2x}''}, \quad \sigma_r = \rho_2 \overline{v_{2r}'' v_{2r}''}. \quad (60)$$

Учитывая, что

$$-\rho_2 \overline{v_{2x}'' v_{2r}''} = \rho_2 \nu_\tau \frac{\partial v_{2x}}{\partial x_r}, \quad \nu_\tau = f(x_1), \quad (61)$$

и полагая

$$P \gg \sigma_{x_1}, \quad \frac{\partial P}{\partial x_r} \gg \frac{1}{x_r} \frac{\partial}{\partial x_r} (x_r \sigma_r), \quad (62)$$

уравнения (58) и (59) можем переписать в следующем безразмерном виде:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + N \left[ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \right] + N_\tau \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right), \quad (63)$$

$$u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} = F_r - \frac{\partial P}{\partial r} + N \left[ \frac{\partial^2 u_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial r} \right), \quad (64)$$

а уравнение неразрывности

$$\frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{\partial r u_x}{\partial x} = 0. \quad (65)$$

Рассматриваемый поток эжектируемого воздуха относится к классу течений, для которых характерна «свободная» турбулентность. Силы молекулярной вязкости в этом случае пренебрежимо малы по сравнению с переносом импульса за счет турбулентного перемешивания ( $\nu_\tau \gg \nu$ ).

Поскольку для струйных течений

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \quad (66)$$

и поперечная составляющая скорости эжектируемого потока намного меньше продольной, уравнения динамики намного упрощаются. Так, для плоской струи имеем следующие уравнения динамики турбулентного слоя:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n (v - u_x) + N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (67)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n u_y + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \quad (68)$$

где  $N_\tau = k_n b v$ ,  $k_n = \frac{1}{2} k$  или для равноускоренного потока частиц с учетом (11)

$$N_\tau = k_n \sqrt{2a} \frac{1}{t} x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{t}}. \quad (70)$$

Уравнение (67) с учетом уравнения неразрывности может быть записано еще в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} u_x^2 + \frac{\partial}{\partial y} u_y u_x = \frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n (v - u_x) + N_\tau \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}. \quad (71)$$

Для осесимметричных струй на основании (63) и (64) уравнения пограничного слоя запишем так:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = \frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n (v - u_x) + N_\tau \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) - \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (72)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n u_r + \frac{\partial}{\partial u_x} \left( N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial r} \right). \quad (73)$$

Помимо дифференциальных уравнений в дальнейшем будем использовать интегральное соотношение для изменения импульса эжектируемого воздуха. Так, для плоского потока имеем следующее соотношение:

$$\int_0^\infty \frac{\partial u_x^2}{\partial x} dy = \int_0^\infty \frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n (v - u_x) dy - \int_0^\infty \frac{\partial P}{\partial x} dy, \quad (74)$$

получаемое из уравнения (71) путем интегрирования всех слагаемых в поперечном сечении струи при следующих граничных условиях:

$$u_y = 0, \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \quad (75)$$

$$u_x = 0, \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y \rightarrow \infty. \quad (76)$$

Для осесимметричной струи интегральное соотношение имеет аналогичный вид

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} u_x^2 r dr = \int_0^{\infty} \frac{\beta}{\varepsilon} |v - u_x|^n (v - u_x) r dr - \int_0^{\infty} \frac{\partial P}{\partial x} r dr. \quad (77)$$

#### 4.1.2. Структура воздушных течений в плоской струе сыпучего материала

*Уравнения автомодельного движения.* Для определения поля скоростей и линий тока в струе эжектируемого воздуха воспользуемся известным в теории ламинарного пограничного слоя методом аффинных преобразований, сводящим систему дифференциальных уравнений в частных производных к одному обыкновенному дифференциальному уравнению, решение которого намного проще. Возможность сведения рассматриваемой задачи к автомодельной «облегчается» эмпирическим характером зависимости  $\beta_1$ , допускающим некоторый произвол в выборе конкретной функциональной связи. Пусть, например, распределение твердых частиц в струе определяется экспоненциальной зависимостью вида (4). Гидродинамическое уравнение пограничного слоя при этом примет вид

$$\left. \begin{aligned} u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} &= Dx^\gamma e^{-z'} \left| 1 - \frac{u_x}{v} \right|^n \left( 1 - \frac{u_x}{v} \right) + N_\tau \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Учитывая характер изменения объемной концентрации (12), положим функцию тока равной

$$\psi = mx^S \zeta(z), \quad z = a' x^t y. \quad (79)$$

Выразим проекции скорости воздуха и их производные через введенные функции

$$u_x \equiv \frac{\partial \psi}{\partial y} = mx^{s+\frac{v}{t}} a^{\frac{1}{t}} \zeta'; \quad (80)$$

$$u_y \equiv -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -mx^{s-1} \left( s\zeta + \frac{v}{t} \zeta' z \right); \quad (81)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = ma^{\frac{1}{t}} x^{s+\frac{v}{t}-1} \left[ \left( s + \frac{v}{t} \right) \zeta' + \frac{v}{t} \zeta'' z \right]; \quad (82)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = ma^{\frac{2}{t}} x^{s+2\frac{v}{t}} \zeta''; \quad (83)$$

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = ma^{\frac{3}{t}} x^{s+3\frac{v}{t}} \zeta'''. \quad (84)$$

Подставляя эти соотношения в первое уравнение системы (78), получим

$$\begin{aligned} & m^2 a^{\frac{2}{t}} x^{2\left(s+\frac{v}{t}\right)-1} \cdot \left\{ \zeta' \left[ \left( s + \frac{v}{t} \right) \zeta' + \frac{v}{t} \zeta'' z \right] - \zeta'' \left[ s\zeta + \frac{v}{t} \zeta' z \right] \right\} = \\ & = mN_\tau a^{\frac{3}{t}} x^{s+3\frac{v}{t}} \zeta''' + Dx^\gamma e^{-z^t} \left| 1 - m \frac{x^{s+\frac{v}{t}}}{v} a^{\frac{1}{t}} \zeta' \right|^n \cdot \left( 1 - m \frac{x^{s+\frac{v}{t}}}{v} a^{\frac{1}{t}} \zeta' \right). \end{aligned} \quad (85)$$

Тогда, приняв для простоты записи

$$mx^{s+\frac{v}{t}} a^{\frac{1}{t}} / v = K(x), \quad (86)$$

$$mN_\tau a^{\frac{3}{t}} x^{s+3\frac{v}{t}-\gamma} / D = N(x), \quad (87)$$

при

$$m = \sqrt{\frac{D}{s + \frac{v}{t}}} a^{-\frac{1}{t}}, \quad (88)$$

$$s + \frac{v}{t} = \frac{1+\gamma}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{v}{t} + \frac{n}{2} \right) \quad (89)$$

получим следующее дифференциальное уравнение

$$\zeta'^2 - \frac{s}{s + \frac{v}{t}} \zeta \zeta'' = e^{-z^t} |1 - K(x) \zeta'|^n (1 - K(x) \zeta') + N(x) \cdot \zeta''', \quad (90)$$

которое при

$$K(x) \approx \overline{K(x)} = \frac{1}{x} \int_0^x K(x) dx = K, \quad (91)$$

$$N(x) \approx \overline{N(x)} = \frac{1}{x} \int_0^x N(x) dx = N \quad (92)$$

превращается в обычное уравнение автомодельного движения (точнее, учитывая приближенный характер соотношений (91) и (92), в уравнение псевдоавтомодельного движения)

$$\zeta'^2 - \varepsilon_v \zeta \zeta'' = e^{-z^t} |1 - K \zeta'|^n (1 - K \zeta') + N \zeta''', \quad (93)$$

где

$$\varepsilon_v = \frac{s}{s + \frac{v}{t}}. \quad (94)$$

Параметр  $N$ , характеризующий отношение сил турбулентной вязкости к силам аэродинамическим, может быть представлен с учетом (70), (88) и (89) следующим соотношением:

$$N = \frac{2k_n}{\sqrt{(1+\gamma)D}} \cdot \frac{x^{1-\frac{\gamma+v}{2t}}}{a^{\frac{1}{t}}}, \quad (95)$$

а величина  $K$ , учитывающая отношение скоростей воздуха и твердых частиц, равна

$$K = \sqrt{\frac{D}{1+\gamma}} x^{\frac{\gamma}{2}}. \quad (96)$$

Заметим, что при некотором выборе постоянных  $v$ ,  $t$ ,  $s$ ,  $\gamma$  величины  $N$  и  $K$  не будут явно зависеть от  $x$ , и уравнение (93) действительно описывает строго автомодельное движение в рассматриваемом классе степенных функций (79). Так, среди расширяющихся потоков при

$$\frac{v}{t} = -1 \quad \text{и} \quad n = 2; \quad \gamma = 0; \quad s = \frac{3}{2}; \quad \varepsilon_v = 3$$

имеем автомодельное движение, описываемое уравнением

$$\zeta'^2 - 3\zeta\zeta'' = e^{-z^t} (1 - K\zeta')^2 + N\zeta''', \quad (97)$$

в котором параметры  $N$  и  $K$  постоянны и равны соответственно

$$N = 2k_n a^{\frac{1}{t}} / \sqrt{D}; \quad K = \sqrt{D}. \quad (98)$$

В классе плоскопараллельных потоков  $\left(\frac{v}{t} = 0\right)$  при вязком обтекании частиц ( $n = 0$ ) имеем:

$$K = \sqrt{D}; \quad N \approx \bar{N} = \frac{2k_n}{\sqrt{Db}x_k} \int_0^{x_k} x dx = \frac{k_n x_k}{\sqrt{Db}}; \quad (99)$$

$$\zeta'^2 - \zeta\zeta'' = e^{-z^t} (1 - K\zeta') + \bar{N}\zeta''', \quad (100)$$

а в автомодельной области обтекания ( $n = 1, \quad \gamma = 1/2$ )

$$K \approx \bar{K} = \sqrt{\frac{D}{1,5}} \frac{1}{x_k} \int_0^{x_k} x^{\frac{1}{4}} dx = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{D}{1,5}} x_k^{\frac{1}{4}}, \quad (101)$$

$$N \approx \bar{N} = \frac{2k_n}{\sqrt{1,5Db}} \cdot \frac{1}{x_k} \int_0^{x_k} x^{\frac{3}{4}} dx = \frac{8k_n}{7b\sqrt{1,5D}} x_k^{\frac{3}{4}}, \quad (102)$$

$$\zeta'^2 - \zeta\zeta'' = e^{-z^t} (1 - \bar{K}\zeta')^2 + \bar{N}\zeta'''. \quad (103)$$

Уравнение (100) и (103) в отличие от уравнения (97) описывают псевдоавтомодельное движение, поскольку параметры  $\bar{N}$  и  $\bar{K}$  зависят от высоты падения твердых частиц.

Запишем выражения для составляющих скоростей эжектируемого воздуха, используя принятые обозначения (80), (81), (82) и соотношения (88) и (89),

$$u_x = \sqrt{\frac{2D}{1+\gamma}} x^{\frac{1+\gamma}{2}} \zeta', \quad (104)$$

$$u_y = -\sqrt{\frac{2D}{1+\gamma}} b x^{\frac{\gamma-1-\nu}{2t}} \cdot \left[ \left( \frac{1+\gamma}{2} - \frac{\nu}{t} \right) \zeta + \frac{\nu}{t} \zeta' z \right], \quad (105)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \sqrt{\frac{2D}{1+\gamma}} \frac{1}{b} x^{\frac{1+\gamma+\nu}{2t}} \zeta''. \quad (106)$$

Граничные условия

$$u_y = 0, \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \quad (107)$$

$$u_x = 0 \quad \text{при} \quad y \rightarrow \infty \quad (108)$$

в новых обозначениях имеют вид

$$\zeta = 0, \quad \zeta'' = 0 \quad \text{при} \quad z = 0; \quad (107)$$

$$\zeta' = 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty. \quad (110)$$

Интегральное соотношение (74) с учетом (80), (82) станет

$$2m^2 x^{2\left(s+\frac{\nu}{t}\right)-1} \cdot a^t \int_0^\infty \left[ \left( s + \frac{\nu}{t} \right) \zeta'^2 + \frac{\nu}{t} \zeta' \zeta'' z \right] dz = D x^\gamma \int_0^\infty e^{-z'} |1 - K(x) \zeta'|^n (1 - K(x) \zeta') dz \quad (111)$$

или в силу (88) и (89)

$$2 \int_0^\infty (\zeta'^2 + \delta_\nu \zeta' \zeta'' z) dz = \int_0^\infty e^{-z'} |1 - K \zeta'|^n (1 - K \zeta') dz, \quad (112)$$

где

$$\delta_\nu = \frac{\nu/t}{s + \nu/t}. \quad (113)$$

В случае плоскопараллельного потока твердых частиц ( $\nu/t = 0$ ) выражения для скорости воздуха и интегральное соотношение для изменения импульса намного упрощаются. Так, относительно случая вязкого обтекания частиц ( $n = 0$ ;  $\gamma = 0$ ) имеем

$$u_x = \sqrt{2D} x^{\frac{1}{2}} \zeta', \quad u_y = -\sqrt{2D} \frac{b}{2\sqrt{x}} \zeta, \quad (114)$$

$$2 \int_0^\infty \zeta'^2 dz = \int_0^\infty e^{-z'} (1 - K \zeta') dz, \quad (115)$$

при квадратичном законе аэродинамического сопротивления частиц ( $n = 1$ ;  $\gamma = 1/2$ )

$$u_x = \sqrt{\frac{4}{3}} Dx^{\frac{3}{4}} \zeta', \quad u_y = -\sqrt{\frac{4}{3}} Dbx^{-\frac{1}{4}} \frac{3}{4} \zeta; \quad (116)$$

$$2 \int_0^{\infty} \zeta'^2 dz = \int_0^{\infty} e^{-z'} (1 - K \zeta')^2 dz. \quad (117)$$

Из полученных выражений легко установить физический смысл величин  $\zeta'$  и  $\zeta$ . Пусть

$$\zeta' \rightarrow \alpha \quad \text{при} \quad z \rightarrow 0, \quad (118)$$

тогда скорость воздуха по оси струи будет

$$u_m = \sqrt{\frac{4}{3}} Dx^{\frac{3}{4}} \alpha, \quad (119)$$

а изменение относительной продольной составляющей скорости в поперечном сечении струи

$$u_x / u_m = \zeta' / \alpha. \quad (120)$$

Таким образом, величина  $\zeta'$  характеризует изменение относительной скорости.

Расход эжектируемого воздуха при известной величине продольной составляющей вектора скорости найдем интегрированием по оси  $OY$ :

$$q_3 = 2 \int_0^y u_x dy, \quad q_3 \equiv Q_3 / (cl_{\infty}). \quad (121)$$

Так как в силу (10) и (11)

$$dy = a^{-\frac{1}{t}} x^{-\frac{\nu}{t}} dz = b dz, \quad (122)$$

учитывая (104), получим

$$q_3 = 2bu_0 \zeta, \quad (123)$$

где



$$u_0 = \sqrt{\frac{2D}{1+\gamma}} x^{\frac{1+\gamma}{2}} \quad (124)$$

или

$$\frac{q_3}{2bu_0} = \frac{Q_3}{2Bcu_0} = \zeta. \quad (125)$$

Таким образом, величина  $\zeta$  представляет собой не что иное, как относительный расход воздуха в струе шириной  $2z$ . Общий расход эжектируемого воздуха будет

$$Q_3 = 2Bcu_0\zeta_\infty, \quad (126)$$

где

$$\zeta_\infty = \lim_{z \rightarrow \infty} \zeta. \quad (127)$$

Покажем еще один возможный вариант получения уравнения вида (93). Изменив определенным образом выбор значений параметров  $m$  и  $N$ , можем получить общее уравнение, частный случай которого будет уравнением свободной струи воздуха. Преобразуем исходное уравнение (85).

Положив

$$N_\tau = 1/\text{Re} - \text{const}, \quad \text{Re} = cl_\infty/\nu$$

и вводя новую независимую переменную

$$\eta = a^{-\frac{1}{t}} z = x^{\frac{\nu}{t}} y,$$

получим

$$m^2 x^{2s-1+2\frac{\nu}{t}} \left\{ \zeta'^2 \left( s + \frac{\nu}{t} \right) - s \zeta \zeta'' \right\} = \frac{m}{\text{Re}} x^{s+3\frac{\nu}{t}} \zeta''' + Dx^\gamma e^{-a\eta^t} \left| 1 - m \frac{x^{\frac{s+\nu}{t}}}{\nu} \zeta' \right| \left( 1 - m \frac{x^{\frac{s+\nu}{t}}}{\nu} \zeta' \right).$$

Выберем так величину  $m$ , чтобы соотношение сил было равно

$$m^2 x^{2s-1+2\frac{\nu}{t}} / \left( \frac{m}{\text{Re}} x^{s+3\frac{\nu}{t}} \right) = 1; \quad Dx^\gamma / \left( \frac{m}{\text{Re}} x^{s+3\frac{\nu}{t}} \right) = G.$$

Тогда, полагая

$$s = 1 + \frac{\nu}{t}; \quad m = 1/\text{Re},$$

получим вместо прежних параметров  $N$  и  $K$  новые величины

$$G = D \cdot \text{Re}^2 x^{\gamma-1-4\frac{\nu}{t}} \approx D \overline{\text{Re}^2 x^{\gamma-1-4\frac{\nu}{t}}}, \quad (128)$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{2} \text{Re}} x^{\frac{1+2\nu}{2t}} \approx \frac{1}{\sqrt{2} \text{Re}} \overline{x^{\frac{1+2\nu}{2t}}}, \quad (129)$$

а дифференциальное уравнение

$$\left(1 + 2\frac{\nu}{t}\right) \zeta'^2 - \left(1 + \frac{\nu}{t}\right) \zeta \zeta'' = G e^{-\alpha \eta^t} |1 - K \zeta'|^n (1 - K \zeta') + \zeta''' \quad (130)$$

будет описывать псевдоавтомодельное течение.

При

$$\frac{\nu}{t} = -\frac{1}{4}; \quad \gamma = 0; \quad \nu = \sqrt{2x} \quad (131)$$

это течение будет строго автомодельным, так как

$$\gamma - 1 - 4\frac{\nu}{t} = 0 \quad \text{и} \quad G = D \cdot \text{Re}^2; \quad K = (\sqrt{2} \text{Re})^{-1}.$$

При

$$\gamma = 1 + 4\frac{\nu}{t}; \quad (132)$$

$$G = D \cdot \text{Re}^2; \quad K = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{x^{\frac{1+2\nu}{2t}}}{\nu} \right) \quad (133)$$

уравнение (130) будет описывать псевдоавтомодельное движение, поскольку параметр  $K$  зависит в общем случае от  $x$ .

Составляющие вектора скорости в этих обозначениях принимают вид

$$u_x = \frac{1}{\text{Re}} x^{1+2\frac{\nu}{t}} \cdot \zeta', \quad (134)$$

$$u_y = -\frac{x^{\frac{\nu}{t}}}{\text{Re}} \left[ \left(1 + \frac{\nu}{t}\right) \zeta + \frac{\nu}{t} \zeta' \eta \right], \quad (135)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} x^{1+3\frac{\nu}{t}} \zeta'', \quad \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{x^{2\frac{\nu}{t}}}{\text{Re}} \left[ \left(1 + 2\frac{\nu}{t}\right) \zeta' + \frac{\nu}{t} \zeta'' \eta \right]. \quad (136)$$

Граничные условия принимают вид

$$\zeta = 0; \quad \zeta' = \alpha; \quad \zeta'' = 0 \quad \text{при} \quad \eta = 0; \quad (137)$$

$$\zeta' = 0 \quad \text{при} \quad \eta \rightarrow \infty. \quad (138)$$

Интегральное условие

$$2 \int_0^{\infty} u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} dy = D \int_0^{\infty} x^{\nu} e^{-a\eta} |1 - K\zeta'|^n (1 - K\zeta') dy \quad (139)$$

с учетом (134) и (136) примет вид

$$\int_0^{\infty} \left[ \left(1 + 2\frac{\nu}{t}\right) \zeta'^2 + \frac{\nu}{t} \zeta' \zeta'' \eta \right] d\eta = \frac{1}{2} G \int_0^{\infty} e^{-a\eta} |1 - K\zeta'|^n (1 - K\zeta') d\eta \quad (140)$$

или \*

$$\left(1 + \frac{3}{2}\nu\right) \int_0^{\infty} \zeta'^2 d\eta = \frac{1}{2} G \int_0^{\infty} e^{-a\eta} |1 - K\zeta'|^n (1 - K\zeta') d\eta. \quad (141)$$

Несколько иной вид интегрального соотношения получим, если соотношение (139) запишем в виде

$$\left( \int_0^{\infty} u_x^2 dy \right)_x - \frac{1}{2} I_0 = \int_0^x \left( D \int_0^{\infty} x^{\nu} e^{-a\eta} |1 - K\zeta'|^n (1 - K\zeta') dy \right) dx \quad (142)$$

или, выразив скорость через введенные функции и учитывая (132), получим

---

\* Левые части уравнений (140) и (141) тождественно равны, так как  $\left(1 + 2\frac{\nu}{t}\right) \zeta'^2 + \frac{\nu}{t} \zeta' \zeta'' \eta = \left(1 + \frac{3}{2}\frac{\nu}{t}\right) \zeta'^2 + \frac{1}{2}\frac{\nu}{t} (\zeta'^2 \eta)'$  и  $\int_0^{\infty} (\zeta'^2 \eta)' d\eta = 0$  в силу граничных условий (137) и (138).

$$\int_0^{\infty} \zeta'^2 d\eta = \frac{1}{2} I x^{-\left(2+3\frac{\nu}{t}\right)} + \frac{G}{2+3\frac{\nu}{t}} \int_0^{\infty} e^{-a\eta'} |1 - K\zeta'|^n (1 - K\zeta') d\eta, \quad (143)$$

$$I = I_0 \operatorname{Re}^2. \quad (144)$$

Откуда видно, что при  $G \neq 0$  и  $I_0 \neq 0$  нельзя получить уравнение, описывающее строго автомодельное течение в рассматриваемом классе степенных функций. Такое уравнение возможно получить лишь при  $G = 0$  и  $\nu/t = -2/3$ , т.е. для случая затопленной струи с начальным импульсом  $I_0$  (а также при  $I_0 = 0$  и  $\nu/t = -1/4$ ,  $\gamma = 0$ ). Соотношение (143) в первом случае станет

$$\int_0^{\infty} \zeta'^2 d\eta = \frac{1}{2} I, \quad (145)$$

а дифференциальное уравнение (130)

$$\zeta''' + \frac{1}{3}(\zeta'^2 + \zeta\zeta'') = 0, \quad (146)$$

решение которого имеет вид [163]

$$\zeta = c \operatorname{th} \frac{c}{6} \eta, \quad (147)$$

$$\zeta' = \frac{c^2}{6} \left(1 - \operatorname{th}^2 \frac{c}{6} \eta\right), \quad (148)$$

$$\zeta'' = -\frac{c^3}{18} \left(1 - \operatorname{th}^2 \frac{c}{6} \eta\right) \cdot \operatorname{th} \frac{c}{6} \eta, \quad (149)$$

где  $c = \sqrt[3]{4,5I_0}$ .

Расход воздуха в струе в силу (134) в общем случае равен

$$Q_c = 2 \int_0^{\infty} u_x dy = \frac{2}{\operatorname{Re}} x^{1+\frac{\nu}{t}} \int_0^{\infty} \zeta' d\eta = \frac{2}{\operatorname{Re}} x^{1+\frac{\nu}{t}} \cdot \zeta(\infty). \quad (150)$$

Для плоской затопленной струи, учитывая (147),

$$Q_c = \frac{2}{\operatorname{Re}} x^{\frac{1}{3}} \cdot c. \quad (151)$$

*Приближенное решение уравнения автомодельного движения.* Для определения структуры струйных течений и выяснения роли вязких сил воспользуемся уравнением (93). Поскольку точное решение этого уравнения может быть найдено лишь для некоторых частных случаев, а численное их решение затруднено\*, воспользуемся приближенным методом решения, в частности, методом Блазиуса. Найдем решения в области малых и больших значений независимой переменной (в области «нуля» и на «бесконечности») и осуществим «сращивание» этих решений в некоторой особой образом выбранной точке  $z_0$ . С целью апробации этого метода рассмотрим уравнение плоской затопленной струи воздуха (146). Так, для этого уравнения при условии (137) в области малых  $\eta$  на основании ряда Маклорена запишем

$$\zeta_0 = a_1\eta - a_2 \frac{\eta^3}{3} + \dots, \quad (152)$$

$$\zeta'_0 = a_1 - a_2\eta^2 + \dots, \quad (153)$$

$$\zeta''_0 = -2a_2\eta + \dots, \quad (154)$$

где

$$a_1 = \alpha; \quad a_2 = \alpha^2 / 6.$$

Положим, что решение на «бесконечности» имеет вид

$$\zeta_\infty = B + u(\eta), \quad (155)$$

где  $B$  – некоторая постоянная, намного большая функции  $u(\eta)$  при  $\eta \rightarrow \infty$ . Подставляя значения  $\zeta_\infty$  в уравнение (146), получим следующее дифференциальное уравнение

$$u''' = -\frac{1}{3}(u'^2 + Bu'') \quad (156)$$

или, полагая при  $\eta \rightarrow \infty$

$$u'^2 \ll Bu'', \quad (157)$$

$$\frac{u'''}{u''} = -B/3, \quad (158)$$

откуда

$$u'' = -Ae^{-\frac{B}{3}\eta}, \quad A = \text{const} \quad (159)$$

и тогда

---

\* Затруднения возникают из-за нелинейности краевой задачи, а решение задачи Коши связано с необходимостью подбора величины  $\alpha$ .

$$\zeta_{\infty} = B - \frac{9}{B^2} A e^{-\frac{B}{3}\eta}, \quad (160)$$

$$\zeta'_{\infty} = \frac{3}{B} A e^{-\frac{B}{3}\eta}, \quad (161)$$

$$\zeta''_{\infty} = -A e^{-\frac{B}{3}\eta}. \quad (162)$$

В точке  $\eta = z_0$  значения  $\zeta_{\infty}$  и  $\zeta_0$ , а также  $\zeta'_{\infty}$  и  $\zeta'_0$ ,  $\zeta''_{\infty}$  и  $\zeta''_0$  должны быть по условию «сращивания» равны, т.е.

$$\left. \begin{aligned} a_1 z_0 - a_2 \frac{z_0^3}{3} &= B - \frac{9}{B^2} A e^{-\frac{B}{3}z_0}, \\ a_1 z_0 - a_2 z_0^2 &= A e^{-\frac{B}{3}z_0}, \\ -2a_2 z_0 &= -A e^{-\frac{B}{3}z_0}. \end{aligned} \right\} \quad (163)$$

Точку «сращивания» можно выбрать, например, из интегрального соотношения (145):

$$\int_0^{z_0} \zeta_0'^2 d\eta + \int_{z_0}^{\infty} \zeta_{\infty}'^2 d\eta = \frac{1}{2} I, \quad (164)$$

откуда, учитывая

$$\zeta'_{\infty} = b_1 e^{-b_2(\eta-z_0)}, \quad b_1 = \frac{6}{b} a_2 z_0, \quad b_2 = \frac{B}{3}, \quad (165)$$

получим следующее уравнение

$$a_1^2 - 2a_1 a_2 \frac{z_0^3}{3} + a_2^2 \frac{z_0^5}{5} + \frac{54}{c^3} a_2^2 z_0^2 = \frac{1}{2} I, \quad (166)$$

замыкающее систему (163) и позволяющее при заданном импульсе  $I$  найти постоянные  $\alpha$ ,  $c$ ,  $A$ ,  $z_0$  и, следовательно, определить коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  (табл. 4.1).

Расход воздуха в струе в соответствии с формулой (150)

$$Q_0 = \frac{2}{\text{Re}} x^{-\frac{1}{3}} B. \quad (167)$$

Коэффициенты к формулам (153), (165) и (167)

$I$	$a_1$	$a_2$	$z_0$	$b_1$	$B$	$c$
1	0,196	0,006	3,24	0,129	0,963	1,65
5	1,20	0,242	1,31	0,792	2,39	2,82
10	2,18	0,790	0,97	1,433	3,21	3,56
20	3,74	2,33	0,74	2,46	4,20	4,48
50	7,32	8,92	0,53	4,82	5,89	6,08
100	11,9	23,7	0,42	7,84	7,51	7,66
$10^3$	57,2	54,6	0,19	37,7	16,5	16,5
$10^4$	$2,68 \cdot 10^2$	$1,19 \cdot 10^4$	$8,76 \cdot 10^{-2}$	176	35,6	35,6
$10^5$	$1,24 \cdot 10^3$	$2,58 \cdot 10^5$	$4,06 \cdot 10^{-2}$	818,5	76,7	76,6
$10^6$	$5,78 \cdot 10^3$	$5,56 \cdot 10^5$	$1,88 \cdot 10^{-2}$	3800	165	165

Как видно из данных, приведенных в последних колонках табл.4.1, расход воздуха, рассчитанный по формуле (167) в области  $10 < I < 10^6$ , практически не отличается от величин, определенных по более точной формуле (151). Относительная погрешность не превышает 10%. Удовлетворительно согласуются результаты и для эпюры скоростей в поперечном сечении струи (рис. 4.3). Поскольку характер поведения интегральных кривых одинаков, можно ожидать удовлетворительные результаты применения метода Блазиуса и при решении уравнения для струи сыпучего материала.

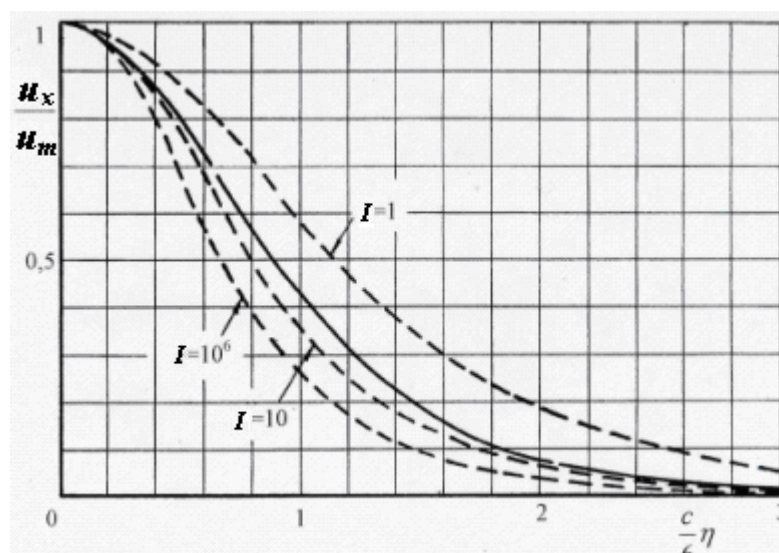


Рис. 4.3. Изменение относительной скорости воздуха в сечении струи ( $u_m$  — скорость воздуха на оси струи; сплошная линия — график функции (148); пунктирные — по формулам (153) и (165))

Случай равномерного распределения частиц. Рассмотрим, пользуясь этим методом, вначале простейший, но наиболее характерный случай равномерного распределения частиц в струе, т.е. предельный случай (при  $t \rightarrow \infty$ ) общего уравнения (93).

Так как при этом

$$e^{-z'} = \begin{cases} 1 & \text{при } z < 1, \\ 0 & \text{при } z > 1, \end{cases} \quad (168)$$

для плоскопараллельного потока ( $\varepsilon_v = 1$ ,  $\delta_v = 0$ ) имеем сле-

дующие уравнения, описывающие структуру воздушных течений в области «нуля» (при  $z < 1$ ):

$$\zeta'^2 - \zeta\zeta'' = |1 - K\zeta'|^n (1 - K\zeta') + N\zeta''', \quad (169)$$

$$\zeta(0) = 0; \zeta'(0) = \alpha; \zeta''(0) = 0 \quad (170)$$

и на «бесконечности»

$$\zeta'^2 - \zeta\zeta'' = N\zeta''', \quad (171)$$

$$\zeta(\infty) = B; \zeta'(\infty) = 0; \zeta''(\infty) = 0. \quad (172)$$

Решение уравнения (171) имеет вид

$$\zeta_\infty = B - A \frac{N^2}{B^2} e^{-\frac{B}{N}z}, \quad (173)$$

$$\zeta'_\infty = A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z}, \quad (174)$$

$$\zeta''_\infty = -Ae^{-\frac{B}{N}z}. \quad (175)$$

В «нуле» соответственно в силу (170) и

$$\zeta'''(0) = \frac{1}{N} [\alpha^2 - (1 - K\alpha)^2] = -\varepsilon \quad (176)$$

имеем

$$\zeta_0 = \alpha z - \varepsilon z^3 / 6, \quad (177)$$

$$\zeta'_0 = \alpha - \varepsilon z^2 / 2, \quad (178)$$

$$\zeta''_0 = -\varepsilon z. \quad (179)$$

Приравнивая соответственно  $\zeta_\infty$  и  $\zeta_0$ ,  $\zeta'_\infty$  и  $\zeta'_0$ ,  $\zeta''_\infty$  и  $\zeta''_0$  в точке  $z_0 = 1$ , найдем  $\alpha$ ,  $A$  и  $B$  и определим коэффициенты

$$\frac{B}{N} = \frac{2\varepsilon}{2\alpha - \varepsilon}; A = \varepsilon e^{\frac{B}{N}}, \quad (180)$$

величина  $\alpha$  (и, следовательно,  $\varepsilon$ ) находится из уравнения

$$N\varepsilon^2 - \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{2}\right)^3 - \varepsilon \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{2}\right) \left(\alpha - \frac{\varepsilon}{6}\right) = 0. \quad (181)$$

Величина  $\zeta'_\infty$  с учетом (180) может быть найдена из уравнения



$$\zeta'_\infty = \varepsilon \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}(z-1)}. \quad (182)$$

Значения параметров  $\alpha$ ,  $\varepsilon$  и  $B$  приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Параметры к формулам (173) – (179)

$N$	$\alpha$	$\varepsilon$	$B$	$\alpha$	$\varepsilon$	$B$
$K = 0$			$K = 0,5$			
$10^{-4}$	1,000	1,999	0,667	0,667	1,333	0,445
$10^{-3}$	0,999	1,992	0,667	0,666	1,326	0,445
$10^{-2}$	0,990	1,923	0,670	0,660	1,864	0,950
$10^{-1}$	0,925	1,445	0,713	0,621	0,891	0,507
$10^0$	0,711	0,494	1,065	0,505	0,304	0,863
$10^1$	0,421	0,082	2,164	0,334	0,058	1,914
$10^2$	0,211	0,010	4,643	0,185	0,008	4,351
$10^3$	0,100	0,001	10,00	0,093	0,001	9,686
$10^4$	0,046	0,0001	21,54	0,045	0,0001	21,22
$K = 1$			$K = 1,5$			
$10^{-4}$	0,500	0,999	0,333	0,400	0,799	0,267
$10^{-3}$	0,500	0,993	0,334	0,400	0,793	0,267
$10^{-2}$	0,495	0,935	0,340	0,396	0,739	0,274
$10^{-1}$	0,469	0,626	0,403	0,377	0,474	0,339
$10^0$	0,393	0,213	0,744	0,323	0,161	0,663
$10^1$	0,278	0,044	1,739	0,239	0,036	1,607
$10^2$	1,166	0,007	4,114	0,150	0,006	3,915
$10^3$	0,088	0,001	9,404	0,083	0,001	9,149
$10^4$	0,044	0,0001	20,91	0,042	0,0001	20,62

Сопоставление полученных результатов с численными решениями уравнения (169) и (171) показало (рис. 4.4 – 4.7), что метод Блазиуса дает удовлетворительный результат в области  $N \geq 1$ , когда силы турбулентной вязкости сопоставимы или больше сил аэродинамических. Относительная погрешность в расчете продольных составляющих скорости в поперечном сечении струи при  $N \geq 1$  и  $K \leq 1$  не превышает 5%, а расхода эжектируемого воздуха – 3%. В этой области по мере увеличения сил вязкости происходит все большее сглаживание эпюры скоростей. Продольная составляющая скорости воздуха вне струи практически равна скорости в струе.

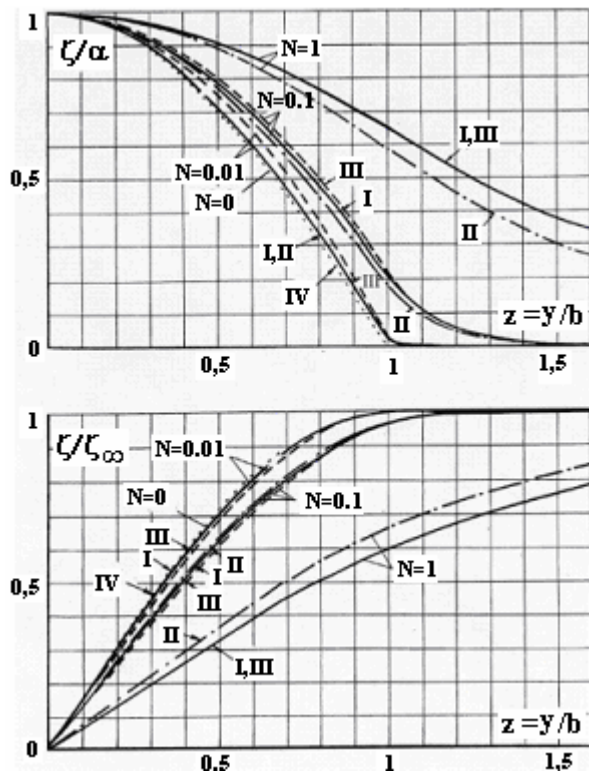


Рис. 4.4. Изменение скорости и расхода воздуха при  $N \leq 1$  и  $K = 0$ : I – численный метод; II – решение без учета сил вязкости воздуха в потоке материала; III – приближенное решение с учетом сил вязкости; IV – предельный случай ( $N \rightarrow 0$ )

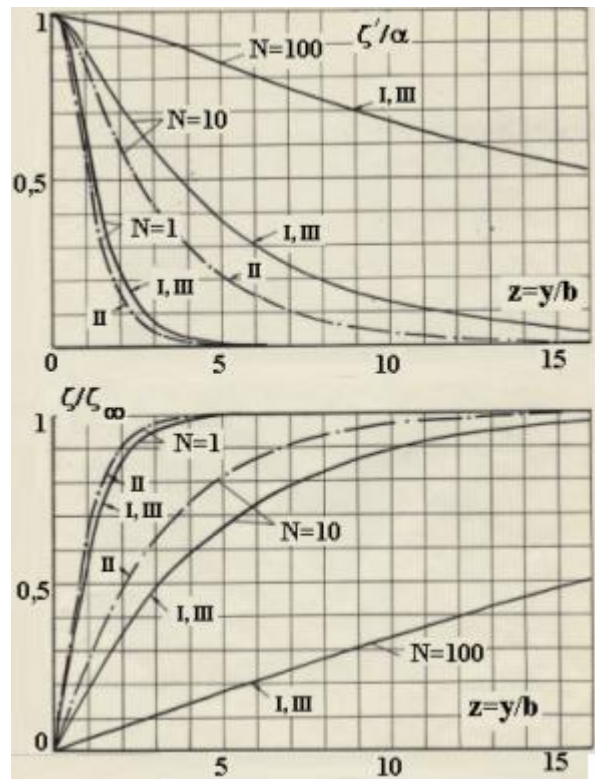


Рис. 4.5. Изменение скорости и расхода воздуха при  $N \geq 1$  и  $K = 0$ : I – численный метод; II – решение без учета сил вязкости воздуха в потоке материала; III – приближенное решение с учетом сил вязкости

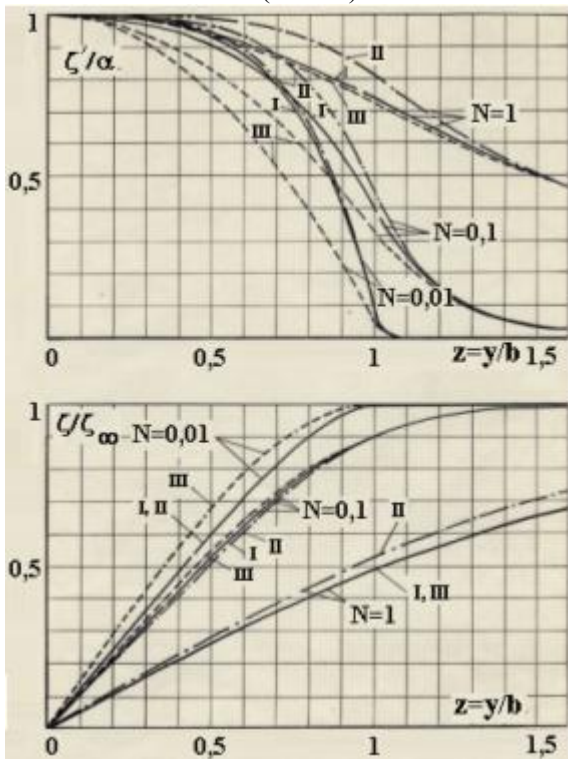


Рис. 4.6. Изменение скорости и расхода воздуха при  $N \leq 1$  и  $K = 1$ : I – численный метод; II – решение без учета сил вязкости воздуха в потоке материала; III – приближенное решение с учетом сил вязкости

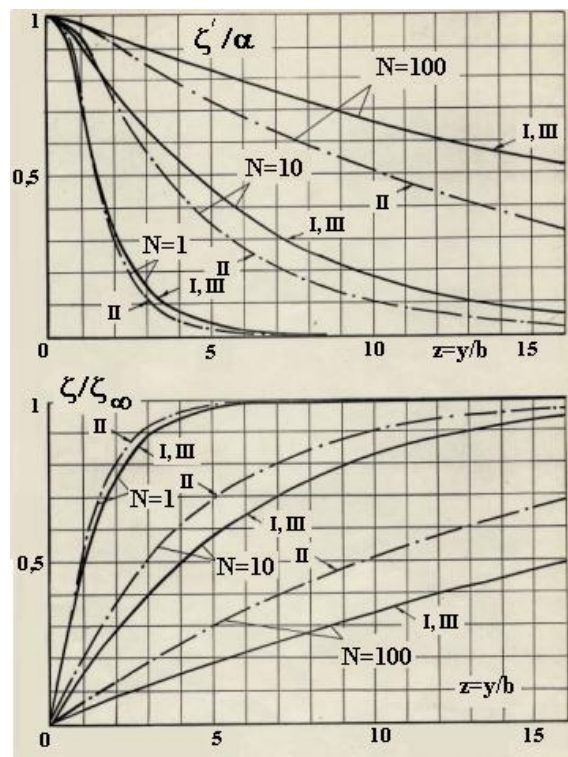


Рис. 4.7. Изменение скорости и расхода воздуха при  $N \geq 1$  и  $K = 1$ : I – численный метод; II – решение без учета сил вязкости воздуха в потоке материала; III – приближенное решение с учетом сил вязкости

В области малых сил вязкости (при  $N < 1$ ) эпюра скоростей характеризуется заметным градиентом скорости на границе струи материала. Граница потока эжектируемого воздуха с уменьшением параметра  $N$  приближается к оси струи. Примем в качестве границы расстояние  $z_c$  до точки, в которой продольная составляющая скорости составляет 10% от осевой. Если при  $N = 1$  полуширина воздушной струи составляет  $z_c = 3,5$ , то уже при  $N = 0,1$  ширина струи сокращается втрое –  $z_c = 1,2$ . А при  $N \leq 0,01$  граница воздушной струи практически совпадает с границей плоскопараллельного потока частиц материала. Попутное движение воздуха вне струи практически не происходит. Обозначим величину  $\zeta_\infty$  при  $N \rightarrow 0$  через  $\zeta_\infty^0$  и проследим, как изменяется отношение  $\zeta_\infty / \zeta_\infty^0$  при уменьшении сил вязкости (рис. 4.8а, пунктирные кривые). Четко прослеживается асимптотический характер изменения этой величины. В области больших сил вязкости отношение  $\zeta_\infty / \zeta_\infty^0$ , резко возрастающая при  $N > 1$ , становится намного большим единицы. Эжекция воздуха вне струи достигает значительных величин. В области  $N < 0,5$  отношение  $\zeta_\infty / \zeta_\infty^0$  практически равно единице.

*Одномерная задача.* Таким образом, при малых силах вязкости эжекция воздуха происходит только в потоке материала. При этом продольная составляющая скорости воздуха резко изменяется лишь на границе потока, где она становится практически равной нулю. Поэтому поток эжектируемого воздуха можем считать безградиентным, т.е. характер изменения скорости в поперечном сечении аналогичен изменению концентрации. Пусть, например, имеем осесимметричную струю радиусом  $b$  с равномерным распределением частиц

$$\beta = \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \nu} \gamma(r), \quad (183)$$

где

$$\gamma(r) = 1 \quad \text{при} \quad 0 \leq r \leq b, \quad (184)$$

$$\gamma(r) = 0 \quad \text{при} \quad r > b. \quad (185)$$

Полагая, что скорость воздуха изменяется аналогично

$$u_x = \omega(x) \cdot \gamma(r), \quad (186)$$

сформулируем, используя закон о сохранении количества движения, одномерную задачу.

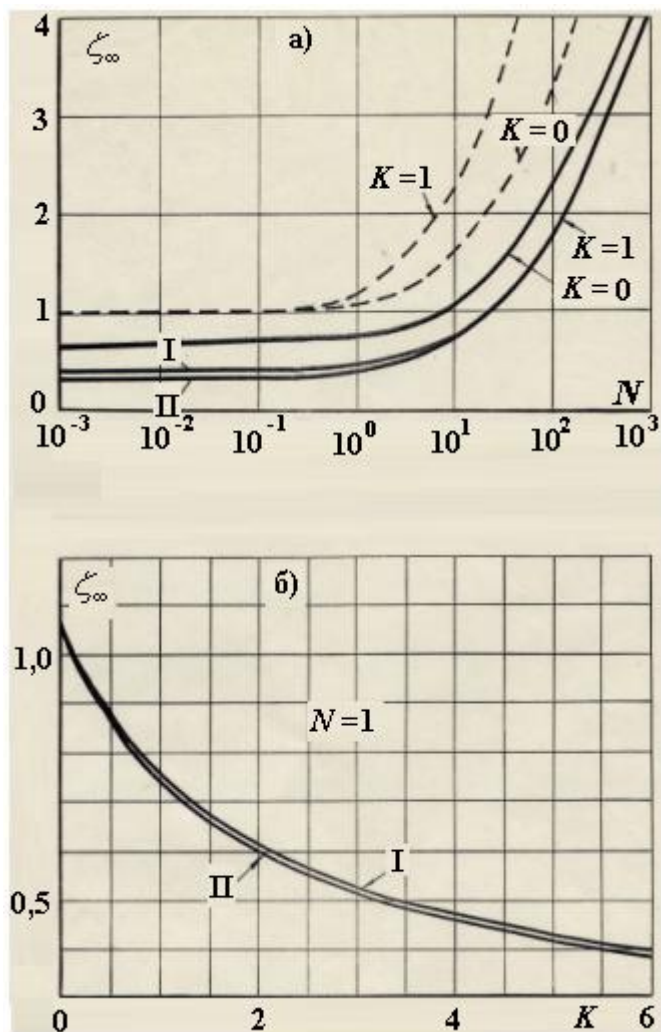


Рис. 4.8. Изменение расхода воздуха в плоской струе свободно падающих частиц от силы вязкости (а) и от силы межкомпонентного взаимодействия (б).

Интегральное соотношение (77) при этом станет

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty u_x^2 r dr = \int_0^\infty \frac{\bar{\beta}_0 \gamma(r)}{b^2 \varepsilon \nu} |v - u_x|^n (v - u_x) r dr. \quad (187)$$

С учетом

$$\int_0^\infty \omega^2 \gamma^2(r) r dr = \omega^2 b^2 / 2; \quad (188)$$

$$\int_0^\infty \frac{\bar{\beta}_0 \gamma(r)}{b^2 \varepsilon \nu} |v - \omega \cdot \gamma(r)|^n (v - \omega \cdot \gamma(r)) r dr = \frac{\bar{\beta}_0}{2 \varepsilon \nu} |v - \omega|^n (v - \omega)$$

интегральное соотношение (187) сводится к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\omega^2}{dx} = \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon \nu} |\nu - \omega|^n (\nu - \omega). \quad (189)$$

Полагая поток частиц равноускоренным ( $\nu = \sqrt{2x}$ ), имеем

$$\frac{d\omega^2}{d\nu} = \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} |\nu - \omega|^n (\nu - \omega) \quad (190)$$

или в безразмерном виде

$$u^* \frac{du^*}{d\nu^*} = \frac{\bar{\beta}_0}{2b^2 \varepsilon} \cdot \left( \frac{2b^2 \varepsilon}{\bar{\beta}_0} \right)^n |\nu^* - u^*|^n (\nu^* - u^*), \quad (191)$$

где

$$u^* = \omega \frac{\bar{\beta}_0}{2b^2 \varepsilon} \quad ; \quad \nu^* = \nu \frac{\bar{\beta}_0}{2b^2 \varepsilon}. \quad (192)$$

Расход воздуха, эжектируемого равноускоренным потоком материала, равен

$$q_{\text{э}} = 2\pi \int_0^{\infty} u_x r dr \quad (193)$$

или с учетом (186)

$$q_{\text{э}} = \pi b^2 \omega = \frac{2\pi b^4 \varepsilon}{\bar{\beta}_0} u^*. \quad (194)$$

Имея в виду

$$u^* / \nu^* = \varphi, \quad (195)$$

расход эжектируемого воздуха можем выразить через коэффициент скольжения компонентов

$$q_{\text{э}} = \pi b^2 \varphi \nu. \quad (196)$$

Для плоской струи полушириной  $b$  имеем соответственно

$$\beta = \frac{\bar{\beta}_0}{bv} \gamma(r), \quad \bar{\beta}_0 = \frac{G_1}{2l_\infty c \rho_1}, \quad (197)$$

а на основании интегрального соотношения (74) при равноускоренном потоке материала ( $dx = v dv$ )

$$\omega \frac{d\omega}{dv} = \frac{\bar{\beta}_0}{2b\varepsilon} |v - \omega|^n (v - \omega) \quad (198)$$

или в безразмерном виде

$$u^* du^* = \frac{\bar{\beta}_0}{2b\varepsilon} \left( \frac{2b\varepsilon}{\bar{\beta}_0} \right)^n |v^* - u^*|^n (v^* - u^*), \quad (199)$$

где

$$u^* = \omega \frac{\bar{\beta}_0}{2b\varepsilon}, \quad v^* = v \frac{\bar{\beta}_0}{2b\varepsilon}. \quad (200)$$

Расход эжектируемого воздуха

$$q_\varepsilon = 4b^2 \varepsilon u^* / \bar{\beta}_0 \quad (201)$$

или

$$q_\varepsilon = 2b\varphi v. \quad (202)$$

При  $n = 1$  (в автомодельной области обтекания частиц) из (191) получим следующее уравнение:

$$u^* du^* = (v^* - u^*)^2 dv^*, \quad (203)$$

рассмотренное впервые в работе [70].

Несмотря на простой вид, уравнение (203) неразрешимо в квадратурах. Приближенные решения, осуществленные благодаря некоторым упрощениям, приведены в табл. 4.3. Оценка этих решений дана сравнением с численным решением уравнения (203) при однородных начальных условиях (табл. 4.4).

Интегральные кривые уравнения

$$\frac{du^*}{dv^*} = |v^* - u^*| (v^* - u^*) / u^* \quad (204)$$

имеют тенденции быстро «забывать» свои начальные условия, устремляясь к «нулевой» интегральной кривой (рис. 4.9). Уравнение последней с хорошей точностью может быть описано уравнением точек перегиба интегральных кривых:

$$v^* = 2\varphi^2 / [(1-\varphi)(1-\varphi^2)], \quad \varphi = u^* / v^*. \quad (205)$$

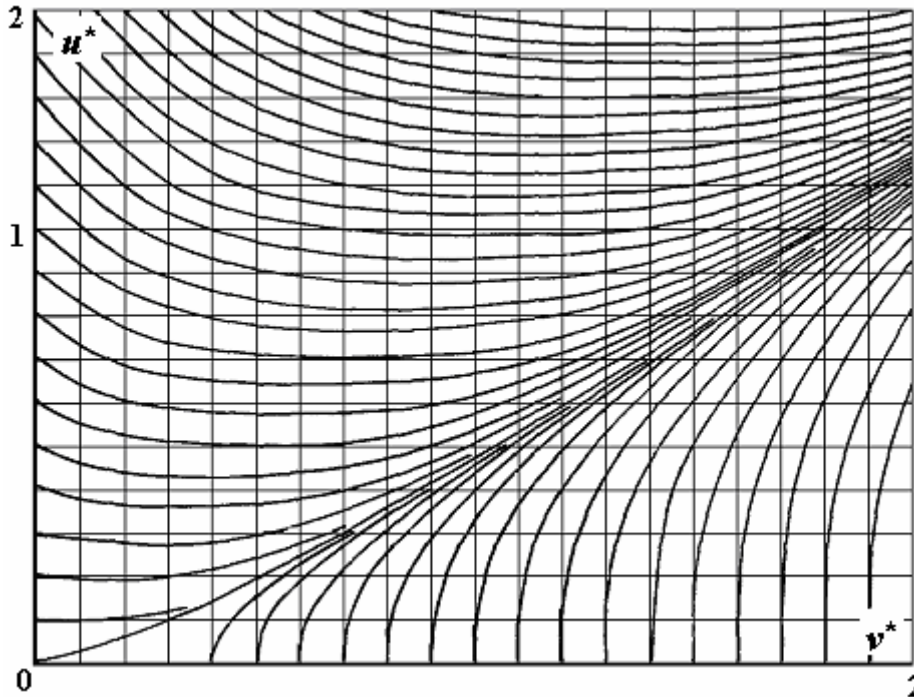


Рис. 4.9. Изменение скорости воздуха по длине струи материала (решение уравнения (204)).

Значения  $\varphi$ , вычисленные по этой формуле, несколько меньше величин, получаемых по «нулевой» интегральной кривой. Относительная погрешность при  $v^* = 0,1$  составляет – 6,6 % и, уменьшаясь по абсолютной величине с ростом  $v^*$ , стремится к нулю (при  $v^* = 4$  погрешность уже равна 0,3 %).

Аналогичная ситуация замечена при численном решении уравнения

$$\frac{d\varphi}{dv^*} = \frac{|1-\varphi|(1-\varphi)}{\varphi} - \frac{\varphi}{v^*}, \quad (206)$$

получаемого из (204) заменой  $u^* = \varphi v^*$ . Интегральные кривые второго уравнения достаточно быстро следуют кривой, проходящей через начало координат (рис.4.11а). Причем по «нулевой» кривой  $\varphi$  изменяется быстро лишь при небольших расстояниях от начала струи (в области  $v^* < 0,1$ ). Затем рост коэффициента скольжения фаз заметно замедляется, оставаясь при  $v^* < 3$  в интервале  $0,4 \div 0,6$  (в среднем 0,5). Последнее обстоятельство объясняет хорошую точность приближенных уравнений типа

$$u^* du^* \approx v^{*2} (1-\bar{\varphi})^2 dv^*, \quad (207)$$

решение которого приведено в табл.4.3 (см. п. 8).

**Примеры решения уравнения эжекции воздуха струей материала при равномерном распределении частиц (одномерная задача)**

№ п/п	Дифференциальные уравнения	Решения
1	2	3
I. Точные решения		
1.	$\frac{d\omega^2}{dx} = \frac{\beta_c}{\varepsilon} / (1 + \omega); \quad \beta_c = \bar{\beta}_0 / b^2$	
	<p>Получено из исходного уравнения (189) для случая, когда относительная скорость потока материала постоянна и равна скорости витания, т.е. <math>v - \omega = 1</math></p>	$\omega^2 - \omega_0^2 + 2 \frac{\omega^3 - \omega_0^3}{3} = \frac{\beta_c}{\varepsilon} (x - x_0)$
2.	<p>Уравнение (203). Поток материала равноускорен</p>	$u^* = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (v^* - v_0^*)^n,$ $a_n = \frac{1}{na_0} \left[ \sum_{i=0}^{n-1} b_{n-1-i} \cdot b_i - \sum_{i=0}^{n-2} a_{n-1-i} \cdot a_{i+1} \cdot (i+1) \right],$ <p>где <math>a_0 = u_0^*</math>; <math>b_0 = a_0 - v_0^*</math>; <math>b_1 = a_1 - 1</math>; <math>b_2 = a_2</math>; ... <math>b_k = a_k</math> (<math>k = 2, 3, 4 \dots</math>)</p>
II. Приближенные решения		
3.	$\frac{dz}{dt} = (t - z)^2$ <p>Получено из уравнения (190), полагая <math>n = 1</math>, <math>d\omega^2 \approx 2\bar{\omega}d\omega</math>, где <math>\bar{\omega}</math> – усредненная в интервале <math>[0, x]</math> скорость воздуха и, вводя новые переменные <math>z = \omega A^{-1}</math>; <math>t = vA^{-1}</math>;</p> $A = \sqrt{\frac{2\varepsilon b^2 \bar{\omega}}{\beta_0}}.$	$z = t - \text{th}(t - t_0 + \delta); \quad \delta = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + (t_0 - z_0)}{1 - (t_0 - z_0)}.$ <p>При <math>\omega_0 = v_0 = 0</math> и, полагая <math>\bar{\omega} = \frac{1}{2}\omega</math>, имеем</p> $\varphi = 1 - \sqrt{\frac{\varphi}{2v^*}} \text{th} \sqrt{\frac{2v^*}{\varphi}}, \quad \text{где } \varphi = u^* / v^*.$ <p>Погрешность этого соотношения не превышает + 10 %</p>



1	2	3
	<p>4. Усреднением скорости воздуха в правой части уравнения (203) получим следующее уравнение с разделяющимися переменными</p> $u^* du^* = (v^* - \bar{u}^*)^2 dv^*$	$(u^*)^2 - (u_0^*)^2 = \frac{2}{3} \left[ (v^* - \bar{u}^*)^3 - (v_0^* - \bar{u}_0^*)^3 \right].$ <p>При <math>u_0 = v_0 = 0</math>, <math>\bar{u}^* = 0,5u^*</math></p> $v^* = \frac{6\varphi^2}{4 - 6\varphi + 3\varphi^2}, \quad \varphi = u^* / v^*.$ <p>Погрешность этого соотношения растет с увеличением <math>v^*</math>: при <math>v^* &lt; 2</math> погрешность не более + 20 %, при <math>v^* &lt; 4</math> – 30 %</p>
	<p>5. Усреднением скорости потока материала в правой части уравнения (203) получим следующее уравнение с разделяющимися переменными</p> $\frac{u^* du^*}{(\bar{v}^* - u^*)^2} = dv^*$	$v^* - v_0^* = \bar{v}^* \frac{u^* - u_0^*}{(\bar{v}^* - u^*)(\bar{v}^* - u_0^*)} + \ln \frac{\bar{v}^* - u^*}{\bar{v}^* - u_0^*}.$ <p>При <math>u_0 = v_0 = 0</math>, <math>\bar{v}^* = \frac{1}{2}v^*</math></p> $v^* = \frac{2\varphi}{1 - 2\varphi} + \ln(1 - 2\varphi), \quad \varphi = u^* / v^*.$ <p>Погрешность этой формулы в области <math>v^* &lt; 2</math> достигает – 30 %</p>
	<p>6. Заменяя правую часть уравнения (190)</p> $\frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon v} (v - u)^2 \approx \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} \bar{v} \left( 1 - \frac{u}{v} \right)^2,$ <p>где <math>\bar{v}</math> – усредненное значение скорости потока, получим</p> $\varphi + v \frac{d\varphi}{dv} = P \frac{(1 - \varphi)^2}{\varphi},$ <p>где</p> $P = \frac{\bar{\beta}_0 \bar{v}}{2b^2 \varepsilon}, \quad \varphi = u/v, \quad \varphi_0 = u_0 / v_0$	$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{1}{2\sqrt{P}} \left[ a \ln \frac{\varphi + a}{\varphi_0 + a} - c \ln \frac{\varphi + c}{\varphi_0 + c} \right],$ <p>где</p> $a = -\frac{\sqrt{P}}{\sqrt{P} - 1}; \quad c = -\frac{\sqrt{P}}{\sqrt{P} + 1}.$ <p>При <math>v_0^* = 10^{-4}</math> и <math>P = 0,5v^*</math></p> $\varphi = \frac{\sqrt{0,5v^*}}{\sqrt{0,5v^*} + 1} \left\{ 1 - \exp \left[ \left( \sqrt{0,5v^*} + 1 \right) \left[ \frac{\ln(1 - \varphi + \varphi / \sqrt{0,5v^*})}{\sqrt{0,5v^*} - 1} - 2 \ln 10^4 v^* \right] \right] \right\}$ <p>Погрешность этой формулы с ростом <math>v^*</math> уменьшается. В области <math>v^* &gt; 0,1</math> погрешность не превышает – 13 %</p>
	<p>7. Линеаризуя правую часть уравнения (190)</p> $\frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon v} (v - u)^2 \approx \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon v} (v - u)(\bar{v} - u),$ <p>получим</p> $\varphi + v \frac{d\varphi}{dv} = S \frac{(1 - \varphi)^3}{\varphi},$ <p>где</p> $S = \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} (\bar{v} - u); \quad \varphi = \frac{u}{v}; \quad \varphi_0 = \frac{u_0}{v_0}$	$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{1}{c - a} \left[ a \ln \frac{\varphi + a}{\varphi_0 + a} - c \ln \frac{\varphi + c}{\varphi_0 + c} \right],$ <p>где</p> $a = \frac{S}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{S}} \right), \quad c = \frac{S}{2} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{4}{S}} \right).$ <p>При <math>v_0^* = 10^{-4}</math> и <math>S = 0,5(v^* - u^*)</math></p> $\varphi = -c \left\{ 1 - \exp \left[ \frac{a}{c} \ln \left( 1 + \frac{\varphi}{a} \right) + \frac{a - c}{c} \ln 10^4 v^* \right] \right\}.$ <p>Погрешность при <math>v^* = 0,1</math> составляет 13 % и уменьшается по абсолютному значению с увеличением <math>v^*</math></p>

1	2	3
	<p>8. С учетом допущения</p> $\frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon \nu} (\nu - u)^2 \approx \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} \overline{\left(1 - \frac{u}{\nu}\right)^2}$ <p>уравнение (190) станет</p> $\frac{u}{\nu} \frac{du}{d\nu} = S\nu, \quad S = \frac{\bar{\beta}_0}{2b^2 \varepsilon} \overline{\left(1 - \frac{u}{\nu}\right)^2}$	$\varphi = \sqrt{\frac{2}{3}} S\nu \left(1 - \frac{\nu_0^3}{\nu^3}\right) + \varphi_0^2 \frac{\nu_0^2}{\nu^2}, \text{ где } \varphi = u/\nu, \varphi_0 = u_0/\nu_0.$ <p>При <math>\varphi_0 = 0</math> и <math>\overline{(1-\varphi)^2} = (1-\varphi)^2</math> имеем <math>\varphi = \frac{\sqrt{2\nu^*/3}}{1 + \sqrt{2\nu^*/3}}</math>.</p> <p>Погрешность этой формулы не превышает – 4,5 %</p>
	<p>9. Линеаризация правой части</p> $\frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon \nu} (\nu - u)^2 \approx \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} \nu \left[1 - u \left(\frac{2}{\nu} - \frac{u}{\nu^2}\right)\right]$ <p>дает возможность получить из (190) следующее легко интегрируемое уравнение:</p> $u^* \frac{du^*}{d\nu^*} = \nu^{*2} (1 - Tu^*),$ <p>где</p> $T = \frac{2b^2 \varepsilon}{\bar{\beta}_0} \overline{\left(\frac{2}{\nu} - \frac{u}{\nu^2}\right)}$	$\nu^{*3} - \nu_0^{*3} = \frac{3}{T^2} \left[ T(u_0^* - u^*) - \ln \frac{1 - Tu^*}{1 - Tu_0^*} \right].$ <p>При <math>u_0^* = \nu_0^* = 0</math> и <math>T \approx \frac{2-\varphi}{\nu^*}</math></p> <p>имеем <math>\frac{\nu^*}{3} = -\frac{\varphi}{2-\varphi} - \frac{2\ln(1-\varphi)}{(2-\varphi)^2}</math>,</p> <p>откуда видно, что <math>\varphi = 1</math> при <math>\nu^* \rightarrow \infty</math>. Погрешность этой формулы в области <math>\nu^* &lt; 4</math> не превышает +20 %</p>
	<p>10. Линеаризация левой и правой частей уравнения (203) сводит последнее к линейному уравнению</p> $\frac{du^*}{d\nu^*} = (\nu^* - u^*) \left( \frac{\bar{\nu}^*}{\bar{u}_x^*} - 1 \right)$	$u^* = \nu^* - \frac{1}{n} (1 - Ce^{-n\nu^*}),$ <p>где <math>n = \bar{\nu}^* / \bar{u}_x^* - 1</math>, <math>C = [1 + n(u_0^* - \nu_0^*)] e^{n\nu_0^*}</math>,</p> <p>в частности, при <math>\nu_0^* = \nu_0^* = 0</math>, (<math>C = 1</math>) и, полагая <math>n \approx \varphi^{-1} - 1</math>, получим следующее уравнение</p> $\varphi = 1 - \frac{1 - \exp\left[-\frac{\nu^*}{\varphi}(1-\varphi)\right]}{\nu^*(1-\varphi)} \varphi,$ <p>погрешность которого в области <math>\nu^* &gt; 0,01</math> не более – 10%</p>

1	2	3
III. Решения при небольших скоростях воздуха ( $v \gg \omega$ )		
<p>12. Пренебрегая в правой части уравнения (190) величиной <math>\omega</math>, т. е. полагая <math>v - \omega \approx v</math>, получим</p> $\frac{d\omega^2}{dv} = \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} v^2.$ <p>Решения, удовлетворяющие этому уравнению, дают максимальную величину скорости эжектируемого воздуха</p>	$\varphi^2 = \varphi_0^2 \left( \frac{v_0^*}{v^*} \right)^2 + \frac{2}{3} \left[ v^* - v_0^* \left( \frac{v_0^*}{v^*} \right)^2 \right].$ <p>При малых начальных скоростях (<math>v_0^* = 0</math>) <math>\varphi = \sqrt{2v^*}/3</math>. Погрешность этой формулы составляет +22,3 % при <math>v^* = 0,1</math> (<math>\varphi = 0,211</math>) и 73,7 % при <math>v^* = 1</math> (<math>\varphi = 0,47</math>).</p> <p>Объем эжектируемого воздуха</p> $Q_3 = \frac{2}{3} \frac{G_M}{\rho_2} \left( \frac{v_1}{c} \right)^2 \frac{1}{2\varphi} = \frac{v_1}{c} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{G_M}{\rho_2}} S v_1,$ <p>где <math>S</math> – площадь сечения струи</p>	
<p>13. Заменяя правую часть уравнения (190)</p> $\frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon v} (v - \omega)^2 \approx \bar{v} \cdot v \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon},$ <p>получим</p> $\frac{d\omega^2}{dv} = \bar{v} \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon} v,$ <p>где</p> $\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} - \text{const}$	$\varphi^2 = \varphi_0^2 \left( \frac{v_0^*}{v^*} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[ (v^* - v_0^*) \left( \frac{v^* + v_0^*}{v^*} \right)^2 \right].$ <p>При малых начальных скоростях <math>\varphi = \sqrt{0,5v^*}</math>. Погрешность этой формулы составляет + 6 % при <math>v^* = 0,1</math> (<math>\varphi = 0,211</math>), + 26,3 % при <math>v^* = 0,4</math> (<math>\varphi = 0,354</math>).</p> <p>Объем эжектируемого воздуха</p> $Q_3 = \frac{1}{2} \frac{G_M}{\rho_2} \left( \frac{v_1}{c} \right)^2 \frac{1}{2\varphi} = \frac{1}{2} \frac{v_1}{c} \sqrt{\frac{G_M}{\rho_2}} S v_1$	

Нулевую интегральную кривую с достаточной степенью точности описывает уравнение точек перегиба

$$v^* = \frac{\varphi^3}{(1-\varphi)(1-\varphi^2)} \left( 1 + \sqrt{\frac{2}{\varphi^2} - 1} \right), \quad (208)$$

которое дает несколько завышенные значения, однако погрешность не велика, не превышает + 2,4 % при  $v^* \geq 0,1$  (при увеличении  $v^*$  стремится к нулю). Сопоставление аналитически полученных результатов с многочисленными экспериментальными данными авторов [69], их учеников [23] и коллег [84] показало (рис.4.10), что замеренные объемы эжектируемого воздуха удовлетворительно согласуются с расчетными.

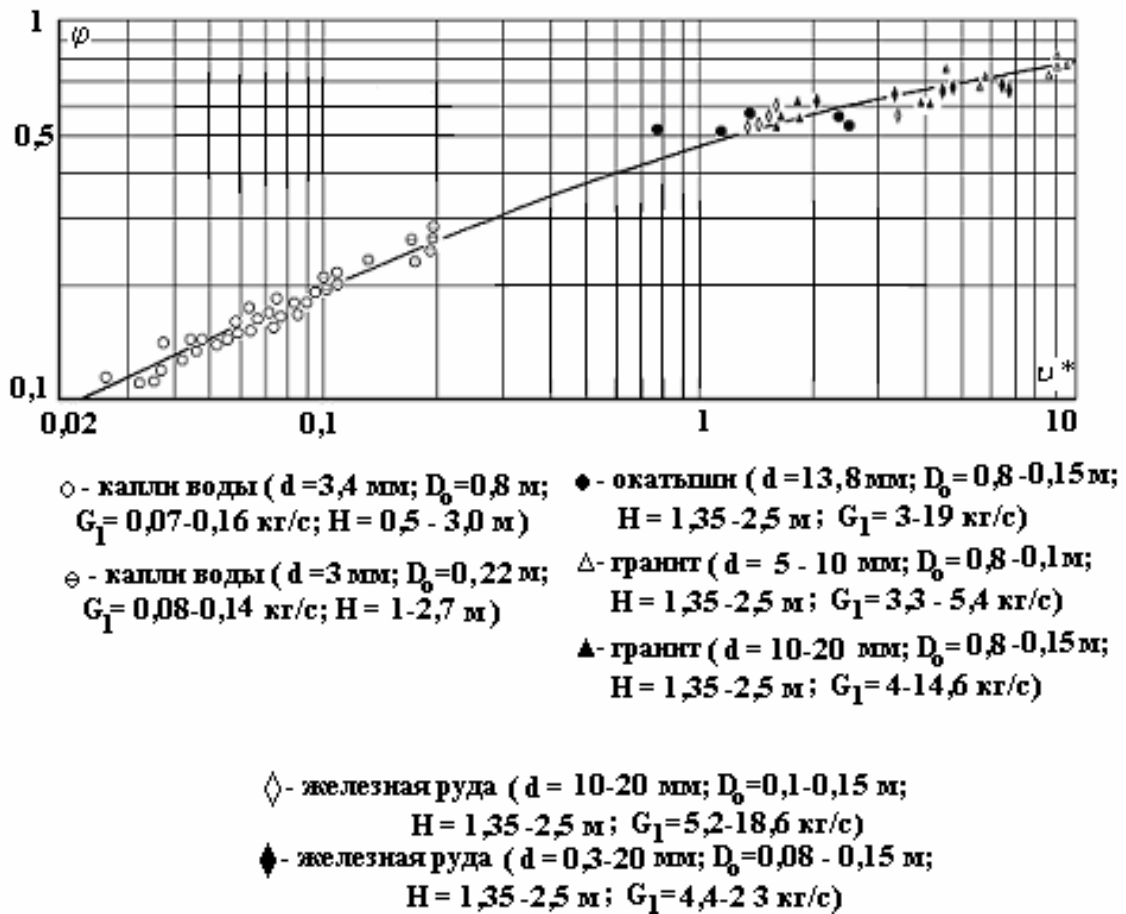


Рис. 4.10. Изменение коэффициента  $\varphi$  по длине струи (сплошная линия – данные табл. 7.4.).

Таблица 4.4

### Значение коэффициента $\varphi$

$v^*$	$u^*$	$\varphi$	$v^*$	$u^*$	$\varphi$
1	2	3	4	5	6
$10^{-8}$	$10^{-8}$	1	0,4	0,1414	0,3535
$10^{-7}$	$10^{-8}$	0,1	0,5	0,1903	0,3806
$10^{-6}$	$1,003 \cdot 10^{-8}$	0.010	0,6	0,2420	0,4034
$10^{-5}$	$2,762 \cdot 10^{-8}$	$2,762 \cdot 10^{-3}$	0,7	0,2961	0,4230
$10^{-4}$	$8,109 \cdot 10^{-7}$	$8,109 \cdot 10^{-3}$	0,8	0,3521	0,4402
0,001	$2,526 \cdot 10^{-5}$	$2,526 \cdot 10^{-2}$	0,9	0,4099	0,4555
0,002	$7,081 \cdot 10^{-5}$	$3,540 \cdot 10^{-2}$	1	0,4692	0,4692
0,003	$1,292 \cdot 10^{-4}$	$4,306 \cdot 10^{-2}$	2	1,1205	0,5603
0,004	$1,978 \cdot 10^{-4}$	$4,944 \cdot 10^{-2}$	3	1,8363	0,6121

1	2	3	4	5	6
0,005	$2,750 \cdot 10^{-4}$	$5,500 \cdot 10^{-2}$	4	2,5899	0,6475
0,006	$3,598 \cdot 10^{-4}$	$5,997 \cdot 10^{-2}$	5	3,3691	0,6738
0,007	$4,516 \cdot 10^{-4}$	$6,451 \cdot 10^{-2}$	6	4,1672	0,6945
0,008	$5,496 \cdot 10^{-4}$	$6,870 \cdot 10^{-2}$	7	4,9801	0,7114
0,009	$6,534 \cdot 10^{-4}$	$7,260 \cdot 10^{-2}$	8	5,8049	0,7256
0,01	$7,627 \cdot 10^{-4}$	$7,627 \cdot 10^{-2}$	9	6,6396	0,7377
0,02	$2,099 \cdot 10^{-3}$	0,1050	10	7,4827	0,7483

В области  $x > 0,5$ , когда силы сопротивления оказывают заметное влияние на скорость частиц, изменение скорости воздуха в струе следует определять из следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \omega \frac{d\omega}{dx} &= \frac{\beta_0}{2v_c \varepsilon} (v_c - \omega) |v_c - \omega|, \\ v_c \frac{dv_c}{dx} &= 1 - (v_c - \omega) |v_c - \omega|, \end{aligned} \right\} \quad (209)$$

где  $v_c$  – скорость частиц с учетом сил сопротивления (введено, чтобы отличить от скорости равноускоренного движения  $v$ ).

Используя в качестве меры длины скорость  $v$  и вводя переменные  $u^*$ ,  $v^*$  в соответствии с (192), перепишем эту систему в следующем виде:

$$u^* \frac{du^*}{dv^*} = \frac{v^*}{t} (t - u^*) |t - u^*|, \quad (210)$$

$$\frac{t}{v^*} \frac{dt}{dv^*} = 1 - K (t - u^*) |t - u^*|, \quad K = \left( \frac{2\varepsilon}{\beta_c} \right)^2, \quad (211)$$

где в качестве параметра выступает

$$t = v_c \beta_c / (2\varepsilon). \quad (212)$$

На рис.4.11б приведены графики «нулевых» интегральных кривых системы (210–211) при различных  $K$ .

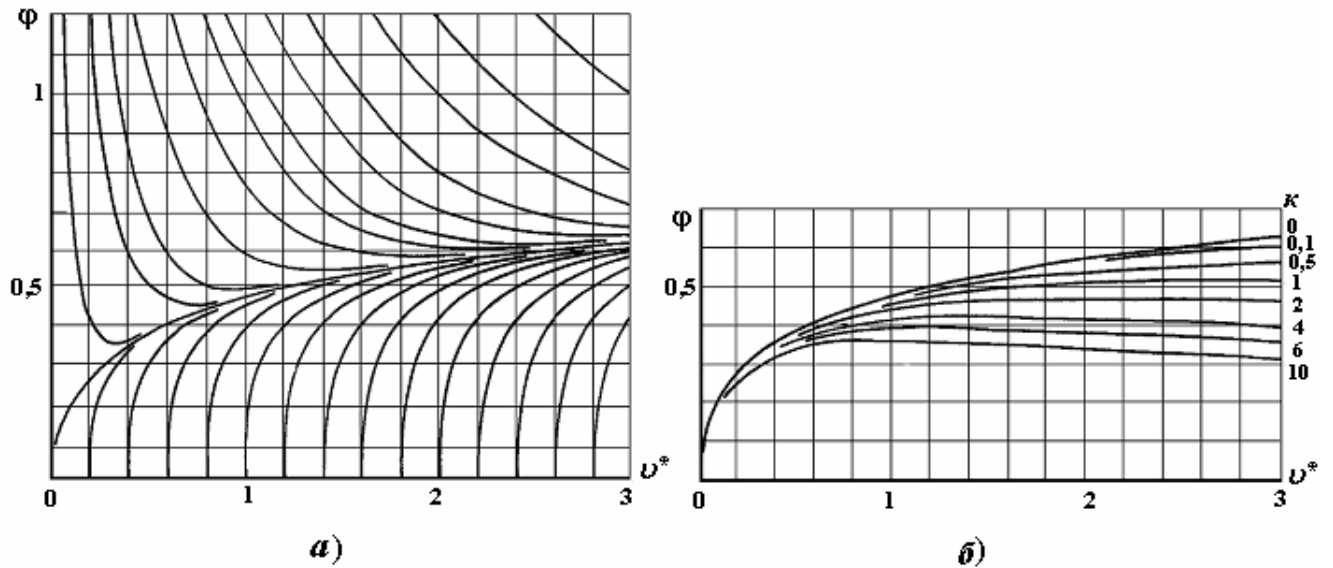


Рис. 4.11. Изменение коэффициента скольжения компонентов по длине струи  
 (а – без учета сил сопротивления – решение уравнения (206);  
 б – с учетом сопротивления среды – решение уравнений (210) и (211))

В области вязкого обтекания частиц (при  $n = 0$ ) уравнение (190) имеет решение

$$\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 = \frac{0,5a(1-\varphi_0) - \varphi_0^2}{0,5a(1-\varphi) - \varphi^2} \cdot \left[\frac{(\varphi-p)(\varphi_0-q)}{(\varphi-q)(\varphi_0-p)}\right]^{2(p-q)}, \quad (213)$$

где

$$p = -\frac{a}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{a}}\right); \quad q = \frac{a}{4} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{a}} - 1\right); \quad (214)$$

$$a = \frac{\bar{\beta}_0}{b^2 \varepsilon}; \quad \varphi = \frac{\omega}{\nu}; \quad \varphi_0 = \frac{\omega_0}{\nu_0}. \quad (215)$$

Для плоской струи полушириной  $b$  получим аналогичные результаты. Следует лишь в формулах заменить выражение  $\frac{\bar{\beta}_0}{b^2}$  на  $\bar{\beta}_c$ , определяемое равенством (16).

*Случай экспоненциального распределения частиц.* По-прежнему полагая отсутствие градиента давления, рассмотрим теперь случай обобщенно-экспоненциального распределения частиц в поперечном сечении струи. Здесь и в дальнейшем, не нарушая общности, в качестве примера будем исследовать плоскую струю с объемной концентрацией частиц, определяемой соотношением (12).

При этом будем использовать метод сращивания нулевого и асимптотического решения уравнения (93). Рассмотрим наиболее характерный случай автотель-

ного режима обтекания частиц плоскопараллельного потока ( $n = \varepsilon_v = 1$ ), скорость которого больше скорости эжектируемого воздуха.

Найдем решение в «нуле» и на «бесконечности» уравнения

$$\zeta'^2 - \zeta\zeta'' = e^{-z^t} (1 - K\zeta')^2 + N\zeta''' \quad (216)$$

при следующих граничных условиях

$$\zeta(0) = 0; \quad \zeta'(0) = \alpha; \quad \zeta''(0) = 0; \quad \zeta'(\infty) = 0. \quad (217)$$

Как и в случае равномерно распределенных частиц, при отыскании функции  $\zeta(z)$  для малых  $z$  воспользуемся рядом Маклорена, ограничиваясь первыми четырьмя его членами. Учитывая, что и в рассматриваемом случае

$$\zeta'''(0) = \lim_{z \rightarrow 0} \zeta''' = -\varepsilon, \quad (218)$$

решение в нуле ничем не отличается от «нулевого» решения уравнения (169). Искомая функция  $\zeta$  и ее производные  $\zeta'$  и  $\zeta''$  определяются соотношениями (179), (180) и (181) соответственно.

Решение на бесконечности будем искать в виде

$$\zeta = B + u(z), \quad (219)$$

где  $B$  – некоторая постоянная величина, причем при больших  $z$  значение  $B \gg u(z)$ .

Функцию  $u(z)$  найдем из уравнения

$$u''' = \frac{1}{N} \left[ u'^2 - Bu'' - e^{-z^t} (1 - Ku')^2 \right], \quad (220)$$

которое можем упростить, полагая

$$Ku' \ll 1, \quad u'^2 \ll e^{-z^t} \quad (221)$$

при больших  $z$ .

При этом уравнение (220) линеаризуется

$$u''' = \frac{1}{N} \left[ -Bu'' - e^{-z^t} \right], \quad (222)$$

а его решение примет вид

$$u'' = -Ae^{-\frac{B}{N}z} + \frac{1}{N} \int_z^{\infty} e^{\frac{B}{N}(x-z)} e^{-x'} dx, \quad (223)$$

$$u' = A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z} - \frac{1}{N} \int_z^{\infty} \left( \int_z^{\infty} e^{\frac{B}{N}(x-z)} e^{-x'} dx \right) dz, \quad (224)$$

$$u = -A \left( \frac{N}{B} \right)^2 e^{-\frac{B}{N}z} + \frac{1}{N} \int_z^{\infty} \int_z^{\infty} \left( \int_z^{\infty} e^{\frac{B}{N}(x-z)} e^{-x'} dx \right) dz dz. \quad (225)$$

Полученные результаты отличаются от асимптотического решения уравнения (171) наличием интегральных составляющих, учитывающих силы межкомпонентного взаимодействия («вне» струи материала ведь находится некоторая часть падающих частиц). Простой вид эти составляющие имеют при чисто экспоненциальном распределении частиц (при  $t = 1$ ). Асимптотическое решение станет

$$\zeta_{\infty} = B - A \left( \frac{N}{B} \right)^2 e^{-\frac{B}{N}z} + e^{-z} / (N - B), \quad (226)$$

$$\zeta'_{\infty} = A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z} - e^{-z} / (N - B), \quad (227)$$

$$\zeta''_{\infty} = -Ae^{-\frac{B}{N}z} + e^{-z} / (N - B). \quad (228)$$

Условие срачивания в точке  $z_0$  дает

$$\varphi_1(z_0) \equiv \alpha z_0 - \varepsilon z_0^3 / 6 = B - A \left( \frac{N}{B} \right)^2 e^{-\frac{B}{N}z_0} + e^{-z_0} / (N - B), \quad (229)$$

$$\varphi_2(z_0) \equiv \alpha - \varepsilon z_0^2 / 2 = A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z_0} - e^{-z_0} / (N - B), \quad (230)$$

$$\varphi_3(z_0) \equiv -\varepsilon z_0 = -Ae^{-\frac{B}{N}z_0} + e^{-z_0} / (N - B), \quad (231)$$

а интегральное соотношение (117) позволяет получить следующее уравнение (для примера взят случай  $K = 0$ ):

$$f(z_0) \equiv \alpha^2 z_0 - \alpha \varepsilon z_0^3 / 3 + \varepsilon^2 z_0^5 / 20 + \left( A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z_0} \right)^2 N / (2B) - \left( A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z_0} \right) \cdot \frac{e^{-z_0}}{N - B} \cdot 2 / \left( 1 + \frac{B}{N} \right) + \left( \frac{e^{-z_0}}{N - B} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \quad (232)$$

замыкающее систему равенств (229) – (231) и позволяющее определить константы  $B$ ,  $A$ ,  $\alpha$ ,  $z_0$  при заданном  $N$ . Для этого необходимо решить уравнение

$$(e^{-z_0} - \varphi_3 N)^2 + N \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 - [(\varphi_1 + \varphi_2) \varphi_2 e^{-z_0} + N \varphi_2^3] = 0 \quad (233)$$



совместно с (232). Следует заметить, что из-за наличия двух экспоненциальных функций в асимптотическом решении совместное решение не всегда возможно. Поэтому интегральное соотношение (232) заменяется требованием

$$f(z_0) - \frac{1}{2} = \min.$$

Величины  $\zeta$  и  $\zeta'$  будут определяться соотношениями:

$$\zeta = \begin{cases} \alpha z - \frac{\varepsilon}{6} z^3 & \text{при } z \leq z_0, \\ B - A_3 e^{-\frac{B}{N}(z-z_0)} + A_2 e^{-(z-z_0)} & \text{при } z \geq z_0, \end{cases} \quad (234)$$

$$\zeta' = \begin{cases} \alpha - \varepsilon \frac{z^2}{2} & \text{при } z \leq z_0, \\ A_1 e^{-\frac{B}{N}(z-z_0)} - A_2 e^{-(z-z_0)} & \text{при } z \geq z_0, \end{cases} \quad (235)$$

где  $A_1 = A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z_0}$ ;  $A_2 = e^{-z_0} / (N - B)$ ;  $A_3 = \frac{N}{B} A_1$ . (236)

В табл.4.5 приведены значения констант при некоторых величинах  $N$  для случая максимальных сил многокомпонентного взаимодействия ( $K = 0$ ).

Таблица 4.5

**Значение параметров к расчету структуры воздушного потока, эжектируемого в плоской струе при экспоненциальном распределении падающих частиц**

$N$	$z_0$	$A$	$\varepsilon$	$B$	$B/N$	$A_1$	$A_2$	$A_3$
0,001	0,010	0,991	18,391	1,000	1000	-0,0008	-0,9907	$-10^{-6}$
0,01	0,093	0,954	8,9270	1,004	100,4	-0,0009	-0,9166	$-10^{-5}$
0,05	0,183	0,907	3,5383	1,020	20,40	-0,0103	-0,8583	$-5 \cdot 10^{-4}$
0,10	0,234	0,877	2,3146	1,040	10,396	-0,0289	-0,8422	$-2,8 \cdot 10^{-4}$
0,22	0,292	0,832	1,3992	1,083	4,924	-0,0927	-0,8650	$-1,9 \cdot 10^{-3}$
0,44	0,328	0,782	0,8837	1,155	2,629	-0,2736	-1,0078	-0,104
0,6	0,334	0,755	0,7157	1,201	2,002	-0,4754	-1,1909	-0,237
0,8	0,333	0,729	0,5866	1,254	1,568	-0,8816	-1,5776	-0,562
1,0	0,333	0,706	0,5014	1,303	1,303	-1,6873	-2,3661	-1,295
2,0	0,300	0,628	0,3026	1,500	0,750	2,0975	1,4827	2,796
4,0	0,240	0,542	0,1756	1,779	0,445	0,8917	0,3544	2,004
8,0	0,180	0,455	0,0991	2,155	0,269	0,5968	0,1429	2,216
10	0,167	0,429	0,0816	2,299	0,230	0,5373	0,1099	2,337
20	0,110	0,351	0,0438	2,831	0,142	0,4027	0,0522	2,845
40	0,075	0,284	0,0230	3,514	0,088	0,3091	0,0254	3,518
80	0,047	0,228	0,0119	4,384	0,055	0,2404	0,0126	4,386
100	0,046	0,212	0,0096	4,712	0,047	0,2220	0,0100	4,712

Как видно из приведенных данных, продольная составляющая скорости в области  $N \ll 1$  практически повторяет характер изменения концентрации твердых частиц в поперечном сечении потока. Решение в этом случае примет вид\* ( $z_0 \rightarrow 0$ )

$$\zeta = B - e^{-z} / (B - N), \quad (237)$$

$$\zeta' = e^{-z} / (B - N), \quad (238)$$

причем из интегрального соотношения

$$\int_0^{\infty} \zeta'^2 dz = 0,5 \quad (239)$$

имеем

$$B = 1 + N. \quad (240)$$

В пределе  $N \rightarrow 0$  получим следующее соотношение

$$\zeta = 1 - e^{-z}, \quad \zeta' = e^{-z}, \quad (241)$$

являющееся решением вырожденного дифференциального уравнения (93) при  $N=K=0$ .

В области больших сил вязкости эпюра продольной скорости эжектируемого воздуха заметно отличается от экспоненциального распределения концентрации частиц (рис. 4.12). В количественном отношении поле скоростей удовлетворительно согласуется с расчетными данными по методу сращивания.

Таким образом, при небольших силах вязкости уравнение безградиентного пограничного слоя (67) может быть существенно упрощено

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = F_x. \quad (242)$$

Имея в виду малость поперечной составляющей скорости ( $u_x \gg u_y$ ), в качестве первого приближения положим

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \approx F_x \quad (243)$$

или при малых скоростях воздуха ( $u_x \ll v$ ) в соответствии с (28) при  $n = 0$

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \approx \beta v / \varepsilon. \quad (244)$$

---

\* В общем случае продольную составляющую скорости можно положить равной  $u_x = u_0 e^{-\xi y}$ , где  $u_0$  и  $\xi$  некоторые функции  $x$  [45].

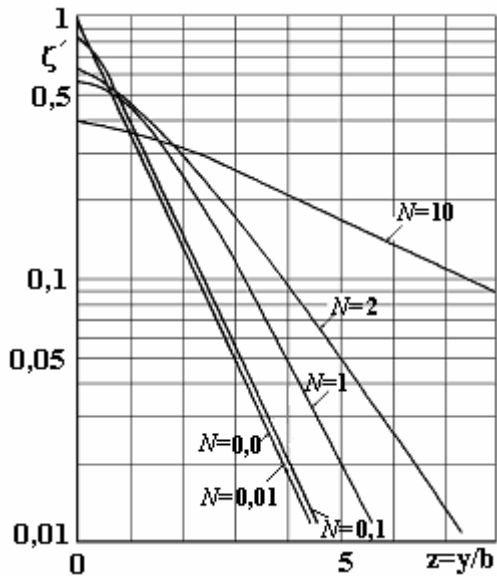


Рис. 4.12. Изменение функции  $\zeta'$  для плоской струи при экспоненциальном распределении частиц

При этом мы будем получать несколько завышенные значения продольной составляющей скорости и расхода. Сделаем оценку этого приближения для обобщенно-экспоненциального распределения (12). В обозначениях (80), (82), (88), (89) при  $\frac{v}{t} = 0$  уравнение (244) примет вид следующего обычного уравнения автомодельного движения

$$\zeta'^2 = e^{-z^t}, \quad (245)$$

решение которого не представляет особого труда.

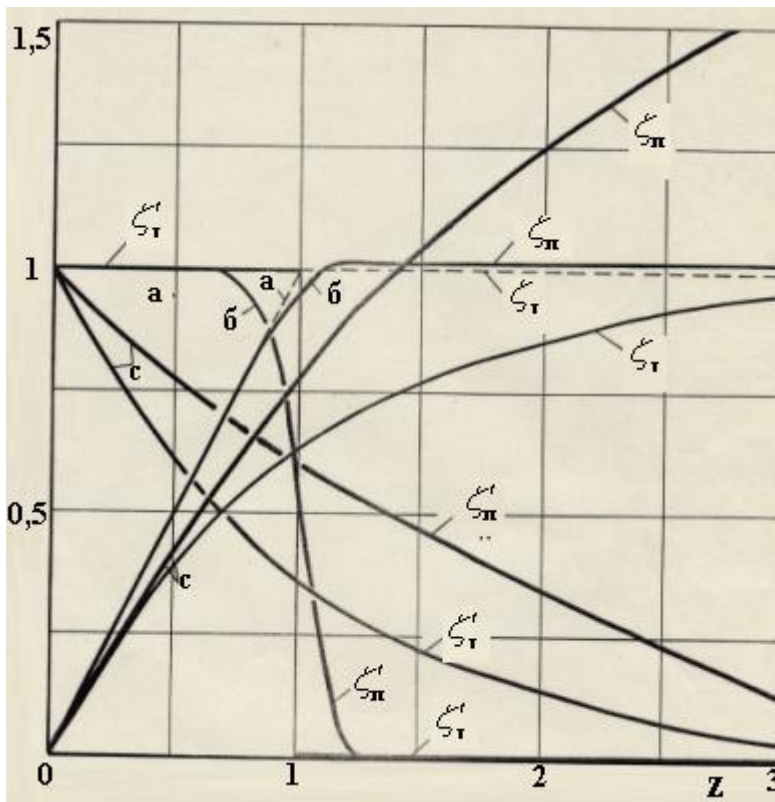


Рис. 4.13. Изменение функций  $\zeta$  и  $\zeta'$  для плоской струи при экспоненциальном распределении частиц и малых силах вязкости ( $N \rightarrow 0, K = 0$ : кривые а соответствуют случаю  $t \rightarrow \infty$ , б -  $t = 10$ , с -  $t = 1$ )

На рис 4.13 представлены графики функций  $\zeta$  и  $\zeta'$ , построенные по этим решениям (обозначены нижним индексом  $t$  величины  $\zeta_t$  и  $\zeta'_t$ ) и по формуле (245) (величины  $\zeta_n$  и  $\zeta'_n$ ). Как видно из этих графиков, в области  $z < 0,5, t \geq 1$  эпюра продольной составляющей воздуха может быть описана приближенным соотношением (245). В предельном случае ( $t \geq 10$ ) описанная этим соотношением эпюра удовлетворительно согласуется с точным решением по всей ширине струи.

Таким образом, при равномерном распределении частиц в струе ( $\beta = \beta_c - const$ ) структура эжектируемого потока воздуха может быть оценена приближенным равенством (244), которое запишем в следующем виде

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial v} = \frac{\beta_c}{\varepsilon} v^2, \quad \frac{1}{v} \frac{\partial u_x}{\partial v} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0, \quad (246)$$

откуда получим

$$\frac{u_x^2}{2} = \frac{\beta_c}{\varepsilon} \frac{v^3}{3} + S(y). \quad (247)$$

Функцию  $S(y)$  найдем из заданного распределения скорости в начальном сечении (при  $x = 0$ ). Пусть, например, мы имеем однородные начальные условия

$$u_x = 0 \text{ при } x = 0 \text{ (} v = v_0 \text{)}. \quad (248)$$

В этом случае

$$S(y) = -\frac{\beta_c}{\varepsilon} \cdot \frac{v_0^3}{3} \quad (249)$$

и

$$u_x = \sqrt{2 \frac{\beta_c}{\varepsilon} \frac{v^3 - v_0^3}{3}}. \quad (250)$$

Поперечная составляющая скорости

$$u_y = -\int_0^y \frac{1}{v} \frac{\partial u_x}{\partial v} dy + p(x), \quad (251)$$

где  $p(x)$  – функция, определяющая изменение скорости  $u_y$  по оси струи (или прямой параллельной оси). В рассматриваемых симметричных струях  $u_y = 0$  при  $y = 0$ , т.е.

$$p(x) = 0. \quad (252)$$

Поскольку продольная составляющая  $u_x$  является только функцией  $x$ , равенство (251) с учетом (252) станет

$$u_y = -\frac{1}{v} \frac{du_x}{dv} \cdot y \quad (253)$$

или, учитывая (250), получим следующее явное выражение для поперечной составляющей

$$u_y = \sqrt{\frac{3 \beta_c}{2 \varepsilon}} \cdot \frac{v \cdot y}{\sqrt{v^3 - v_0^3}}. \quad (254)$$

Дифференциальное уравнение линии тока

$$\frac{dy}{u_y} = \frac{v dv}{u_x} \quad (255)$$

с учетом (253) имеет вид

$$\frac{dy}{y} = -\frac{du_x}{u_x}, \quad (256)$$

интегрируя которое найдем функцию тока

$$\psi = y u_x \quad (257)$$

или в явном виде с учетом (250)

$$\psi = y \sqrt{2 \frac{\beta_c}{\varepsilon} \cdot \frac{v^3 - v_0^3}{3}}.$$

*Влияние градиента давления.* Рассмотрим теперь влияние градиента давления на эжектирующую способность плоской струи падающих частиц. Пусть между двумя горизонтальными воздухонепроницаемыми плоскостями, удаленными друг от друга на расстояние  $l$ , находится равноускоренный поток материала шириной  $2b$  с равномерным распределением частиц в его поперечных сечениях. Ось  $OX$  направлена по оси этого потока (рис.4.14). Для анализа аэродинамических процессов, протекающих внутри этого потока, используем уравнения пограничного слоя (67) и (68). При этом не будем учитывать конвективное ускорение воздушного потока, а массовые силы межкомпонентного взаимодействия выразим линеаризованными соотношениями\*:

$$F_x = \bar{D}(v - u_x), \quad F_y = -\bar{D}u_y, \quad (258)$$

где

$$\bar{D} = \frac{\bar{\beta}_0}{b\varepsilon} \left| 1 - \left( \frac{u}{v} \right) \right| = \frac{D}{\sqrt{2}} \left| 1 - \left( \frac{u}{v} \right) \right|. \quad (259)$$

Здесь параметры  $\bar{\beta}_0$  и  $D$  рассчитываются по формулам (14) и (32) при  $n = 1$ ;  
 $\frac{v}{t} = 0$ .

Уравнения пограничного слоя при этом намного упрощаются

---

\* Вряд ли эти упрощения существенно скажутся на оценке роли градиента давления. С другой стороны, учет конвективного ускорения и сил аэродинамического сопротивления, определяемых не линейным, а квадратичным законом, свел бы на нет возможности аналитического решения рассматриваемой задачи.

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} = \bar{D}(\nu - u_x) + N_\tau \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}; \quad \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} = -\bar{D}u_y. \quad (260)$$

В качестве граничных будем использовать условия непроницаемости плоскостей

$$u_x(0, y) = u_x(l, y) = 0, \quad (261)$$

условие симметрии потока

$$u_y(x, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad (262)$$

а также предположения, что избыточное давление и продольная составляющая вектора скорости воздуха на границе струи равны нулю:

$$\mathbf{P}(x, b) = 0, \quad (263)$$

$$u_x(x, b) = 0. \quad (264)$$

Интегрируя второе уравнение системы (260)

$$\mathbf{P}(x, y) - \mathbf{P}(x, b) = \int_b^y \bar{D}u_y dy, \quad (265)$$

в силу условия (263) получим следующее соотношение

$$\mathbf{P}(x, y) = -\bar{D} \int_b^y u_y dy, \quad (266)$$

определяющее изменение давления в потоке материала.

Подставляя полученный результат в первое уравнение системы (260), найдем соотношение

$$-\bar{D} \int_b^y \frac{\partial u_y}{\partial x} dy = \bar{D}(\nu - u_x) + \bar{N}_\tau \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}, \quad (267)$$

связывающее составляющие скорости эжектируемого воздуха, которое, вводя в рассмотрение функцию тока  $\psi$  и выполняя дифференцирование по  $y$ , преобразуется в линейное однородное уравнение четвертого порядка:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = m \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right), \quad (268)$$

где

$$m = \bar{D} / N_\tau. \quad (269)$$

Для решения этого уравнения воспользуемся методом Фурье. Будем полагать, что

$$\psi = S(x) \cdot R(y), \quad (270)$$

где  $S(x)$ ,  $R(y)$  – некоторые функции от  $x$  и от  $y$ .

Тогда

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} = SR', \quad u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -S'R \quad (271)$$

и уравнение (268) преобразуется в следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$(R'''' - mR'') / R = mS'' / S = -4k^4, \quad (272)$$

где  $k$  – некоторая постоянная величина.

Решение уравнения (272) определяется решением двух краевых задач.

Первая –

$$S'' + \frac{4k^4}{m} S = 0, \quad (273)$$

где в силу условий (261)

$$S(0) = S(l) = 0. \quad (274)$$

Вторая краевая задача –

$$R'''' - mR'' + 4k^4 R = 0, \quad (275)$$

$$R(0) = R'(b) = R''(0) = 0. \quad (276)$$

Здесь граничные условия определены соотношениями (262) и (264).

Решение первой задачи не вызывает труда. Частные решения имеют вид

$$S = C_2 \sin \frac{2k^2}{\sqrt{m}} x, \quad (277)$$

$$\frac{2k^2}{\sqrt{m}} = \frac{n\pi}{l}, \quad n = 1, 2, 3\mathbf{K} \quad (278)$$

Общее решение линейного уравнения (275) запишем в виде следующего равенства:

$$R = A_1 \operatorname{ch} k \alpha y \sin k \beta y + A_2 \operatorname{sh} k \alpha y \sin k \beta y + A_3 \operatorname{sh} k \alpha y \cos k \beta y + A_4 \operatorname{ch} k \alpha y \cos k \beta y, \quad (279)$$

которое при условиях (276) примет вид

$$R = A_1 (\operatorname{ch} k \alpha y \sin k \beta y + a \operatorname{sh} k \alpha y \cos k \beta y), \quad (280)$$

где

$$a = (\alpha + \varepsilon \beta) / (\beta - \varepsilon \alpha), \quad (281)$$

$$\varepsilon = \operatorname{cth} k \alpha b \cdot \operatorname{ctg} k \beta b, \quad (282)$$

$$\alpha = \sqrt{1 + \delta}, \quad \beta = \sqrt{1 - \delta}, \quad (283)$$

$$\delta = m / (4k^2). \quad (284)$$

Таким образом, частным решением уравнения (268) является

$$\psi_n = B(n) \cdot \sin \frac{2k^2}{\sqrt{m}} x (\operatorname{ch} k \alpha y \sin k \beta y + a \operatorname{sh} k \alpha y \cos k \beta y), \quad (285)$$

где  $B(n)$  – некоторая константа, зависящая от  $n$ .

В силу линейности и однородности исходного уравнения и его граничных условий решением может служить также любая сумма этих частных решений:

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} B(n) \sin \frac{2k^2}{\sqrt{m}} x (\operatorname{ch} k \alpha y \cdot \sin k \beta y + a \operatorname{sh} k \alpha y \cdot \cos k \beta y) \quad (286)$$

Величину  $B(n)$  найдем из условия удовлетворения этого решения уравнению (268). После громоздких, но несложных преобразований получим

$$B(n) = b_n k / \left\{ \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \cdot \left( \frac{\alpha\beta - \delta\varepsilon}{\beta - \alpha\varepsilon} \operatorname{sh} k \alpha b \cdot \sin k \beta b + \frac{\delta + \alpha\beta\varepsilon}{\beta - \alpha\varepsilon} \operatorname{ch} k \alpha b \cos k \beta b \right) \right\}, \quad (287)$$



$$b_n = \frac{2}{l} \int_0^l v \sin n\pi \frac{x}{l} dx. \quad (288)$$

Последнее соотношение определяет коэффициенты разложения скорости потока материала  $v$  в ряд Фурье по синусам. В частности, для случая равноускоренного потока с начальной скоростью  $v_0$

$$b_n = v_k \cdot \xi \left( n, \frac{v_0}{v_k} \right), \quad v_k = \sqrt{2l + v_0^2}, \quad (289)$$

$$\xi \left( n, \frac{v_0}{v_k} \right) = \frac{4}{1 - (v_0/v_k)^2} \int_{v_0/v_k}^1 \left[ \sin n\pi \frac{z^2 - (v_0/v_k)^2}{1 - (v_0/v_k)^2} \right] z^2 dz. \quad (290)$$

Значения функции  $\xi \left( n, \frac{v_0}{v_k} \right)$ , определенные численным методом, приведены в табл.4.6 и 4.7.

Следует иметь в виду, что используемые нами ряды Фурье (286) имеют некоторую особенность, которая появляется при условии

$$\delta = \frac{\sqrt{m}}{2} \frac{l}{n\pi} > 1. \quad (291)$$

Обозначим ближайшее натуральное число (не равное нулю), удовлетворяющее этому условию, через  $n_0$ , т.е.

$$n_0 = \left[ \frac{\sqrt{ml}}{2\pi} \right]. \quad (292)$$

Тогда при  $n < n_0$  в силу (291)

$$\beta = \sqrt{1 - \delta} = i\sqrt{|1 - \delta|} = i\hat{\beta} \quad (293)$$

и ряды для функции тока примут вид

$$\begin{aligned} \psi = & \sum_{n=1}^{n_0} \hat{B}(n) \sin \frac{n\pi}{l} x \left( \hat{a} \operatorname{sh} k \alpha y \operatorname{ch} k \hat{\beta} y - \operatorname{ch} k \alpha y \cdot \operatorname{sh} k \hat{\beta} y \right) + \\ & + \sum_{n=n_0+1}^{\infty} B(n) \sin \frac{n\pi}{l} x \left( \operatorname{ch} k \alpha y \sin k \beta y + \operatorname{a} \operatorname{sh} k \alpha y \cdot \cos k \beta y \right), \end{aligned} \quad (294)$$

где

$$\hat{B}(n) = b_n k / \left[ \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \alpha \hat{\beta} \frac{\hat{\varepsilon}^2 - 1}{\hat{\beta} - \alpha \hat{\varepsilon}} \operatorname{sh} k \alpha b \operatorname{sh} k \hat{\beta} b \right], \quad (295)$$

$$\hat{\beta} = \sqrt{|1 - \delta|}; \quad \hat{\varepsilon} = \operatorname{cth} k \alpha b \cdot \operatorname{cth} k \hat{\beta} b, \quad (296)$$

$$\hat{a} = (\alpha + \hat{\beta} \hat{\varepsilon}) / (\hat{\beta} + \alpha \hat{\varepsilon}). \quad (297)$$

Таблица 4.6

Значения  $\zeta(n, 0)$

$n$	$\zeta(n, 0)$	$n$	$\zeta(n, 0)$	$n$	$\zeta(n, 0)$
1	2	3	4	5	6
1	0,874705	31	0,021843	61	0,010931
2	-0,240602	32	-0,018654	62	-0,009830
3	0,256098	33	0,020483	63	0,010579
4	-0,131267	34	0,017593	64	-0,009533
5	0,147583	35	0,019280	65	0,010250
6	-0,090863	36	-0,016646	66	-0,009254
7	0,103145	37	0,018211	67	0,009941
8	-0,069662	38	-0,015797	68	-0,008991
9	0,079094	39	0,017253	69	0,009651
10	-0,056561	40	-0,015032	70	-0,008743
11	0,064056	41	0,016391	71	0,009378
12	-0,047647	42	-0,014338	72	-0,008510
13	0,053780	43	0,015611	73	0,009120
14	-0,041182	44	-0,013706	74	-0,008290
15	0,046321	45	0,014901	75	0,008876
16	-0,036276	46	-0,013127	76	-0,008080
17	0,040663	47	0,014253	77	0,008646
18	-0,032424	48	-0,012596	78	-0,007882
19	0,036227	49	0,013660	79	0,008428
20	-0,029317	50	-0,012108	80	-0,007694
21	0,032657	51	0,013113	81	0,008222
22	-0,026758	52	-0,011656	82	-0,007516
23	0,029722	53	0,012609	83	0,008025
24	-0,024614	54	-0,011237	84	-0,007347

Продолжение табл. 4.6

1	2	3	4	5	6
25	0027268	55	0,012143	85	0,007839
26	-0,022790	56	-0,010848	86	-0,007185
27	0,025185	57	0,011709	87	0,007663
28	-0,021220	58	-0,010485	88	-0,007032
29	0,023396	59	0,011306	89	0,007494
30	-0,019834	60	-0,010147	90	-0,006885

Таблица 4.7

Значения  $\xi(n, \nu_0 / \nu_k)$

$n$	$\xi(n, \nu_0 / \nu_k)$ при $\nu_0 / \nu_k$ , равном					
	0,2	0,4	0,6	0,8	0,95	1,0
1	0,89676	0,95665	1,04427	1,15164	1,24174	1,27324
2	-0,22339	-0,18073	-0,12494	-0,06342	-0,01591	0
3	0,26992	0,30179	0,34080	0,38220	0,41382	0,42441
4	-0,11944	-0,09362	-0,06332	-0,03180	-0,00796	0
5	0,15793	0,17947	0,20401	0,22923	0,24828	0,25465
6	-0,08159	-0,06303	-0,04233	-0,02121	-0,00531	0
7	0,11154	0,12781	0,14562	0,16372	0,17735	0,18189
8	0,06195	-0,04746	-0,03179	-0,01591	-0,00398	0
9	0,08622	0,09927	0,11323	0,12739	0,13793	0,14147
10	-0,04992	-0,03804	-0,02544	-0,01273	-0,00318	0
11	0,07027	0,08116	0,09263	0,10418	0,11286	0,11575
12	-0,04179	-0,03174	-0,02121	-0,01061	-0,00265	0
13	0,05931	0,06864	0,07837	0,08815	0,09549	0,09784
14	-0,03594	-0,02723	0,01818	-0,00909	-0,00227	0
15	0,05131	0,05947	0,06792	0,07640	0,08276	0,08488
16	-0,03152	-0,02383	-0,01591	-0,00796	-0,00199	0
17	0,04521	0,05246	0,05992	0,06741	0,07302	0,07490
18	-0,02806	-0,02119	-0,01414	-0,00707	-0,00177	0
19	0,04041	0,04694	0,05362	0,06031	0,06534	0,06701
20	-0,02529	-0,01908	-0,01273	-0,00637	-0,00159	0
21	0,03654	0,04246	0,04851	0,05457	0,05911	0,06063
22	-0,02301	-0,01735	-0,01157	-0,00579	-0,00145	0
23	0,03334	0,03877	0,04429	0,04982	0,05397	0,05531
24	-0,02111	-0,01590	-0,01061	-0,00531	-0,00133	0
25	0,03066	0,03566	0,04075	0,04584	0,04966	0,05093
26	-0,01950	-0,01468	-0,00979	-0,00490	-0,00123	0
27	0,02837	0,03302	0,03773	0,04244	0,04598	0,04716
28	-0,01812	-0,01363	-0,00909	-0,00455	-0,00114	0
29	0,02641	0,03074	0,03513	0,03951	0,04281	0,04391
30	-0,01692	-0,01273	-0,00849	-0,00424	-0,00106	0
31	0,02470	0,02876	0,03286	0,03697	0,04010	0,04107

Ограничиваясь случаем, когда  $n_0=0$ , с помощью формул (286) – (290) запишем следующие расчетные соотношения для проекций вектора скорости эжектируемого воздуха:

$$u_x = \sum_{n=1}^{\infty} 2kB(n) \sin n\pi \frac{x}{l} (\operatorname{ch}k\alpha y \cdot \cos k\beta y - \varepsilon \operatorname{sh}k\alpha y \cdot \sin k\beta y) / (\beta - \alpha\varepsilon); \quad (298)$$

$$u_y = -\sum_{n=1}^{\infty} B(n) \frac{n\pi}{l} \cos n\pi \frac{x}{l} (\operatorname{ch}k\alpha y \cdot \sin k\beta y + a \operatorname{sh}k\alpha y \cdot \cos k\beta y), \quad (299)$$

и для изменения давления в нем

$$\mathbf{P}(x, y) = -\bar{D} \sum_{n=1}^{\infty} l \frac{b_n}{n\pi} \cos n\pi \frac{x}{l} \cdot \Pi(n, y), \quad (300)$$

$$\Pi(n, y) = 1 - \frac{(\alpha\beta - \delta\varepsilon) \operatorname{sh}k\alpha y \sin k\beta y + (\delta + \alpha\beta\varepsilon) \operatorname{ch}k\alpha y \cos k\beta y}{(\alpha\beta - \delta\varepsilon) \operatorname{sh}k\alpha b \sin k\beta b + (\delta + \alpha\beta\varepsilon) \operatorname{ch}k\alpha b \cos k\beta b}. \quad (301)$$

Проанализируем, как изменяется давление по оси струи. Соотношения (300) и (301) при этом несколько упрощаются

$$\mathbf{P}(x, 0) = -\bar{D} \sum_{n=1}^{\infty} l \frac{b_n}{n\pi} \cos n\pi \frac{x}{l} \cdot \Pi(n, 0), \quad (302)$$

$$\Pi(n, 0) = 1 - \frac{(\delta / \sqrt{1 - \delta^2}) \operatorname{sh}k\alpha b \sin k\beta b + \operatorname{ch}k\alpha b \cos k\beta b}{\operatorname{sh}^2 k\alpha b + \cos^2 k\beta b}. \quad (303)$$

На рис. 4.14 представлены изменения относительного давления

$$\mathbf{P}^* \left( \frac{x}{l}, 0 \right) = \mathbf{P}(x, 0) / \frac{\bar{D} l v_k}{\pi} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi(n, 0)}{n} \Pi(n, 0) \cos n\pi \frac{x}{l} \quad (304)$$

и относительной скорости воздуха по оси струи и на ее границе.

Как видно из этих данных, струю по длине можно разделить на две части. В верхней части, составляющей 80 – 90 % общей длины, наблюдается разрежение, под действием которого происходит эжекция воздуха. В нижней части – избыточное давление. Здесь происходит истечение воздуха из потока частиц. Величина разрежения в начале струи, как и величина избыточного давления в конце ее, зависит при прочих равных условиях от параметра  $m$  (рис. 4.15), причем явно прослеживается область автомодельности (при  $m < 0,1$ ), в которой коэффициент пропорциональности

$$k_0 = \mathbf{P}^* / m - const \quad (305)$$

не зависит от числа  $m$ . Для верхней точки струи этот коэффициент равен

$$k_0^B = \frac{\mathbf{P}^*(0,0)}{m} \Big|_{m=10^{-5}} = 2,6 \cdot 10^{-3} \quad (306)$$

и величина разрежения определяется простым равенством

$$\mathbf{P}(0,0) = -2,6 \cdot 10^{-3} m \bar{D} l v_k / \pi. \quad (307)$$

Для нижней точки – соответственно

$$k_0^H = \frac{\mathbf{P}^*(l,0)}{m} \Big|_{m=10^{-5}} = 3,4 \cdot 10^{-2}, \quad (308)$$

$$P(l,0) = 3,4 \cdot 10^{-2} m \bar{D} l v_k / \pi. \quad (309)$$

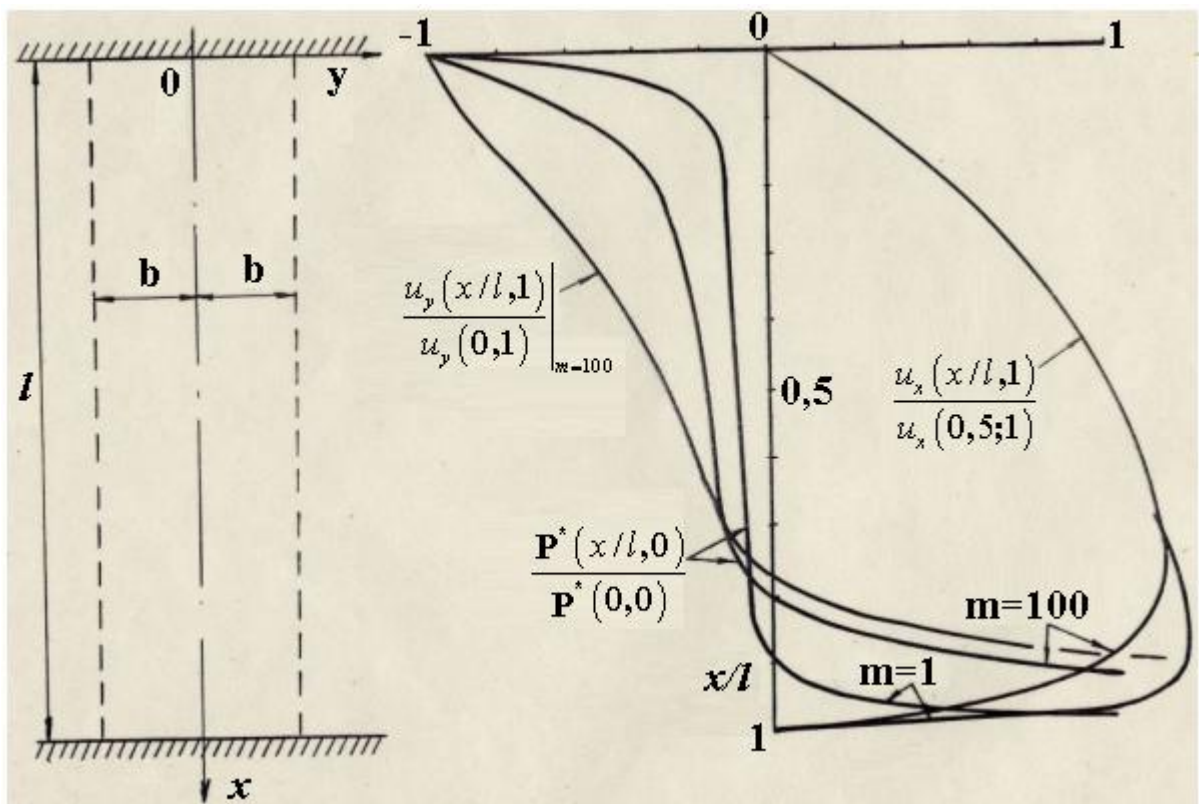


Рис. 4.14. Изменение давления и скорости воздуха в плоской струе свободно падающих частиц ( $b = 0,08$ ;  $l = 0,4$ )

В поперечных сечениях струи наблюдается параболический закон изменения давления (рис. 4.16). Причем характер этого изменения практически одинаков:

$$\mathbf{P}\left(\frac{x}{l}, \frac{y}{b}\right) \approx \mathbf{P}^*\left(\frac{x}{l}, 0\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]. \quad (310)$$

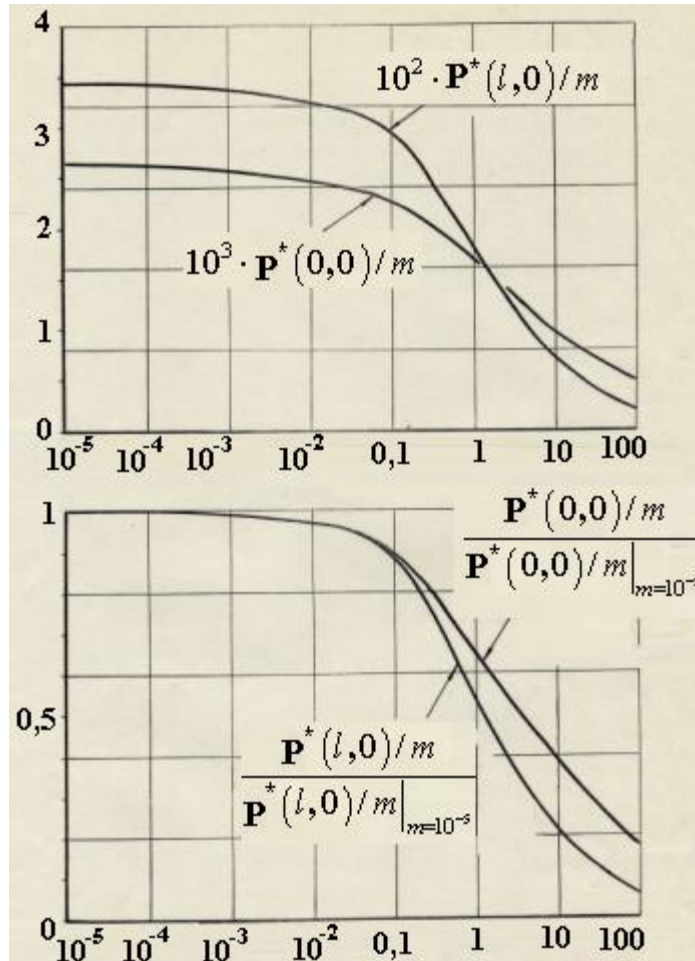


Рис. 4.15. Изменение давлений в начале и в конце плоской струи при увеличении параметра  $m$

При  $0,05 < \frac{x}{l} < 0,9$  аналогично изменяется и продольная составляющая вектора скорости воздуха (рис.4.16б)

$$u_x\left(\frac{x}{l}, \frac{y}{b}\right) \approx u_x\left(\frac{x}{l}, 0\right) \cdot \left[1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2\right]. \quad (311)$$

В начале и в конце струи величина этой скорости равна нулю. Поперечная составляющая вектора скорости ведет себя несколько иначе. Изменяясь по направлению и по абсолютному значению, достигая на концах струи и на ее границах наибольшего значения, величина  $u_y$  автомодельна для всех сечений:

$$u_y\left(\frac{x}{l}, \frac{y}{b}\right) \approx u_y\left(\frac{x}{l}, 1\right) \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{b}\right)^2\right], \quad (312)$$

включая и критическое сечение, в области которого происходит смена зоны эжекции на зону инжекции.

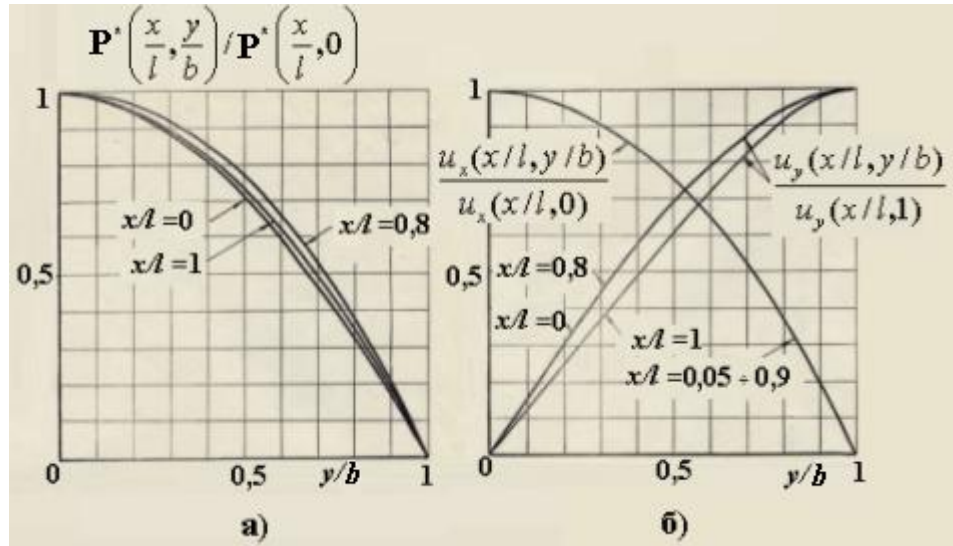


Рис. 4.16. Изменение давления (а) и скорости воздуха (б) в поперечном сечении плоской струи сыпучего материала (при  $m = 100$ )

Представляет интерес анализ изменения скорости эжектируемого воздуха в зависимости от параметра  $\bar{D}$  (рис. 4.17). Как видим, здесь наблюдается асимптотический характер роста  $u_x$  при увеличении объемной концентрации частиц в потоке. Сопоставление с ранее полученными решениями показывает, что градиент давления практически не влияет на абсолютную величину скорости эжектируемого воздуха, и им можно пренебречь при расчете количества эжектируемого воздуха. Существенное влияние оказывает величина конвективного ускорения (кривая 3 в отличие от кривых 1 и 2 построена с учетом величины  $\frac{du_x}{dt}$ ).

На рис. 4.18 представлена структура течения воздуха у плоской струи. Линии тока в потоке частиц определены расчетом по формуле (294). Течение воздуха вне струи построено электро моделированием с помощью интегратора ЭГДА 9-60. Как видно из приведенных данных, расход циркулируемого воздуха резко изменяется при удалении от оси струи. Значительная часть воздуха, более 80 %, циркулирует в области, ограниченной осью струи и прямой, параллельной ей и удаленной на расстояние  $7b$ . Таким образом, ограждение плоской струи материала вертикальными стенками, удаленными на расстояние 6-7 калибров и более, практически не сказывается на структуре струи. Этот факт находится в хорошем качественном и количественном согласии с экспериментом [44, 45].

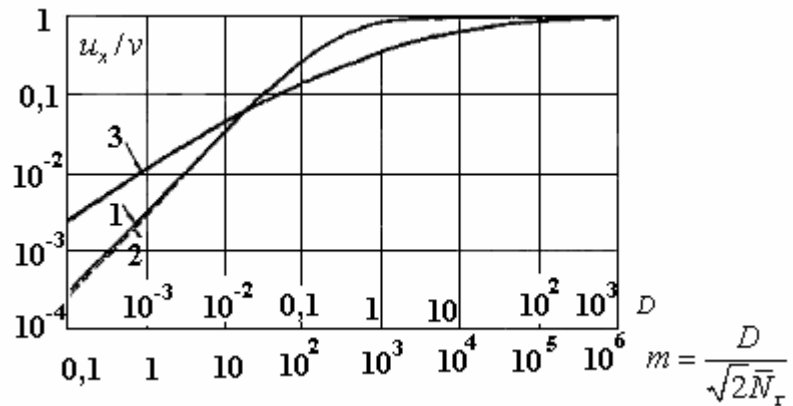


Рис. 4.17. Изменение осевой скорости эжектируемого воздуха в сечении  $x/l = 0,5$  при увеличении параметра  $m$  ( $D$ ) для плоскопараллельного потока размером  $l = 0,4$ ;

$b = 0,08$  (при  $\kappa_n = 0,04$ ;  $\bar{N}_\tau \approx 10^{-3}$ ): 1 – по формуле (298);  
 2 – по табл. 4.3 (п.6); 3 – по формуле (119) и данным табл. 4.2

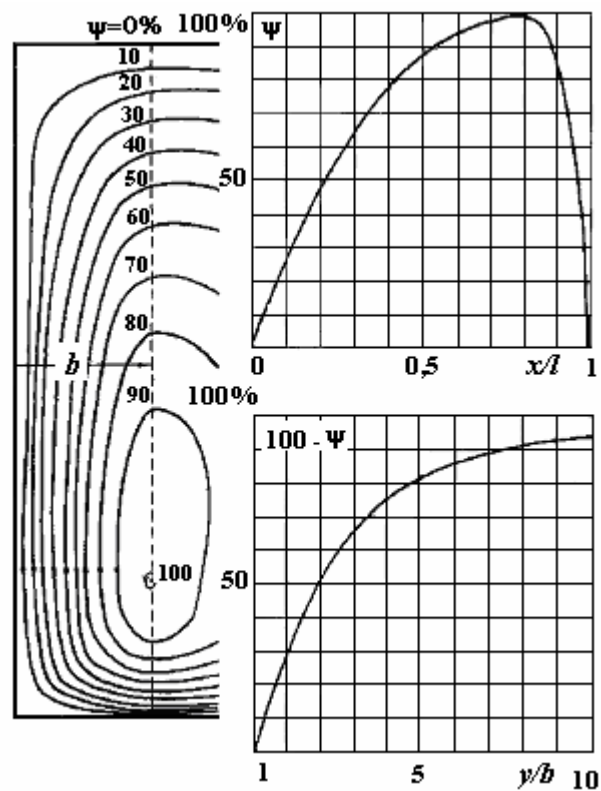


Рис. 4.18. Структура воздушных течений у плоской струи сыпучего материала ( $m = 100$ ;  $b = 0,08$ ;  $l = 0,4$ )



### 4.1.3. Эжекция воздуха в осесимметричной струе свободно падающих частиц

Гидродинамические уравнения для случая осесимметричной струи эжектируемого воздуха, пренебрегая градиентом давления, на основании соотношений (63), (65) и (33) при  $N_\tau \gg N$  запишем в виде

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} = Dx^\gamma \left| 1 - \frac{u_x}{v} \right|^n \left( 1 - \frac{u_x}{v} \right) e^{-z'} + N_\tau \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right), \quad (313)$$

$$\frac{\partial ru_x}{\partial x} + \frac{\partial ru_r}{\partial r} = 0. \quad (314)$$

Будем рассматривать по-прежнему поток при обобщенно-экспоненциальном распределении частиц, описываемом соотношениями (12).

*Уравнения автомодельного движения.* Аналогично случаю плоской струи введем функцию тока

$$\left. \begin{aligned} \psi &= mx^s \zeta(z), \\ z &= r/b, \quad b = a \frac{1}{t} x^{-\frac{v}{t}} \end{aligned} \right\} \quad (315)$$

Тогда проекции вектора скорости  $\dot{u}$  и их производные станут:

$$u_x = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = ma^{\frac{2}{t}} x^{s+2\frac{v}{t}} \cdot \zeta' / z; \quad (316)$$

$$u_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -ma^{\frac{1}{t}} x^{s+\frac{v}{t}-1} \cdot \left( s \frac{\zeta}{z} + \frac{v}{t} \zeta' \right); \quad (317)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = ma^{\frac{2}{t}} x^{s+2\frac{v}{t}-1} \cdot \left[ \left( s + 2\frac{v}{t} \right) \frac{\zeta'}{z} + \frac{v}{t} \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' z \right]; \quad (318)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial r} = ma^{\frac{3}{t}} x^{s+3\frac{v}{t}} \cdot \left( \frac{\zeta'}{z} \right)'; \quad r \frac{\partial u_x}{\partial r} = ma^{\frac{2}{t}} x^{s+2\frac{v}{t}} \cdot z \left( \frac{\zeta'}{z} \right)'; \quad (319)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) = ma^{\frac{4}{t}} x^{s+4\frac{v}{t}} \cdot \left[ z \cdot \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' \right] \frac{1}{z}. \quad (320)$$

Подставляя эти значения в соотношение (313), получим

$$\begin{aligned}
m^2 a^t x^{\frac{4}{2} \left( s + 2 \frac{v}{t} \right) - 1} \cdot \left[ \left( s + 2 \frac{v}{t} \right) \left( \frac{\zeta'}{z} \right)^2 - s \frac{\zeta}{z} \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' \right] = N_\tau m a^t x^{\frac{4}{2} s + 4 \frac{v}{t}} \cdot \left[ z \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' \right] \frac{1}{z} + \\
+ D x^\gamma \left| 1 - \frac{m a^t x^{\frac{2}{2} s + 2 \frac{v}{t}}}{\nu} \cdot \frac{\zeta'}{z} \right|^n \cdot \left( 1 - \frac{m a^t x^{\frac{2}{2} s + 2 \frac{v}{t}}}{\nu} \cdot \frac{\zeta'}{z} \right) e^{-z^t}.
\end{aligned} \tag{321}$$

Заметим, что при отсутствии потока частиц ( $D = 0$ ), а также когда  $s = 1$ ;  $\frac{v}{t} = -1$ ;  $m = N_\tau - \text{const}$ , из этого соотношения можем получить уравнение

$$\left( \frac{\zeta'}{z} \right)'' + \frac{1 + \zeta}{z} \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' + \left( \frac{\zeta'}{z} \right)^2 = 0, \tag{322}$$

описывающее структуру незакрученной круглой струи воздуха. Для того чтобы свести соотношение (321) к уравнению автомодельного течения, выполним следующие условия:

$$N m^2 a^t x^{\frac{4}{2} \left( s + 2 \frac{v}{t} \right) - 1} \cdot s = N_\tau m a^t x^{\frac{4}{2} s + 4 \frac{v}{t}}; \tag{323}$$

$$m^2 a^t x^{\frac{4}{2} \left( s + 2 \frac{v}{t} \right) - 1} \cdot s = D x^\gamma; \tag{324}$$

$$m a^t x^{\frac{2}{2} s + 2 \frac{v}{t}} = K \nu, \tag{325}$$

где  $N$  и  $K$  – параметры уравнения

$$\left( 1 + 2 \frac{v}{ts} \right) \left( \frac{\zeta'}{z} \right)^2 - \frac{\zeta}{z} \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' = N \left[ z \cdot \left( \frac{\zeta'}{z} \right)' \right] \frac{1}{z} + e^{-z^t} \left| 1 - K \frac{\zeta'}{z} \right|^n \left( 1 - K \frac{\zeta'}{z} \right). \tag{326}$$

Из условия (324) найдем

$$s + 2 \frac{v}{t} = \frac{1 + \gamma}{2}; \tag{327}$$

$$m = \sqrt{D / s a^t} \tag{328}$$

и параметры

$$K = \sqrt{D/s} x^{\frac{1+\gamma}{2}} / v = \sqrt{D/(2s)} x^{\frac{\gamma}{2}}, \quad (v = \sqrt{2x}); \quad (329)$$

$$N = \frac{N_\tau}{sm} x^{2\frac{1}{t} + 2\frac{v}{t} - \frac{\gamma}{2}} \quad (330)$$

или, учитывая соотношения (70) и (328),

$$N = \frac{2k_n}{\sqrt{2sD}} a^{\frac{1}{t}} x^{1 + \frac{v}{t} - \frac{\gamma}{2}}. \quad (331)$$

Таким образом, получить уравнение строго автомодельного движения возможно лишь в случае

$$\gamma = 0; \quad \frac{v}{t} = -1; \quad s = \frac{5}{2}, \quad (332)$$

когда параметры  $N$  и  $K$  не зависят явно от  $x$

$$N = 2k_n a^{\frac{1}{t}} / \sqrt{5D}, \quad K = \sqrt{D/5}. \quad (333)$$

К сожалению, для важного случая плоскопараллельного потока частиц (при  $\frac{v}{t} = 0$ ,  $b = a^{-\frac{1}{t}}$ ) нельзя сформулировать строго автомодельную задачу в рассматриваемом классе степенных функций (315). Приходится усреднять параметры  $N$  и  $K$  по длине струи, как мы это делали для плоской струи. Чтобы погрешность при этом была минимальной, необходимо стремиться к соблюдению неравенств

$$0 < \frac{\gamma}{2} < 1. \quad (334)$$

Легко проверить, что в области квадратичного закона сопротивления ( $n = 1$ ) и в области вязкого обтекания частиц ( $n = 0$ ) эти условия выполняются. В первом случае имеем ( $\gamma = \frac{1}{2}$ ;  $s = \frac{3}{4}$ )

$$m = b^2 \sqrt{\frac{4}{3}D}, \quad N = \frac{2k_n x^{\frac{3}{4}}}{b\sqrt{1,5D}} \approx \frac{8}{7\sqrt{1,5D}} \frac{k_n}{b} x_k^{\frac{3}{4}}, \quad (335)$$

$$K = \sqrt{\frac{2}{3}D} x^{\frac{1}{4}} \approx \frac{4}{5} \sqrt{\frac{2}{3}D} x_k^{\frac{1}{4}}. \quad (336)$$

для вязкого режима ( $n = 0$ ;  $\gamma = 0$ ;  $s = \frac{1}{2}$ )

$$m = b^2 \sqrt{2D}, \quad N = \frac{2k_n x}{b\sqrt{D}} \approx \frac{k_n}{b\sqrt{D}} x_k, \quad (337)$$

$$K = \sqrt{D}. \quad (338)$$

В случае, когда необходимо обеспечить выполнение требования постоянства параметра  $N$ , следует видоизменить лишь условия (323) – (325). В частности, если вместо соотношения (323) потребовать выполнения равенства

$$m^2 a^{\frac{4}{t}} x^{2\left(s+2\frac{\nu}{t}\right)-1} \cdot s = N_t m a^{\frac{4}{t}} x^{s+4\frac{\nu}{t}} \quad (339)$$

или с учетом (70)

$$ms = \sqrt{2} k_n a^{\frac{1}{t}} x^{\frac{3}{2}-s-\frac{\nu}{t}}, \quad (340)$$

то вместо (327) и (328) получим следующие условия:

$$m = 2k_n a^{\frac{1}{t}} / (s\sqrt{2}), \quad (341)$$

$$s = \frac{3}{2} - \frac{\nu}{t}. \quad (342)$$

Требование (324) заменим условием

$$G m^2 a^{\frac{4}{t}} x^{2\left(s+2\frac{\nu}{t}\right)-1} \cdot s = D x^\gamma. \quad (343)$$

При этом взамен исчезнувшего параметра  $N$  имеем новый параметр  $G$ , характеризующий количество падающих частиц и равный в силу (341), (342) и (343)

$$G = 0,5sDa^{-\frac{2}{t}} x^{\gamma-2\left(1+\frac{\nu}{t}\right)} / k_n^2. \quad (344)$$

Для определения параметра  $K$  оставим прежнее требование (325). С учетом (341) и (342) имеем

$$K = \frac{k_n}{s} a^t x^{\frac{1}{t} + \frac{v}{t}}, \quad (345)$$

тогда соотношение (321) станет

$$\left(1 + 2 \frac{v}{ts}\right) \left(\frac{\zeta'}{z}\right)^2 - \frac{\zeta}{z} \left(\frac{\zeta'}{z}\right)' = \left[z \cdot \left(\frac{\zeta'}{z}\right)'\right]' \frac{1}{z} + G e^{-z^t} \left|1 - K \frac{\zeta'}{z}\right|^n \left(1 - K \frac{\zeta'}{z}\right). \quad (346)$$

Легко заметить, что при соблюдении и этих условий уравнение (346) может описывать строго автомодельное движение лишь при  $\gamma = 0$ ;  $\frac{v}{t} = -1$ ;  $s = -\frac{5}{2}$ . В этом случае параметры  $G$  и  $K$  – величины постоянные и равные

$$G = \frac{5D}{4k_n^2} a^{\frac{2}{t}}, \quad K = 2k_n a^{\frac{1}{t}} / 5. \quad (347)$$

При плоскопараллельном потоке ( $\frac{v}{t} = 0$ ) величины  $m$ ,  $K$  и  $G$  соответственно равны ( $s = 1,5$ )

$$m = \frac{2k_n}{1,5\sqrt{2}} a^{\frac{1}{t}}, \quad K = \frac{2k_n}{3} a^{\frac{1}{t}} x \approx \frac{k_n}{3} a^{\frac{1}{t}} x_k, \quad (348)$$

$$G = 0,75 D a^{\frac{2}{t}} x^{\gamma-2} / k_n^2 \approx 0,75 D b^2 x_k^{\gamma-2} / [k_n^2 (\gamma - 1)]. \quad (349)$$

Таким образом, с точки зрения повышения точности расчетов анализ уравнения (346) предпочтительнее решения равенства (326). Ведь в первом случае достаточно корректно учтены силы турбулентной вязкости. Однако следует иметь в виду, что эти силы намного меньше объемных сил межкомпонентного взаимодействия, которые учтены в (346) менее корректно. Степень приближенности равенств (348) и (349) также хуже, поскольку абсолютное значение степени при  $x$  в выражениях для параметров  $G$  и  $K$  не меньше единицы. Поэтому в дальнейшем будем анализировать уравнение (326), которое, положив

$$\zeta = z(u - \xi), \quad \xi = \frac{1}{z} \int_0^z u(z) dz, \quad (350)$$

$$\zeta' = u'z, \quad (351)$$

примет вид

$$\varepsilon_\nu u'^2 - u'' \left( u + \frac{N}{z} - \xi \right) = Nu''' + e^{-z'} |1 - Ku'|^n (1 - Ku'), \quad (352)$$

где

$$\varepsilon_\nu = 1 + \frac{2}{s} \cdot \frac{\nu}{t}. \quad (353)$$

Выразим через новую функцию  $u(z)$  проекции скорости воздуха и их производные. На основании (316) – (329) для плоскопараллельного потока ( $\frac{\nu}{t} = 0$ )

при квадратичном законе сопротивления ( $\gamma = \frac{1}{2}$ ;  $s = \frac{3}{4}$ ;  $m = \sqrt{\frac{4}{3}Db^2}$ ) запишем:

$$u_x = \sqrt{\frac{4}{3}D} x^{\frac{3}{4}} u'; \quad (354)$$

$$u_r = -\frac{3}{4} \sqrt{\frac{4}{3}D} b x^{-\frac{1}{4}} (u - \xi); \quad (355)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{4}{3}D} x^{-\frac{1}{4}} u'; \quad (356)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial r} = \sqrt{\frac{4}{3}D} b^{-1} x^{\frac{3}{4}} u''; \quad r \frac{\partial u_x}{\partial r} = \sqrt{\frac{4}{3}D} x^{\frac{3}{4}} z u''. \quad (357)$$

Тогда граничные условия

$$u_x = u_0, \quad u_r = 0, \quad \frac{\partial u_x}{\partial r} = 0 \quad \text{при} \quad r = 0; \quad (358)$$

$$u_x = 0, \quad u_r = 0, \quad \frac{\partial u_x}{\partial r} = 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty \quad (359)$$

примут вид

$$u(0) = c, \quad u'(0) = \alpha, \quad u''(0) = 0, \quad (360)$$

$$u(\infty) = B, \quad u'(\infty) = 0, \quad u''(\infty) = 0, \quad (361)$$

где  $B, c, \alpha$  – некоторые константы, которые предстоит определить. В частности, как и в случае плоского потока, для этого может быть использовано интегральное соотношение (77), которое для безградиентного потока с учетом (354) и (33) представим в следующем виде:

$$\int_0^{\infty} u'^2 z dz = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-z'} (1 - Ku')^2 z dz. \quad (362)$$

*Решение автомодельного уравнения.* Найдем решение задачи для характерного случая равномерной концентрации частиц в сечении струи (при  $t \rightarrow \infty$ ). При этом

$$u'^2 - u'' \left( u + \frac{N}{z} - \xi \right) = Nu''' + (1 - Ku')^2 \quad \text{при } z < 1, \quad (363)$$

$$u'^2 - u'' \left( u + \frac{N}{z} - \xi \right) = Nu''' \quad \text{при } z > 1. \quad (364)$$

С учетом граничных условий (360) в области малых  $z$  имеем следующее решение:

$$u_0 = c + \alpha z - \frac{\varepsilon}{2} \frac{z^3}{6}, \quad (365)$$

$$u' = \alpha - \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{z^2}{2}, \quad (366)$$

$$u'' = -\frac{\varepsilon}{2} z, \quad (367)$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \left[ (1 - K\alpha)^2 - \alpha^2 \right]. \quad (368)$$

Для нахождения асимптотического решения упростим уравнение (364). Положим, что в области больших значений  $z$

$$u = B + \zeta(z), \quad (369)$$

где  $\zeta(z)$  – искомая функция

$$\zeta(z) \ll B. \quad (370)$$

Тогда (364) станет

$$\zeta'^2 - \zeta'' \left( B + \frac{N}{z} + \zeta - \xi \right) = N\zeta'''. \quad (371)$$

Далее предположим, что

$$\left| B + \frac{N}{z} \right| \gg \zeta - \xi; \quad (372)$$

$$\zeta'^2 \ll \left| \zeta'' \left( B + \frac{N}{z} \right) \right|, \quad (373)$$

тогда

$$\zeta''' = -\zeta'' \left( \frac{B}{N} + \frac{1}{z} \right) \quad (374)$$

и

$$\zeta'' = -Ae^{-\frac{B}{N}z} / z; \quad (375)$$

$$\zeta' = -A \int_{\infty}^z \frac{1}{z} e^{-\frac{B}{N}z} dz \leq A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}z} \cdot \frac{1}{z}; \quad (376)$$

$$\zeta = -A \int_{\infty}^z \left( \int_{\infty}^z \frac{1}{z} e^{-\frac{B}{N}z} dz \right) dz \leq -A \frac{N^2}{B^2} e^{-\frac{B}{N}z} \cdot \frac{1}{z}. \quad (377)$$

Поэтому

$$u_{\infty} \approx B - A \frac{N^2}{B^2} e^{-\frac{Bz}{N}} / z; \quad (378)$$

$$u'_{\infty} \approx A \frac{N}{B} e^{-\frac{Bz}{N}} / z; \quad (379)$$

$$u''_{\infty} \approx -Ae^{-\frac{Bz}{N}} / z. \quad (380)$$

Легко заметить, что полученные результаты не противоречат принятым положениям (370), (372) и (373). Путем сращивания асимптотического решения и решения в «нуле» найдем приближенное решение системы уравнений (363) и (364). Приняв в качестве точки сращивания точку  $z_0 = 1$ , получим следующую систему уравнений для определения  $B, A, \alpha$  (постоянную  $c$  можно принять равной нулю):

$$\alpha - \frac{\varepsilon}{12} = B - A \frac{N^2}{B^2} e^{-\frac{B}{N}}, \quad (381)$$

$$\alpha - \frac{\varepsilon}{4} = A \frac{N}{B} e^{-\frac{B}{N}}, \quad (382)$$

$$-\frac{\varepsilon}{2} = -Ae^{-\frac{B}{N}}. \quad (383)$$



Из последнего соотношения найдем

$$A = \frac{\varepsilon}{2} e^{\frac{B}{N}}, \quad (384)$$

а из уравнения (382)

$$\frac{B}{N} = \frac{2\varepsilon}{4\alpha - \varepsilon} = \frac{\varepsilon/2}{\alpha - \varepsilon/4}. \quad (385)$$

При заданном  $N$  и  $K$  величина  $\alpha$  (в силу (368) соответственно и  $\varepsilon$ ) может быть определена из уравнения (381), которое с учетом (384) и (385) примет вид

$$N \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)^2 - \left( \alpha - \frac{\varepsilon}{4} \right)^3 - \frac{\varepsilon}{2} \left( \alpha - \frac{\varepsilon}{12} \right) \left( \alpha - \frac{\varepsilon}{4} \right) = 0. \quad (386)$$

Найденные таким образом константы позволяют определить функцию  $u(z)$ , ее производные и, имея в виду соотношение (354), в конечном итоге, величину продольной составляющей скорости эжектируемого воздуха:

$$u_x = \sqrt{\frac{4}{3} D x^{\frac{3}{4}}} \cdot \left( \alpha - \frac{\varepsilon}{4} z^2 \right) \quad \text{при } z \leq 1; \quad (387)$$

$$u_x = \sqrt{\frac{4}{3} D x^{\frac{3}{4}}} \cdot \left( \alpha - \frac{\varepsilon}{4} \right) \cdot \frac{1}{z} e^{-\frac{B}{N}(z-1)} \quad \text{при } z \geq 1 \quad (388)$$

или

$$\frac{u_x}{u_m} = 1 - \delta z^2 \quad \text{при } z \leq 1; \quad (389)$$

$$\frac{u_x}{u_m} = (1 - \delta) \frac{1}{z} e^{-\frac{B}{N}(z-1)} \quad \text{при } z \geq 1, \quad (390)$$

где  $u_m$  – осевая скорость воздуха, равная

$$u_m = \sqrt{\frac{4}{3} D x^{\frac{3}{4}}} \alpha, \quad (391)$$

$\delta$  – коэффициент, зависящий от параметров  $N$  и  $K$  и равный

$$\delta = \varepsilon / (4\alpha). \quad (392)$$

В табл.4.8 приведены значения параметров  $\alpha$ ,  $\varepsilon/2$ ,  $B/N$  и  $\delta$ , определенных в соответствии с уравнением (386).

Таблица 4.8

**Параметры осесимметричной струи воздуха, эжектируемого  
потокком свободно падающих частиц**

$N$	$\alpha$	$\varepsilon/2$	$B$	$\alpha - \varepsilon/4$	$\delta$	$\alpha\xi$
$K = 0$						
$10^{-4}$	0,9998	1,999	0,666	$3 \cdot 10^{-4}$	0,999	0,5004
$10^{-2}$	0,9808	1,904	0,667	$2,87 \cdot 10^{-2}$	0,971	0,5055
0,1	0,8579	1,320	0,668	0,198	0,769	0,5876
1	0,5535	0,347	0,912	0,380	0,313	1,3015
10	0,2841	$4,6 \cdot 10^{-2}$	1,760	0,261	$8,09 \cdot 10^{-2}$	3,2391
$10^2$	0,1349	$4,9 \cdot 10^{-3}$	3,707	0,132	$1,82 \cdot 10^{-2}$	7,2784
$10^3$	0,0629	$5 \cdot 10^{-4}$	7,948	$6,27 \cdot 10^{-4}$	$3,96 \cdot 10^{-3}$	15,821
$K = 0,5$						
$10^{-4}$	0,6665	1,333	0,444	$3 \cdot 10^{-4}$	0,999	0,3336
$10^{-2}$	0,6541	1,252	0,446	$2,8 \cdot 10^{-2}$	0,957	0,3424
0,1	0,5818	0,822	0,480	0,171	0,706	0,4477
1	0,4136	0,229	0,766	0,299	0,277	1,1368
10	0,2401	$3,58 \cdot 10^{-2}$	1,612	0,222	$7,46 \cdot 10^{-2}$	2,9874
$10^2$	0,1239	$4,32 \cdot 10^{-3}$	3,551	0,121	$1,74 \cdot 10^{-2}$	6,9979
$10^3$	0,0604	$4,68 \cdot 10^{-4}$	7,786	$6,01 \cdot 10^{-2}$	$3,88 \cdot 10^{-3}$	15,507
$K = 1$						
$10^{-4}$	0,4999	0,999	0,333	$3 \cdot 10^{-4}$	0,999	0,2502
$10^{-2}$	0,4907	0,927	0,337	$2,75 \cdot 10^{-2}$	0,943	0,2610
0,1	0,4419	0,581	0,384	0,151	0,658	0,3751
1	0,3325	0,168	0,674	0,249	0,252	1,0288
10	0,2088	$2,91 \cdot 10^{-2}$	0,150	0,194	$6,97 \cdot 10^{-2}$	2,7942
$10^2$	0,1147	$3,85 \cdot 10^{-3}$	3,416	0,113	$1,68 \cdot 10^{-2}$	6,7136
$10^3$	0,0581	$4,42 \cdot 10^{-4}$	7,636	$5,79 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	15,231

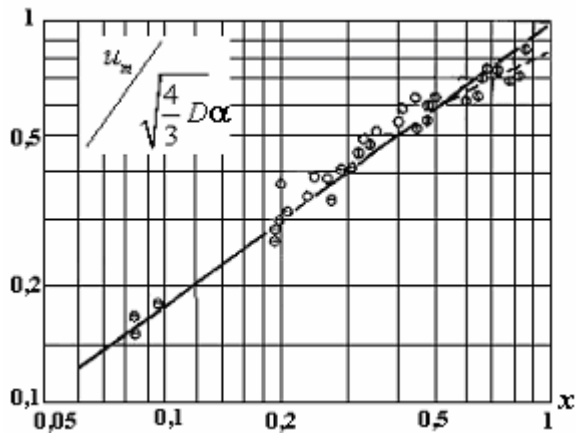


Рис. 4.19. Изменение осевой скорости по длине струи (экспериментальные данные;  $\Phi$  – В. П. Гайдука;  $O$  – А. М. Гольшева;  $\ominus$  – авторов)

Полученные результаты и качественно, и количественно хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований эжектирующих свойств капель воды (рис.4.19, 4.20), выполненных в разное время нами [70], В. П. Гайдуком и А. М. Гольшевым [23]. Заметное отклонение опытных данных от теоретических для осевой скорости (пунктирная линия на рис.4.19) объясняется влиянием в области  $x > 0,5$  аэродинамического сопротивления на скорость падения частиц. Реальная скорость падения частиц при этом меньше  $\sqrt{2x}$ .

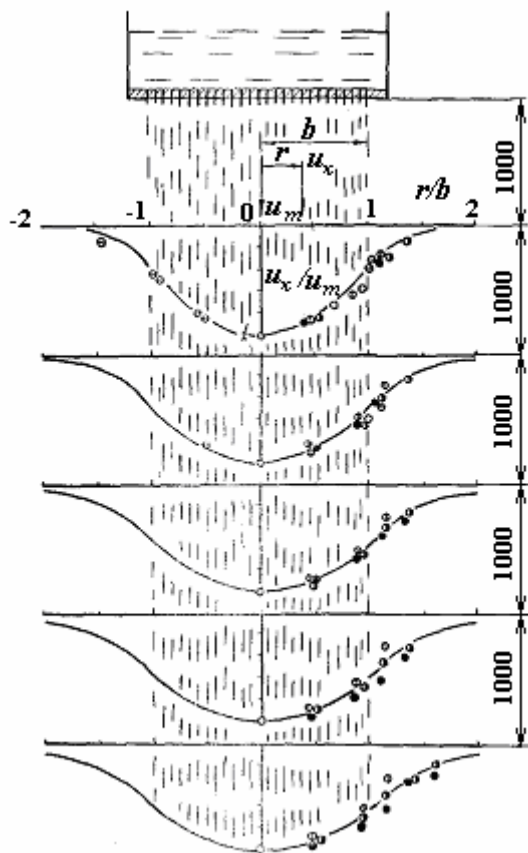


Рис. 4.20. Эпюры скоростей воздуха, эжектируемого осесимметричной струей свободно падающих капель (экспериментальные данные:  $\bullet$  –  $G = 0,25$  кг/с,  $\ominus$  –  $G = 0,277$  кг/с,  $\Phi$  –  $G = 0,166$  кг/с В. П. Гайдука;  $\circ$  –  $G = 0,14$  кг/с – А. М. Гольшева;  $\ominus$  –  $G = 0,129$  кг/с – авторов)

Расход эжектируемого воздуха определяется очевидным равенством

$$q_s = 2 \int_0^{\infty} u_x r dr = 2b^2 \int_0^{\infty} u_x z dz \quad (393)$$

или с учетом (389) и (390)

$$q_3 = \sqrt{\frac{4}{3}} D x^{\frac{3}{4}} b^2 \alpha \xi, \quad (394)$$

где

$$q_3 = Q_3 / (\pi l_{\infty}^2 c), \quad (395)$$

$$\xi = 1 - \frac{\delta}{2} + \frac{(1-\delta)^2}{\delta}. \quad (396)$$

Как видно из табл.4.8, при малых силах вязкости ( $N \rightarrow 0$ ) в области максимальных объемных сил ( $K = 0$ )  $\alpha \approx 1$ ,  $\delta \approx 1$ . Обозначим расход эжектируемого воздуха, соответствующий этому случаю, через  $q_3(0, 0)$ , а расход воздуха, определяемый соотношением (394), через  $q_3(N, K)$ .

На основании (394)

$$q_3(0,0) = \sqrt{D/3} x^{\frac{3}{4}} b^2. \quad (397)$$

На рис.4.21 представлены графики изменения функции  $q_3(N, 0) / q_3(0, 0)$  и  $q_3(1, K) / q_3(1, 0)$ . Как видно из графиков, в области  $N > 0,1$  силы вязкости оказывают существенное влияние на объемы эжектируемого воздуха.

Представляет интерес сравнить полученные соотношения для  $q_3$  с расчетными соотношениями, полученными ранее при решении одномерной задачи (189). На основании определения (395) безразмерный расход эжектируемого воздуха (196) при этом станет:

$$q_3 = b^2 \varphi \nu. \quad (398)$$

На рис.4.22 представлены графики для осевой и средней скоростей эжектируемого воздуха, построенные соответственно по формулам (391) и (394) (кривые отмечены цифрой I) и по формуле (398) с учетом (195) и данных табл.4.4 (кривые отмечены цифрой II) при  $D = 3/4$ ,  $2k_n/b = 1$ .

Как видно из графиков, для небольших высот перепада материала ( $x < 0,5$ ) удовлетворительно «работает» модель усредненного потока эжектируемого воздуха. Силы вязкости здесь практически не оказывают влияния ( $N \leq 0,1$ ). При больших перепадах материала ( $x > 1$ ) заметно сказываются силы вязкости.

Таким образом, расчет объемов эжектируемого воздуха в случае осесимметричной струи свободно падающих частиц может быть выполнен по формулам (196) и (208) при небольших высотах ссыпания материала ( $x < 0,1$ ;  $N < 0,1$ ). При значительных перепадах материала должны учитываться силы вязкости и расчет объемов эжекции воздуха следует выполнять по формуле (394) с учетом данных табл. 4.8.

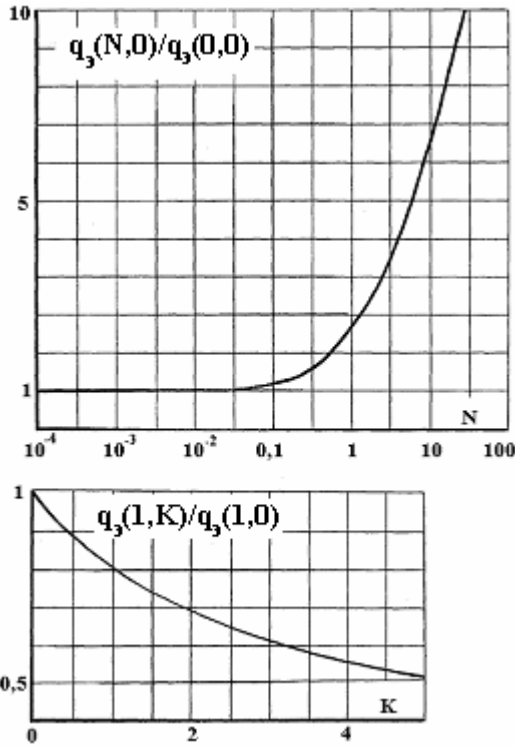


Рис. 4.21. Изменение расхода эжектируемого воздуха при увеличении  $N$  и  $K$

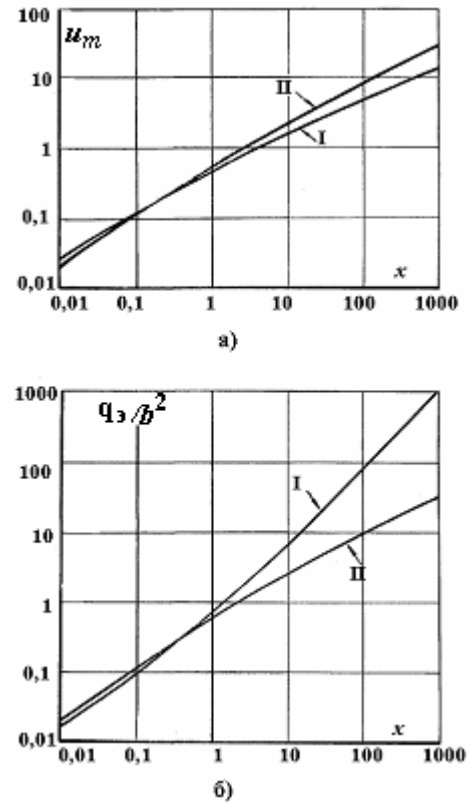


Рис. 4.22. Изменение осевой (а) и средней по сечению скоростей (б) эжектируемого воздуха

## 4.2. Аэродинамика струи частиц в канале

Рассмотренный нами поток твердых частиц в желобе и струя сыпучего материала представляют собой крайние случаи более общей задачи движения материала в канале, стенки которого могут быть удалены на разное расстояние от границы потока. Не нарушая общности задачи, будем рассматривать плоский поток, ограниченный вертикальными стенками. Поток симметричен относительно оси  $OX$ , положительное направление которой совпадает с направлением движения частиц. В силу симметрии аэродинамического поля изучать картину движения воздуха будем лишь в первом квадранте выбранной системы координат  $XOY$ . В качестве базовых соотношений при исследовании аэродинамических процессов используем безразмерные уравнения динамики (54) – (56), которые при условии  $N_\tau \gg N$  перепишем в виде

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + N_\tau \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}, \quad (399)$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \quad (400)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0. \quad (401)$$

### 4.2.1. Плоскопараллельный поток

При плоскопараллельном движении твердых частиц инициируемый им поток воздуха в канале с первого взгляда можно также представить плоскопараллельным ( $u_y = 0$ ). Система уравнений (399) – (401) при этом намного упрощается. В силу уравнения неразрывности  $\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$ , т.е. скорость  $u_x$ , оставаясь неизменной по линии тока, зависит лишь от ординаты

$$u_x = f_u(y). \quad (402)$$

Первые два уравнения системы при этом примут следующий вид:

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} = F_x + N_\tau \frac{d^2 u_x}{dy^2}; \quad \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} = F_y. \quad (403)$$

Так как проекция силы межкомпонентного взаимодействия на ось ОУ равна нулю ( $v_y = 0; u_y = 0$ ), то  $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial y} = 0$  и давление изменяется лишь по длине канала

$$\mathbf{P} = f_p(x). \quad (404)$$

Тогда первое уравнение системы (403) преобразуется в обычное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d\mathbf{P}}{dx} = F_x + N_\tau \frac{d^2 u_x}{dy^2}, \quad (405)$$

которое, учитывая условия (402) и (404), равносильно системе

$$\frac{d\mathbf{P}}{dx} = \Pi; \quad F_x + N_\tau \frac{d^2 u_x}{dy^2} = \Pi, \quad (406)$$

где  $\Pi$  – постоянная величина, равная

$$\Pi = (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_n) / l,$$

$\mathbf{P}_n, \mathbf{P}_k$  – давление соответственно в начале и в конце канала длиной  $l$ .

Заметим, что в общем случае  $v = f_v(x)$  и проекция вектора силы межкомпонентного взаимодействия на ось  $OX$  зависит от  $x$  и  $y$ . Это обстоятельство вступает в противоречие с исходным условием (402). Следовательно, предположение о плоскопараллельности эжектируемого потока воздуха в канале при ускоренном движении частиц материала не имеет смысла.

Чтобы устранить это противоречие, необходимо положить движение частиц равномерным. Поскольку это намного ограничивает использование получаемых результатов, рассмотрим лишь один частный случай, когда скорость материала  $v = v_0 - \text{const}$  намного больше скорости воздуха, при этом в силу (28) для случая обобщенно-экспоненциального распределения частиц

$$F_x \approx \beta_0 e^{-\left(\frac{y}{b}\right)^t} \cdot v_0^2 \quad (407)$$

и уравнение (406) станет

$$N_\tau \frac{d^2 u_x}{dy^2} = -\beta_0 v_0^2 e^{-\left(\frac{y}{b}\right)^t} + \Pi. \quad (408)$$

При граничных условиях

$$u_x(b_0) = 0; \quad \left. \frac{du_x}{dy} \right|_{y=0} = 0 \quad (409)$$

решение имеет вид

$$u_x = B_k \int_y^{b_0} \left( \int_0^y e^{-\left(\frac{y}{b}\right)^t} dy \right) dy - \Pi_k \frac{b_0^2 - y^2}{2}, \quad (410)$$

где  $b_0$  – безразмерная полуширина канала;  $B_k, \Pi_k$  – безразмерные комплексы

$$B_k = \frac{\beta_0 v_0^2}{N_\tau}; \quad \Pi_k = \frac{\Pi}{N_\tau}.$$

В частности, при равномерном распределении частиц в канале ( $t \rightarrow \infty$ )

$$u_x = (B_k - \Pi_k) \frac{b_0^2 - y^2}{2}. \quad (411)$$

При этом направление движения воздуха, не изменяясь по сечению канала, определяется знаком суммы  $B_k - \Pi_k$ . Когда  $\Pi_k > B_k$ , возникает противоточное движение, при  $\Pi_k < B_k$  – проточное. Здесь наблюдается полная аналогия с одномерным движением материала в желобе.

Расход воздуха в рассматриваемом случае определяется очевидным соотношением

$$q_{\downarrow} = 2 \int_0^{b_0} u_x dy = 2(B_k - \Pi_k) \frac{b_0^3}{3}. \quad (412)$$

Когда концентрация материала по сечению изменяется, скажем, по экспоненциальному закону ( $t = 1$ ) при определенной величине  $\Pi_k$ , может произойти расслоение воздушного потока, т.е. часть воздуха будет перемещаться вниз (по оси потока, где концентрация частиц больше), другая – вверх. Действительно, решение (410) при  $t = 1$  примет вид

$$u_x = B_k b(b_0 - y) - \Pi_k \frac{b_0^2 - y^2}{2} - B_k b^2 \left( e^{-\frac{y}{b}} - e^{-\frac{b_0}{b}} \right). \quad (413)$$

При

$$\frac{\Pi_k}{B_k} < 2 \left( \frac{b}{b_0} \right)^2 \cdot \left( \frac{b_0}{b} - 1 + e^{-\frac{b_0}{b}} \right) \quad (414)$$

по оси потока скорость  $u_x(0) > 0$ , т.е. имеем зону проточного движения. По прямой  $y = y_0$ , где  $y_0$  – ордината, удовлетворяющая равенству

$$B_k b(b_0 - y_0) = \Pi_k \frac{b_0^2 - y_0^2}{2} + B_k b^2 \left( e^{-\frac{y_0}{b}} - e^{-\frac{b_0}{b}} \right), \quad (415)$$

скорость  $u_x$  становится равной нулю, и, наконец, в области  $y_0 < y < b_0$  наблюдается противоточное движение воздуха ( $u_x < 0$ ).

При этом прямая  $y = y_0$  является линией раздела между проточным и противоточным течениями. Расход воздуха для первого течения определяется равенством

$$q_{\downarrow}^{\downarrow} = \int_0^{y_0} u_x dy = B_k b \frac{2b_0 y_0 - y_0^2}{2} - \Pi_k \frac{3b_0^2 y_0 - y_0^3}{6} + B_k b^3 \left( e^{-\frac{y_0}{b}} - 1 + \frac{y_0}{b} e^{-\frac{b_0}{b}} \right), \quad (416)$$

для второго –



$$q_3^\uparrow = \int_{y_0}^{b_0} u_x dy = B_k b \frac{(b_0 - y_0)^2}{2} - \Pi_k (b_0 - y_0) \frac{2b_0^2 - b_0 y_0 - y_0^2}{6} + B_k b^3 \left[ e^{-\frac{b_0}{b}} \left( 1 + \frac{b_0 - y_0}{b} \right) - e^{-\frac{y_0}{b}} \right]. \quad (417)$$

#### 4.2.2. Одномерный поток

Рассмотренный плоскопараллельный поток может быть реализован в крайне редких практических случаях. Трудно предотвратить поперечное перетекание воздуха – основное требование таких течений. При аналитическом решении задачи в общем виде, когда  $u_y \neq 0$ , возникают непреодолимые трудности\*. Да и численное решение уравнений гидромеханики из-за нелинейности также весьма затруднительно [80]. Альтернативный путь, по-видимому, находится в использовании уравнений, связывающих усредненные по сечению параметры потока. Как мы видели это раньше, одномерные задачи довольно часто дают удовлетворительные результаты. Таким образом, сформулируем одномерную задачу для струи сыпучего материала, помещенной в канал, стенка которого удалена от оси струи на расстояние  $b_0$ . Полуширину этой струи обозначим  $b_n$ . Следовательно, имеем два потока: движение воздуха и материала в полосе  $0 \leq y \leq b_n$  – внутренний двухкомпонентный поток – и течение воздуха в зазоре между стенкой и граничной поверхностью струи материала – внешний однокомпонентный поток.

Будем полагать, что падающие частицы в поперечном сечении струи распределены равномерно. Для получения осредненных уравнений, описывающих динамику воздуха в этих областях, проинтегрируем уравнение (71) по оси ОУ.

Имеем для внутреннего потока ( $0 \leq y \leq b_n$ )

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{b_n} u_x^2 dy + u_y u_x \Big|_0^{b_n} = \frac{D}{\sqrt{2\nu}} \int_0^{b_n} (\nu - u_x)^2 dy - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{b_n} \mathbf{P} dy + N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial y} \Big|_0^{b_n} \quad (418)$$

и для внешнего ( $b_n \leq y \leq b_0$ )

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{b_n}^{b_0} u_x^2 dy + u_y u_x \Big|_{b_n}^{b_0} = - \frac{\partial}{\partial x} \int_{b_n}^{b_0} \mathbf{P} dy + N_\tau \frac{\partial u_x}{\partial y} \Big|_{b_n}^{b_0}. \quad (419)$$

\* Из-за наличия вертикальных границ течения не удастся свести эту задачу и к исследованию автомодельного движения воздуха.

Осуществим усреднение. Положим, что давление в поперечном сечении канала не изменяется. Таким образом,

$$\int_0^{b_n} \mathbf{P} dy \approx \mathbf{P} b_n; \quad \int_{b_n}^{b_0} \mathbf{P} dy = \mathbf{P} (b_0 - b_n). \quad (420)$$

Обозначим среднюю (по расходу) скорость воздуха во внутреннем потоке через  $u$ , а во внешнем – через  $\omega$  (положительное направление совпадает с направлением оси  $OX$ ):

$$\int_0^{b_n} u_x dy = b_n u; \quad \int_{b_n}^{b_0} u_x dy = (b_0 - b_n) \omega. \quad (421)$$

Полагая

$$\int_0^{b_n} u_x^2 dy \approx b_n u^2; \quad \int_{b_n}^{b_0} u_x^2 dy \approx (b_0 - b_n) \omega^2, \quad (422)$$

$$\int_0^{b_n} (\nu - u_x)^2 dy \approx b_n (\nu - u)^2 \quad (423)$$

и допуская, что подтекание воздуха на границе внешнего и внутреннего потоков осуществляется нормально, т. е.

$$u_x(x, b_n) = 0; \quad \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=b_n} = 0, \quad (424)$$

а также имея в виду, что в силу симметрии потока

$$u_y(x, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad (425)$$

а у стенки канала действует касательное напряжение трения

$$-\bar{\tau}_{cm} = N_\tau \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=b_0}; \quad \bar{\tau}_{cm} = \frac{\tau_{cm}}{\rho_2 c^2}, \quad (426)$$

получим на основании интегральных соотношений (418) и (419) следующую систему обычных дифференциальных уравнений:

$$\frac{du^2}{dx} = \frac{D}{\sqrt{2\nu}}(v-u)^2 - \frac{d\mathbf{P}}{dx} \quad \text{при } 0 \leq y \leq b_n, \quad (427)$$

$$\frac{d\omega^2}{dx} = -\frac{d\mathbf{P}}{dx} - \varepsilon_\tau \quad \text{при } b_n \leq y \leq b_0, \quad (428)$$

$$u + \omega(r-1) = u_0 + \omega_0(r-1) = u_m - \text{const}, \quad (429)$$

где

$$r = b_0/b_n; \quad \varepsilon_\tau = \bar{\tau}_{cm}/(b_0 - b_n). \quad (430)$$

Здесь последнее уравнение выражает закон сохранения расхода воздуха в поперечном сечении канала с непроницаемыми стенками.

Уравнение (427) с учетом (428) и (429) можем записать в следующем, удобном для интегрирования, виде:

$$\frac{du^2}{dx} + \frac{2(u_m - u)}{(r-1)^2} \cdot \frac{du}{dx} - \varepsilon_\tau = \frac{D}{\sqrt{2\nu}}(v-u)^2 \quad (431)$$

или

$$\left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2}u + \frac{2u_m}{(r-1)^2} \right] \frac{du}{dx} = \frac{D}{\sqrt{2\nu}}(v-u)^2 + \varepsilon_\tau. \quad (432)$$

С помощью этого уравнения проанализируем простейший случай, когда  $v = v_0 - \text{const}$  и силы трения о стенки канала пренебрежимо малы. При этом уравнение (34) станет

$$\frac{du}{dx} = \frac{D(v_0 - u)^2}{\sqrt{2\nu_0} \cdot R(r, u)}; \quad (433)$$

$$R(r, u) = 2[r(r-2)u + u_m]/(r-1)^2, \quad (434)$$

и его решение при начальных условиях

$$u = u_n \text{ при } x = x_n$$

принимает вид

$$\left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2}v_0 + \frac{2u_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{u - u_n}{(v_0 - u)(v_0 - u_n)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{v_0 - u}{v_0 - u_n} = \frac{D}{\sqrt{2\nu_0}}(x - x_n). \quad (435)$$

Проанализируем, как изменяется по длине канала  $u$  и  $\omega$  в зависимости от соотношения  $b_0/b_n$ , характеризующего стесненность потока стенками канала. В качестве начальных данных считаем известными

$$u_n = u_0; \quad \omega_n = \omega_0 \quad \text{при } x_n = 0. \quad (436)$$

Соотношение (435) перепишем в виде

$$\frac{D}{\sqrt{2}\nu_0} x = \left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \nu_0 + \frac{2u_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{u-u_0}{(\nu_0-u)(\nu_0-u_0)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{\nu_0-u}{\nu_0-u_0} \quad (437)$$

или

$$\bar{x} = \left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} + \frac{2\bar{u}_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{\bar{u}-\bar{u}_0}{(1-\bar{u})(1-\bar{u}_0)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{1-\bar{u}}{1-\bar{u}_0}, \quad (438)$$

где

$$\bar{u}_m = u_m / \nu_0 = \bar{u}_0 + \bar{\omega}_0 (r-1); \quad (439)$$

$$\bar{u}_0 = u_0 / \nu_0; \quad \bar{\omega}_0 = \omega_0 / \nu_0; \quad \bar{u} = u / \nu_0; \quad (440)$$

$$\bar{x} = xD / (\sqrt{2}\nu_0). \quad (441)$$

Обозначим расстояние от начала канала до сечения, в котором скорость внутреннего потока воздуха станет равной

$$u = u_m, \quad (442)$$

через  $x_m$ . Это сечение назовем критическим, а  $x_m$  – начальным участком канала. В критическом сечении в силу уравнения неразрывности (429) скорость внешнего потока станет равной нулю. Относительная длина начального участка на основании равенства (438) будет

$$\bar{x}_m = \left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} + \frac{2\bar{u}_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{\bar{u}_m - \bar{u}_0}{(1-\bar{u}_m)(1-\bar{u}_0)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{1-\bar{u}_m}{1-\bar{u}_0}. \quad (443)$$

На рис. 4.23 представлен график изменения этой длины от  $r$  при различных начальных условиях. Как видим, величина  $\bar{x}_m$  возрастает как при удалении стенок канала от оси потока (при росте  $r$ ), так и при увеличении начальных скоростей  $\bar{u}_0$  и  $\bar{\omega}_0$ . Для обеспечения роста скорости воздуха необходим дополнительный объем воздуха.

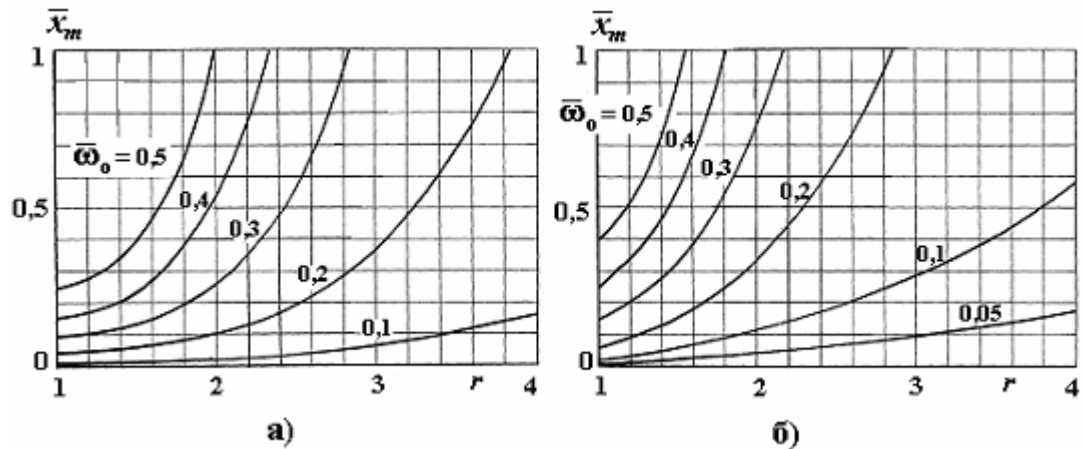


Рис. 4.23. Изменение относительной длины начального участка от стесненности потока при  $\bar{u}_0 = 0$  (а) и при  $\bar{u}_0 = 0,2$  (б)

За критическим сечением начинается зона восходящего внешнего течения ( $\omega < 0$ ). По мере удаления от критического сечения абсолютный расход воздуха во внешнем восходящем потоке растет, достигая в некотором сечении, назовем его экстремальным сечением, наибольшего значения. Существование экстремального сечения, как видно из уравнения (434), определяется условием

$$R(r, u_s) = 0 \quad (444)$$

или

$$u_s = -\frac{u_m}{r(r-2)}, \quad (u_s \leq v_0). \quad (445)$$

Как видим, при нисходящем начальном потоке в канале это возможно лишь в случае, когда степень стесненности

$$r < 2. \quad (446)$$

Длина зоны  $x_s - x_m$ , (назовем ее длиной начального участка вихря) определяется соотношением (438)

$$\bar{l}_n \equiv \bar{x}_s - \bar{x}_m = \left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} + \frac{2\bar{u}_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{\bar{u}_s - \bar{u}_m}{(1-\bar{u}_s)(1-\bar{u}_m)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{1-\bar{u}_s}{1-\bar{u}_m}. \quad (447)$$

Изменение скорости на этом участке определяется равенством (438). Дальнейший рост скорости  $u$  невозможен в силу того, что функция  $R(r, u)$  становится отрицательной, и, следовательно,

$$\frac{du}{dx} < 0,$$

т. е. происходит истечение воздуха из внутреннего потока. Расход воздуха во встречном внешнем течении падает до нуля в следующем критическом сечении.

Дифференциальное уравнение (433) при этом перепишем в виде

$$\frac{du}{dx} = -\frac{D(\nu_0 - u)^2}{\sqrt{2\nu_0}|R(r, u)|}, \quad (448)$$

а решение его при начальном условии

$$u = u_0 \text{ при } x = x_0$$

станет

$$\bar{x} - \bar{x}_0 = \left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} + \frac{2\bar{u}_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{\bar{u} - \bar{u}_0}{(1-\bar{u})(1-\bar{u}_0)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{1-\bar{u}}{1-\bar{u}_0}. \quad (449)$$

Длина  $\bar{x}_m - \bar{x}_0$ , назовем ее длиной конечного участка вихря, определяется соотношением

$$\bar{l}_\kappa \equiv \bar{x}_m - \bar{x}_0 = \left[ \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} + \frac{2\bar{u}_m}{(r-1)^2} \right] \cdot \frac{\bar{u}_m - \bar{u}_0}{(1-\bar{u}_m)(1-\bar{u}_0)} + \frac{2r(r-2)}{(r-1)^2} \ln \frac{1-\bar{u}_m}{1-\bar{u}_0}. \quad (450)$$

Как видим, сопоставляя полученный результат с равенством (447),

$$\bar{l}_\kappa = \bar{l}_\kappa, \quad (451)$$

что объясняется постоянством скорости падения частиц. Общая длина вихря, определяемая очевидным соотношением

$$\bar{l} = 2\bar{l}_\kappa = 2\bar{l}_\kappa, \quad (452)$$

сокращается при одном и том же относительном размере канала с уменьшением начальной скорости воздуха во внутреннем и внешнем потоках (рис.4.24). При уменьшении  $r$  все больше вихрей образуется во внешнем потоке (рис.4.25). Абсолютная величина скорости в потоке частиц колеблется возле среднего значения, в пределе  $r \rightarrow 1$  становится равной  $u_0$ . Имеем случай одномерной задачи для желоба. Другой крайний случай наблюдается при увеличении  $r$ . Количество вихрей с удалением стенки канала от потока все уменьшается, потом происходит лишь возвратное течение в конце канала, и, наконец, при дальнейшем увеличении  $r$  по всей длине канала формируется только прямоочное движение воздуха с

увеличением скорости во внутреннем потоке и с ее падением во внешнем течении. В предельном случае  $r \rightarrow \infty$  имеем движение свободного потока частиц, эжекция воздуха которых описывается при  $v = v_0 - \text{const}$  с учетом (433) и (434) уравнением

$$\frac{du}{dx} = \frac{D}{\sqrt{2v_0}} \cdot \frac{(v_0 - u)^2}{2u}, \quad (453)$$

решение которого при условии

$$u = u_0 \quad \text{при} \quad x = 0$$

имеет вид

$$\frac{v_0}{v_0 - u} - \frac{v_0}{v_0 - u_0} + \ln \frac{v_0 - u}{v_0 - u_0} = \frac{D}{2\sqrt{2v_0}} x. \quad (454)$$

На рис. 4.26 представлено изменение скорости эжектируемого потоком материала в конце канала при увеличении его ширины. Заметен асимптотический характер этого изменения. При удалении стенок канала на расстояние  $5 \div 7 b_n$  величина скорости практически стабилизируется. Стенки не оказывают тормозящего влияния на скорость эжектируемого воздуха. При приближении стенок к потоку материала количество эжектируемого воздуха заметно уменьшается. Объясняется это худшими условиями перетекания воздуха из внешнего потока во внутренний.

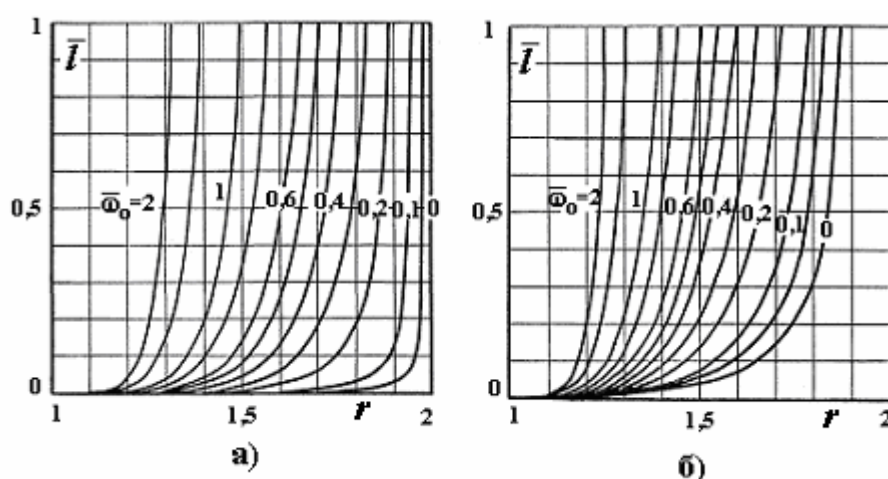


Рис. 4.24. Изменение относительной длины вихря от степени стесненности потока сыпучего материала при  $\bar{u}_0 = 0$  (а) и при  $\bar{u}_0 = 0,2$  (б)

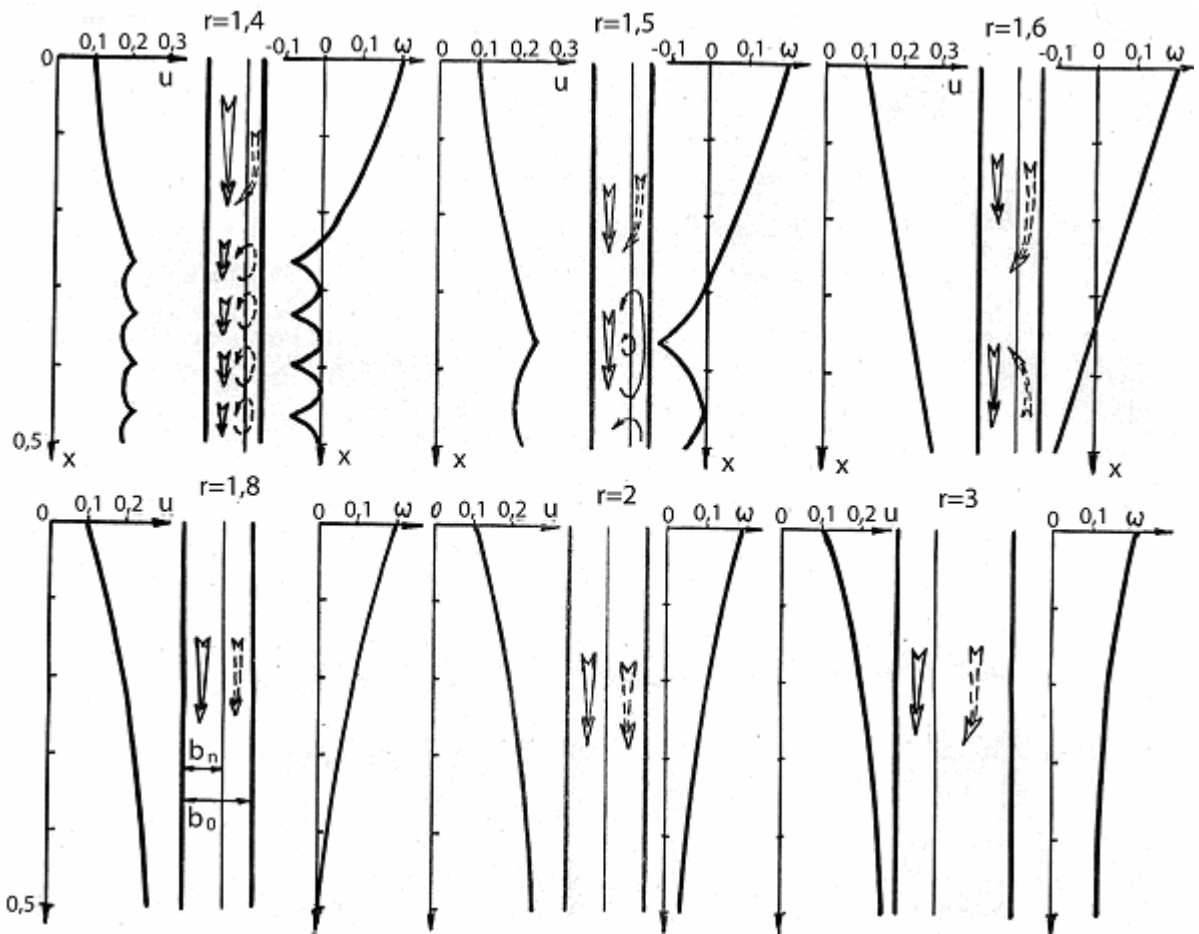


Рис. 4.25. Изменение относительной скорости воздуха в канале при равномерном падении частиц сыпучего материала ( $D = \sqrt{2}$ ;  $v_0 = 0,5$ ;  $u_0 = 0,1$  и при  $\omega_0 = 0,2$ )

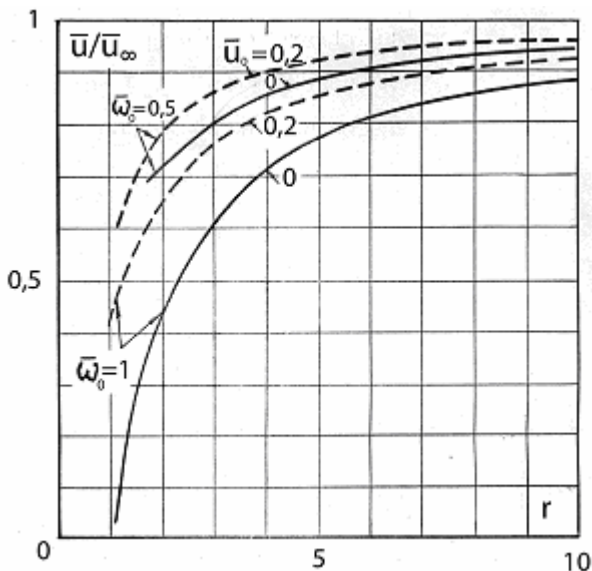


Рис. 4.26. Изменение относительной скорости эжектируемого воздуха в конце канала ( $\bar{x} = 0,5$ ) от стесненности потока ( $\bar{u}_\infty$  – скорость эжектируемого воздуха в конце струи при  $r \rightarrow \infty$ )

Аналогичная картина течения наблюдается и в случае равноускоренного движения частиц сыпучего материала. Дифференциальное уравнение (432) изменения скорости воздуха во внутреннем потоке при пренебрежимо малых силах трения о стенки канала переищем в виде



$$(a_1 u + b_1) \frac{du}{dv} = \frac{D}{\sqrt{2}} (v - u)^2, \quad (455)$$

где

$$a_1 = 2r(r - b)/(r - 1)^2; \quad b_1 = 2u_m/(r - 1)^2. \quad (456)$$

Выполнив замену переменных

$$\hat{v} = D \frac{va_1 + b_1}{\sqrt{2a_1^2}}; \quad \hat{u} = D \frac{ua_1 + b_1}{\sqrt{2a_1^2}}, \quad (457)$$

уравнение (455) можно свести к виду

$$\hat{u} \frac{d\hat{u}}{d\hat{v}} = (\hat{v} - \hat{u})^2, \quad (458)$$

рассмотренному нами при решении задачи об эжекции воздуха свободной струей.

Для получения аналитических соотношений можно использовать либо данные табл. 4.4., либо приближенные равенства табл. 4.3. В качестве примера, построим расчетные соотношения, воспользовавшись приближением

$$(v - u)^2 \approx v^2 \overline{\left(1 - \frac{u}{v}\right)^2}, \quad \overline{\left(1 - \frac{u}{v}\right)^2} \approx \left(1 - \frac{u}{v}\right)^2, \quad (459)$$

дающим удовлетворительные результаты для свободной струи (см. п. 8 табл. 4.3). Интегрирование уравнения (455) при этом приближении не составляет особого труда. При начальных условиях

$$u = u_n, \quad v = v_n \quad \text{при} \quad x = x_n$$

имеем

$$a_1 \frac{u^2 - u_n^2}{2} + b_1 (u - u_n) = \gamma_a \frac{D}{\sqrt{2}} \cdot \frac{v^3 - v_n^3}{3v^2} (v - u)^2, \quad (460)$$

где

$$\gamma_a = \begin{cases} 1 \\ -1. \end{cases}$$

Откуда найдем

$$u = \frac{B}{2A} \left( \sqrt{1 + \frac{4AC}{B^2}} - 1 \right), \quad (461)$$

где

$$A = a_1/2 - z; \quad B = b_1 + 2vz; \quad (462)$$

$$C = a_1 u_n^2 / 2 + b_1 u_n + v^2 z; \quad (463)$$

$$z = \gamma_a D \cdot (v^3 - v_n^3) / (\sqrt{2} \cdot 3v^2); \quad v = \sqrt{2x + v_0^2}. \quad (464)$$

Порядок расчета сводится к следующему. Определяется изменение скорости эжектируемого воздуха на начальном участке:

$$x_n = 0; \quad x_m \geq x \geq x_n; \quad \gamma_a = 1; \quad u_n = u_0; \quad v_n = v_0. \quad (465)$$

По формуле (461) определяется скорость  $u$ . Величина ее на этом участке растет от  $u_0$  до  $u_m$ . Продолжая увеличивать значение  $x$ , переходим в область начального участка первого вихря. Здесь, не меняя начальных значений величин  $u_n, v_n, x_n$ , будем иметь

$$x_m \leq x \leq x_3, \quad u_m \leq u \leq u_3 = -u_m / [r(r-2)],$$

если  $r < 2$ . (В случае, когда  $r \geq 2$ , мы не достигнем центра вихря). Далее увеличение  $x$  приводит к переходу в область конечного участка первого вихря. Изменение скорости  $u$  определяется тем же равенством (461), но с изменением начальных значений

$$v_n = v_{n3} = \sqrt{2x_3 + v_0^2}; \quad u_n = u_3; \quad \gamma_a = -1. \quad (466)$$

В этой зоне скорость  $u$  уменьшается от  $u_3$  до  $u_m$  (при росте  $x$  от  $x_3$  до  $x_m^I$ ). Наступает начальный участок второго вихря. Изменение скорости  $u$  на этом участке определяется по формуле (461) с предварительной заменой начальных условий

$$x_n = x_m^I; \quad v_n = \sqrt{2x_m^I + v_0^2}; \quad u_n = u_m; \quad \gamma_a = 1. \quad (467)$$

Скорость снова увеличивается от  $u_m$  до  $u_3$ . Потом опять наступает конечный участок второго вихря. Для расчета скоростей необходимо снова изменять начальные условия

$$x_n = x_3^I; \quad v_n = \sqrt{2x_3^I + v_0^2}; \quad u_n = u_3; \quad \gamma_a = -1. \quad (468)$$

Процесс расчета повторяется. Как видим, в начальном участке вихрей следует полагать  $\gamma_a = +1$ , в конечном участке этого вихря –  $\gamma_a = -1$ . Длина этих участков, поскольку поток частиц равноускорен, разная. В отличие от рассмотренного случая равномерного движения длина начального участка больше длины конечного участка. А общая длина второго вихря меньше длины первого вихря. Наглядно это видно на рис.4.27, где представлена расчетная картина течения у струи в канале при тех же исходных параметрах, при которых построена картина течения для равномерно движущегося потока сыпучего материала (рис. 4.25).

Для воздушных течений в цилиндрическом канале, в котором соосно размещена струя падающих частиц, интегральные уравнения динамики на основании соотношения (72), (33) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} 2\pi \int_0^{r_n} u_x^2 r dr + 2\pi r u_r u_x \Big|_0^{r_n} = \frac{D}{\sqrt{2\nu}} 2\pi \int_0^{r_n} (\nu - u_x)^2 r dr - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{r_n} 2\pi \mathbf{P} r dr + N_\tau 2\pi r \frac{\partial u_x}{\partial r} \Big|_0^{r_n} \quad (469)$$

при  $0 \leq r \leq r_n$ ;

$$\frac{\partial}{\partial x} 2\pi \int_{r_n}^{r_0} u_x^2 r dr + 2\pi r u_r u_x \Big|_{r_n}^{r_0} = -\frac{\partial}{\partial x} 2\pi \int_{r_n}^{r_0} \mathbf{P} r dr + N_\tau 2\pi r \frac{\partial u_x}{\partial r} \Big|_{r_n}^{r_0} \quad (470)$$

при  $r_n \leq r \leq r_0$ , где  $r_n$ ,  $r_0$  – безразмерные радиусы струи частиц и ограждения (канала).

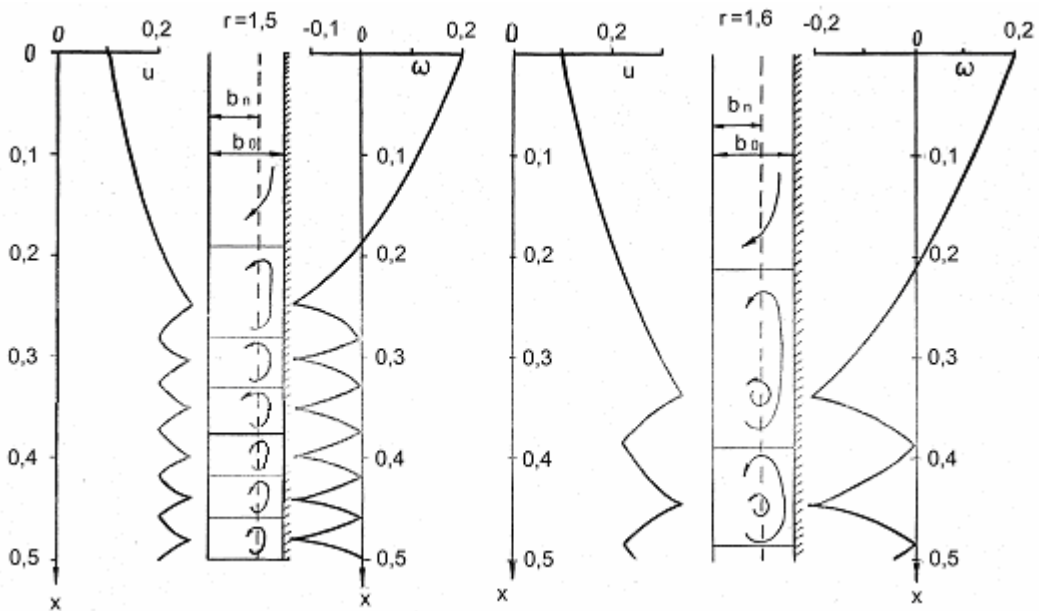


Рис. 4.27. Изменение скорости воздуха в канале при равноускоренном движении частиц сыпучего материала ( $D = \sqrt{2}$ ;  $\nu_0 = 0,5$ ;  $u_0 = 0,1$ ;  $\omega_0 = 0,2$ )

На основании тех же упрощающих допущений, что статическое давление неизменно в поперечном сечении канала

$$\int_0^{r_n} \mathbf{P} r dr = \mathbf{P} \frac{r_n^2}{2}; \quad \int_{r_n}^{r_0} \mathbf{P} r dr = \mathbf{P} \frac{r_0^2 - r_n^2}{2}; \quad (471)$$

подтекание воздуха на границе внешнего и внутреннего течений осуществляется по радиусу

$$u_x(x, r_n) = 0; \quad \left. \frac{\partial u_x}{\partial r} \right|_{r=r_n} = 0; \quad (472)$$

в силу осевой симметрии течений и непроницаемости стенок канала

$$u_r(x, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial u_x}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad u_r(x, r_0) = 0; \quad (473)$$

при наличии касательного напряжения трения у стенок канала

$$-\bar{\tau}_{cm} = N_\tau \left. \frac{\partial u_x}{\partial r} \right|_{r=r_0}, \quad \bar{\tau}_{cm} = \tau_{cm} / (\rho_2 c^2); \quad (474)$$

при введении усреднений по сечению внутреннего и внешнего потоков

$$2\pi \int_0^{r_n} u_x r dr = \pi r_n^2 \bar{u}; \quad 2\pi \int_{r_n}^{r_0} u_x r dr = \pi (r_0^2 - r_n^2) \bar{\omega}, \quad (475)$$

$$2\pi \int_0^{r_n} u_x^2 r dr \approx \pi r_n^2 \bar{u}^2; \quad 2\pi \int_{r_n}^{r_0} u_x^2 r dr \approx \pi (r_0^2 - r_n^2) \bar{\omega}^2, \quad (476)$$

$$2\pi \int_0^{r_n} (v - u_x)^2 r dr \approx \pi r_n^2 (v - \bar{u})^2 \quad (477)$$

интегральные соотношения сводятся к дифференциальным уравнениям одномерных потоков

$$\frac{du^2}{dx} = \frac{D}{\sqrt{2\nu}} (v - u)^2 - \frac{d\mathbf{P}}{dx} \quad \text{при } 0 \leq r \leq r_n, \quad (478)$$

$$\frac{d\omega^2}{dx} = -\frac{d\mathbf{P}}{dx} - \varepsilon_\tau \quad \text{при } r_n \leq r \leq r_0, \quad (479)$$

$$u + \omega(n^2 - 1) = u_0 + \omega_0(n^2 - 1) = u_m, \quad (480)$$

где  $n$  – отношение радиусов ограждения струи материала

$$n = r_0 / r_n; \quad (481)$$

$$\varepsilon_r = \bar{\tau}_{cm} 2r_0 / (r_0^2 - r_n^2). \quad (482)$$

Таким образом, система уравнений для осесимметричного потока отличается от аналогичных уравнений плоской задачи лишь уравнением для расхода воздуха (480), зависящим от квадрата относительного размера канала. Полученные количественные соотношения плоской задачи верны и для осесимметричной, в этом случае в формулах необходимо лишь заменить  $r$  на  $n^2$ .

Полученные результаты качественно и количественно согласуются с опытными данными. Так, описанные вихревые течения впервые наблюдал А.С.Серенко, который исследовал течения в квадратной трубе длиной один метр при движении вдоль нижней стенки слоя песка [87]. Было замечено, что обратные токи воздуха возникали не во всех случаях, а при определенном положении верхней стенки канала (верхней относительно потока материала).

При высоте канала 40 мм наблюдалось однонаправленное течение эжектируемого воздуха. В этом случае поток частиц пронизывает все поперечное сечение канала ( $r \rightarrow 1$ ). Возвратные течения формируются при увеличении высоты канала. Причем, в начале канала, как правило, имеет место попутное движение воздуха над слоем частиц, а встречное течение появлялось в конце канала. Аналогичную картину зафиксировали и О. Д. Нейков и Я. И. Зильберберг при изучении аэродинамики потоков железных порошков в наклонном желобе [67].

Опыты А. С. Серенко показали, что расстояние от входа в желоб до сечения, в котором возникало встречное течение воздуха, практически уменьшалось до нуля, когда входное сечение перекрывалось шибером. Иначе говоря, длина начального участка уменьшается при снижении начального расхода внешнего течения, что вполне согласуется с нашими результатами.

Отметим, что возникновение рассматриваемой циркуляции в канале при полном заполнении его сечения потоком материала (назовем эту циркуляцию естественной) возможно в редких случаях. Естественной циркуляции препятствует ряд факторов. Прежде всего при перегрузках кусковых и зернистых материалов частицы занимают практически всю полость каналов, в силу имеющегося поперечного градиента концентрации частиц происходит лишь некоторая деформация профиля продольных скоростей эжектируемого воздуха. При наличии аспирации по нисходящей схеме в полости канала, не занятого материалом, возникает внешний положительный градиент, который препятствует формированию встречного течения. Противоположный эффект будем иметь при перегрузках нагретого материала. Возникающий из-за межкомпонентного теплообмена тепловой напор будет способствовать образованию естественной циркуляции.

## **5 . ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЫЛЕВЫДЕЛЕНИЙ И ОБЕСПЫЛИВАНИЯ ВОЗДУХА**

Наиболее универсальным и распространенным способом борьбы с пылью при переработке сыпучих материалов на рудоподготовительных фабриках является аспирация, обеспечивающая локализацию пылевыведений при помощи аспирируемых укрытий с последующей очисткой отсасываемого воздуха от пыли. Этот способ остается единственно возможным при обеспыливании процессов агломерации и окомкования железорудных концентратов, когда альтернативный путь – применение гидрообеспыливания – невозможен в силу высокой запыленности воздуха и термического разрушения горячего агломерата и обожженных окатышей при воздействии воды.

Успешное решение задач конструктивного оформления технических средств зависит от полноты учета конкретных условий ведения технологии переработки сыпучих материалов и особенностей эксплуатации технологического оборудования. Оптимизация этих решений требует детального изучения аэродинамических процессов формирования запыленных потоков воздуха, закономерностей образования пылевых частиц и выделения их из воздуха во всех элементах локализирующих устройств – в желобах, укрытиях и пылеприемных воронках. Снижение начальной концентрации пыли при этом не только облегчает и удешевляет процесс очистки воздуха в центральных пылеулавливающих установках. Предварительная очистка воздуха в укрытиях от грубодисперсной пыли повышает надежность эксплуатации системы воздухопроводов, снижая вероятность закупорки горизонтальных участков сети крупными частицами и уменьшая абразивный износ стенок воздухопроводов, что повышает в целом эффективность аспирационных систем.

Жесткие требования снижения энергоемкости аспирационных установок вынуждают использовать более точные методы расчета необходимой производительности местных отсосов, применять специальные меры снижения объемов аспирации.

Таким образом, при разработке технических средств необходимо:

- на основе анализа работы пылящего оборудования, его технологических и конструктивных параметров выбрать тип и основные конструктивные элементы аспирационных укрытий;
- на основе учета аэродинамической связи укрытий и процессов эжектирования воздуха в желобах определить оптимальную производительность местных отсосов и рациональную схему размещения пылеприемников;
- на основе анализа пылеаэродинамических процессов выбрать тип и компоновку устройств для уменьшения интенсивности пылевыведений и предварительного осаждения пыли в укрытиях и пылеприемниках.

Реализацию этих принципов рассмотрим на примере перегрузочных узлов рудоподготовительных фабрик, уделив особое внимание поверхностным источникам выделения пыли, долгое время остававшимся наиболее мощными источниками неорганизованных выбросов, – узлам загрузки и отгрузки окатышей и агломерата на открытых складах и при отгрузке их в железнодорожные вагоны.

## 5.1. Основы расчета производительности местных отсосов

### 5.1.1. Исходные уравнения

В основу расчета производительности местных отсосов положено уравнение воздушного баланса. Количество удаляемого из укрытия воздуха ( $Q_a$ ) при изотермических условиях равно количеству воздуха, поступающего в это укрытие по желобам и через открытые рабочие проемы и неплотности [3, 116 – 118],

$$Q_a = \sum_{i=1}^N Q_i. \quad (1)$$

При этом в укрытии должно поддерживаться определенное разрежение, обеспечивающее в неплотностях и проемах встречный поток воздуха, препятствующий истечению пыли в помещение. Наименьшую величину этого разрежения в дальнейшем для краткости будем называть оптимальным, так же как и производительность отсоса, поддерживающего в укрытии это разрежение.

Учитывая турбулентный характер движения воздуха в желобах и проемах, для потери давления можем записать

$$\Delta P_i = R_i Q_i^2, \quad R_i = \zeta_i \rho_2 / (2S_i^2), \quad (2)$$

где  $\Delta P_i$  – потери давления в  $i$ -м желобе (проеме), Па;  $R_i$  – гидравлическая характеристика  $i$ -го желоба (проема, отверстия), Па·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>;  $\zeta_i$  – коэффициент местного сопротивления  $i$ -го желоба (проема, отверстия);  $S_i$  – площадь поперечного сечения  $i$ -го желоба (проема, отверстия), м<sup>2</sup>.

С другой стороны, располагаемая разность давлений в  $i$ -м желобе в общем случае определяется эжекционным ( $P_{эi}$ ) и тепловым ( $P_{Ti}$ ) давлениями, давлением ( $P_{оби}$ ), создаваемым перемещающимися частями оборудования (например, молотками роторной дробилки) и разностью разрежений в укрытиях ( $\Delta P_{ai}$ ):

$$\Delta P_{эi} = P_{эi} - P_{Ti} \pm P_{оби} + \Delta P_{ai}, \quad (3)$$

а расход воздуха по  $i$ -му желобу, очевидно, равен

$$Q_i = \frac{\Delta P_{эi}}{|\Delta P_{эi}|} \sqrt{\frac{|\Delta P_{эi}|}{R_i}}. \quad (4)$$

Натурные измерения аэродинамических характеристик показали, что для отверстий и рабочих проемов большинства аспирационных укрытий  $\zeta_i = 2,4$ . Суммарный расход воздуха, поступающего через  $M$  отверстий и проемов аспирационного укрытия, равен

$$Q_n = 0,65 \sum_{i=1}^M F_i \sqrt{2P_i / \rho_2}, \quad (5)$$

где  $F_i$  – площадь  $i$ -го отверстия,  $\text{м}^2$ ;  $M$  – общее количество отверстий;  $P_i$  – разрежение в укрытии вблизи  $i$ -го отверстия, Па.

Разбивая неплотности на равновеликие по площади живого сечения и замеряя разрежение на внутренней поверхности стенки укрытия вблизи этих неплотностей, расход всасываемого воздуха можно определить по более простой зависимости

$$Q_n = 0,65 F_n \sqrt{2P / \rho_2}, \quad (6)$$

где  $F_n$  – общая площадь неплотностей укрытия ( $F_n = MF_0$ ,  $F_0$  – площадь одного равновеликого отверстия,  $\text{м}^2$ ;  $P$  – среднее разрежение в укрытии, равное

$$P = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sqrt{P_i} \right)^2. \quad (7)$$

Оптимальная производительность отсоса и разрежение зависят от технологических и конструктивных параметров пылящего оборудования, его компоновки в цепи аппаратов.

### 5.1.2. Определение величины оптимального разрежения

Величина разрежения в укрытии определяется величиной и характером изменения давления на внутренней поверхности стенок этого укрытия.

Статическое давление у стенок в свою очередь обуславливается аэродинамическими и тепловыми процессами, протекающими в укрытии. Рассмотрим эти процессы в характерном укрытии места загрузки конвейера.

*Взаимодействие струи эжектируемого воздуха и всасывающего спектра местного отсоса.* Исследования динамики воздушных потоков внутри укрытия были выполнены на лабораторной модели укрытия (рис. 5.1): между дном укрытия и боковыми стенками был предусмотрен зазор, имитирующий неплотности. Боковые стенки были выполнены из оргстекла, что давало возможность визуализировать воздушные потоки. При этом поток эжектируемого воздуха имитировался воздушным потоком, нагнетаемым вентилятором в укрытие по желобу. Скорости воздуха в зазоре и в различных сечениях измерялись электротермометром. Конструкцией укрытия было предусмотрено изменение геометрических параметров укрытия: высоты, длины, места расположения аспирационной воронки.



Как показали исследования, характер распространения воздушных потоков внутри укрытия места загрузки конвейера определяется взаимодействием приточной струи эжектируемого воздуха и всасывающим спектром воронки. Струя эжектируемого воздуха, выходя из желоба, растекается по конвейерной ленте и в виде веерной струи натекает на вертикальные стенки укрытия. Динамический напор струи у стенок преобразуется в статический, обуславливая тем самым неравномерность давления на внутренних поверхностях стенок. Максимальное давление при этом фиксируется на наиболее близких к желобу участках вертикальных стенок, где скорость веерной струи больше.

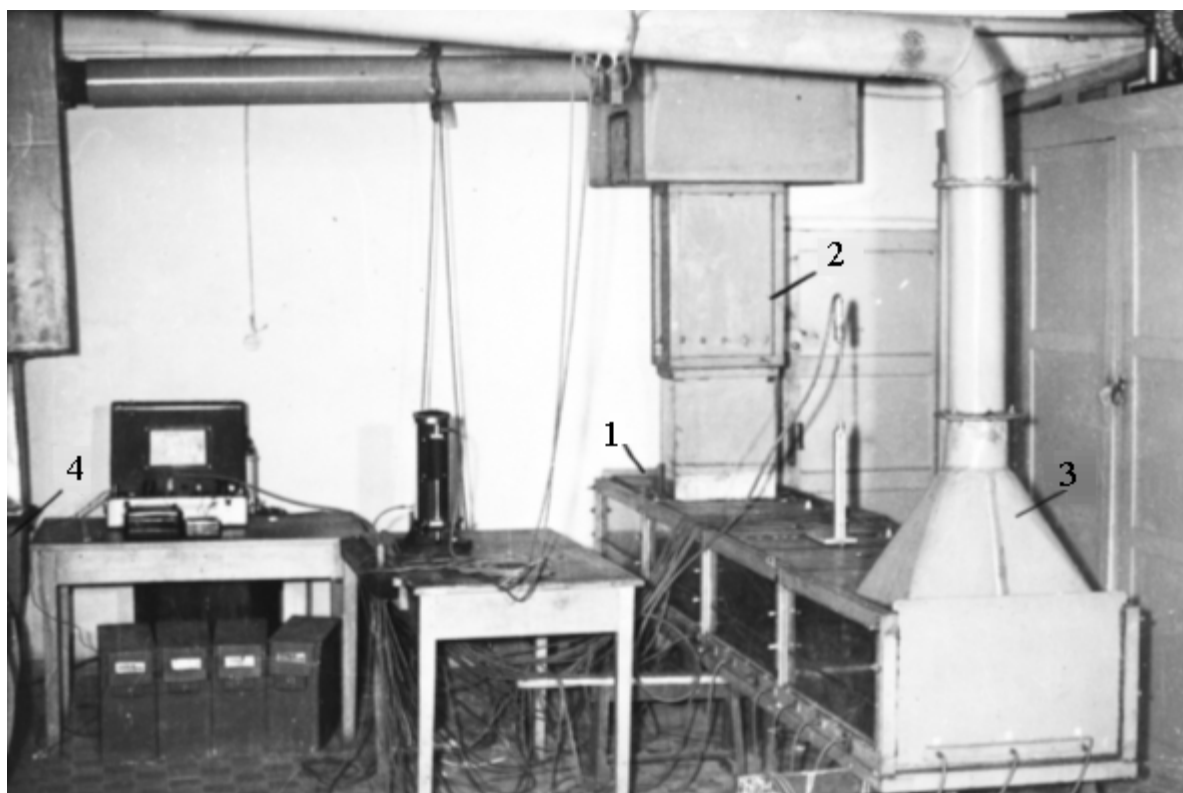


Рис. 5.1. Лабораторный стенд для исследования аэродинамики укрытий:  
1 – модель укрытия; 2 – желоб; 3 – местный отсос; 4 – вентилятор

Давление в сторону воронки уменьшается. Этот характер распределения давления сохраняется в укрытии и при изменении расходов подаваемого и отсасываемого воздуха. Однако коэффициент вариации измеренных давлений в  $N$  точках

$$r_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2 / [(N-1)\bar{P}^2]} \quad (8)$$

будет изменяться, а именно: падать при поднятии выходного сечения желоба над лентой конвейера и при уменьшении скорости струи на выходе из желоба. Это объясняется снижением динамического напора в струе у стенок укрытия.

Чтобы предотвратить истечение струи эжектируемого воздуха наружу, необходимо производительность отсоса увеличить, добившись разрежения на всей

площади вертикальных стенок. Наименьшая величина этого разрежения должна быть не меньше динамического напора струи у наиболее близкой к желобу стенки [69,70]

$$P_{\min} \geq \frac{v_{2з}^2}{2} \rho_2. \quad (9)$$

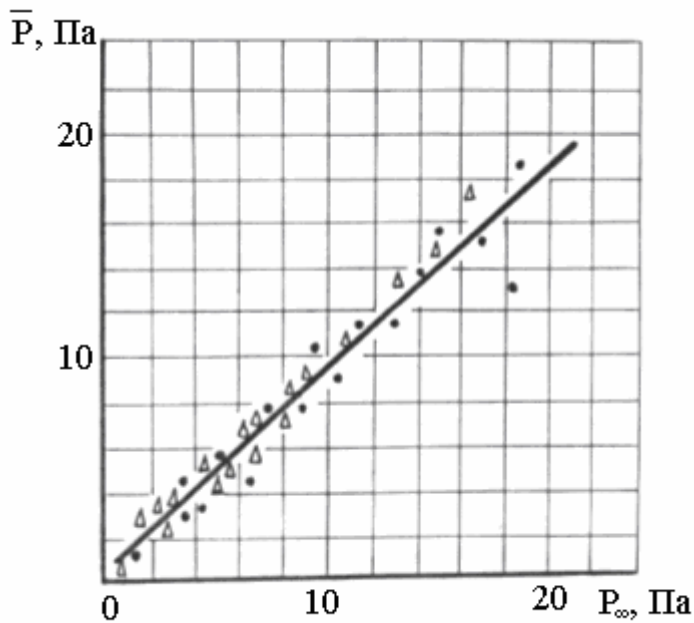


Рис. 5.2. График зависимости среднего разрежения по периметру укрытия от разрежения у потолка укрытия.

В направлении аспирационной воронки разрежение возрастает, среднеарифметическое значение разрежения  $\bar{p}$  равно разрежению  $p_\infty$  в области с малой подвижностью воздуха у потолка укрытия посередине между желобом и аспирационным патрубком (рис. 5.2). А величина оптимального разрежения пропорциональна динамическому напору воздушного потока в конечном участке желоба (рис. 5.3)

$$\bar{P}_{opt} = k_y v_{2к}^2 \rho_2 / 2 \quad (10)$$

или, имея в виду, что  $v_{2к}$  пропорциональна скорости падения материала,

$$\bar{P}_{opt} \approx k v_{lk}^2 \rho_2 / 2, \quad (11)$$

где  $k_y$ ,  $k$  – коэффициенты пропорциональности.

Это нашло подтверждение и в последующих работах других авторов [32, 119, 120].

Анализ построенных с помощью электротермоанемометра полей скоростей (рис. 5.4.) позволил установить, что наиболее эффективно аспирационный патрубок устанавливать на расстоянии  $1,2 - 1,3 B_k$  от желоба ( $B_k$  - ширина ленты контейнера, м), что также подтверждено данными О. Д. Нейкова и Е. Н. Бошнякова [121, 124] и позднейшими исследованиями других авторов [59, 122, 2, 123]. При более близком расположении патрубка по отношению к желобу происходит деформация всасывающего спектра, поле скоростей во входном сечении патрубка становится крайне неравномерным (рис. 5.4 а,б), что неблагоприятно сказывается на унос пыли в аспирационную сеть.

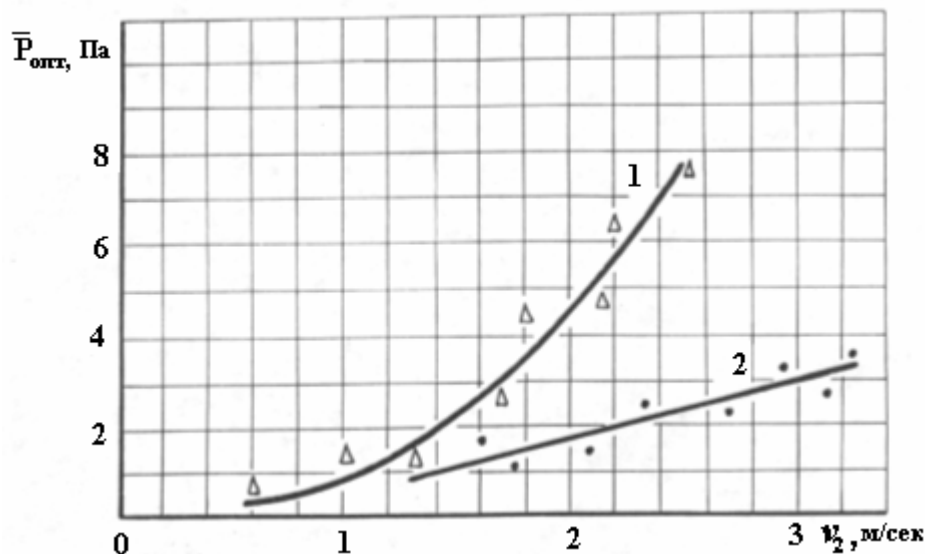


Рис. 5.3. Изменение оптимального разрежения в зависимости от скорости эжектируемого воздуха: 1 – экспериментальные данные авторов; 2 – данные О. Д. Нейкова и Е. Н. Бошнякова [121]

Увеличение разрежения в направлении от желоба к аспирационной трубке приводит к неоправданному росту расхода воздуха, поступающего через неплотности, что является одним из основных недостатков укрытия с одинарными стенками.

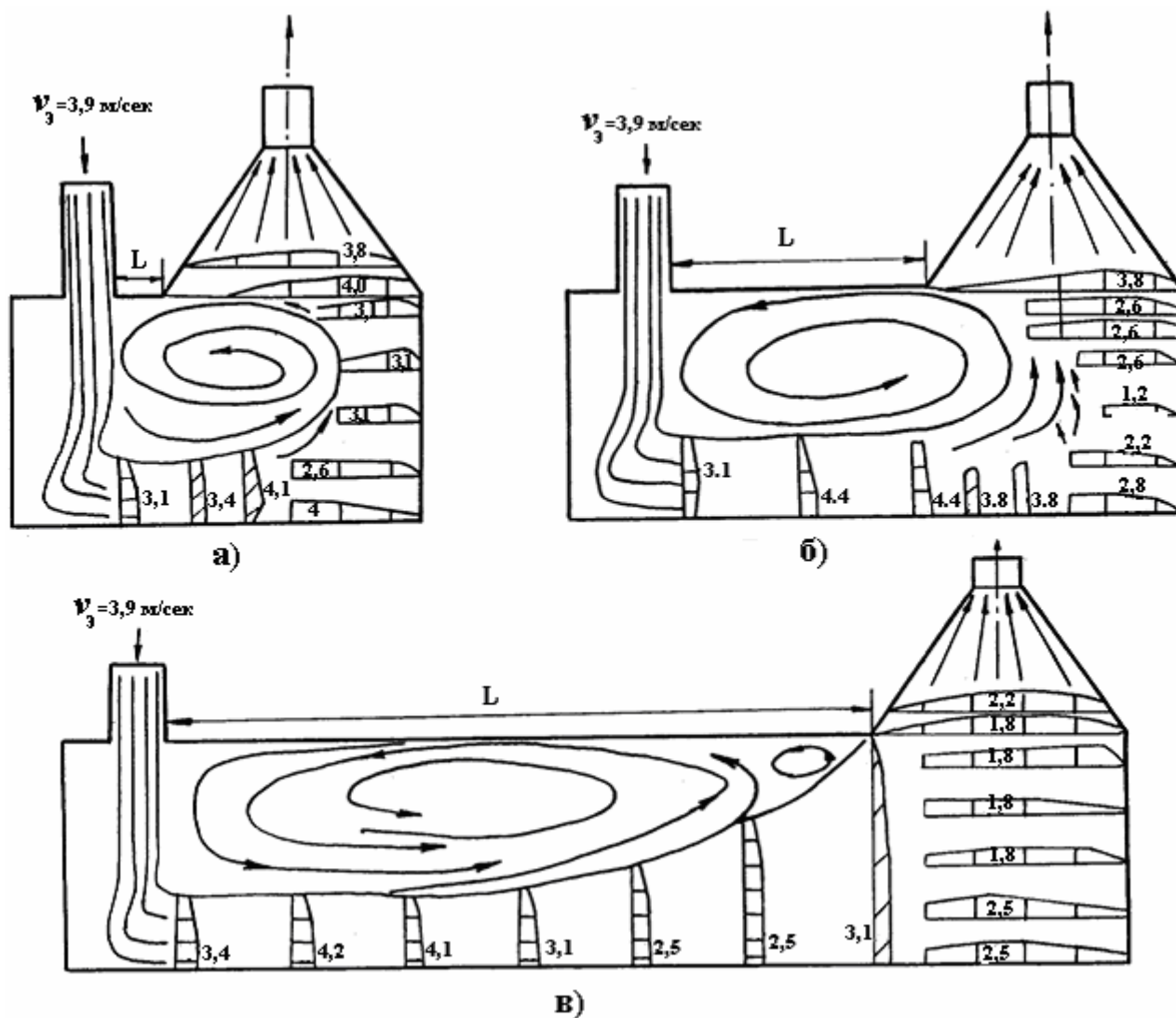


Рис. 5.4. Схема движения и поля скоростей воздушных потоков внутри укрытий при  $L = 0,1 B_k$  (а);  $L = 0,45 B_k$  (б);  $L = 1,3 B_k$  (в)

Отбойная плита, устанавливаемая в конце желоба для уменьшения износа ленты конвейера под влиянием падающих кусков сыпучего материала, направляет зону повышенного давления в сторону аспирационного патрубка. При этом усиливается воздействие всасывающего спектра воронки на приточную струю и несколько уменьшается оптимальное разрежение в укрытии.

Можно еще более резко изменить направление приточной струи, быстрее «оторвать» ее от ленты конвейера, создав в верхней части укрытия зону повышенного разрежения.

Для этого верхняя часть укрытия отделяется от нижней горизонтальной перегородкой, имеющей посередине трапециевидную щель для просыпания осевшей пыли. Щель сужается в направлении патрубка, обеспечивая больший объем отсоса воздуха в области желоба и меньший – в конце укрытия, где сосредоточены большие неплотности. При такой конструкции сокращается зона вихреобразования, исключается деформация потока на входе в аспирационный патрубок. При всех прочих равных условиях разрежение по вертикальным стенкам распределено более равномерно и выше, чем в укрытии с одинарными стенками (рис. 5.5).

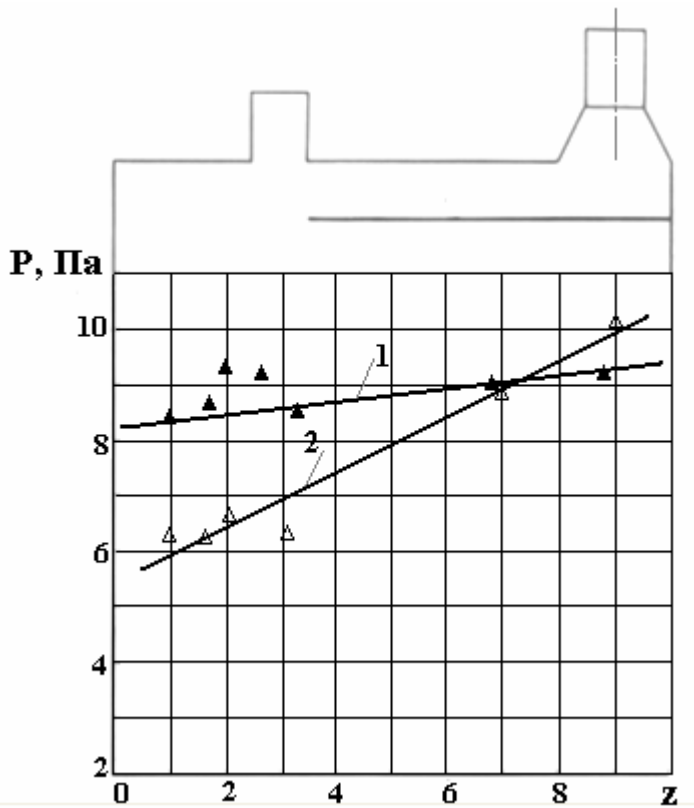


Рис. 5.5. Распределение разрежения по периметру основания укрытия: 1 – с горизонтальной перегородкой; 2 – без перегородки

Наиболее равномерное разрежение наблюдается в укрытии с двойными стенками. Здесь боковые стенки внутренней камеры разрушают веерную струю эжектируемого воздуха, значительно ослабляя прямое натекание приточной струи на внешние стенки.

*Компрессионный эффект.* В момент падения частиц материала на ленту конвейера происходит сжатие воздуха и механическое выдавливание его. Оценим этот эффект на примере падения частиц, имеющих форму эллипсоида вращения (рис. 5.6). Пренебрегая силой аэродинамического сопротивления, уравнение падения частицы запишем в виде:

$$m \frac{dv}{dt} \equiv m v \frac{dv}{dx} = mg - f_m p, \quad (12)$$

где  $p$  – избыточное давление в зазоре между частицей и лентой конвейера. Величину этого давления положим равной

$$P = ku^2 \rho_2 / 2, \quad (13)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности ( $k \approx 1$ );  $u$  – средняя скорость вытесняемого воздуха на боковой поверхности цилиндра с основанием площадью  $f_m$  (с периметром  $\Pi_m$ ). В силу неразрывности потока скорость  $u$  связана со скоростью падения частиц  $v$  очевидным соотношением

$$vf_m = u\Pi_m(H - x) = u\Pi_m h. \quad (14)$$

Выбрав в качестве характерных величин скорость вытесняемого воздуха  $u_\infty$  в момент установившегося падения частицы (когда  $dv/dx = 0$ )

$$u_\infty = \sqrt{2mg / (f_m k \rho_2)} \quad (15)$$

и длину  $l_\infty$ , равную

$$l_\infty = f_m^3 k \rho_2 / (m \Pi_m) = 2 f_m^2 g / (u_\infty \Pi_m)^2, \quad (16)$$

получим следующий безразмерный вид исходного уравнения (12):

$$\frac{d\varpi^2}{dz} - \frac{1-2z}{z^2} \varpi^2 = -1/z^2, \quad (17)$$

где  $\varpi = u/u_\infty$ ;  $z = h/l_\infty$ . Решение этого уравнения при начальных условиях  $\varpi_0^2 \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow z_0 = H/l_\infty$  имеет вид

$$\varpi^2 = \left[ z_0 e^{\frac{1}{z_0} \frac{1}{z}} - z + e^{-\frac{1}{z}} Ei\left(\frac{1}{z}\right) - e^{-\frac{1}{z_0}} Ei\left(\frac{1}{z_0}\right) \right] / z^2. \quad (18)$$

Для шарообразных частиц, в частности, имеем скорость вытесняемого воздуха в момент столкновения частиц с препятствием

$$u = 0,5v_k, \quad (19)$$

где  $v_k = \sqrt{2gH}$  – скорость свободного падения частицы, м/с.

Для сплюснутых частиц, эквивалентных по объему шару диаметром  $d_s$ , скорость вытеснения намного больше ( $u > v_k$ ) (рис. 5.7). Если частица в момент падения на ленту конвейера окажется вблизи отверстия, вытесняемый воздух исте-

чет из укрытия наружу. Чтобы этого не произошло, в укрытии в области падения частицы необходимо поддерживать разрежение

$$P \geq n \frac{v_k^2}{2} \rho_2, \quad (20)$$

где  $n$  – коэффициент, учитывающий форму частицы и затухание скорости вытесняемого воздуха.

В инженерной практике узел загрузки выполняют таким образом, чтобы место падения частиц на конвейерную ленту было удалено от неплотностей укрытий: предусматривают башмак желоба с боковыми бортами, вертикальные стенки укрытия выполняют с изгибом вовнутрь и т. п.

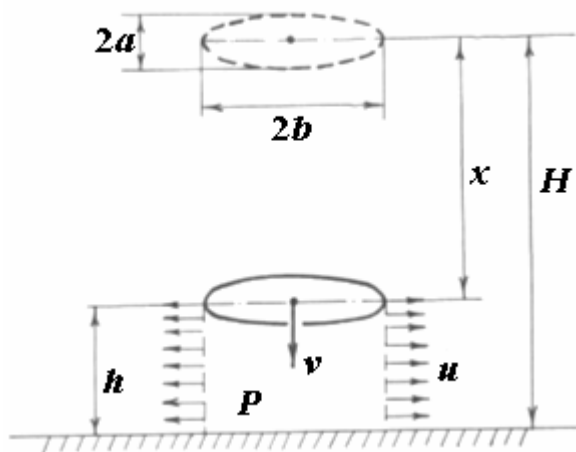


Рис.5.6. Схема вытеснения воздуха при падении частицы

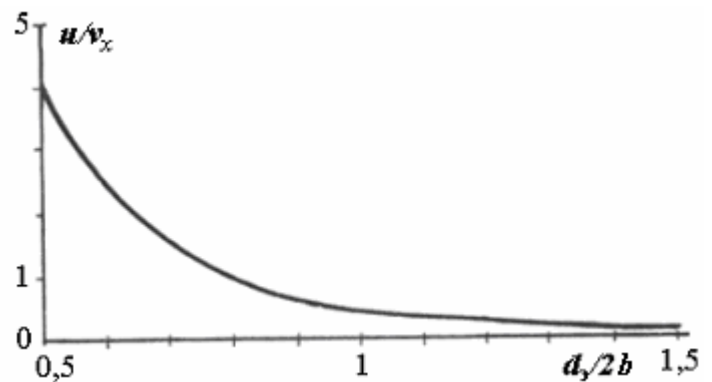


Рис. 5.7. Изменение относительной скорости вытесняемого воздуха в зависимости от крупности сплюснутых частиц

*Тепловое давление в укрытии.* Когда перерабатывается нагретый материал, температура воздуха внутри укрытий в результате теплообмена превышает температуру воздуха вне укрытия. При этом за счет теплового давления в верхней части укрытия давление на внутреннюю поверхность стенок будет выше, чем в нижней части этих стенок. Перепад этого давления в случае равномерного распределения температуры воздуха внутри укрытия, очевидно, равен

$$\Delta P_T = H_y (\rho_0 - \rho_y) g, \quad (21)$$

где  $H_y$  – высота укрытия, м;  $\rho_y, \rho_0$  – плотность воздуха соответственно внутри укрытия и вне его, кг/м<sup>3</sup>.

Наиболее неблагоприятной относительно возможности истечения воздуха наружу является верхняя часть укрытия. Для предотвращения выхода запыленного воздуха наружу в укрытии необходимо поддерживать разрежение, превышающее величину давления  $\Delta p_T$ .

*Выбор оптимального разрежения.* В случае, когда действует один из перечисленных выше факторов формирования избыточных давлений в укрытии, за основу определения оптимального разрежения принимается одно из приведенных соотношений (11), (20) и (21). Так, например, в укрытии приводного барабана, как правило, настиление струй воздуха не происходит. При перегрузках ненагретых материалов за счет эжекции воздуха в этом укрытии наблюдается устойчивое разрежение. Поскольку емкость укрытия значительна (секундная кратность воздухообмена менее единицы), разрежение распределено равномерно. Величина его зависит от скорости воздуха, поступающего в укрытие через неплотности и рабочие проемы

$$P_y = \zeta_{ек} \frac{u_{щ}^2}{2} \rho_2. \quad (22)$$

Когда перегружается нагретый материал, наблюдается градиент разрежений в направлении сверху вниз.

При устройстве местного отсоса величина оптимального разрежения выбирается с учетом высоты укрытия и температуры воздуха в укрытии

$$P_y = P_{min} + \frac{\Delta P_T}{2}, \quad (23)$$

где  $P_{min}$  – минимальное разрежение, исключающее диффузионное истечение пыли наружу, принимается, как правило,  $P_{min} = 2 \text{ Па}$  ( $u_{щ} = 1 \text{ м/с}$ ).

Таблица 5.1

**Величина оптимального разрежения в укрытии приводного барабана конвейера (при  $t_0 = 20^\circ \text{ C}$ )**

Температура воздуха в укрытии, °C	Оптимальное разрежение (Па) при $H_y$ , равном			
	1 м	1,5 м	2 м	2,5 м
30	2,2	2,3	2,4	2,5
40	2,4	2,6	2,8	3,0
50	2,5	2,8	3,1	3,4
60	2,7	3,1	3,4	3,8
80	3,0	3,5	4,0	4,5
100	3,3	3,9	4,5	5,2

В табл. 5.1 приведены значения оптимальных разрежений для некоторых случаев.

В расчетной практике для укрытия приводного барабана конвейера, транспортирующего нагретый материал, оптимальное разрежение принимается в среднем равным 5 Па.

Чаще всего в укрытии проявляется совокупность рассмотренных процессов формирования избыточных давлений, и величина оптимального разрежения определяется промышленными испытаниями. При этом учитываются все параметры пылящего узла. Так, для укрытия места загрузки конвейера (табл. 5.2) учитываются: тип укрытия и, следовательно, аэродинамическая особенность взаимодействия потока эжектируемого воздуха и всасывающего спектра аспирационного патрубка; крупность материала и, следовательно, характер и интенсивность механического вытеснения воздуха в момент падения частиц на ленту конвейера; температура материала и, следовательно, величина теплового давления.

Таблица 5.2

**Величина оптимального разрежения  
в укрытии места загрузки ленточного конвейера**

Тип укрытия	Оптимальное разрежение*		
	$d_3 < 0,2$ мм	$d_3 = 0,2 \div 3$ мм	$d_3 > 3$ мм
Укрытие с однородными стенками	$\frac{8}{6}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{12}{10}$
	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{6}$
Укрытие с двойными стенками	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{10}{8}$
	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{8}{6}$

### 5.1.3. Выбор схемы аспирации и расчет производительности местных отсосов перегрузочных узлов

Перегрузочные узлы по методическому подходу к расчету необходимых объемов аспирации можно разделить на три группы: перегрузочные узлы с преобладающим эжекционным нагнетанием воздуха; перегрузочные узлы оборудования, создающего направленные воздушные течения; перегрузочные узлы нагретых материалов.

Перегрузочные узлы с эжекционным нагнетанием воздуха встречаются на трактах переработки ненагретых материалов. К ним относятся прежде всего узлы перегрузки с конвейера на конвейер, узлы дробления и грохочения, узлы загрузки бункеров и штабелей на складах. Формирование воздушных течений в желобах, укрытиях осуществляется здесь в результате динамического взаимодействия с воздухом потока частиц материала в желобах и действия местных отсосов.

Схемой аспирации предусматривается установка аспирационных патрубков на укрытиях нижележащего оборудования.

Расход воздуха, поступающего в укрытие по желобу, определяется либо величиной эжекционного давления

\* В числителе приведено значение оптимального разрежения для случая перегрузки ненагретого материала, в знаменателе – при перегрузке нагретого материала.



$$Q_{жс} = \sqrt{(P_2 + P_2 - P_1)/R_{жс}}, \quad (24)$$

где  $P_1, P_2$  – оптимальные величины разрежения соответственно в верхнем и нижнем укрытиях, Па, либо величиной коэффициента скольжения компонентов

$$Q_{жс} = \varphi_{жс} S_{жс} v_{1k}. \quad (25)$$

При этом расчетные соотношения для  $P_2$  и  $\varphi_{жс}$  должны выбираться в зависимости от конструктивных и технологических параметров перегрузочного узла.

В качестве параметра, определяющего степень стесненности потока для перегрузок с конвейера на конвейер, удобнее использовать отношение  $S_c^*/S_{жс}$ , где  $S_c^*$  – площадь поперечного сечения слоя материала на ленте верхнего конвейера, определяемая очевидным равенством

$$S_c^* = G_1 / (\rho_{1н} v_l), \quad (26)$$

$\rho_{1н}$  – насыпная плотность материала, кг/м<sup>3</sup>;  $v_l$  – скорость ленты подающего конвейера, м/с.

Когда большая часть поперечного сечения желоба не занята сыпучим материалом ( $S_c^*/S_{жс} < 0,2$ ), расход воздуха, поступающего в нижнее аспирируемое укрытие, определяется как сумма расхода воздуха, поступающего с материалом

$$Q_c = \varphi_c v_{1k} S_c, \quad (27)$$

и количество воздуха, протекающего по свободному сечению желоба

$$Q_0 = (P_2 - P_1) / \sqrt{R_0 |P_2 - P_1|}, \quad R_0 = \zeta_{жс} \rho_2 / 2(S_{жс} - S_c)^2, \quad (28)$$

где  $\zeta_{жс}$  – коэффициент местного сопротивления желоба;  $S_c$  – площадь поперечного сечения струи материала при входе в нижнее укрытие, м<sup>2</sup>.

При сбрасывании частиц с приводного барабана, вращающегося с линейной скоростью  $v_l$ , величина  $S_c$ , определяемая траекториями крайних частиц потока, может быть рассчитана по формуле\*

$$S_c = S_c^* \frac{v_l}{h} \sqrt{\frac{2H}{g}} \left( \frac{h+R}{R} \sqrt{1 + \frac{h}{H}} - 1 \right), \quad (29)$$

---

\* Если окажется  $S_c < 1,5S_c^*$ , в дальнейших расчетах принимать  $S_c = 1,5S_c^*$ .

где  $R$  – радиус приводного барабана, м;  $H$  – высота падения материала, м;  $h$  – условная высота слоя материала на конвейере, равная

$$h \approx \sqrt{S_c^*} / 2. \quad (30)$$

Коэффициент скольжения компонентов  $\varphi_c$  в струе материала определяется с учетом данных раздела 4.

*Конвейер – конвейер.* Наиболее распространены узлы перегрузок сыпучего материала с конвейера на конвейер. В дальнейшем эти узлы для краткости будем называть «конвейер – конвейер».

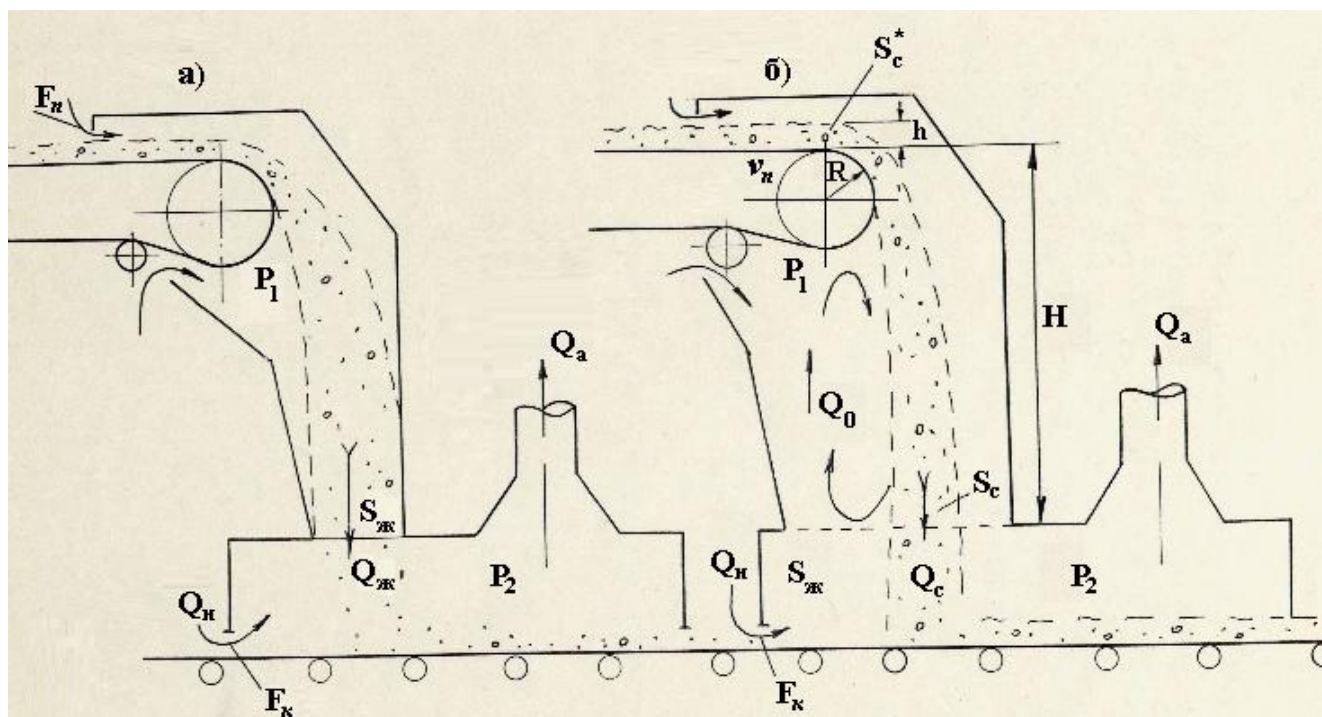


Рис. 5.8. Схема аспирации «холодного» перегрузочного узла «конвейер-конвейер»: а – перегрузка по обычному желобу; б – перегрузка по бункерообразному желобу при  $P_1 > P_2$

Для локализации пылевыведений здесь предусматривается укрытие места загрузки конвейера (рис. 5.8) с отсосом воздуха в объеме, определяемом условием воздушного баланса:

$$Q_a = Q_{ж} + Q_{н}. \quad (31)$$

Наиболее распространены призматические и бункерообразные желоба с псевдоравномерным распределением частиц в потоке материала. Высота перепада невелика ( $h \leq 0,5$ ), и потому при расчете скорости падения частиц сопротивление среды не учитывается.

Сумму коэффициентов местных сопротивлений определяют по формуле

$$\sum \zeta = \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{жс}}, \quad (32)$$

где  $\zeta_{\text{вх}}$  – коэффициент сопротивления входа воздуха в укрытие приводного барабана верхнего конвейера с общей площадью неплотностей и рабочих проемов  $F_{\text{нп}}$

$$\zeta_{\text{вх}} = 2,4(S_{\text{жс}} / F_{\text{нп}})^2, \quad (33)$$

$\zeta_{\text{жс}}$  – коэффициент сопротивления желоба, принимаем равным  $\zeta_{\text{H}} = 1,5$  для вертикального желоба и  $\zeta_{\text{жс}} = 2,5$  – для наклонных желобов.

При равномерном распределении частиц материала, перегружаемого по призматическим желобам, расчетные соотношения для коэффициента  $\varphi$  в силу (3.121) имеют вид

$$\varphi = \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{2(1+b)} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4(m-N)(1+b)}{a^2}} \right] \quad \text{при } m \geq N-1; \\ \sqrt{L(1-\varphi)^3 - (\varphi-n)^3 + N} \quad \text{при } n^2 - N \leq m \leq N-1; \\ \frac{a}{2(b-1)} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4(m+N)(b-1)}{a^2}} \right] \quad \text{при } -N \frac{(1-n)^3}{1-n^3} \leq m \leq n^2 - N; \\ \frac{a}{2(b+1)} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4(m+N)(1+b)}{a^2}} \right] \quad \text{при } L \leq -\frac{N}{1-n^3}, \end{array} \right. \quad (34)$$

где для простоты записи положено

$$L = \frac{1}{3}Bu, \quad N = Eu, \quad (35)$$

$$a = 3L(1-n^2), \quad b = 3L(1-n), \quad m = L(1-n^3). \quad (36)$$

Первое соотношение определяет область  $\varphi_{\text{жс}} > 1$ , второе – область  $n \leq \varphi_{\text{жс}} \leq 1$ ; третье – область  $0 \leq \varphi_{\text{жс}} \leq n$  и четвертое – область отрицательных значений коэффициента  $\varphi$  (знак «минус» обозначает противоточное направление движения воздуха в желобе, которое возможно при  $N \leq -L(1-n^3)$ ). В последнем случае необходима корректировка суммы коэффициентов местных сопротивлений желоба.

Для бункерообразных желобов (когда  $S_c^* / S_{\text{жс}} \leq 0,2$ ) коэффициент  $\varphi_c$  для струи может быть рассчитан в зависимости от параметра  $\nu^*$  по формуле (4.205) или определен по табл. 4.4. По определению (4.192) величина  $\nu^*$  с учетом (4.17) и (3.77) может быть выражена через исходные данные

$$v^* = \frac{\psi^* k_m v_{1k} G_1}{4S_c \rho_1 g}. \quad (37)$$

Зная коэффициент  $\varphi_c$ , по формуле (27) найдем расход воздуха в струе  $Q_c$ .

Чтобы определить расход воздуха, протекающего по свободной части поперечного сечения желоба, необходимо знать величину разрежения в неаспирируемом верхнем укрытии\*

$$P_1 = R_{uu} \cdot Q_{жс}^2; \quad Q_{жс} = Q_0 + Q_c; \quad (38)$$

$$R_{uu} = 2,4 \rho_2 / (2F_{нк}^2). \quad (39)$$

Тогда совместным решением уравнений (28) и (38) найдем выражение для расхода  $Q_0$

$$Q_0 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{P_c}{Q_c (R_0 + R_{uu})} \left[ \sqrt{1 + \frac{P_2 - P_c}{P_c^2} Q_c^2 (R_0 + R_{uu})} - 1 \right] \quad \text{при } P_2 \geq P_c, \\ -\frac{P_c}{Q_c (R_0 - R_{uu})} \left[ \sqrt{1 + \frac{P_c - P_2}{P_c^2} Q_c^2 (R_0 - R_{uu})} - 1 \right] \quad \text{при } P_2 \leq P_c, \end{array} \right\} \quad (40)$$

где  $P_c$  – разрежение в верхнем укрытии, которое бы установилось при удалении из него воздуха с расходом  $Q_c$ ,

$$P_c = R_{uu} Q_c^2; \quad (41)$$

$R_0$  – гидравлическая характеристика желоба

$$R_0 = \zeta_{жс} \rho_2 / \left[ 2(S_{жс} - S_c)^2 \right]. \quad (42)$$

Таким образом, для определения расхода воздуха, отсасываемого из укрытия, необходимо выполнить ряд промежуточных расчетов (табл. 5.3), чтобы найти составляющие воздушного баланса  $Q_{жс}$  и  $Q_n$ .

Величина последнего при заданном разрежении в аспирируемом укрытии ( $P_2$ ) и общей площади неплотностей и рабочих проемов ( $F_{нк}$ ) определяется в соответствии с (6) по формуле

$$Q_n = 0,65 F_{нк} \sqrt{2P_2 / \rho_2}. \quad (43)$$

---

\* Когда это укрытие аспирируется, например, при перегрузках нагретых материалов, величина  $P_1$ , как и  $P_2$ , задается из условия обеспечения полной локализации пылевыведений. В этом случае соотношение (38) не имеет смысла.

При выполнении расчетов в качестве исходных данных выступают следующие параметры перегрузочного узла: расход материала ( $G_1$ ) и его гранулометрический состав ( $m_i, d_i$ ), плотность частиц ( $\rho_1$ ) и их насыпная плотность ( $\rho_{1н}$ ), конструктивные размеры желоба ( $H, S_{ж}, \Theta_i, l_i$ ) и площади неплотностей и проемов укрытий ( $F_n, F_{нк}$ ), скорость ленты верхнего конвейера ( $v_n$ ) и радиус его приводного барабана ( $R$ ).

В табл. 1.1 ÷ 1.3 приложения II приведены исходные и расчетные величины некоторых промышленных узлов\*. Сопоставление рассчитанных и замеренных объемов аспирации дает основание считать вышеизложенный метод расчета приемлемым. Отклонение величин не превышает погрешности промышленного эксперимента.

Таблица 5.3

Порядок расчета расхода воздуха, отсасываемого из укрытия места загрузки конвейера

Расчетные величины	Расчетные соотношения	
	при $S_c^* / S_{ж} \geq 0,2$	при $S_c^* / S_{ж} \leq 0,2$
Сечение слоя материала на конвейере – $S_c^*$	(26)	
Скорости потока материала в желобе – $v_{In}, v_{Ik}, n = v_{In}/v_{Ik}$	(2.20), (2.29) и (2.32)	
Сечение потока материала в желобе – $S_c$	$S_c = S_{ж}$	(29)
Средний диаметр частиц – $d$	(3.36)	
Объемная концентрация материала	(3.30)	
Приведенный коэффициент сопротивления частиц – $\psi^*$	(3.29)	
Сумма к. м. с. – $\sum \zeta$	(32) и (33)	
Разрежение в аспирируемом укрытии – $P_2$	Данные табл. 5.2	
Параметр $Bu$	(3.109)	Не вычисл.
Параметр $v^*$	Не вычисл.	(37)
Параметр $Eu$	(3.122)	
Коэффициент $\varphi$ для желоба	(34)	Не вычисл.
Коэффициент $\varphi$ для струи материала	Не вычисл.	(4.205) Табл. 4.4.
Расход эжектируемого воздуха – $Q_{ж}$	(25)	(27), (40) и (38)
Расход воздуха, поступающего через неплотности нижнего укрытия – $Q_n$	(43)	
Расход воздуха, отсасываемого из укрытия места загрузки конвейера – $Q_a$	(31)	

Заметное превышение рассчитанных объемов отсасываемого воздуха по отношению к измеренным для узлов 3,4 и 14 объясняется тем, что в процессе исследований не удалось их вывести в оптимальный режим. Существующая производительность аспирационных систем была недостаточно высока, чтобы обеспечить

\* В приведенных таблицах использованы также результаты промышленных испытаний, выполненных Алма-Атинским отделением ГПИ «Сантехпроект».

оптимальное разрежение воздуха в испытываемых укрытиях. Происходило частичное истечение воздуха из полости укрытий наружу.

Для уточнения граничной области применения методик было проанализировано, как изменяются расчетные расходы эжектируемого воздуха в желобах промышленных перегрузок при увеличении расхода материала. При разных расходах (иначе говоря, при разных  $S_c^*$ ) рассчитывались объемы эжектируемого воздуха дважды. В первом случае предполагалось, что все сечение желоба занято материалом (расчетная величина расхода воздуха, поступающего при этом по желобу, обозначена  $Q_{жс}$ ). Во втором случае допускалось, что поток материала занимает часть поперечного сечения желоба (расчетное количество воздуха, поступающего в укрытие по желобу, в этом случае обозначено –  $Q_{жс}^c$ ). Как показали эти расчеты, для большинства промышленных перегрузок в качестве стыковочной наиболее приемлемой является область значений коэффициентов стесненности\*\*  $S_c^* / S_{жс} \approx 0,2$ . В этой области отклонение объемов эжектируемого воздуха, рассчитанных по двум методикам, не превышает  $\pm 20\%$  (рис.5.9).

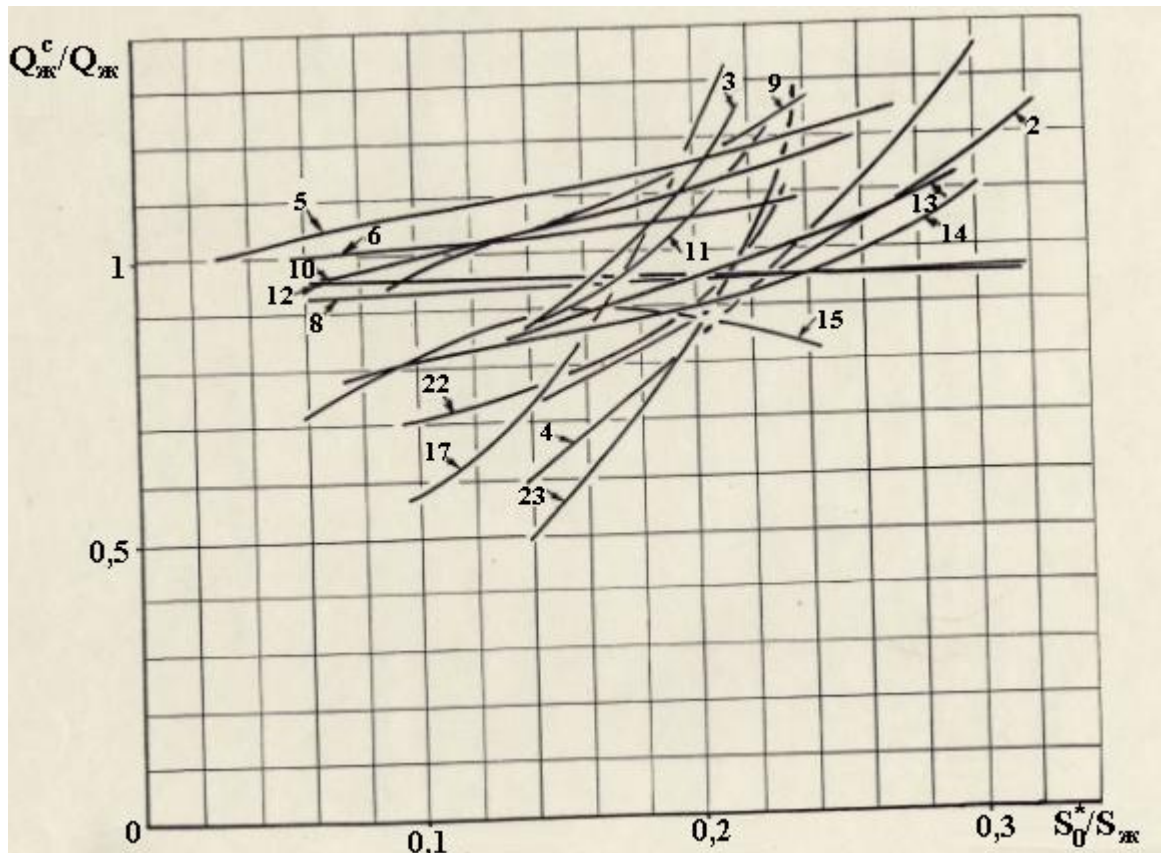


Рис. 5.9. Изменение  $Q_{жс}^c / Q_{жс}$  при увеличении расхода перегружаемого материала для промышленных перегрузочных узлов (номер кривой соответствует номеру узла, характеристика которых приведена в п.1 приложения II)

\*\* Для исследованных перегрузочных узлов среднее значение отношения  $S_c^* / S_c$  равно 0,4. Поэтому в «стыковочной» области  $S_c / S_{жс} = 0,5$ .

Случаи струйного движения материала характерны для емких желобов, когда поток в большей части не соударяется о стенки и частицы не рассеиваются по сечению желоба. Для наклонных желобов призматической формы такое движение маловероятно. При перегрузках кусковых полифракционных или монофракционных материалов, а также при значительной высоте свободного падения от верхнего конвейера до днища наклонного участка желоба ( $H > 1$  м) частицы в результате отскока рассеиваются по всему поперечному сечению. Если общая длина наклонного участка составляет более половины высоты падения, такое движение в аэродинамическом отношении следует рассматривать как псевдоравномерный поток частиц в желобе.

*Конвейер (питатель) – дробилка – конвейер.* Рассматриваемый перегрузочный узел с отдельно стоящей дробилкой (без предварительного грохочения) отличается от обычного узла «конвейер – конвейер» прежде всего тем, что здесь при прохождении материала через дробилку существенно меняется его гранулометрический состав.

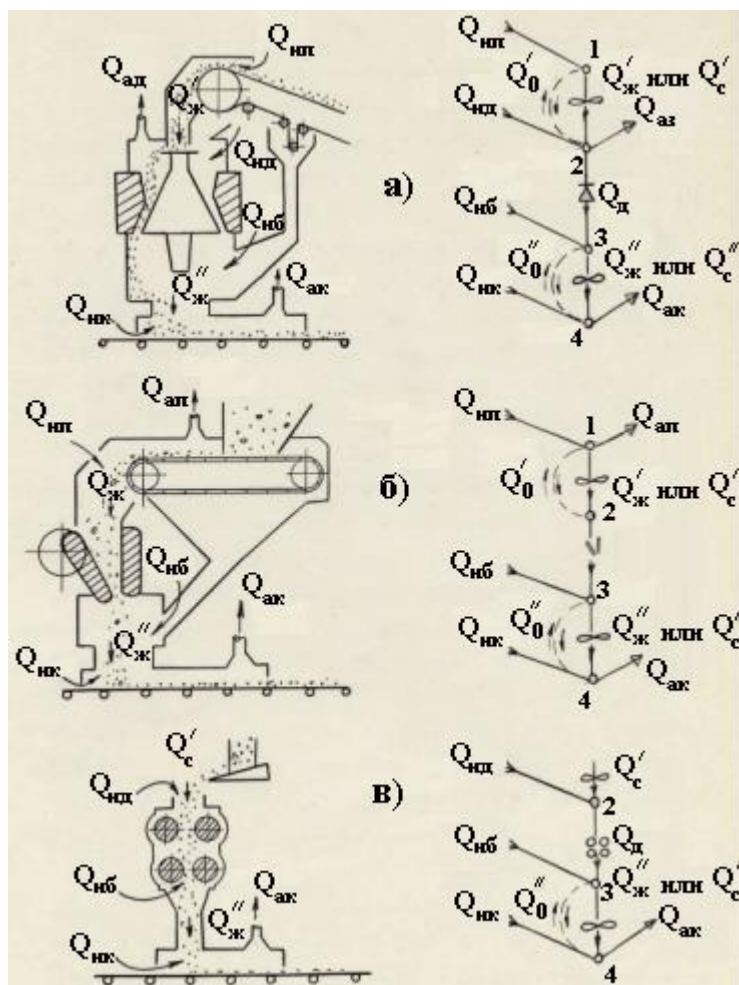


Рис. 5.10. Расчетные схемы аспирации и их аэродинамические аналоги для перегрузочных узлов «питатель – дробилка – конвейер»

В общем случае в результате аэродинамического сопротивления дробящих органов и находящегося на них материала, препятствующего перетеканию эжектируемого воздуха в разгружаемый желоб, в загрузочной (верхней) части дробилки может возникнуть повышенное давление. Избыточное давление может формироваться и в месте падения дробленого материала на конвейер, поэтому предусматривается установка местного отсоса как от укрытия верхней части дробилки, так и от укрытия башмака разгрузочного желоба (рис. 5.10).

Для щековых дробилок верхний отсос воздуха производится от укрытия питателя. Такое расположение местного отсоса диктуется необходимостью перехвата запыленного воздуха, проникающего из бункера при чрезмерном его опорожнении, а также для обеспечения возможности разбутовки щековой дробилки.

Загрузка четырехвалковых дробилок производится, как правило, ленточным питателем с малой высотой перепада материала, и отсос воздуха осуществляют только от укрытия башмака нижнего конвейера.

Производительность отсосов определяется воздушным балансом аспирируемого укрытия. Для составления балансовых уравнений вначале определяется аэродинамическая характеристика участков расчетной схемы, и записываются уравнения для расхода воздуха на этих участках.

Аэродинамическая характеристика участка перетекания воздуха через дробилку рассчитывается по формуле

$$R_{\partial} = \zeta_{\partial} \rho_2 / (2f_{\partial}^2). \quad (44)$$

Коэффициент местного сопротивления принимается  $\zeta_{\partial} = 1,4$  для конусных и щековых дробилок и  $\zeta_{\partial} = 2,3$  для четырехвалковой дробилки. Расчетное сечение для прохода воздуха через дробилку определяется следующими эмпирическими соотношениями:

для конусных дробилок среднего и мелкого дробления

$$f_{\partial} = 0,5\pi D_k (b_0 + 0,0227 D_k); \quad (45)$$

для конусных дробилок крупного дробления

$$f_{\partial} = 0,5\pi D_k (b_0 + r); \quad (46)$$

для щековых дробилок

$$f_{\partial} = 0,5L(b_0 + 0,5s); \quad (47)$$

для четырехвалковых дробилок

$$f_{\partial} = 2(L + 2D_g)\delta_3, \quad (48)$$

где  $D_k$  – диаметр основания конуса дробилок, м;  $b_0$  – ширина разгрузочной щели дробилок, м;  $L$  – длина валков (щеки), м;  $r$  – эксцентриситет дробилок, м;  $s$  – шаг щеки, м;  $D_g$  – диаметр валков, м;  $\delta_3$  – средняя ширина зазора между кожухом дробилки и валками, м.

Перетекание воздуха по желобам определяется аналогично случаю перегрузки сыпучего материала с конвейера на конвейер.

Размер сечения струи крупнокускового материала при загрузке щековых дробилок принимался равным

$$S_c = 1,2d \cdot B_n, \quad (49)$$

где  $d$  – средний диаметр куса, м;  $B_n$  – ширина ленты питателя, м.



Для разгрузочных желобов конусных и щековых дробилок размер потока дробленого материала принимался равным площади разгрузочной щели, т. е.

$$S_c = 2f_{\partial}. \quad (50)$$

Для четырехвалковых дробилок из-за большой скорости вращения валков струя материала расширяется значительно. Угол раскрытия достигает  $4 \div 5$  град., и площадь поперечного сечения струи при входе материала в укрытие определяется по формуле

$$S_c = L(b_0 + 0,15H), \quad (51)$$

где  $H$  – высота падения материала (от оси нижних валов до входа в укрытие), м;  $b_0$  – ширина разгрузочной щели нижней пары валков, м.

Начальная скорость материала в струе принимается равной линейной скорости вращения нижних валков.

Решением уравнений воздушного баланса находят вначале разрежение в неаспирируемых укрытиях, а затем и количество перетекаемого воздуха. В качестве примера рассмотрим случай аспирации конусной дробилки при струйном движении потока материала в желобах, последние для определенности будем считать вертикальными. Обозначим давление в узлах слияния соответствующими нижними индексами:  $P_1$  – разрежение в укрытии питателя,  $P_2$  – в укрытии дробилки,  $P_3$  – в бункере дробленого материала,  $P_4$  – в укрытии нижнего конвейера. Кроме того, обозначим одним верхним штрихом параметры загрузочного желоба, а двумя штрихами – параметры разгрузочного желоба. Аэродинамические характеристики укрытий и желобов выразим через коэффициенты местных сопротивлений

$$\left. \begin{aligned} R_{nn} = 2,4 \frac{\rho}{2F_{nn}^2}; R_{нд} = 2,4 \frac{\rho}{2F_{нд}^2}; R_{нб} = 2,4 \frac{\rho}{2F_{нб}^2}; R_{нк} = 2,4 \frac{\rho}{2F_{нк}^2}; \\ R'_0 = \zeta'_{жс} \rho / \left[ 2(S'_{жс} - S'_c)^2 \right]; R''_0 = \zeta''_{жс} \rho / \left[ 2(S''_{жс} - S''_c)^2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Расход воздуха, эжектируемого струей сыпучего материала, обозначим соответственно

$$Q'_c = \varphi'_c v'_{1k} S'_c, \quad Q''_c = \varphi''_c v''_{1k} S''_c. \quad (53)$$

Запишем теперь очевидные уравнения воздушного баланса

$$\left. \begin{aligned} Q_{nn} = Q'_c + Q'_0 = Q'_{жс}; \\ Q_{нд} + Q_{нб} = Q''_{жс} = Q''_c + Q''_0 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

или через аэродинамические характеристики и давления

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{P_1}/\sqrt{R_{нн}} &= Q'_c + (P_2 - P_1)/\left[\sqrt{R'_0|P_2 - P_1|}\right], \\ (P_3 - P_2)/\sqrt{R_\delta|P_3 - P_2|} + \sqrt{P_3/R_{нб}} &= Q''_c + (P_4 - P_3)/\left[\sqrt{R''_0|P_4 - P_3|}\right]. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

В аспирируемых укрытиях разрежения задаются, в нашем случае  $P_2$  и  $P_4$ . Решением системы (55) находятся величины  $P_1$  и  $P_3$ , зная которые нетрудно найти составляющие баланса.

Производительность отсосов определяется очевидными равенствами

$$Q_{ад} = Q_{нд} + Q'_{жс} - Q_\delta; \quad (56)$$

$$Q_{ак} = Q''_{жс} + Q_{нк}. \quad (57)$$

Если окажется  $Q_{ад} < 0$ , это значит, что в укрытии дробилки может быть обеспечено необходимое разрежение и без отсоса воздуха. При этом разрежение в укрытии будет не ниже оптимального. В этом случае величина  $P_2$ , естественно, становится неизвестной. Для ее определения необходимо совместно решить систему (55) и уравнение воздушного баланса для укрытия дробилки

$$Q_{нд} + Q'_{жс} = Q_\delta, \quad (58)$$

которое можем переписать в виде

$$\sqrt{P_2/R_{нд}} + Q'_c + (P_2 - P_1)/\left[\sqrt{R'_0|P_2 - P_1|}\right] = (P_3 - P_2)/\sqrt{R_\delta|P_3 - P_2|}. \quad (59)$$

Выполнив вторично расчет воздушного баланса для аспирируемого нижнего отсоса, можно заметить, что новое значение  $Q_{ак}$  ниже прежнего. Таким образом, при необходимости иметь некоторый запас можно и не пересчитывать производительность этого отсоса\*. Расчет испытанных промышленных узлов некоторых рудоподготовительных предприятий страны показал, что описанный методический подход вполне приемлем (табл. 2.1 и 2.2 приложения II). Рассчитанные объемы аспирации удовлетворительно согласуются с замеренными. Относительное отклонение не превышает  $\pm 15\%$ .

*Конвейер – грохот – конвейеры.* Узлы сортировки сыпучего материала на отдельно стоящих грохотах (без непосредственного примыкания к дробилкам) с точки зрения аспирации качественно не отличаются от рассмотренных узлов дробления. В количественном отношении они отличаются лишь большим числом местных отсосов в нижней части узла. Аспирационные укрытия с отсосом воздуха

\* При прежнем значении  $Q_{ак}$  величины  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$  являются неизвестными. Их можно определить совместным решением уравнений (55), (59) и (57). Легко убедиться, что и в нижнем укрытии (при этом  $Q_{ак}$ ) разрежение будет несколько выше оптимального.

здесь предусматриваются для всех конвейеров, принимающих рассортированный по крупности материал (рис. 5.11). Расчет количества воздуха, протекающего по загрузочному желобу (для определенности присвоим ему №1) и по желобу надгрохотного материала (желоб №2), ничем не отличается от случая обычных конвейерных перегрузочных узлов. Для желоба подгрохотного материала (желоб №3) возможны две расчетные ситуации: случай псевдоравномерного распределения частиц в желобе и случай струйного потока частиц. Рассчитанное сечение струи для потока надгрохотного материала определяется по формуле:

$$S_c = kS_c^*, \quad S_c^* = G_1 / (\rho_{1H} u_{cx}), \quad (60)$$

где  $u_{cx}$  – скорость частиц при сходе с деки грохота, равная

$$u_{cx} = 0,05\sqrt{d_2}, \quad (61)$$

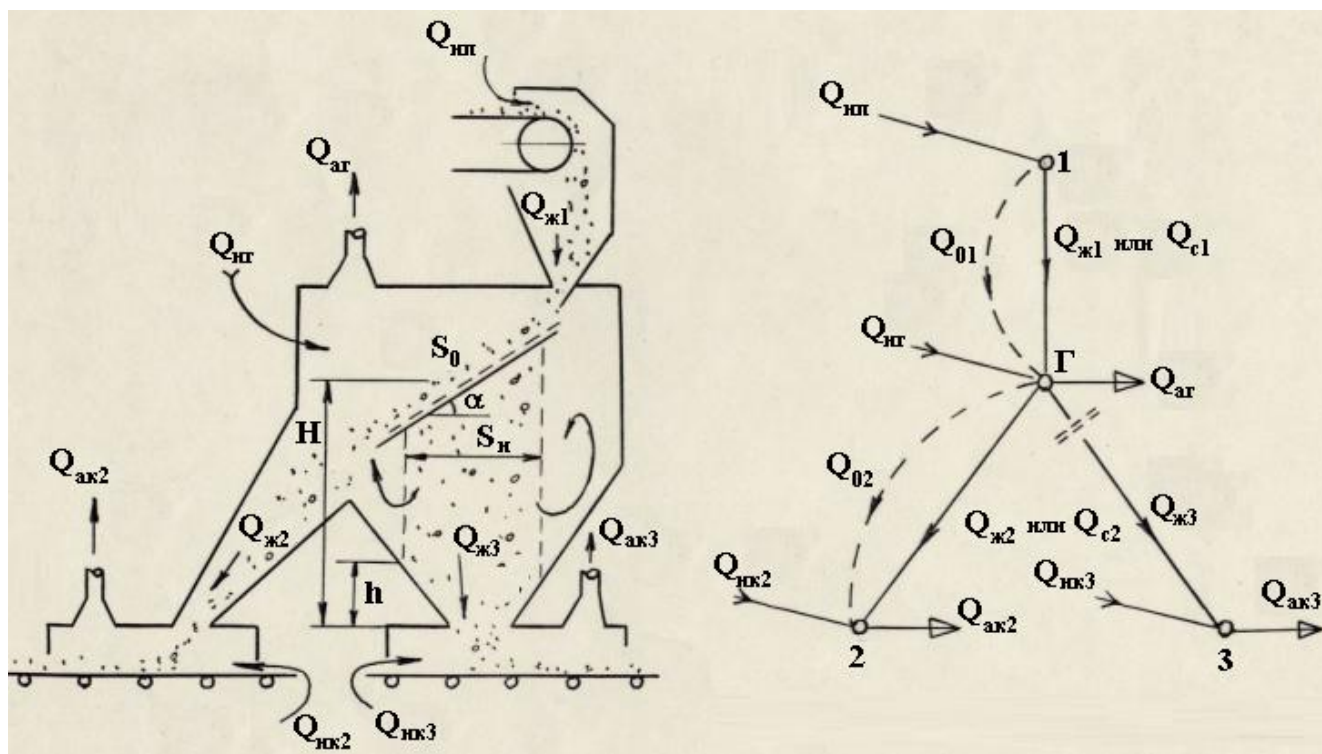


Рис. 5.11. Расчетная схема аспирации узла грохочения ненагретого материала

$d_2$  – средний диаметр частиц перегружаемого материала, мм;  $k$  – коэффициент расширения струи, принимаемый  $k = 2$  при свободном движении и  $k = 2,5$  при соударении струи о наклонные стенки желоба.

Характерным в рассматриваемом узле является оценка динамического взаимодействия с воздухом частиц, проходящих через решетку грохота. Поперечное сечение потока этих частиц зависит от площади решетки и угла ее наклона к горизонту

$$S_n = k_3 S_p \cos \alpha, \quad S_p = ab, \quad (62)$$

где  $a, b$  – размеры решетки грохота, м;  $k_3$  – коэффициент, учитывающий эффективно работающую часть решетки, принимаемый равным 0,9;  $\alpha$  – угол наклона решетки, град.

Ввиду того, что решетки вибрационных грохотов оборудованы достаточно емкими укрытиями ( $S_y \gg S_p$ , где  $S_y$  – площадь укрытия в плане, м<sup>2</sup>), в зазорах между стенками укрытия и внешней поверхностью потока до встречи его с наклонными стенками бункерообразных желобов возникают циркуляционные течения воздуха. В нагнетании воздуха в укрытие конвейера принимает участие лишь конечная часть потока в бункерообразном желобе высотой

$$h = H(\sqrt{S_n / S_{жз}} - 1) / (\sqrt{S_y / S_{жз}} - 1). \quad (63)$$

Причем учитывается взаимодействие лишь вертикально падающих частиц, т.е. пренебрегается действием отраженных от стенок желоба частиц. В силу соотношений (3.150) и (3.157) коэффициент эжекции определяется по формуле

$$\varphi_k = \sqrt{N_3 + Bu_3 \cdot Z(a_3, n_3, \varphi_k)}, \quad (64)$$

где

$$Bu_3 = \psi^* \kappa_m G_3 v_{3к} / (\Sigma \zeta_3 S_{жз} \rho_m g), \quad (65)$$

$$N_3 = (P_3 - P_r) / (0,5 \Sigma \zeta_3 v_{3к}^2 \rho_g), \quad (66)$$

$$n_3 = v_{3н} / v_{3к} = \sqrt{1 - h / H}, \quad (67)$$

$$a_3 = \sqrt{S_{н3} / S_{жз}}, \quad (68)$$

а расход эжектируемого воздуха

$$Q_{жз} = \varphi_k v_{3к} S_{жз}. \quad (69)$$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений рассчитывают в силу (3.154) по формуле

$$\Sigma \zeta_3 = 2,5 + \zeta_{гр} / a_3^4, \quad (70)$$

где  $\zeta_{гр}$  – коэффициент сопротивления деки грохота:

$$\zeta_{гр} = \zeta_p \cdot \zeta_0 / (\sqrt{\zeta_p} + \sqrt{\zeta_0})^2; \quad (71)$$

$$\zeta_p = 3300 \frac{G_3}{\rho_{\text{мн}} b u_{\text{сх}}} \left( \frac{S_{\text{ж3}}}{S_p} \right)^2; \quad \zeta_0 = 1,5 + \left( \frac{S_{\text{ж3}}}{S_3} \right)^2, \quad (72)$$

где  $S_3$  – площадь зазоров между стенками укрытия и декой грохота

$$S_3 = 2(a + b)\delta_3 \quad (73)$$

$\delta_3$  – ширина зазора, м.

Сопоставление расчетных и замеренных объемов аспирации для промышленных перегрузочных узлов представлено в табл. 3.1, 3.2 приложения II. Изложенная методика расчета дает вполне удовлетворительные результаты, относительная погрешность не превышает  $\pm 20\%$ .

*Узел сухой магнитной сепарации.* Изложенная методика расчета эжекционно-нагнетания воздуха по желобам дает хорошие результаты и при оценке воздухообмена в кожухах магнитных сепараторов для сухого обогащения железных руд (табл. 4.1 и 4.2 приложения II). Принимаемая в практике схема аспирации (рис. 5.12), предусматривает отсос воздуха от укрытия сепаратора в верхней его части либо от укрытия питателя (при небольшой высоте перепада материала укрытие питателя и кожуха сепаратора можно рассматривать как одно общее укрытие). Аспирируются также узлы загрузки конвейеров полученными после сепарации концентратом и немагнитным продуктом (хвостами).

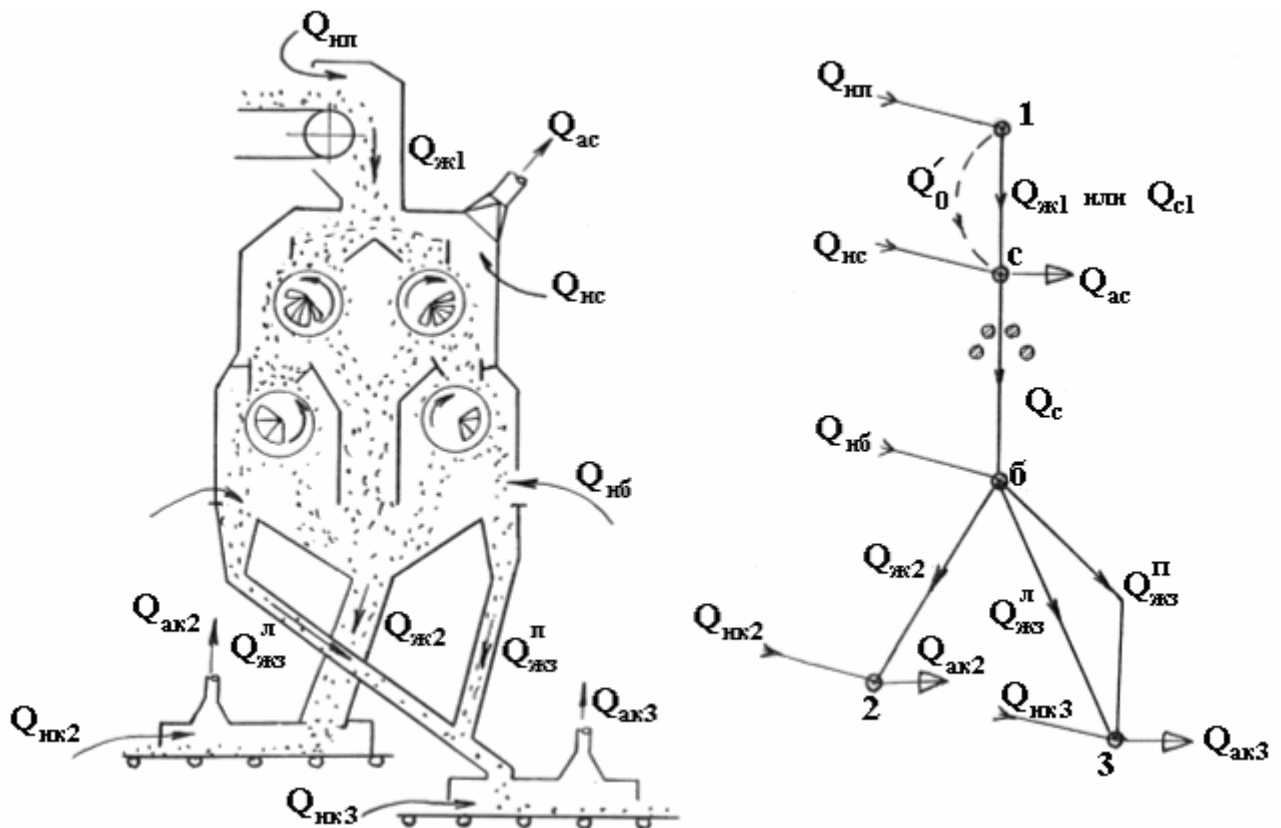


Рис. 5.12. Расчетная схема аспирации 4-барабанного магнитного сепаратора типа 189А-СЭ

При расчете необходимых объемов аспирации учитывается линейная скорость нижних барабанов сепаратора, а также гидравлическое сопротивление потока сыпучего материала при его слиянии в пересекающихся желобах концентрата (типично для 3-барабанных сепараторов 168А-СЭ) либо немагнитного продукта (характерно для 4-барабанных сепараторов 189А-СЭ).

Скорость материала на выходе из сепаратора типа 168А-СЭ принималась равной 6,72 м/с для концентрата, разгружаемого с верхнего барабана, и 4,93 м/с для смеси концентрата, разгружаемого с верхнего и нижнего барабанов. Для немагнитного продукта скорость на выходе из сепаратора принималась равной 4,79 м/с с учетом линейной скорости нижнего барабана (при  $n_b = 25$  об/мин). Скорость концентрата на выходе из сепараторов типа 189А-СЭ равнялась 4,05 м/с, а для немагнитного продукта – 4,25 м/с (скорость вращения нижних валов принималась равной  $n_g = 49$  об/мин).

Гидравлическое сопротивление поперечного потока сыпучего материала определялось по эмпирическому соотношению

$$\zeta_n = 1,7 \cdot (\beta \cdot 10^3)^{0,3} + 1,9, \quad (74)$$

полученному в результате обработки опытов, выполненных асп. Г.В.Слюсаренко.

В результате специальных исследований воздухообмена в кожухе сепаратора (узла №1) при отсутствии материала найден коэффициент местного сопротивления валков сепаратора перетеканию воздуха из верхнего укрытия в бункер. Отнесенный к динамическому напору воздуха в сечении центрального желоба концентрата ( $F_c = 0,732 \text{ м}^2$ ) этот коэффициент равен

$$\zeta_c = \frac{2}{\rho} (P_o - P_c) / (Q / F_c)^2 = 1,44, \quad (75)$$

где  $Q$  – суммарный объем воздуха, уходящего по разгрузочным желобам.

Расход воздуха, перетекающего из верхнего укрытия в бункер сепаратора, определяется по формуле

$$Q_c = 0,788 \sqrt{P_o - P_c}. \quad (76)$$

При составлении воздушных балансов промышленных узлов учитывалось, что узлы №2 и №4 имеют общее укрытие верхней части сепаратора и питателя, поэтому в строчке  $Q_{ж1}$  представлено в этих случаях количество воздуха, поступающего через неплотности питателя. Там, где имеется слияние двух потоков материала, параметры одного представлены в числителе, а параметры другого – в знаменателе (для концентрата узла №2 и для немагнитного продукта узла №3). Рассчитанные объемы аспирации отличаются от замеренных не более чем на  $\pm 15\%$ , что лежит в пределах точности натурных испытаний.

*Каскадные узлы.* Изложенная методика определения объемов аспирации для простых перегрузочных узлов может быть использована и при усложненных технологических схемах, например, при широко применяемом каскадном размещении грохотов и дробилок (рис. 5.13).

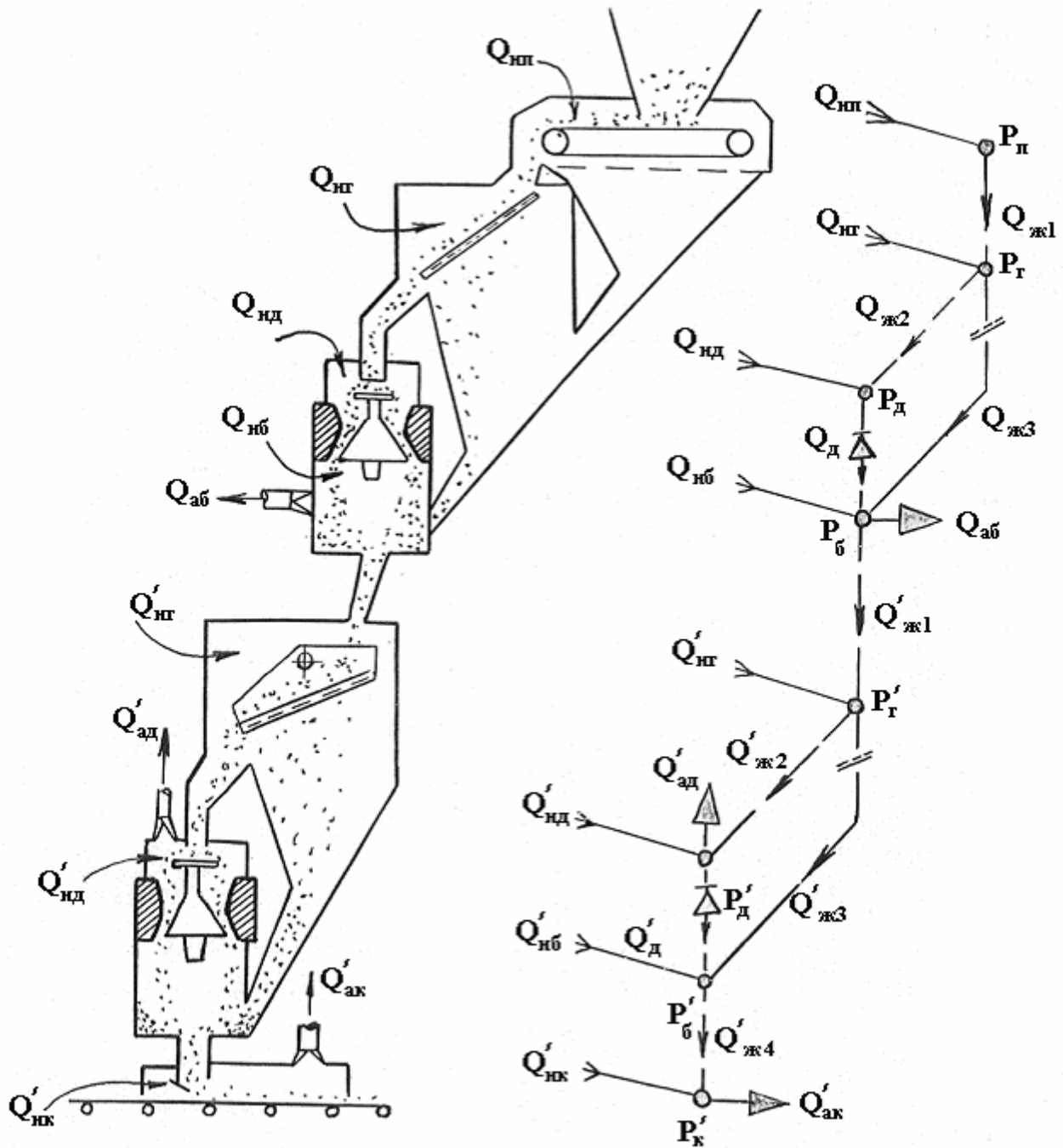


Рис. 5.13. Расчетная схема аспирации каскада конусных дробилок

Порядок выбора схем и расчета объемов аспирации для этих узлов остается прежним. Вначале предполагается, что все укрытия (представленные на аэродинамических аналогах точками слияния воздушных потоков) оборудованы местными отсосами. В укрытиях должно поддерживаться наперед заданное оптимальное разрежение. Определяется расход воздуха в желобах. Для каждого укрытия

(узла слияния) составляется воздушный баланс, откуда определяется производительность местного отсоса. Если окажется расчетный объем аспирации отрицательным, то это значит, что отсос от этого узла не следует предусматривать, разрежение в нем за счет перетекания воздуха по желобам будет поддерживаться не ниже заданного. Уточняется схема аспирации (оставляют местные отсосы с положительными объемами аспирации), и выполняется повторный расчет.

Пусть, к примеру, уточненная схема аспирации будет такой, какой она изображена на рис. 5.13. Составим для всех неаспирируемых укрытий уравнения воздушного баланса:

$$Q_{\text{нп}}(P_{\text{п}}) = Q_{\text{ж1}}(P_{\text{г}} - P_{\text{п}}), \quad (77)$$

$$Q_{\text{нп}}(P_{\text{г}}) + Q_{\text{ж1}}(P_{\text{г}} - P_{\text{п}}) = Q_{\text{ж2}}(P_{\text{д}} - P_{\text{г}}) + Q_{\text{ж3}}(P_{\text{б}} - P_{\text{г}}), \quad (78)$$

$$Q_{\text{нд}}(P_{\text{д}}) + Q_{\text{ж2}}(P_{\text{д}} - P_{\text{г}}) = Q_{\text{д}}(P_{\text{б}} - P_{\text{д}}), \quad (79)$$

$$Q'_{\text{нг}}(P'_{\text{г}}) + Q'_{\text{ж1}}(P'_{\text{г}} - P_{\text{б}}) = Q'_{\text{ж2}}(P'_{\text{д}} - P'_{\text{г}}) + Q'_{\text{ж3}}(P'_{\text{б}} - P'_{\text{г}}), \quad (80)$$

$$Q'_{\text{н0}}(P'_{\text{б}}) + Q'_{\text{д}}(P'_{\text{б}} - P'_{\text{д}}) = Q'_{\text{ж3}}(P'_{\text{б}} - P'_{\text{г}}) + Q_{\text{ж4}}(P_{\text{ж}} - P'_{\text{б}}). \quad (81)$$

Здесь в скобках при расходах воздуха указаны разрежения или их разность, величина которых определяет данный расход.

Система из пяти уравнений содержит пять неизвестных  $P_{\text{п}}$ ,  $P_{\text{г}}$ ,  $P_{\text{д}}$ ,  $P'_{\text{г}}$ ,  $P'_{\text{б}}$  (величины  $P_{\text{б}}$  и  $P'_{\text{д}}$  считаем известными, так как от этих укрытий предусматривается отсос воздуха, обеспечивающий поддержание этих разрежений). Причем первые три уравнения описывают взаимосвязь разрежений в верхней части узла, а последние два – в нижней. Определив величины этих разрежений, несложно найти и соответствующие расходы воздуха. Решением уравнений воздушного баланса для аспирируемых укрытий найдем производительность отсосов воздуха уточненной схемы аспирации рассматриваемого технологического узла. Выполненный расчет реальных схем аспирации промышленных каскадов грохотов и дробилок (табл. 5.1 и 5.2 приложения II) показал удовлетворительное согласование расчетных и измеренных объемов аспирации.

*Особенности расчета при эжекционном нагнетании воздуха по желобам сложной конфигурации.* До сих пор мы изучали простейшие перегрузочные желоба, аэродинамические процессы в которых можно было рассматривать по одной из классических моделей: либо случай потока равномерно распределенных частиц в прямолинейном желобе, либо случай струи частиц в емком желобе.

В практике нередко перегрузка материала выполняется по желобам довольно сложной конфигурации, когда использование единого подхода к описанию эжекции воздуха невозможно. В этих случаях возникает необходимость применения комбинации моделей. Существенную роль при этом играет выбор расчетных параметров потока частиц.

Изменение поперечного сечения свободного потока твердых частиц определяется в основном кинематикой начального выпуска частиц. Процессы соударения частиц, как и движение воздуха, подтекающего к наружной поверхности



потока частиц, играют меньшую роль и потому могут не учитываться. В качестве примера рассмотрим процесс сбрасывания сыпучего материала с приводного барабана ленточного питателя. Пусть положение точки отрыва верхнего слоя частиц от барабана определяется углом  $\alpha'$ , а нижнего слоя – углом  $\alpha''$  (рис 5.14а). Из условия равенства сил давления центробежным силам в точках отрыва имеем соответственно

$$\cos \alpha' = (v'_0)^2 / [g(R + \delta)], \quad \cos \alpha'' = (v''_0)^2 / (gR) = v_n^2 / (gR). \quad (82)$$

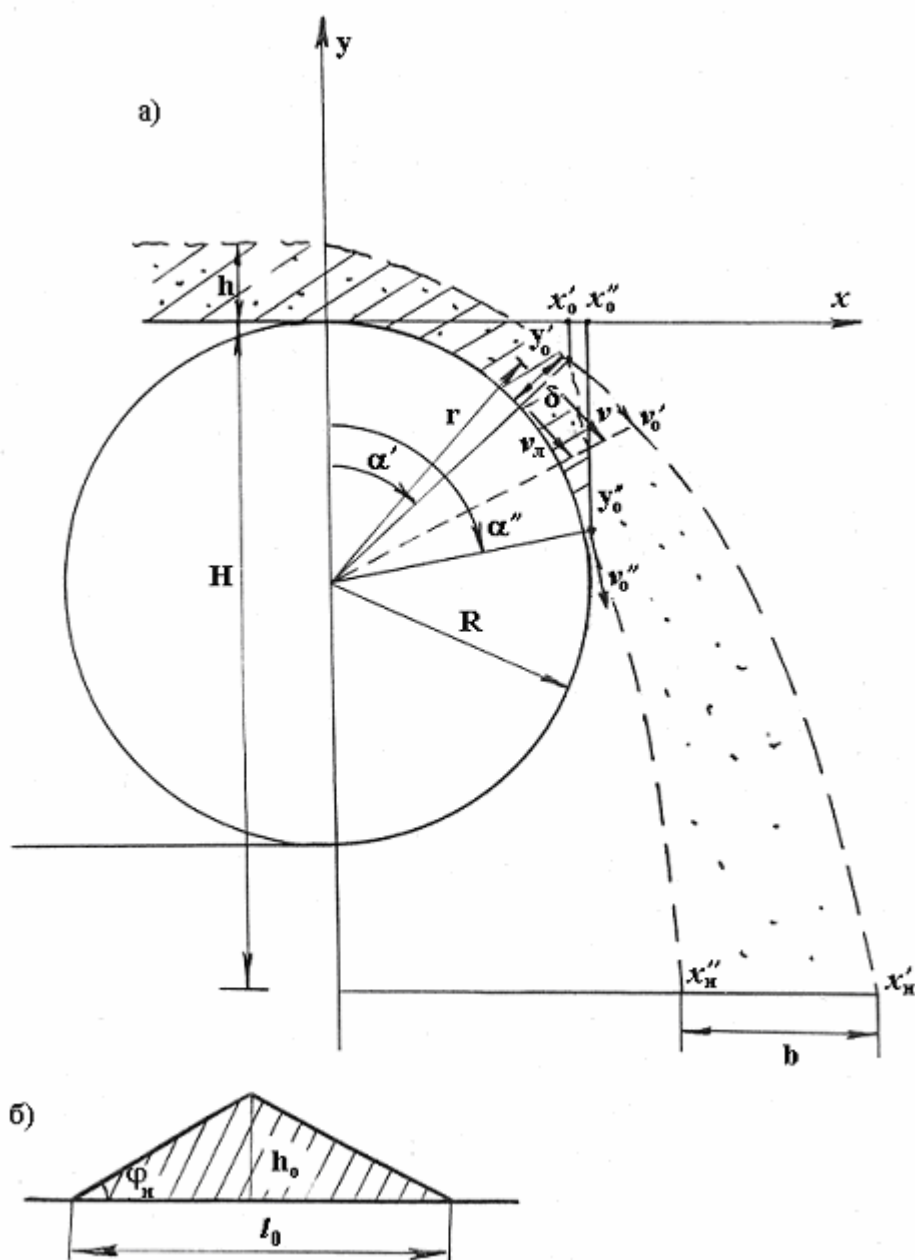


Рис. 5.14. К расчету геометрии струи частиц, сброшенных с приводного барабана конвейера

К этой системе уравнений запишем известное из теоретической механики соотношение для скоростей вращающегося твердого тела

$$\frac{v}{r} = \frac{v_l}{R} = \frac{v'_0}{R + \delta}, \quad (83)$$

а также очевидное соотношение для условия неразрывности потока

$$\int_R^{\delta+R} v dr = v_l h_0, \quad (84)$$

где  $h_0$  – глубина слоя материала на ленте конвейера (рис. 5.14б). При треугольном сечении транспортируемого слоя

$$h_0 = \sqrt{S_c^* / \text{ctg} \varphi_n}, \quad l_0 = 2\sqrt{S_c^* \text{ctg} \varphi_n}, \quad (85)$$

где  $\varphi_n$  – угол насыпки материала на движущуюся ленту конвейера, принимаемый равным 75% от величины угла естественного откоса [125]. Для рыхлых пород  $\varphi_n = 30^\circ$ , и геометрию начального слоя можно рассчитывать по формулам

$$h_0 = \sqrt{S_c^* / \sqrt{3}}, \quad l_0 = 2\sqrt{3}h_0. \quad (86)$$

Из интегрального соотношения (84) найдем

$$\delta = R(\sqrt{1 + 2h_0/R} - 1) \quad (87)$$

или при  $h_0/R \ll 0,5$

$$\delta = h_0(1 - 0,5h_0/R). \quad (88)$$

С учетом соотношения для скоростей (83) соотношение косинусов углов отрыва равно

$$\frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha''} = 1 + \delta/R, \quad (89)$$

т.е.  $\alpha' < \alpha''$ .

Изменение сечения потока сброшенных частиц будет определяться траекториями частиц верхнего и нижнего слоев материала соответственно

$$\left. \begin{aligned} x' &= x'_0 + v'_{0x}t, \\ y' &= y'_0 + v'_{0y}t - 0,5gt^2; \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

$$\left. \begin{aligned} x'' &= x_0'' + v_{0x}'' t, \\ y'' &= y_0'' + v_{0y}'' t - 0,5gt^2, \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

где

$$x_0' = (R + \delta) \sin \alpha'; y_0' = (R + \delta) \cos \alpha' - R; \quad (92)$$

$$x_0'' = R \sin \alpha''; y_0'' = -R(1 - \cos \alpha''); \quad (93)$$

$$v_{0x}' = v_0' \cos \alpha'; \quad (94)$$

$$v_{0y}' = -v_0' \sin \alpha'; \quad (95)$$

$$v_{0x}'' = v_{\perp} \cos \alpha''; \quad (96)$$

$$v_{0y}'' = -v_{\perp} \sin \alpha''. \quad (97)$$

Время падения частиц до уровня  $y = -H$  определяется соответственно

$$t_n' = \frac{v_{0y}'}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{0y}'}{g}\right)^2 + \frac{2(H + y_0')}{g}} \quad (98)$$

для верхнего слоя частиц,

$$t_n'' = \frac{v_{0y}''}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{0y}''}{g}\right)^2 + \frac{2(H + y_0'')}{g}} \quad (99)$$

для нижнего слоя.

Высота поперечного сечения на уровне  $y = -H$ , очевидно, равна

$$b_n = x_n' - x_n'' = x_0' - x_0'' + v_{0x}' t_n' - v_{0x}'' t_n''. \quad (100)$$

Рост ширины поперечного сечения струи происходит со скоростью скатывания частиц по откосу первоначального треугольного сечения. Принимая высоту скатывания равной половине  $h_0$ , имеем

$$v_{cx} = \sqrt{gh_0} \cos \varphi_n \approx \sqrt{0,75gh_0}, \quad (101)$$

и поэтому ширина сечения на уровне  $y = -H$  равна

$$a = l_0 + v_{ck} \cdot t_n = 2\sqrt{\sqrt{3}S_c^* + \sqrt{1,5h_0H}}, \quad (102)$$

где  $t_n = \sqrt{2H/g}$  – время падения частиц.

Принимая сечение по форме эллиптическим, площадь поперечного сечения струи на уровне  $y = -H$  составляет

$$S_c = \pi ab/4. \quad (103)$$

Используя понятие приведенного угла раскрытия струи частиц  $\gamma$

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \left( \sqrt{\frac{4S_c}{\pi}} - \sqrt{\frac{4S_c^*}{\pi}} \right) / H,$$

искомую площадь поперечного сечения струи можем найти по формуле

$$S_c = \frac{\pi}{4} \left( \sqrt{4 \frac{S_c^*}{\pi}} + H \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)^2. \quad (104)$$

В результате проведенных исследований выявлено, что угол раскрытия границ струи материала, высыпаемого из круглого отверстия,  $\gamma = 2 - 4^\circ$ , из цилиндрического патрубка  $\gamma = 1 - 2^\circ$ .

Сложными аэродинамическими расчетами характеризуются две группы промышленных узлов: перегрузки с последовательно сужающимися каналами для спуска материала (рис. 5.15 а, б, в) и перегрузки по расширяющимся желобам и каналам (рис. 5.15 г, д, е). Во всех случаях вначале поток материала в виде свободной струи частиц, эжектируя воздух, подает его к суженному каналу. Здесь происходит либо разделение, либо слияние двух потоков воздуха. Воздушный баланс на входе в узкий канал запишем в виде

$$Q_c + Q_0 = Q_{жс}. \quad (105)$$

Величина расхода воздуха вне свободной струи может быть как положительной (прямоток), так и отрицательной (противоток) в зависимости от знака разности разрежения у входа в канал  $P_{ж}$  и разрежения в верхнем укрытии (укрытия приводного барабана)  $P_1$

$$Q_0 = (P_{жс} - P_1) / \sqrt{R_0 |P_{жс} - P_1|}. \quad (106)$$

Далее идет процесс эжектирования воздуха в суженном канале (желобе). Расход воздуха, поступающего по нему, определяется величиной эжекционного напора  $P_{эж}$  и разностью разрежений по концам этого канала.

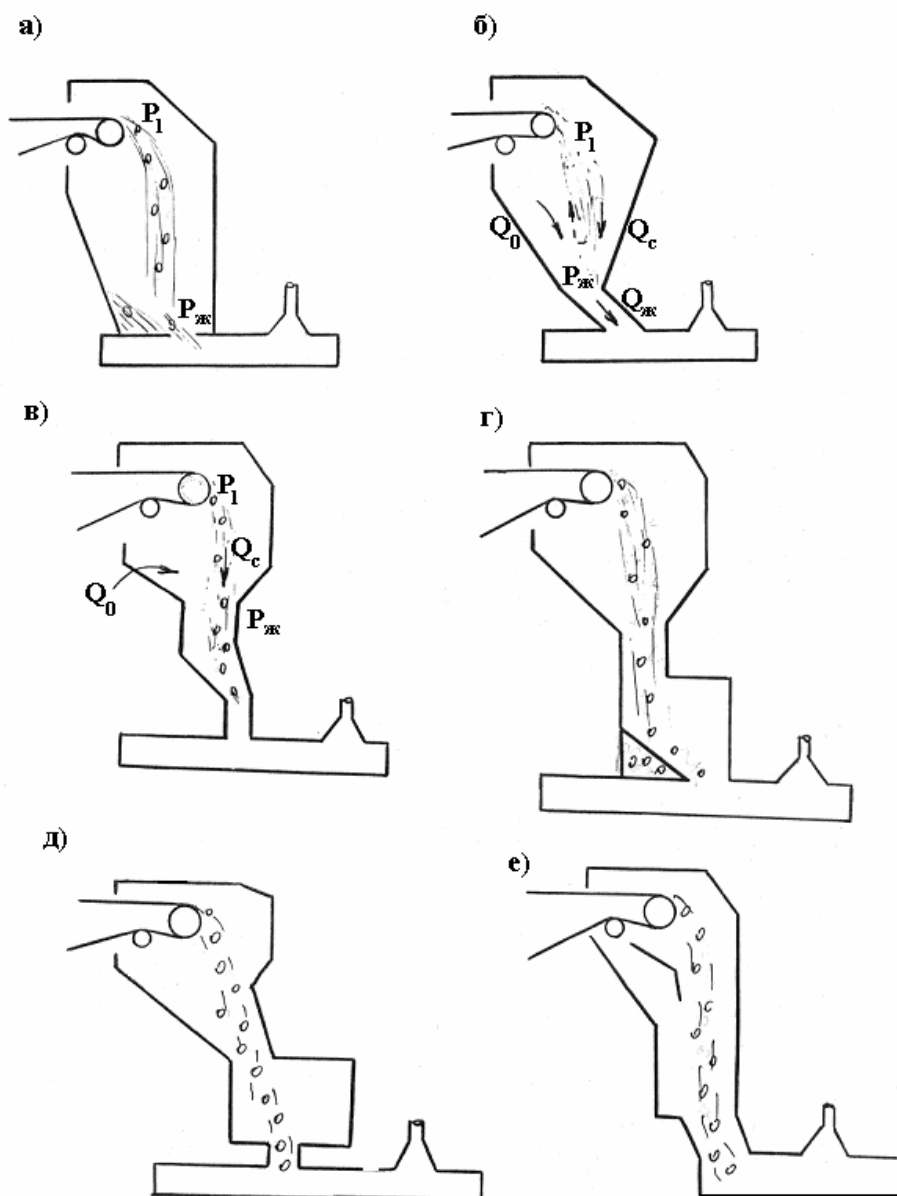


Рис. 5.15. Схемы перегрузок с желобами переменного сечения

$$Q_{ж} = (P_{эж} + P_{к} - P_{ж}) / \sqrt{R_{ж} |P_{эж} + P_{к} - P_{ж}|}, \quad (107)$$

где  $P_{к}$  – разрежение на выходе из канала, Па.

Если выход материала из канала осуществляется в аспирируемом нижнем укрытии, то  $P_{к} = P_2$ . В качестве неизвестных величин здесь выступают  $P_{ж}$ ,  $P_1$ ,  $Q_0$ ,  $Q_{ж}$ , для определения которых имеются три уравнения. Для замыкания системы используем уравнения для расхода воздуха, поступающего через неплотности верхнего укрытия:

$$Q_{ж} = P_1 / \sqrt{R_n |P_1|}. \quad (108)$$

Если материал из первого канала поступает не в аспирируемое укрытие, а в следующий канал, то в качестве неизвестного выступает и величина  $P_k$ . Для замыкания системы записывают последовательно уравнения для расхода воздуха во втором, третьем и последнем каналах, приравнивая их, поскольку величина  $Q_{ж}$  одна и та же.

В случае, когда на стыке смежных каналов имеется неплотность, расход воздуха в этих каналах будет различаться на величину расхода воздуха

$$Q_{нж} = P_c / \sqrt{R_{нж} |P_c|}, \quad (109)$$

где  $P_c$  – разрежение на стыке каналов, Па.

Во второй группе перегрузочных узлов после процесса эжектирования воздуха в суженном канале наступает процесс эжектирования струей материала в расширенном канале, где формируются вновь два параллельных потока воздуха в струе и вне ее. Расчетные зависимости имеют тот же вид, что и для начального участка. Лишь в качестве разрежения  $P_1$  необходимо в формуле (106) использовать  $P_k$  – разрежение на выходе из суженного канала, а если расширенный канал имеет неплотность (рис. 5.14е), то учитывается величина подсоса воздуха при разрежении  $P_k$ . Несмотря на очевидную простоту, расчет расхода воздуха, поступающего по желобам сложной конфигурации, требует большого объема вычислений и немислим без использования ЭВМ. Изложенная методика, являясь по своей сути универсальной, может быть использована также и при расчете ранее рассмотренных простейших перегрузочных узлов.

#### 5.1.4. Расчет воздухообмена в укрытиях быстроходного оборудования

*Молотковые дробилки как вентиляторы.* При больших скоростях перемещения рабочих органов в кожухах и примыкающих к ним желобах возникают воздушные течения, которые также учитываются при выборе схем и объемов аспирации. К машинам, создающим давление внутри укрытий и нашедшим широкое применение в рудоподготовительном производстве, относятся молотковые и роторнобильные дробилки. Ротор этих дробилок в аэродинамическом отношении подобен рабочему колесу центробежных вентиляторов. Направление потока определяется конструктивным оформлением ротора и полости дробилки. Так, при работе роторных и молотковых нереверсивных дробилок поток воздуха направ-

лен сверху вниз (по ходу движения материала). Навстречу падающему материалу воздушный поток направлен при работе молотковых реверсивных дробилок.

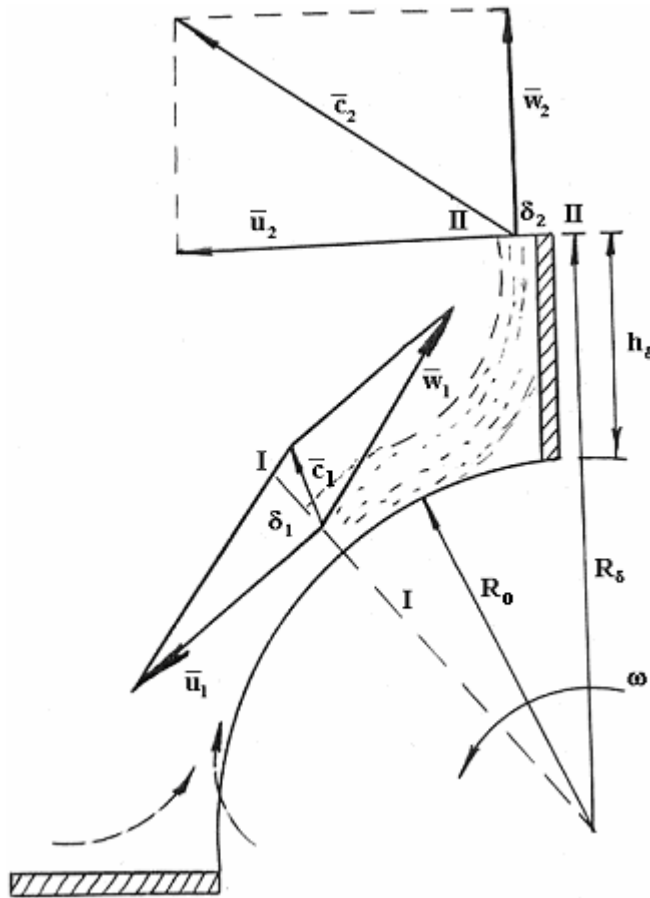


Рис. 5.16. Схема воздушных течений у вращающегося ротора дробилки

Течение в зазоре между двумя смежными билами дробилки (рис. 5.16) можно представить следующим образом. Воздух из кормовой области первой билы и из боковых полостей кожуха дробилки поступает в виде настилающейся плоской струи на барабан и затем отбрасывается лобовой частью следующей билы. При постоянной скорости вращения ротора установившееся, и результирующий момент  $M$  внешних поверхностных и объемных сил относительно оси вращения равен [126]

$$M = \int_{\sigma} r c_u \rho c_n d\sigma, \quad (110)$$

где  $r$  – расстояние от оси вращения, м;  $c_u$  – тангенциальная составляющая скорости воздуха, м/с;  $c_n$  – проекция скорости воздуха на внешнюю нормаль к поверхности  $\sigma$ , ограничивающую рассматриваемый объем среды, м/с.

Применяя это определение к области течения между сечениями I-I и II-II, получим

$$M = \int_{\sigma_i} r_1 c_{1u} \rho c_{1n} b d\delta_1 + \int_{\sigma_{ii}} r_2 c_{2u} \rho c_{2n} b d\delta_2, \quad (111)$$

где  $b$  – длина ротора, м;  $\delta_1, \delta_2$  – толщина воздушного потока соответственно в сечениях I-I и II-II, м.

Заменяя текущее значение окружных составляющих скоростей усредненными величинами

$$c_{1u} \approx \bar{c}_{1u}, c_{2u} \approx \bar{c}_{2u}, \quad (112)$$

а также имея в виду

$$r_1 = R_0, r_2 = R_{\delta}, \quad (113)$$

найдем

$$M = R_0 \bar{c}_{1u} \rho \int_{\sigma_I} \bar{c}_{1n} b d \delta_1 + R_\delta \bar{c}_{2u} \rho \int_{\sigma_{II}} c_{2n} b d \delta_2 \quad (114)$$

или, учитывая, что значения интегралов представляют собой объемный расход  $Q$ , запишем в более компактной форме

$$M = \rho Q (\bar{c}_{1u} R_0 + \bar{c}_{2u} R_\delta). \quad (115)$$

Поскольку относительная скорость потока в сечении I-I практически равна окружной, а в сечении II-II она совпадает с радиальной составляющей

$$\bar{c}_{1u} = 0, \bar{c}_{2u} = u_2, \quad (116)$$

поэтому в нашем случае

$$M = \rho Q R_\delta u_2, \quad (117)$$

и теоретическое давление, создаваемое ротором дробилки как ротором своеобразного вентилятора, равно

$$H_T = \omega M / Q = \rho u_2^2. \quad (118)$$

Также как и для вентиляторов, для роторных дробилок справедливы известные соотношения подобия

$$Q' / [n'(D_2')^3] = Q'' / [n''(D_2'')^3] = c_Q, \quad (119)$$

$$P' / [\rho'(n'D_2')^2] = P'' / [\rho''(n''D_2'')^2] = c_p, \quad (120)$$

используемые при пересчете характеристик центробежных нагнетателей.

Обобщая экспериментальные данные (рис. 5.17), видим, что безразмерные характеристики роторных дробилок согласуются с параболическим законом (на графиках – сплошные линии)

$$\bar{P} = \bar{P}_{\max} - a \bar{Q}^2, \quad (121)$$

где  $\bar{P} = P / H_T$  – отношение полного давления к теоретическому напору, определяемому соотношения (118);  $\bar{P}_{\max}$  – максимальное отношение напоров (при  $\bar{Q} = 0$ );  $\bar{Q} = Q / (\pi R_\delta^2 u_2)$  – безразмерный расход воздуха, нагнетаемого ротором дробилки. Значения  $\bar{P}_{\max}$  и  $a$  зависят от конструктивных особенностей ротора табл. 5.4).

Развиваемый напор тем выше, чем ближе были в аэродинамическом отношении к лопаткам рабочего колеса вентиляторов. В частности, для молотковых



мельниц и дробилок  $\bar{P}_{\max}$  тем выше, чем больше число молотков на роторе. Обработка опытных данных В.П. Осокина [127] показала, что для лабораторной модели самовентилируемой молотковой мельницы

$$\bar{P}_{\max} = 0,125 + 2,3\xi_m m_p \frac{l_m}{l_p}, \quad (122)$$

$$\xi_m = \bar{P}_{\infty} - (\bar{P}_{\infty} - \bar{P}_2)e^{-0,17(m_D-2)}, \quad (123)$$

где  $m_p$  – число рядов молотков;  $l_m$  – ширина молотка, м;  $l_p$  – длина ротора дробилки, м;  $m_D$  – число молотков в одном ряду;  $\bar{P}_2$  – коэффициент давления при  $m_D = 2$  (для модели  $\bar{P}_2 = 0,23$ );  $\bar{P}_{\infty}$  – коэффициент давления при большом числе молотков в ряду (для экспериментальной модели при  $m_D \geq 12, \bar{P}_{\infty} = 0,5$ ).

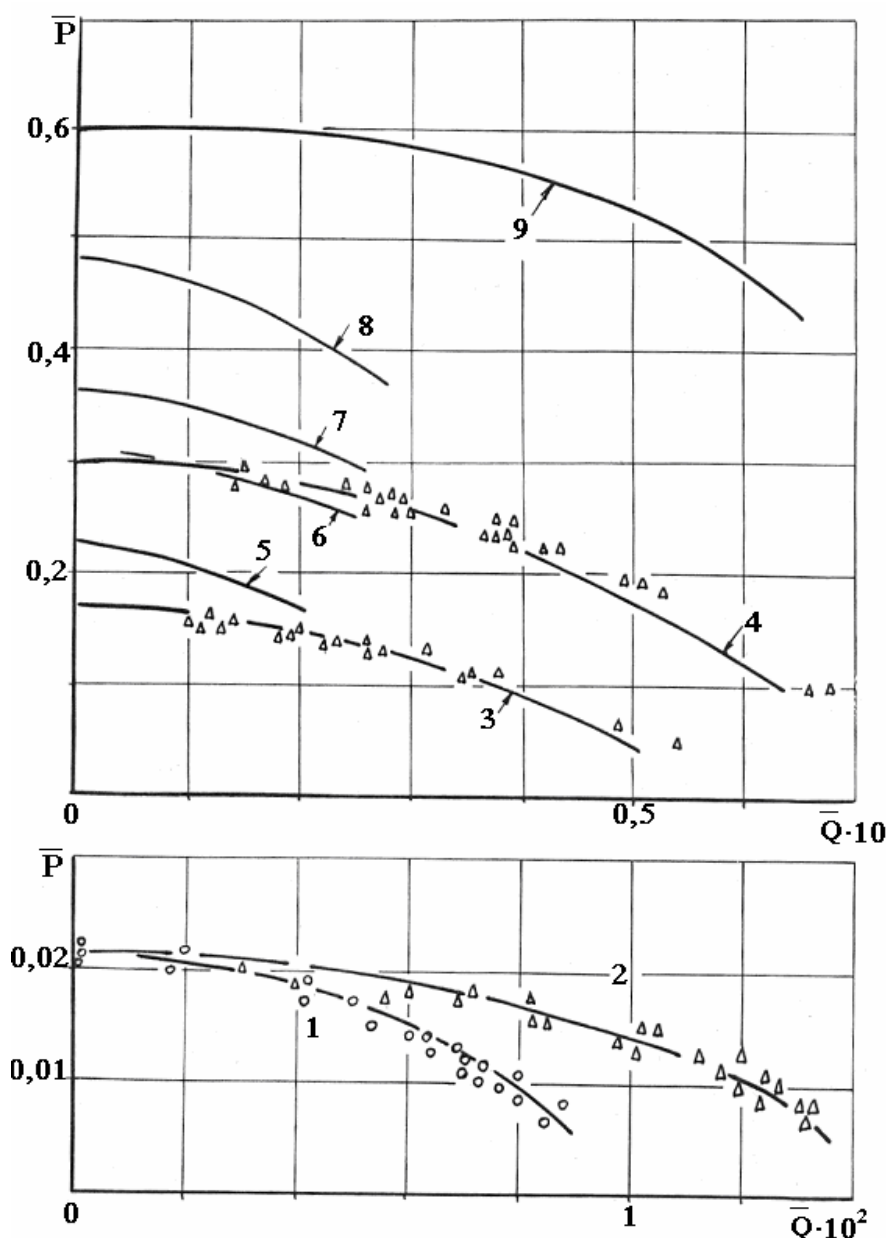


Рис. 5.17. Безразмерные аэродинамические характеристики дробилок.

Опытные данные И.И. Афанасьева, И.Н. Логачева и др.: для молотковой дробилки ЛДМ – 1А  $m_D = 2$ ,  $m_p = 4$  с колосниковой решеткой – кривая 1( $\circ$ ), без решетки – кривая 2( $\Delta$ ); для дезинтегратора СМ -937 с двумя корзинами – кривая 3( $\Delta$ ) и с одной корзиной – кривая 4( $\Delta$ ).

Опытные данные В.П. Осокина для модели самовентилируемой молотковой мельницы  $m_p = 3$  – кривые 5 (при  $m_D = 2$ ), 6 ( $m_D = 4$ ), 7 ( $m_D = 6$ ), 8 ( $m_D = 12$ ). Кривая 9 – характеристика центробежного вентилятора Ц5-31[128].

**Параметры безразмерных аэродинамических характеристик дробилок**

Тип дробилок	$\bar{P}_{\max}$	a
Молотковая дробилка ЛДМ 1-А		
а) с решеткой	0,022	200
б) без решетки	0,022	80
Дезинтегратор СМ-937[129]		
а) с неподвижной корзиной	0,17	50
б) без неподвижной корзины	0,3	50
Модель молотковой мельницы при числе молотков в ряду [127]:		
$m_D = 2$	0,23	150
$m_D = 4$	0,31	150
$m_D = 6$	0,365	150
$m_D = 12$	0,485	150

Для молотковой дробилки ЛДМ-1А были установлены коэффициенты пересчета [129]

$$c_p = \frac{\varphi_{\partial p}}{\rho} \rho_0 m_p m_D l_m / l_p, \quad (124)$$

$$c_Q = c_{\partial p} m_p m_D l_m / l_p, \quad (125)$$

где  $\varphi_{\partial p}, c_{\partial p}$  – коэффициенты пропорциональности, зависящие от степени перфорации решетки  $\sigma$ :

$$\varphi_{\partial p} = 0,0375 + 0,0192 \cos \pi \sigma, \quad (126)$$

$$c_{\partial p} = 0,0133[1 - \exp(-7\sigma^{1,4})], \quad (127)$$

$\rho_0$  – плотность воздуха при 20°C ( $\rho_0 = 1,213 \text{ кг} / \text{м}^3$ ).

В силу (119) и (120)

$$\bar{P} = c_p / \pi^2; \bar{Q} = 4c_Q / \pi^2,$$

тогда с учетом (121) имеем

$$\bar{P}_{\max} = \frac{c_p}{\pi^2} + a \left( \frac{4}{\pi^2} c_Q \right)^2, \quad (128)$$

и безразмерная характеристика этой дробилки

$$\bar{P} = \frac{c_p}{\pi^2} - a \left[ \bar{Q}^2 - \left( \frac{4}{\pi^2} c_Q \right)^2 \right]. \quad (129)$$

*Объемы аспирации.* При работе роторных и молотковых дробилок  $P_{об} \gg P_p$ , и скорость воздуха, нагнетаемого ротором этих дробилок, превышает скорость движения материала. Поток падающих частиц служит дополнительным гидравлическим сопротивлением. При отсутствии материала дробилки нагнетают по прилегающим к ним желобам максимальное количество воздуха. Поэтому расчет расхода аспирируемого воздуха выполняется на наихудший случай, когда оборудование работает на холостом ходу.

Реверсивные молотковые дробилки нагнетают воздух из нижнего укрытия в верхнее, поэтому местный отсос воздуха предусматривается от укрытия питателя. Количество воздуха, поступающего по желобу в укрытие питателя, определяется соотношением

$$Q_{жс} = \sqrt{P_{об} + P_n / R_{жс}}, R_{жс} = \Sigma \zeta \rho / (2S_{жс1}^2); \quad (130)$$

где  $P_{об}$  – давление, развиваемое дробилкой при нагнетании искомого объема воздуха, Па;  $S_{жс1}$  – площадь поперечного сечения верхнего (загрузочного) желоба, м<sup>2</sup>;  $\Sigma \zeta$  – сумма к.м.с. желобов, отнесенная к динамическому напору в верхнем желобе:

$$\Sigma \zeta = \zeta_{жс1} + \zeta_{жс2} \left( \frac{S_{жс1}}{S_{жс2}} \right)^2 + 2,4 \left( \frac{S_{жс1}}{F_{нк}} \right)^2; \quad (131)$$

$P_n$  – разрежение, создаваемое местным отсосом в укрытии питателя, Па;  $\zeta_{жс1}, \zeta_{жс2}$  – коэффициенты местных сопротивлений верхнего и нижнего (разгрузочного) желобов;  $S_{жс2}$  – площадь поперечного сечения нижнего желоба, м<sup>2</sup>;  $F_{нк}$  – площадь неплотностей в укрытии башмака нижнего желоба, м<sup>2</sup>;  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>.

С учетом (121) напор, создаваемый дробилкой, равен

$$P_{об} = P_{max} - \xi Q_{жс}^2, \quad (132)$$

$$\xi = a \rho / \left( \frac{\pi D^2}{4} \right)^2, P_{max} = \bar{P}_{max} \rho (n \pi D)^2, \quad (133)$$

и расчетное соотношение (130) можно представить в виде

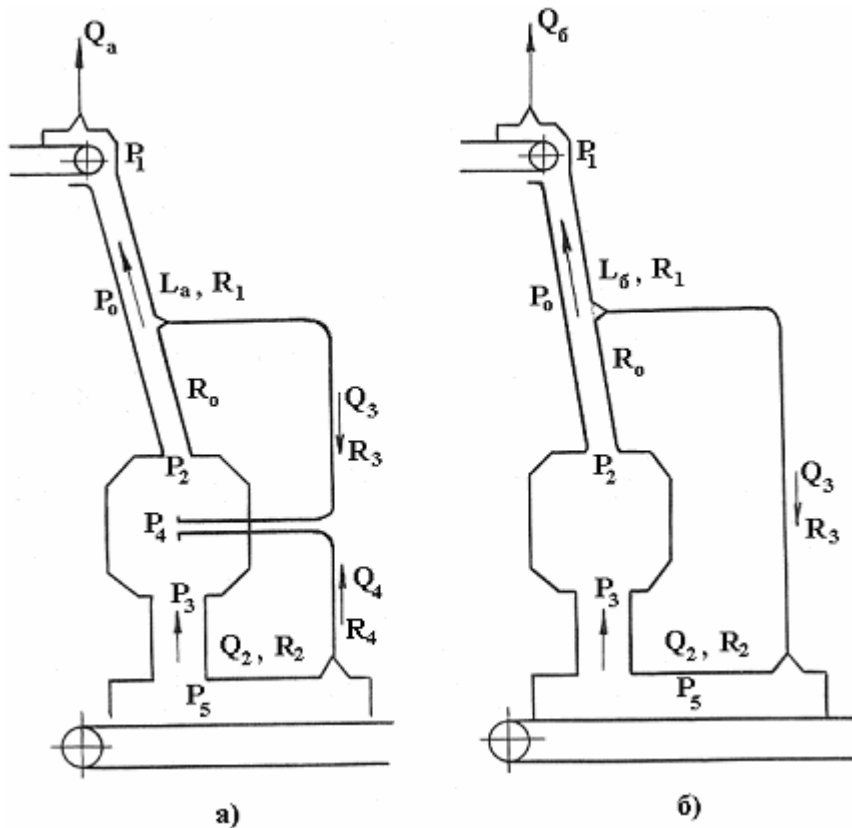
$$Q_{жс} = \sqrt{\frac{P_{max} + P_n}{R_{жс} + \xi}}, \quad (134)$$

где  $n$  – скорость вращения ротора дробилки, об/с;  $D$  – диаметр ротора дробилки с учетом длины молотка, м.

При работе нереверсивных молотковых дробилок в силу асимметричного размещения решетки воздух нагнетается из верхнего желоба в нижний, поступая в аспирируемое укрытие нижнего конвейера. Расчетные формулы имеют аналогичный вид. Аэродинамическая характеристика желобов определяется с учетом суммы к.м.с., отнесенных к динамическому напору воздуха в нижнем желобе, а вместо разрежения в укрытии питателя учитывается оптимальное разрежение в аспирируемом укрытии нижнего конвейера.

Проверка методики расчета при испытаниях промышленных узлов дробления дала удовлетворительные результаты (табл. 6.1 и 6.2 приложения II). Относительное отклонение расчетных объемов аспирации от измеренных не превышает погрешности промышленных экспериментов.

Для уменьшения количества нагнетаемого воздуха область повышенного давления (как правило, это емкость аспирационных укрытий) соединяют воздуховодом с областью разрежения (полостью дробилки у оси ротора). Возникающая при этом внутренняя циркуляция воздуха существенно уменьшает объемы аспирации.



Проанализируем эффект работы обводной системы воздуховодов (байпаса). В общем случае возможны две схемы устройства байпаса (рис. 5.18). Предполагая укрытие дробилки герметичным, запишем очевидные соотношения, связывающие разность давления и расход воздуха.

Для случая, когда дробилка оборудована двумя обводными воздуховодами (рис. 5.18а), имеем:

Рис. 5.18. Схемы аспирации молотковой реверсивной дробилки с системой обводных воздуховодов

$$\left. \begin{aligned} P_0 - P_1 &= R_1 L^2; P_2 - P_0 = R_0 (L + Q_3)^2; \\ P_0 - P_4 &= R_3 Q_3^2; P_5 - P_3 = R_2 (L - Q_4)^2 = R_2 Q_2^2; \\ P_5 - P_4 &= R_4 Q_4^2; P_a - P_5 = R_y L^2, \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

где  $P_a$  – атмосферное давление, Па;  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  – абсолютные давления, Па;  $R_y, R_0, R_1, R_2, R_3, R_4$  – аэродинамические характеристики соответственно неплотностей нижнего укрытия, участков загрузочного и разгрузочного желобов и воздухопроводов, кг/м<sup>7</sup>;  $L$  – расход воздуха, поступающего по загрузочному желобу в аспирируемое укрытие питателя, м<sup>3</sup>/с;  $Q_3, Q_4$  – расход воздуха, циркулирующего в верхнем и нижнем обводных воздухопроводах, м<sup>3</sup>/с.

Как показывают исследования, наибольшее разрежение в корпусе дробилки создается у оси ротора, причем величина его пропорциональна общему напору:

$$P_a - P_4 = \kappa P_{об}. \quad (136)$$

В нашем случае

$$P_{об} = P_{\max} - \xi(Q_3 + L)^2. \quad (137)$$

С учетом (136) и (137) систему (135) перепишем в виде следующей системы уравнений:

$$\hat{P}_1 + P_{\max} = (R_1 + R_y)L^2 + (R_0 + \xi)(L + Q_3)^2 + R_2(L - Q_4)^2; \quad (138)$$

$$\hat{P}_1 = (R_1 + R_y)L^2 + R_4Q_4^2 - R_3Q_3^2; \quad (139)$$

$$kP_{\max} - \hat{P}_1 = k\xi(Q_3 + L)^2 + R_3Q_3^2 - R_1L^2, \quad (140)$$

позволяющих определить расходы воздуха при заданном разрежении в аспирируемом укрытии  $\hat{P}_1$  и при известном конструктивном исполнении дробилки с байпасом.

Из (138) имеем

$$L = \sqrt{\frac{\hat{P}_1 - P_{\max}}{R_{жс} + \xi} - \frac{\xi + R_0}{R_{жс} + \xi} Q_3(Q_3 + 2L) - \frac{R_2}{R_{жс} + \xi} Q_4(Q_4 - 2L)}, \quad (141)$$

$$R_{жс} = R_0 + R_1 + R_2 + R_y, \quad (142)$$

т.е.

$$L < L_{\infty} = \sqrt{\frac{\hat{P}_1 + P_{\max}}{R_{жс} + \xi}}. \quad (143)$$

Таким образом, количество воздуха, нагнетаемого в аспирируемое укрытие, тем меньше, чем больше воздуха циркулирует по системе обводных воздухопроводов. Промышленные испытания аспирации молотковой дробилки ДМРИЭ 1450\*1300 при скорости вращения ротора 985 об/мин показали, что при устройстве верхнего обводного воздуховода ( $\zeta_3 = 3,09$ ) диаметром 400 мм и нижнего ( $\zeta_4 = 1,52$ ) – диаметром вдвое меньшим, количество нагнетаемого воздуха было уменьшено с 3 м<sup>3</sup>/с до 1,6 м<sup>3</sup>/с. Было установлено, что коэффициент  $k \approx 5$ , а  $\xi = 27$ . Аэродинамические характеристики составляли:  $R_0 = 0,2 \text{ кг/м}^7$ ,  $R_1 = 1,4 \text{ кг/м}^7$ ,  $R_2 = 5,625 \text{ кг/м}^7$ ,  $R_y = 5,76 \text{ кг/м}^7$ ,  $R_3 = 117,4 \text{ кг/м}^7$ ,  $R_4 = 924 \text{ кг/м}^7$ ,  $P_{\max} = 358 \text{ Па}$ ,  $\hat{P}_1 = 8 \text{ Па}$ .

Расчетное изменение расходов воздуха с увеличением сопротивления байпаса приведено на рис 5.19 а. Как видно, с уменьшением  $R_3$  и  $R_4$  количество нагнетаемого воздуха заметно снижается. Причем снижение более заметно при работе обоих циркуляционных колец.

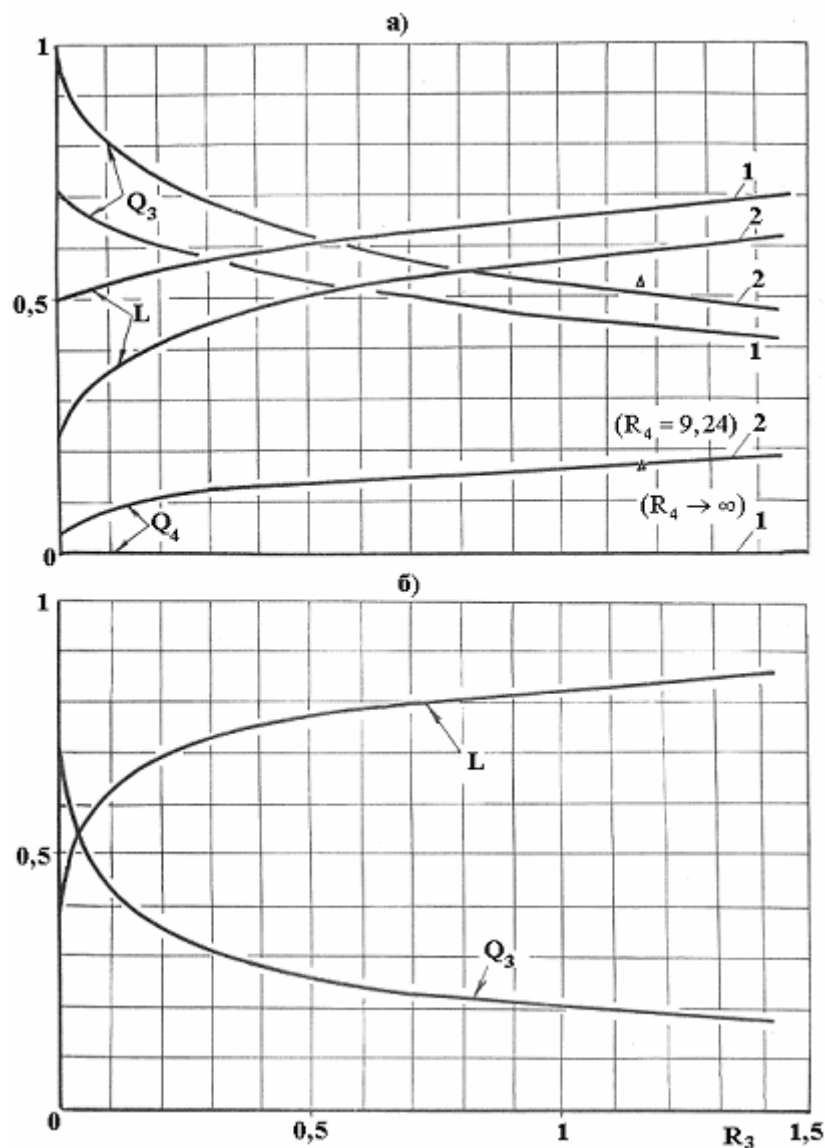


Рис. 5.19. Изменение количества воздуха, нагнетаемого ротором дробилки ДМРИЭ 1450\*1300 ( $n = 16,4 \text{ об/с}$ ) и циркулирующего по обводным воздуховодам по схеме а (1 – при отсутствии нижнего циркуляционного кольца ( $R_4 \rightarrow \infty$ ), 2 – при циркуляции воздуха по верхнему ( $R_3 = \text{var}$ ) и нижнему ( $R_4 = 9,24$ ) кольцам) и по схеме б. Расходы воздуха отнесены к  $L_\infty = 3,03 \text{ м}^3/\text{с}$ , а аэродинамические характеристики к  $R_\infty = 100 \text{ кг/м}^7$ .  $\Delta$  – опытные данные И.И. Афанасьева и др.

Сопоставим результаты со случаем устройства одного воздуховода, соединяющего загрузочный желоб с укрытием башмака разгрузочного желоба. Исходная система уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} P_0 - P_1 &= R_1 L^2; P_2 - P_0 = R_0 (Q_3 + L)^2; P_5 - P_3 = R_2 (Q_3 + L)^2; \\ P_0 - P_5 &= R_3 Q_3^2; P_a - P_5 = R_y L^2, \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

а решение

$$L = \sqrt{\frac{\hat{P}_1 - P_{\max}}{R_{\text{жс}} + \xi} - \frac{(R_1 + R_y)(R_0 + R_2 + \xi)}{(R_{\text{жс}} + \xi)^2} - \frac{R_0 + R_2 + \xi}{R_{\text{жс}} + \xi} Q_3}, \quad (145)$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{(R_1 + R_y)L^2 - \hat{P}_1}{R_3}}. \quad (146)$$

Как видно (рис. 5.19б), количество нагнетаемого воздуха в этом случае меньше, чем при безбайпасной аспирации ( $L < L_\infty$ ), но и выше, чем с двухкольцевым байпасом. Следует иметь в виду, что при дроблении материала за счет увеличения  $R_{ж}$  расход нагнетаемого воздуха может уменьшиться до такой степени, что может наступить условие

$$\hat{P}_5 = R_y L^2 < P_{onm}, \quad (147)$$

когда разрежение в неаспирируемом (нижнем укрытии) станет меньше оптимального ( $P_{onm}$ ) и появится возможность поступления запыленного воздуха в помещение. Поэтому первый случай более надежен, поскольку при двухкольцевом байпасе из нижнего укрытия воздух удаляется как по разгрузочному желобу, так и по нижнему обводному воздуховоду.

## **5.2. Интенсивность пылевыделений и снижение начальной концентрации пыли в аспирируемом воздухе**

### **5.2.1. Источники пылевыделений и их общая характеристика**

По количеству вредностей и сложности борьбы с ними источники пылевыделений фабрик ГОКов можно разделить на три категории.

К первой категории относятся оборудование или отдельные его узлы, при работе которых одновременно выделяется пыль, влага и тепло. Образующиеся при этом паропылевые смеси ухудшают работу вентиляционных систем и, выделяясь в производственные помещения, затрудняют работу обслуживающего персонала. Наиболее характерными источниками пылевыделений первой категории фабрик окомкования являются барабанные охладители обожженных окатышей и грохоты с охлаждением материала водой, ленточные конвейеры, транспортирующие охлажденные окатыши. На агломерационных фабриках паропылевые смеси образуются при охлаждении агломерационной мелочи (возврата) водой в барабанных охладителях, при первичном смешивании шихты и перегрузках охлажденного возврата. К первой категории на обогатительных фабриках относятся источники пылевыделения от оборудования, применяемого в корпусах сушки концентрата, а именно: от сушильных барабанов и от ленточных конвейеров, транспортирующих сушеный концентрат.

Ко второй категории относятся источники одновременного выделения пыли и тепла. Характеризуются они высокой концентрацией пыли в воздухе, отсасываемом от укрытий. Наиболее типичными источниками этой категории являются: узлы загрузки и разгрузки обжиговых машин, охладители, перегрузочные узлы нагретых и сухих материалов, узлы грохочения и транспортировки их.

К третьей категории относится оборудование, при работе которого выделяется сравнительно небольшое количество пыли. Характерными узлами этой категории являются: дробилки, питатели, грохоты, мельницы, сепараторы, а также узлы перегрузки при транспортировке сыпучих материалов.

С применением высокопроизводительного оборудования на фабриках окомкования (ПГОК, МГОК, ЛебГОК, СевГОК) уменьшается не только общее количество источников, но и изменяется их качественная характеристика. Из технологической цепи аппаратов исключаются тракты переработки нагретых влажных материалов – исключаются или значительно сокращаются источники первой категории. А при производстве окатышей на комбинированной установке «решетка – трубчатая печь – охладитель» (ПГОК) уменьшается к тому же число источников второй категории (из схемы цепи аппаратов исключен один из интенсивно пылящих трактов – тракт подачи постели).

*Вынос пыли из аспирационных укрытий.* Унос пыли в аспирационную сеть определяется физико-механическими свойствами перерабатываемого материала, типом и конструктивным выполнением оборудования и укрытий, аэродинамическими параметрами местного отсоса.

В табл. 5.5 приведены усредненные данные о количестве пыли, поступающей в местные отсосы основного технологического оборудования фабрик ГОКов. Наибольший удельный унос материала всеми аспирационными установками характерен для фабрик окускования железной руды и ее концентрата. Что же касается сравнения уноса материала по источникам выделения пыли, то первенство принадлежит источникам первой и второй категории.

Наибольший удельный унос пыли от источников первой категории на фабриках окускования происходит из укрытий барабанных охладителей, грохотов и мест загрузки конвейеров. Для второй категории наибольший удельный унос характерен от укрытий узлов разгрузки агломерационных и обжиговых машин, от укрытий грохотов и узлов мест загрузки конвейеров; для третьей категории – от укрытий молотковых и четырехвалковых дробилок и от укрытий мест загрузки конвейеров.

*Концентрация и дисперсный состав пыли в аспирируемом воздухе.* Концентрация пыли и ее дисперсный состав зависят от ряда факторов: от вида материала и его гранулометрического состава, твердости, влажности, от конструктивного исполнения перегрузочных узлов, от аэродинамических параметров аспирационных укрытий (подвижности воздуха в укрытии, скорости входа воздуха в пылеприемник).

Процесс образования пыли при переработке пылящих материалов настолько сложен, что предпринимаемые исследователями попытки [130-132] дать хотя бы полуэмпирический метод расчета концентрации и дисперсного состава пыли в аспирируемом воздухе до настоящего времени не увенчались успехом. В результате многочисленных исследований в области гидрообеспыливания (например, [133-135]) удалось лишь установить, что главным фактором, снижающим интенсивность выделения пыли, является увеличение влажности материала.



**Унос пыли в аспирационную сеть  
от основного технологического оборудования фабрик ГОКов**

Наименование пылящего оборудования, узла	Производительность, т/ч	Средний объем аспирации, м <sup>3</sup> /ч	Средняя концентрация пыли в асп. воздухе, мг/м <sup>3</sup>	Унос материала	
				кг/ч	удельный, кг/т
<b>Дробильные фабрики</b>					
<b>Источники 3 категории</b>					
Конвейеры (места загрузки)	300	5000	2000	10,0	0,03
Конусные дробилки	250	1500	400	0,6	0,003
Щековые дробилки	300	3000	500	1,5	0,005
Грохоты	200	3400	350	1,2	0,006
Сухие магнитные сепараторы	120	2000	200	0,4	0,003
<b>Окомковательные фабрики</b>					
<b>Источники 1 категории</b>					
Грохоты	450	130000	40000	5200,0	11,5
Барабанные охладители	100	55000	35000	1925,0	19,3
<b>Источники 2 категории</b>					
Конвейеры:					
а) места загрузки	200	8000	5000	40,0	0,2
б) приводные барабаны	150	4000	4500	18,0	0,12
Грохоты	300	100000	20000	2000,0	6,6
Обжиговые машины:					
а) головная часть	400	50000	1000	50,0	0,13
б) хвостовая часть	400	100000	7000	700,0	1,75
<b>Источники 3 категории</b>					
Конвейеры:					
места загрузки	30	1000	70	0,07	0,002
Весоизмерители	3	500	150	0,08	0,026
Смесители шнековые	30	250	120	0,03	0,001
Вибропитатели	3	100	400	0,04	0,013
Дробилки молотковые	200	10000	7000	70,0	0,35
<b>Агломерационные фабрики</b>					
<b>Источники 1 категории</b>					
Барабанные охладители	30	10000	39000	390,0	13,0
Конвейеры:					
а) места загрузки	30	5000	10000	50,0	1,6
б) приводные барабаны	30	4000	8000	32,0	1,1
Барабанные смесители (первичное смешивание)	250	14000	20000	280,0	1,1
<b>Источники 2 категории</b>					
Агломерационные машины					
а) узел загрузки	350	40000	2500	100,0	0,28
б) узел разгрузки	350	150000	10000	1500,0	4,3
Дисковые питатели	30	7500	20000	150,0	5,0
Грохоты	100	50000	7600	380,0	3,8
Конвейеры:					
а) места загрузки	35	8000	7000	56,0	1,6
б) приводные барабаны	35	5000	5000	25,0	0,7
<b>Источники 3 категории</b>					
Конвейеры (места загрузки)	600	4000	530	2,1	0,035
Барaban вторичн. смешивания	100	4000	70	0,3	0,003
Дробилки четырехвалковые	20	5000	800	4,0	0,2
Молотковые дробилки	200	10000	7000	70,0	0,35

Поэтому нами была предпринята попытка обобщения данных натуральных испытаний, приведенных в работах [137, 140]. Результаты этих испытаний, приведенные в табл. 5.6, показывают, что запыленность отсасываемого воздуха колеблется в широких пределах. Поэтому приведенная в графе 9 табл. 5.6 средняя запыленность воздуха может быть использована при выборе пылеуловителей как ориентировочная величина. Наибольшая запыленность характерна для пылящих узлов фабрик окускования.

Дисперсный состав пыли, описанный функциями распределения  $D(d)$  и графически представленный на рис. 5.20 - 5.22 в двойной логарифмической координатной сетке, более стабилен по сравнению с запыленностью и зависит в основном от вида перерабатываемого материала и типа оборудования.

### 5.2.2. Снижение интенсивности пылевыделений

Существующие способы уменьшения запыленности отсасываемого воздуха можно разделить на две группы: пассивные и активные.

К первой группе относятся способы, основанные на выборе рациональных схем размещения пылеприемников, на подборе соответствующих скоростей входа воздуха в пылеприемник, на увеличении емкости аспирационного укрытия. Рекомендации по осуществлению этих способов достаточно полно освещены в специальной литературе и широко используются в практике.

Ко второй группе относятся способы, основанные на снижении интенсивности выделения пыли (увлажнение), на применении укрытий-пылеуловителей. Увлажнение перерабатываемого материала получило широкое распространение при добыче и переработке железных руд. Существует немало рекомендаций по конструктивному исполнению, по выбору схем и параметров увлажнения. Работы в этом направлении применительно к фабрикам ГОКов проводятся, в частности, в лаборатории обеспыливания воздуха при подготовке и переработке металлургического сырья института ВНИИБТГ [141, 142].

Улавливание пыли в аспирационных укрытиях производят за счет специальных устройств, помещаемых внутри укрытий. Первые работы в этом направлении были начаты Свердловским институтом охраны труда (СИОТ), который в 50-х годах прошлого века предложил для мест загрузки конвейеров укрытие с двойными стенками.

Помещаемые внутри обычного укрытия внутренние вертикальные стенки и фартуки способствовали не только снижению общих объемов аспирации, но и заметному уменьшению запыленности отсасываемого воздуха. Дальнейшее совершенствование этих укрытий было выполнено нами в 60-х годах. Вместо вертикальных стенок было предложено внутри обычного укрытия помещать камеру, ограничивающую область падения материала. Запыленность отсасываемого воздуха была снижена в 2,5раза (с  $13,4\text{г/м}^3$  до  $5\text{г/м}^3$ ) [143].

Таблица 5.6

## Концентрация пыли в воздухе, отсасываемом из укрытий пылящего оборудования

Вид материала. Аспирируемый узел	Размер частиц материала, $d$ , мм	Температура частиц, $t_m$ , °C	Влажность материала, $w$ , %	Расход материала, $G_m$ , т/ч	Объем аспирации, $Q$ , м <sup>3</sup> /ч	Удельный объем аспирации, м <sup>3</sup> /т	Концентрации пыли $C$ , мг/м <sup>3</sup>		
							диапазон изменения, $C$	средн., $\bar{C}$	доля (%) случаев с концентрацией $C = (0,5 \div 1,5)\bar{C}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отсос из укрытия места загрузки конвейеров:									
Железная руда (перегрузки с конвейеров, питателей, грохотов)	6-70	20	1-3	50-2000	500-9000	4-70	100-600	300	67
	4-10	20	3-6	150-2000	3500-4000	2-20	60-100	80	100
Железная руда (выгрузка из дробилок)	6-100	20	1-3	70-80	2600-4200	35-60	4500-6000	5800	100
	10-55	20	3-6	70-500	2000-9000	15-70	200-2600	1200	60
Окатыши (готовый продукт)	10-15	70-130	0	80-500	900-20000	4-180	400-20000	5000	40
Окатыши (просыпь, возврат)	3-10	75-250	0	20-100	1000-7500	30-240	800-50000	10000	50
Шихта (концентрат, бетонит, известняк)	0,10	20	6-8	30	1000	33	60-80	70	100
Агломерат	25	150	0	35	8000	230	-	7000	-
Агломерат (возврат)	2-3	50-130	0-4	80-100	1500-7000	20-80	6000-13000	10000	100
Известняк дробленый	1-4	20-150	0-6	60-160	1500-3000	20-30	1500-5500	3500	100
Кокс	1,5-10	20	4-10	15-20	4000-7000	250-500	450-1300	1000	100
Отсос из укрытия приводного барабана конвейера									
Окатыши (готовый продукт)	10-15	70-350	0	80-300	2000-12000	15-50	800-5500	3500	85
Окатыши (просыпь, возврат)	3-10	70-150	0	20-60	1500-3000	30-90	3000-9000	6000	100
Агломерат (возврат)	3	130	0-4	90	5000	60	4000-10000	8000	100
Отсос из укрытия конусной дробилки									
Железная руда	60-80	20	2-4	50-400	1000-2000	3-35	30-800	400	40

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отсос из укрытия щековой дробилки									
Железная руда	80-500	20	2-5	70-500	2000-5000	10-30	150-1000	500	65
Отсос из укрытия грохота									
Железная руда	20	20	3-5	200	3400	17	350	350	-
Окатыши	10-16	70-150	0	100-500	6000-150000	40-300	3000-40000	20000	40
Отсос из укрытия разгрузочной части барабанного охладителя									
Агломерат (возврат)	3	130	0-4	30	5800	160	39000	39000	-
Окатыши	12	150	0-3	100	55000	550	34000	34000	-
Отсос из укрытия разгрузочной части барабана вторичного смешивания									
Шихта агломерационная	1	35	8	100	4000	40	70	70	-
Отсос из укрытия дискового питателя									
Агломерат (возврат)	3	500	0	30	7500	250	20000	20000	-
Отсос из укрытия пластинчатого питателя									
Окатыши	16	130	0	100	3700	37	2800	2800	-
Отсос из укрытия вибропитателя									
Окатыши	12	150	0	350	8300	24	14500	14500	-
Отсос из укрытия весоизмерителя									
Известняк измельченный	0,1	20	0-1	3-5	150-500	50-100	70-150	110	100
Бетонит измельченный	0,1	20	0-1	2-3	300-700	150-230	60-500	170	65
Отсос из укрытия шнекового смесителя									
Шихта (концентрат, бетонит, известняк)	0,1	20	6-8	30	170-350	6-15	70-180	120	100
Отсос из укрытия вибропитателя									
Бетонит измельченный	0,1	20	0-1	2-3	100	30-50	100-1000	400	65
Отсос из укрытия головной части обжиговой машины									
Окатыши	12	100	0	100-400	10000-50000	100-150	200-3000	1000	40
Отсос из укрытия, примыкающего к горну зоны сушки №1 обжиговой машины									
Окатыши	12	-	-	100-400	5000-10000	25-50	200-1000	500	30
Отсос из укрытия хвостовой части обжиговой машины									
Окатыши	12	200	0	100-400	20000-100000	200-250	2000-20000	7000	60
Отсос из бункера охладителя обжиговой машины									
Окатыши	12	200	0	400	100000	250	5100	5100	-
Отсос из бункеров постели									
Окатыши	12	100	0	100-300	3000-6000	20-30	2000-14000	8000	50
Отсос из погрузочных бункеров									
Окатыши	12	100-500	0	400-600	3000-10000	10-30	5000-20000	10000	40

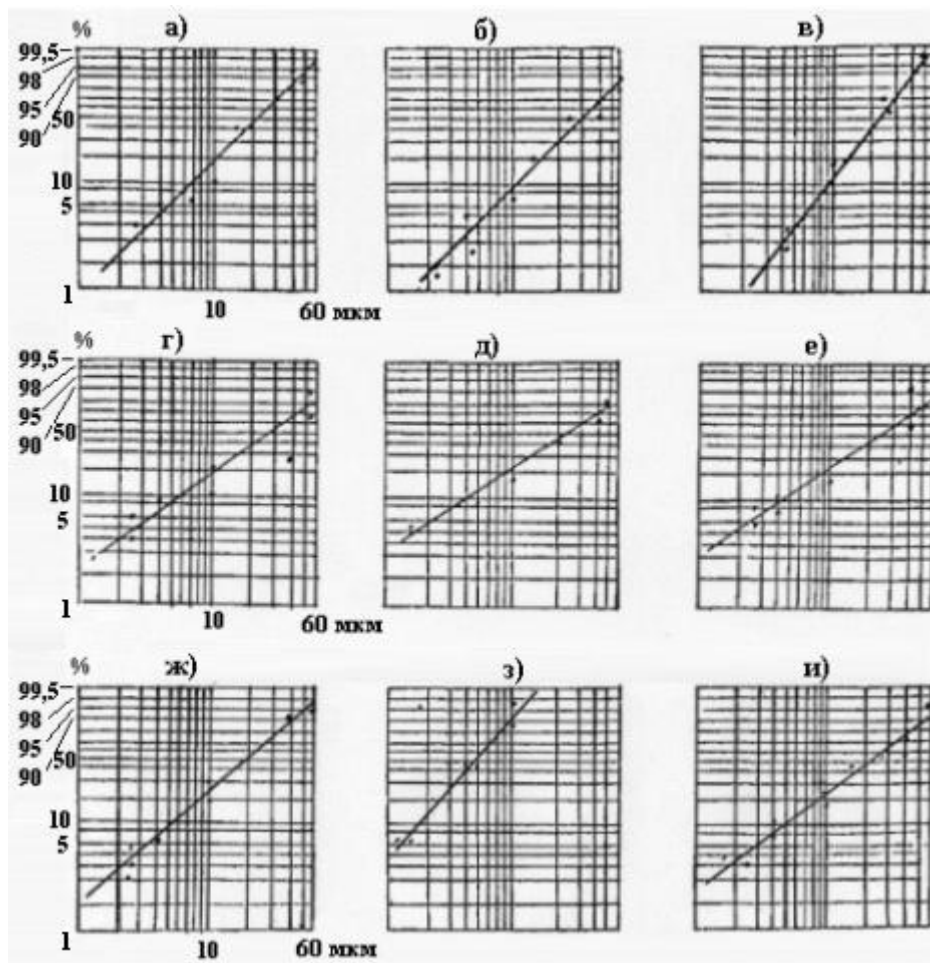


Рис. 5.20. Дисперсный состав пыли в воздухе, аспирируемом из укрытий конвейеров:

а) железная руда ( $d - 0.7...71$  мм,  $w - 1,2...4\%$ ,  $u_{вх} - 1,7...3,4$  м/с);

б) известняк ( $d - 0...25$  мм,  $w - 0...6\%$ ,  $u_{вх} - 1,4...3,5$  м/с);

в) агломерат ( $d - 0...20$  мм,  $w - 0...2\%$ ,  $u_{вх} - 3...3,8$  м/с);

г) аглоруда ( $d - 4,5...6,5$  мм,  $w - 2,5...6\%$ ,  $u_{вх} - 1...1,2$  м/с);

д) коксовая мелочь и антрацитовый штыб ( $d - 0...1,1$  мм,  $w - 4...10\%$ ,  $u_{вх} - 1,2$  м/с);

е) окатыши (просыпь:  $d - 9$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 1,4...1,5$  м/с);

ж) окатыши (постель:  $d - 12$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 1,4...2,0$  м/с);

з) окатыши (постель:  $d - 10...14$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 3,8...7,2$  м/с);

и) окатыши (готовый продукт:  $d - 10...12$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 1,1...1,3$  м/с).

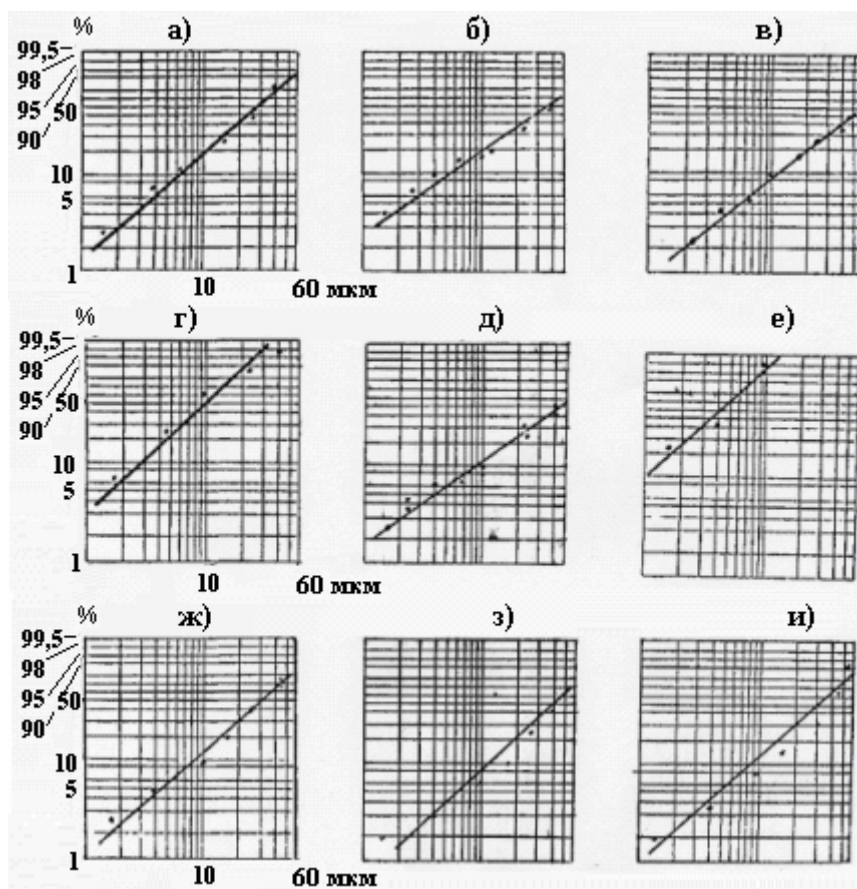


Рис. 5.21. Дисперсный состав пыли в воздухе, аспирируемом из укрытий технологического оборудования фабрик окомкования:

а) обжиговая машина, узел загрузки (окатыши:  $u_{вх} - 6,5...7,4$  м/с);

б) обжиговая машина, узел разгрузки (окатыши:  $d - 12...14$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 4,0$  м/с);

в) барабанный охладитель (окатыши:  $d - 12...14$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 8,5$  м/с);

г) грохот (окатыши:  $d - 12...14$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 7,1$  м/с);

д) бункер (окатыши:  $d - 12...14$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 1,0...2,0$  м/с);

е) перегрузка бентонита, полупромышленная установка ВНИИБТГ ( $d - 0,1$  мм,  $w - 0...1\%$ ,  $u_{вх} - 0,4$  м/с);

ж) вибропитатель (бентонит:  $d - 0,1$  мм,  $w - 0...1\%$ ,  $u_{вх} - 0,4$  м/с);

з) весоизмеритель (известняк:  $d - 0,1$  мм,  $w - 0...1\%$ ,  $u_{вх} - 0,4$  м/с);

и) весоизмеритель (бентонит:  $d - 0,1$  мм,  $w - 0...1\%$ ,  $u_{вх} - 0,35...0,8$  м/с).

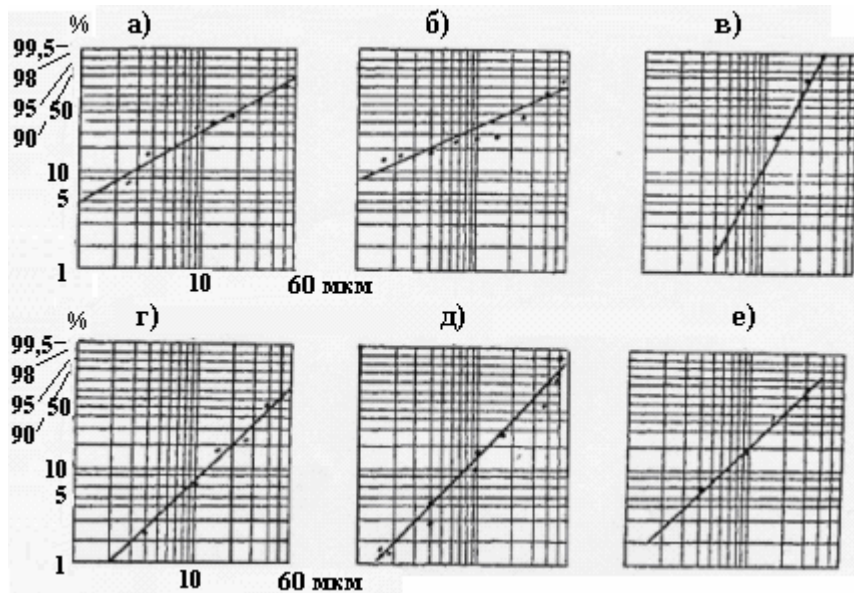


Рис. 5.22. Дисперсный состав пыли в воздухе, аспирируемом из укрытий технологического оборудования обогатительных и агломерационных фабрик:

- а) конусная дробилка (железная руда:  $d - 60 \dots 100$  мм,  $w - 3\%$ ,  $u_{вх} - 3 \dots 3,5$  м/с);
- б) сепаратор магнитный 4<sup>х</sup> барабанный (концентрат:  $d - 0,1$  мм,  $w - 8\%$ ,  $u_{вх} - 2,4$  м/с);
- в) барабан вторичного смешивания (шихта агломерационная:  $d - 1,0$  мм,  $w - 8\%$ ,  $u_{вх} - 2,7$  м/с);
- г) дисковый питатель (возврат агломерата:  $d - 3,0$  мм,  $w - 0$ ,  $u_{вх} - 2,5$  м/с);
- д) агломерационная машина, узел загрузки (шихта:  $u_{вх} - 5,4 \dots 14,5$  м/с);
- е) барабанный охладитель (возврат:  $d - 3$  мм,  $w - 0 \dots 4\%$ ,  $u_{вх} - 2,8$  м/с).

Дальнейшим шагом в направлении уменьшения уноса материала может служить применение во внутренней камере насадки с пеной [144]. Эффективность пылезadržания при подаче пены в укрытие достигает 80% [141]. Применение каскада решеток с пеной в укрытии питателя молотковой дробилки [145] позволило уменьшить запыленность в 360 раз (с  $9\text{г}/\text{м}^3$  до  $24\text{мг}/\text{м}^3$ ) [146]. Сделана попытка уменьшить унос материала в аспирационную сеть путем применения мокрых укрытий-пылеуловителей. Для этого внутри обычных укрытий помещены форсунки с желобчатыми каплесборниками [147] или смачиваемые вертикальные пластины с каплесборниками [148]. Исследования [141] показали, что эффективность осаждения пыли при перегрузке нагретого влажного возврата составляет 37-52%, а при перегрузке руды – 46-66%.

Таким образом, применение пены как средства снижения запыленности отсасываемого воздуха дает наибольший эффект. Область применения этого способа, однако, в настоящее время ограничена технологическими требованиями к перерабатываемому материалу, дороговизной пенообразующих веществ и усложнением эксплуатации. С учетом наметившейся в последнее время тенденции «сухого» пылеулавливания заслуживают более пристального внимания сухие укрытия-пылеуловители. Так, размещение в укрытии лишь воздухораспределительных пластин снижает запыленность отсасываемого воздуха почти вдвое [141].

Дальнейшая интенсификация сухих процессов осаждения пыли в укрытии и уменьшение начальной запыленности аспирируемого воздуха, по-видимому, должна идти в направлении конструктивного изменения перегрузочных желобов с целью снижения интенсивности выделения пыли (например, уменьшение аэрирования потока порошкообразных материалов – измельченного известняка и

бентонита) и в направлении использования иных физических процессов (помимо чисто инерционных) осаждения пыли (например, использование магнитных полей).

*Изменение валовых выделений пыли в зависимости от конструктивных и технологических параметров перегрузочного узла.* Запыленность отсасываемого воздуха зависит от многих факторов, в том числе и от конструкции перегрузочных желобов. Конструктивное оформление перегрузочных узлов особенно сказывается при перегрузках порошкообразных материалов (например, измельченного бентонита и известняка). Главными конструктивными параметрами, оказывающими влияние на процесс выделения пыли, являются угол наклона и высота желобов.

Исследования пылеобразования при перегрузке порошкообразных материалов проводили на лабораторном стенде, общий вид которого представлен на рис. 5.23. Исследуемый материал – измельченный известняк и бентонит влажностью соответственно 0,25 и 5,3%. Требуемый расход материала обеспечивался набором шайб, установленных на шибере 2, перекрывающем выходное сечение бункера. Материал по желобу 3 поступал в приемный бункер 4. Отбор проб пыли во всех случаях производился в одной точке, расположенной на расстоянии  $a = 500$  мм,  $b = 250$  мм от источника пылеобразования.

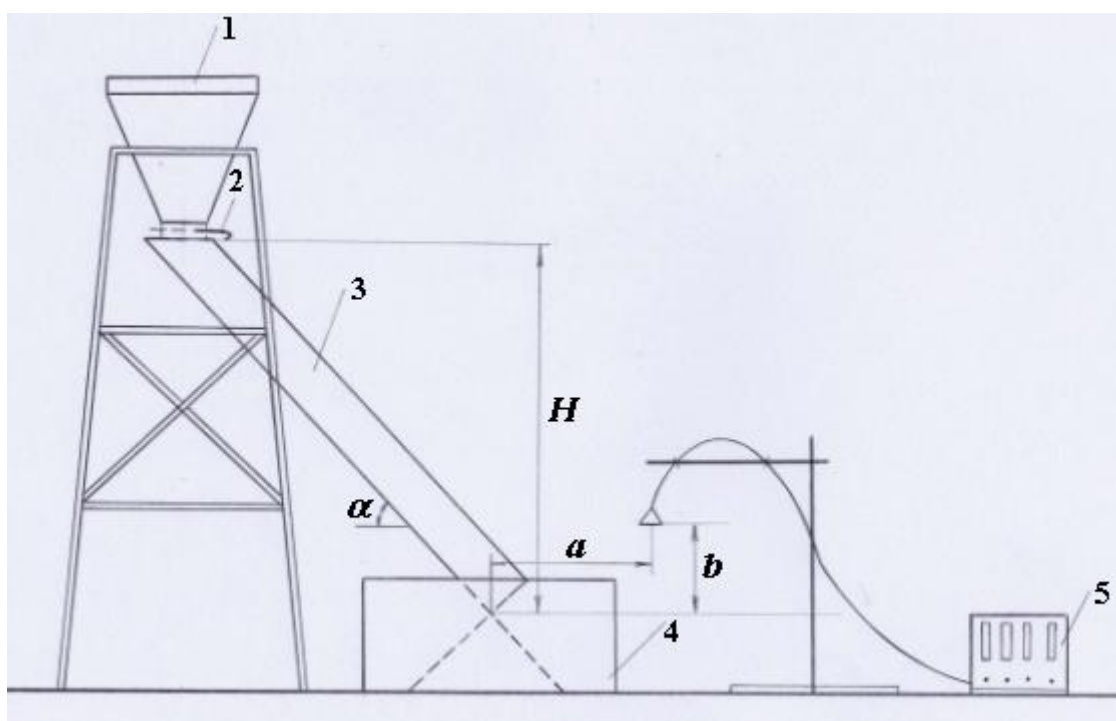


Рис. 5.23. Лабораторный стенд для исследования пылеобразования при перегрузке измельченных материалов: 1 – загрузочный бункер; 2 – регулирующий шибер; 3 – перегрузочный желоб; 4 – приемный бункер; 5 – воздуходувка

В процессе проведения экспериментов высота перепада материала изменялась от 0,5 и до 1,5 м с интервалом 0,5 м, а угол наклона желоба составлял 35, 45, 60, 75, и 90°. При обработке опытных данных за характерную величину запыленности воздуха приняли  $C_0 = 1000$  мг/м<sup>3</sup>, высоту перепада  $H_0 = 3,0$  м.

Угол  $\alpha$  определялся по следующей формуле:

$$\alpha = (\alpha_n - \alpha_e)\pi / 180, \quad (148)$$

где  $\alpha_n$  – угол наклона желоба, град.;  $\alpha_e$  – угол естественного откоса, град. (для бентонита  $\alpha_e = 32^\circ$ , для известняка  $\alpha_e = 34^\circ$ ).

Таблица 5.7

**Интенсивность пылевыведения при перегрузках измельченного бентонита ( $W = 5,3\%$ ,  $d_{cp} = 52,5\text{мкм}$ ,  $\rho_m = 2400 \text{ кг/м}^3$ ) и известняка ( $W = 0,25\%$ ,  $d_{cp} = 52,5\text{мкм}$ ,  $\rho_m = 2600 \text{ кг/м}^3$ )**

Высота перепада материала, м	Угол наклона желоба, град.	Расход материала, кг/с	Средняя запыленность воздуха, мг/м <sup>3</sup>	
			при перегрузке бентонита	при перегрузке известняка
1	2	3	4	5
0,5	35	0,13	182	63
0,5	35	0,20	450	127
0,5	45	0,13	263	185
0,5	45	0,20	520	230
0,5	60	0,13	420	213
0,5	60	0,20	1160	280
0,5	75	0,13	660	270
0,5	75	0,20	1810	476
0,5	90	0,13	833	225
0,5	90	0,20	1873	580
1,0	35	0,13	160	130
1,0	35	0,20	570	150
1,0	45	0,13	425	143
1,0	45	0,20	1214	214
1,0	60	0,13	610	342
1,0	60	0,20	1900	416
1,0	75	0,13	792	463
1,0	75	0,20	2500	575
1,0	90	0,13	1150	545
1,0	90	0,20	3010	753
1,5	35	0,13	692	115
1,5	35	0,20	653	195
1,5	45	0,13	1023	220
1,5	45	0,20	1840	234
1,5	60	0,13	1276	346
1,5	60	0,20	2382	556
1,5	75	0,13	1440	743
1,5	75	0,20	2950	812
1,5	90	0,13	1554	803
1,5	90	0,20	4700	1222

Результаты экспериментов (табл.5.7) выявили, что при одном и том же расходе материала запыленность воздуха резко возрастает с увеличением высоты перепада материала и угла наклона желоба:

$$C / C_0 = a\alpha^m (H / H_0)^B, \quad (149)$$



где для бентонита  $a = 2,93$ ;  $n = 0,47$ ;  $b = 0,85$  при расходе  $0,13$  кг/с и  $a = 5,11$ ;  $n=0,57$ ;  $b = 0,66$  при расходе  $0,2$  кг/с; для известняка соответственно  $a = 0,95$ ;  $n=0,39$ ;  $b = 0,63$  и  $a = 1,14$ ;  $n = 0,38$ ;  $b = 0,48$ .

Так, например, при увеличении угла наклона от  $35$  до  $90^\circ$  при перегрузке бентонита с расходом  $0,2$  кг/с и высоте перепада  $0,5$  м запыленность воздуха возросла в  $4$  раза (с  $450$  мг/м<sup>3</sup> до  $1873$  мг/м<sup>3</sup>), а при высоте перепада  $1,5$  м запыленность воздуха возросла в  $7$  раз (с  $653$  мг/м<sup>3</sup> до  $4700$  мг/м<sup>3</sup>).

Объясняется это тем, что при увеличении угла наклона в результате динамического взаимодействия твердых частиц и эжектируемого воздуха происходит аэрирование потока материала подобно тому, как это происходит в быстроточках. Общий поток материала делится на локальные струйки, пылевидные частицы отрываются от общего потока и запыляют окружающий воздух. Аналогичная картина была получена и на перегрузках опытно-промышленной установки. Испытывались для сравнения два перегрузочных узла: перегрузка порошкообразного материала по спиральному желобу и по вертикальному призматическому желобу. Исследования проводили на измельченном бентоните (влажностью  $W = 0,64\%$ ) и известняке ( $W = 3,29\%$ ). Угол наклона винтовой линии в спиральном желобе составлял  $\alpha = 40^\circ$ , наружный диаметр –  $700$  мм, ширина спирали –  $90$  мм, высота борта спирали –  $50$  мм, высота желоба  $H = 1,5$  м. Исследования проводились по известным методикам и включали аэродинамические замеры и отбор пылевых проб при постоянном расходе материала ( $G = 0,05$  кг/с).

Таблица 5.8

**Результаты исследования пылевыделений при перегрузке известняка (в числителе) и бентонита (в знаменателе)**

Объем аспирации, м <sup>3</sup> /с	Разрежение в укрытии, Па	Скорость входа в пылеприемнике, м/с	Скорость воздуха в укрытии, м/с	Скорость воздуха в желобе, м/с	Концентрация пыли, мг/м <sup>3</sup>	Унос материала, г/с	Удельный унос материала, г/кг
А) по винтовому желобу							
0,10	2	0,35	0,39	0,14	$\frac{70}{110}$	$\frac{0,007}{0,011}$	$\frac{0,14}{0,2}$
0,28	16	0,96	1,06	0,43	$\frac{450}{570}$	$\frac{0,13}{0,15}$	$\frac{2,6}{3,0}$
0,45	40	1,45	1,69	0,70	$\frac{1400}{2800}$	$\frac{0,61}{1,2}$	$\frac{12,2}{24,0}$
0,53	56	1,73	1,97	0,80	$\frac{2500}{3000}$	$\frac{1,32}{1,5}$	$\frac{26,4}{30,0}$
Б) по вертикальному желобу							
0,23	2	0,48	0,64	2,1	$\frac{300}{1100}$	$\frac{0,06}{0,26}$	$\frac{1,2}{5,2}$
0,50	10	1,06	1,40	4,5	$\frac{500}{5700}$	$\frac{0,25}{2,89}$	$\frac{5,0}{57,8}$
0,71	24	1,48	1,97	6,1	$\frac{3600}{12000}$	$\frac{2,55}{8,55}$	$\frac{51}{170}$
0,82	44	1,72	2,20	6,7	$\frac{6100}{166000}$	$\frac{26,0}{13,6}$	$\frac{100}{266}$

Запыленность воздуха, отсасываемого из укрытия места выгрузки материала, в обоих случаях увеличивалась при увеличении объемов аспирации (табл.5.8). Замечена зависимость запыленности воздуха от скорости входа в пылеприемник (рис.5.24). При одинаковых условиях при перегрузках бентонита запыленность выше, чем известняка, что объясняется большей влажностью последнего.

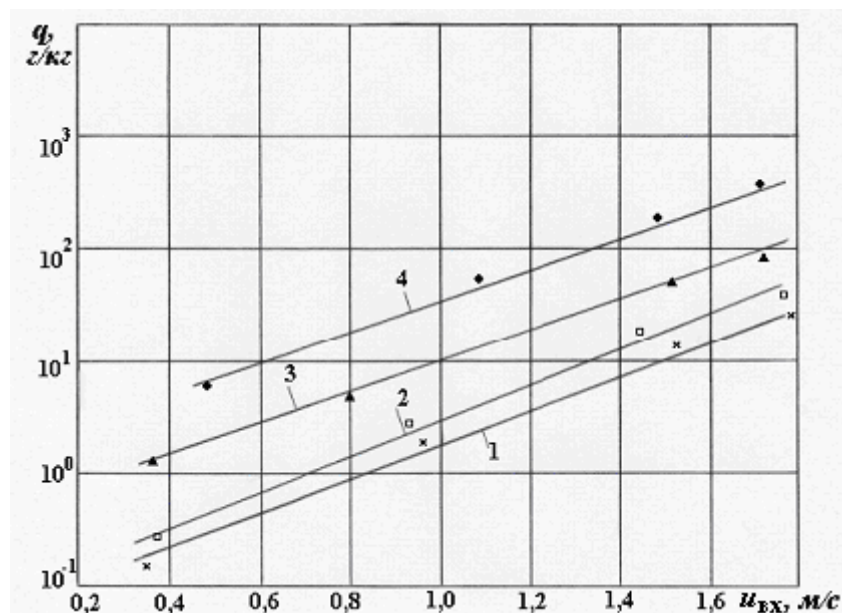


Рис. 5.24. График изменения удельного уноса пыли от скорости входа в пылеприемник:  
 1(x) - перегрузка известняка по винтовому желобу;  
 2(•) - перегрузка бентонита по винтовому желобу;  
 3(□) - перегрузка известняка по вертикальному желобу;  
 4(•) - перегрузка бентонита по вертикальному желобу.

Для одного и того же материала интенсивность выделения пыли при перегрузке по спиральному желобу намного ниже по сравнению с вертикальной перегрузкой по призматическому желобу. Запыленность в первом случае ниже при оптимальном разрежении в укрытии ( $P_y = 2\text{Па}$ ) в 5-10 раз. Несколько ниже запыленность в этом случае и по сравнению с наклонным желобом. Однако, учитывая громоздкость спирального желоба, при обычных перегрузках (с конвейера на конвейер) следует использовать наклонные желоба с минимальной высотой свободного падения порошкообразного материала при загрузке в желоб и при выгрузке из него. Спиральные желоба могут найти применение при перегрузках с конвейера в бункеры.

Апробация этого способа была осуществлена нами в шихтовом отделении фабрики окомкования ССГОКа [150]. На этой фабрике загрузка измельченного известняка в бункеры осуществляется с ленточных конвейеров плужковым сбрасывателем. Высота падения материала при загрузке зависит от степени заполнения бункеров и достигает 4 м. При этом загружаемый материал образует свободную гравитационную струю мелкодисперсных частиц, что приводит к интенсивному пылеобразованию и уносу материала в аспирационную сеть. Обеспыливание бункеров известняка обжиговых машин 1-8 осуществляется однотипными индивидуальными аспирационными установками, каждая из которых обслуживает два бункера.

Промышленные испытания были проведены на аспирационной установке АТУ-20, обслуживающей бункера № 20, 21.

Для уменьшения интенсивности процесса образования пыли и снижения уноса материала в аспирационную сеть по нашему предложению бункер № 21 был оборудован загрузочным устройством в виде спиралеобразного спуска с углом наклона винтовой линии  $\alpha = 40^\circ$ . Как показали результаты натурных испытаний (табл.5.9), унос материала в аспирационную сеть из бункера известняка № 21 при загрузке с помощью спиралеобразного спуска снизился более чем в 1,5 раза.

Таблица 5.9

**Результаты промышленных испытаний местных отсосов аспирационной установки АТУ-20**

Наименование местного отсоса	Диаметр отсасывающего воздуховода, мм	Размеры пылеприемника, м × м	Скорость воздуха, м/с		Объем аспирации, м <sup>3</sup> /ч	Запыленность аспирруемого воздуха, мг/м <sup>3</sup>	Количество уносимого материала, г/ч
			в воздуховоде	в пылеприемнике			
От бункера №20	250	1,2x0,6	10,7	0,72	1900	-	-
От бункера №21	250	1,2x0,6	12,0	0,81	2100	1100*	2300*
						1810	3800
После пылеуловителя	350		13,8		4800		

\* В числителе приведены данные при загрузке бункера с помощью спирального желоба, в знаменателе – без желоба.

Заметное отклонение эффекта по сравнению с лабораторными экспериментами объясняется тем, что спиральный желоб был выполнен лишь на одну треть общей глубины бункера №21.

Из технологических факторов, определяющих интенсивность выноса пыли из потока сыпаемого материала, основным является расход материала. Проанализируем это на примере загрузки бункеров измельченным материалом.

Рассматривая механизм выноса пыли из емкостей типа бункеров, можно выделить три этапа:

- выделение пыли в процессе ссыпания материала;
- осаждение выделившейся пыли в аспирируемом бункере;
- удаление пыли из бункера местным отсосом.

На первом этапе в результате механического разлома слоя материала в момент его сбрасывания с ленты, последующего разрушения потока при столкновении его со стенками загрузочного желоба или другими элементами (например, с решеткой, установленной на входе в загрузочный желоб) и динамического взаимодействия потока материала и воздуха происходит разрушение аутогезионных связей между частицами и взметывание их в эжектируемом воздушном потоке. В результате подтекания воздуха к струе материала взвешенные частицы не покидают поток по всей высоте падения за исключением конечного участка. Здесь в месте укладки частиц в слой материала

происходит отделение эжектируемого воздуха и вынос взвешенных частиц (рис.5.25).

Пусть концентрация взвешенных частиц в этом потоке воздуха  $C_3$ , тогда интенсивность выделения пыли будет

$$q = C_3 Q_3, \quad (150)$$

где  $Q_3$  – расход эжектируемого воздуха, м<sup>3</sup>/с.

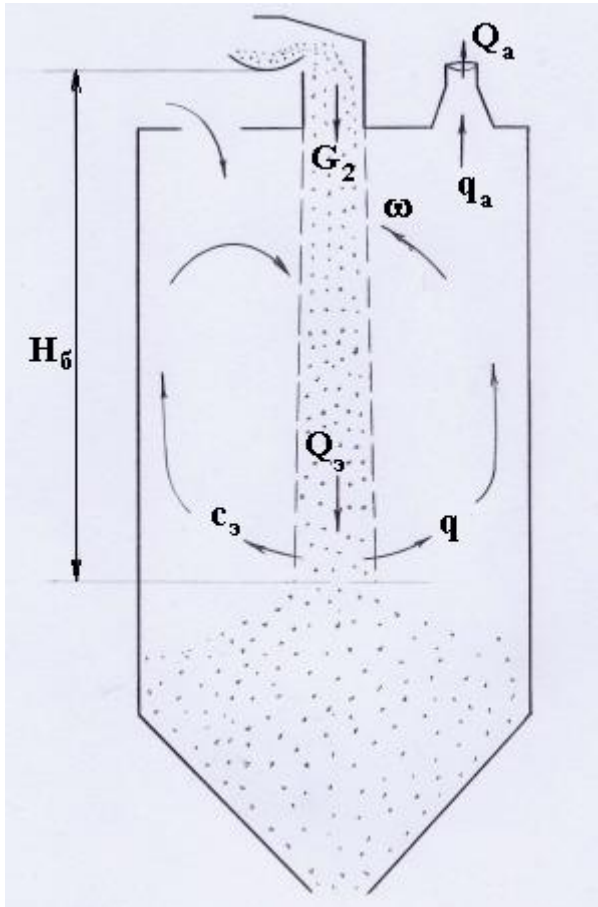


Рис. 5.25. К анализу выноса пыли из бункера при загрузке его сыпучим материалом

Можно предположить, что концентрация  $C_3$  зависит от влажности материала  $\omega$  (%), объемной концентрации частиц материала в потоке  $\beta$  и от отношения аэродинамических сил к силе тяжести частицы.

Известно, что зависимость концентрации пыли от влажности носит экспоненциальный характер [151, 135], а с высотой падения или объемной концентрацией запыленность воздуха связана степенной зависимостью типа (149). Таким образом, можем записать:

$$C_3 = K \cdot e^{-\alpha\omega} \beta^m \left( R / P_q \right)^n, \quad (151)$$

где  $K, \alpha$  – коэффициенты пропорциональности,  $R$  – аэродинамическая сила, равная

$$R = \Psi \frac{\pi d^2}{4} \frac{V^2}{2} \rho, \quad (152)$$

$P_q$  – вес частицы, равный

$$P_q = \frac{\pi d^3}{6} \rho_q g, \quad (153)$$

$\Psi$  – коэффициент сопротивления частицы;  $d$  – эквивалентный диаметр частицы, м;  $V$  – скорость потока частиц, м/с;  $\rho, \rho_q$  – плотность воздуха и частицы соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $m, n$  – константы.

На втором этапе выделившаяся пыль выносится воздушными течениями в верхнюю часть бункера. При этом крупнодисперсная ее часть выпадает на слое материала или на стенках бункера с эффективностью  $\eta$ .

На третьем этапе пыль из верхней части бункера удаляется местным отсосом (либо через неплотности, если отсос отсутствует). Расход удаляемой пыли, очевидно, равен

$$q_a = (1 - \eta)q . \quad (154)$$

Таблица 5.10

**Концентрация пыли в воздухе, аспирируемом от бункеров  
бентонита и известняка фабрики окомкования ССГОКа**

Аспирируемый узел	Объем аспирации, м <sup>3</sup> /с	Концентрация пыли в воздухе, г/м <sup>3</sup>	Расход пыли, г/с	Расход материала, кг/с	Удельный вынос пыли, г/кг
<b>Бентонит</b>					
Плужковый сбрасыватель бункера 31	0,363	1,78	0,64	0,086	7,6
Плужковый сбрасыватель бункера 31	0,295	2,27	0,67	0,086	7,9
Плужковый сбрасыватель бункера 31	0,121	0,84	0,102	0,086	1,2
Плужковый сбрасыватель бункера 30	0,08	1,43	0,115	0,83	1,4
Плужковый сбрасыватель бункера 29	0,076	4,14	0,315	0,83	3,8
Плужковый сбрасыватель бункера 28	0,17	2,15	0,366	0,83	0,44
Бункер 31	0,976	0,63	0,615	0,14	4,3
Бункер 31	0,924	0,12	0,111	0,14	0,8
Бункер 30	1,36	0,38	0,517	0,83	0,62
Бункер 29	1,39	2,31	3,21	0,83	3,9
Бункер 28	1,3	0,87	1,13	0,83	1,4
<b>Известняк</b>					
Плужковый сбрасыватель бункера 31	0,192	2,56	0,49	0,61	0,8
Плужковый сбрасыватель бункера 31	0,138	2,95	0,41	0,61	0,67
Плужковый сбрасыватель бункера 31	0,186	1,18	0,22	0,61	0,4
Плужковый сбрасыватель бункера 30	0,12	1,31	0,157	1,66	0,1
Плужковый сбрасыватель бункера 29	0,134	0,78	0,105	1,66	0,06
Плужковый сбрасыватель бункера 28	0,15	0,52	0,078	1,66	0,05
Бункер 31	1,34	1,63	2,184	2,05	1,1
Бункер 31	1,22	1,28	1,56	2,05	0,8
Бункер 31	0,61	0,33	0,202	2,05	0,1
Бункер 31	0,208	0,19	0,04	2,05	0,02
Бункер 19	0,34	1,97	0,67	1,66	0,41
Бункер 16	0,41	4,3	1,76	2,7	0,6
Бункер 15	0,33	1,7	0,551	2,7	0,2
Бункер 14	0,34	1,05	0,357	2,7	0,13
Бункер 13	0,5	0,44	0,22	2,7	0,08
Бункер 7	0,24	0,62	0,149	1,66	0,09

Полагая, что проскок частиц мал,

$$1 - \eta = A \frac{R}{P_q}, \quad (155)$$

где  $A$  – коэффициент пропорциональности, а также учитывая, что

$$\begin{aligned} \beta &= G / \rho_q V S_{cmp}, \\ Q_{\text{э}} &= \varphi V S_{cmp}, \end{aligned} \quad (156)$$

можем (154) с учетом (150)-(153) переписать в виде

$$\frac{q_a}{G} = B G^{m-1} H_{\text{б}}^{1.5+n-m/2} e^{-\alpha \omega}, \quad (157)$$

где

$$B = AKS_{cmp}^{1-m} \frac{\varphi}{\rho_q^m} (2g)^{\frac{1-m}{2}} \left( \frac{3\psi\rho}{2d\rho_q} \right)^{n+1}, \quad (158)$$

$H_{\text{б}}$  – высота ссыпания материала, м;  $G$  – расход материала в ссыпаемом потоке, кг/с;  $S_{cmp}$  – площадь поперечного сечения струи материала, м;  $\varphi$  – отношение скорости эжектируемого воздуха к скорости потока материала.

Обратимся к эксперименту. Данные промышленных испытаний местных отсосов от бункеров известняка и бентонита, выполненных нами в цехе по производству окатышей ССГОКа, представлены в табл. 5.10 и свидетельствуют о том, что запыленность отсасываемого воздуха и соответственно потери материала при аспирации изменяются в широких пределах, указывая на многофакторную зависимость их от физико-механических свойств материала и конструктивного оформления перегрузочных узлов.

Заметно, что потери известняка меньше потерь бентонита, потери в большей степени зависят от трех основных факторов: расхода материала, высоты ссыпания и влажности.

Специально выполненные исследования на бункерах №31 и №32 (табл. 5.11, 5.12) показали, что потери бентонита на порядок выше потерь известняка, причем первостепенную роль играет расход перегружаемого материала.

Обработка результатов опытных данных показала, что потери (в %) могут быть оценены по эмпирической зависимости типа:

$$\frac{q_a}{G} = B G^{-a} H_{\text{б}}^{\nu} \exp(-\alpha \omega), \quad (159)$$

где  $B$ ,  $a$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$  – параметры, равные соответственно для бентонита:  $B = 0,347$ ;  $a = 0,822$ ;  $\nu = 0,0977$ ;  $\alpha = 0,176$ ; для известняка:  $B = 0,037$ ;  $a = 0,398$ ;  $\nu = 1,0859$ ;  $\alpha = 4,46$

Таблица 5.11

## Вынос пыли при аспирации бункера известняка

Расход известняка, кг/с	Высота ссыпания, м	Влажность известняка, %	Расход отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /с	Запыленность воздуха, г/м <sup>3</sup>	Удельный вынос пыли, г/кг
1,50	2,5	0,14	0,262	5,33	0,93
1,56	3,3	0,16	0,217	2,55	0,35
0,86	3,0	0,16	0,217	2,19	0,55
0,45	2,5	0,23	0,260	0,80	0,46
0,28	2,5	0,23	0,260	1,46	1,36
0,88	2,5	0,23	0,260	1,69	0,50
1,00	3,0	0,08	0,260	2,48	0,64
1,55	2,7	0,05	0,260	1,63	0,27
0,37	2,5	0,05	0,260	1,20	0,84
0,90	2,2	0,05	0,260	0,83	0,24
1,13	2,2	0,05	0,260	0,94	0,22
0,47	1,1	0,05	0,260	0,68	0,38
0,44	4,0	0,12	0,211	1,40	0,67
0,24	3,6	0,12	0,211	2,22	1,95
1,45	4,0	0,12	0,211	4,67	0,68
1,00	1,5	0,07	0,278	1,83	0,51
0,47	1,4	0,07	0,278	2,28	1,35
1,00	2,2	0,17	0,200	2,22	0,44
2,00	1,8	0,17	0,200	4,93	0,49
1,33	1,4	0,17	0,200	3,37	0,51
0,07	3,2	0,07	0,289	1,04	4,55
0,66	2,6	0,07	0,289	1,78	0,78
2,00	2,3	0,07	0,289	4,27	0,62
4,00	2,0	0,07	0,289	4,50	0,33
0,57	1,3	0,07	0,289	3,02	1,53
0,57	2,0	0,20	0,314	0,09	0,05
1,00	1,3	0,20	0,314	0,10	0,03
0,88	2,0	0,20	0,314	0,01	0,004
2,00	2,7	0,20	0,267	7,98	1,06
0,80	2,5	0,20	0,267	4,59	1,53
0,36	2,5	0,20	0,267	3,34	2,48
1,23	3,0	0,23	0,275	2,74	0,61
2,66	2,3	0,23	0,275	3,21	0,33
0,88	2,1	0,23	0,275	1,40	0,44
0,57	2,5	0,23	0,275	0,92	0,44
0,80	2,5	0,11	0,272	2,13	0,72
2,86	1,3	0,11	0,272	4,53	0,46
0,26	1,5	0,11	0,272	0,68	0,71
0,66	2,8	0,09	0,289	3,90	1,70
3,8	2,4	0,09	0,289	5,39	0,41
2,66	2,6	0,10	0,289	10,96	1,19
2,00	2,0	0,10	0,161	4,44	0,36

Потери материала при аспирации бункеров тем выше, чем меньше расход материала, больше высота ссыпания и меньше влажность материала. Максимально зафиксированные величины потерь достигают 4% от расхода для бентонита и 0,45 % для известняка.

Выгрузка измельченных материалов из бункеров, как правило, производится на слой влажного концентрата. При этом для предотвращения взметывания выгружаемого слоя бентонита или известняка при дальнейшем транспортировании может быть с успехом использован простой способ укладки

слоя пылящего материала внутрь слоя влажного концентрата. Разработанное для этого нами устройство [152] размещается внутри аспирируемого укрытия места загрузки ленточного конвейера и состоит из двух формирующих элементов, устанавливаемых до и после загрузочного желоба (рис. 5.26).

Таблица 5.12

**Вынос пыли при аспирации бункера бентонита**

Расход бентонита, кг/с	Высота ссыпания, м	Влажность бентонита, %	Расход отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /с	Запыленность воздуха, г/м <sup>3</sup>	Удельный вынос пыли, г/кг
0,125	3,0	1,5	0,185	3,77	5,60
0,060	2,0	7,1	0,180	3,26	9,78
0,230	2,1	7,1	0,180	5,62	4,40
0,260	3,9	2,1	0,180	28,56	19,77
0,052	3,5	2,1	0,180	11,81	40,90
0,610	3,0	2,1	0,180	13,33	3,93
0,220	3,2	1,4	0,180	7,57	6,19
0,400	3,0	1,4	0,180	9,80	4,41
0,480	2,7	1,4	0,180	14,13	5,30
0,068	3,4	3,4	0,180	9,19	24,30
0,395	2,9	3,4	0,180	15,92	7,25
0,280	2,8	3,4	0,180	11,37	7,30
0,074	2,8	3,7	0,180	9,13	22,20
0,242	2,6	3,7	0,180	16,02	11,9
0,410	2,4	3,7	0,180	15,06	6,60
4,000	2,1	4,2	0,228	1,53	0,09
0,660	2,6	4,2	0,228	1,20	0,40
0,100	2,6	4,2	0,228	1,51	3,44
0,180	1,9	2,3	0,153	5,27	4,50
0,800	2,0	2,3	0,153	24,03	4,60
0,280	2,3	2,3	0,153	7,69	4,20
0,400	2,5	2,3	0,153	25,31	9,70
1,000	2,3	2,7	0,147	25,14	3,70
0,720	2,5	2,7	0,147	28,18	5,80
0,360	2,7	2,7	0,147	17,82	7,29
0,500	2,3	4,7	0,150	8,01	2,40
1,000	2,4	4,7	0,150	13,80	2,10
0,400	2,6	4,7	0,150	7,30	2,70
0,440	2,7	4,7	0,150	5,62	1,90
0,800	2,8	4,7	0,150	9,75	1,80
0,330	3,0	4,7	0,150	8,88	4,00
0,066	1,1	1,7	0,150	6,07	13,80
0,500	1,3	1,7	0,150	20,14	6,00
0,470	1,4	1,7	0,150	21,02	6,70
0,160	1,5	1,7	0,150	16,67	15,60
1,600	1,9	3,0	0,161	23,10	2,30
0,195	2,5	3,0	0,161	19,98	16,50
0,330	2,5	3,0	0,161	10,99	5,36
0,610	1,9	5,1	0,161	14,85	3,90
0,420	2,0	5,1	0,161	16,05	6,20
0,530	2,2	5,1	0,158	12,33	3,70
2,220	2,3	5,1	0,158	16,64	1,20

Формирующий элемент (рис.5.27) состоит из двух пластин 6, армированных снизу прорезиненной лентой 7. Для регулирования ширины борозды и глубины



погружения формирующий элемент снабжен регулировочными гайками 14 и пружинами 15 для придания жесткости конструкции.

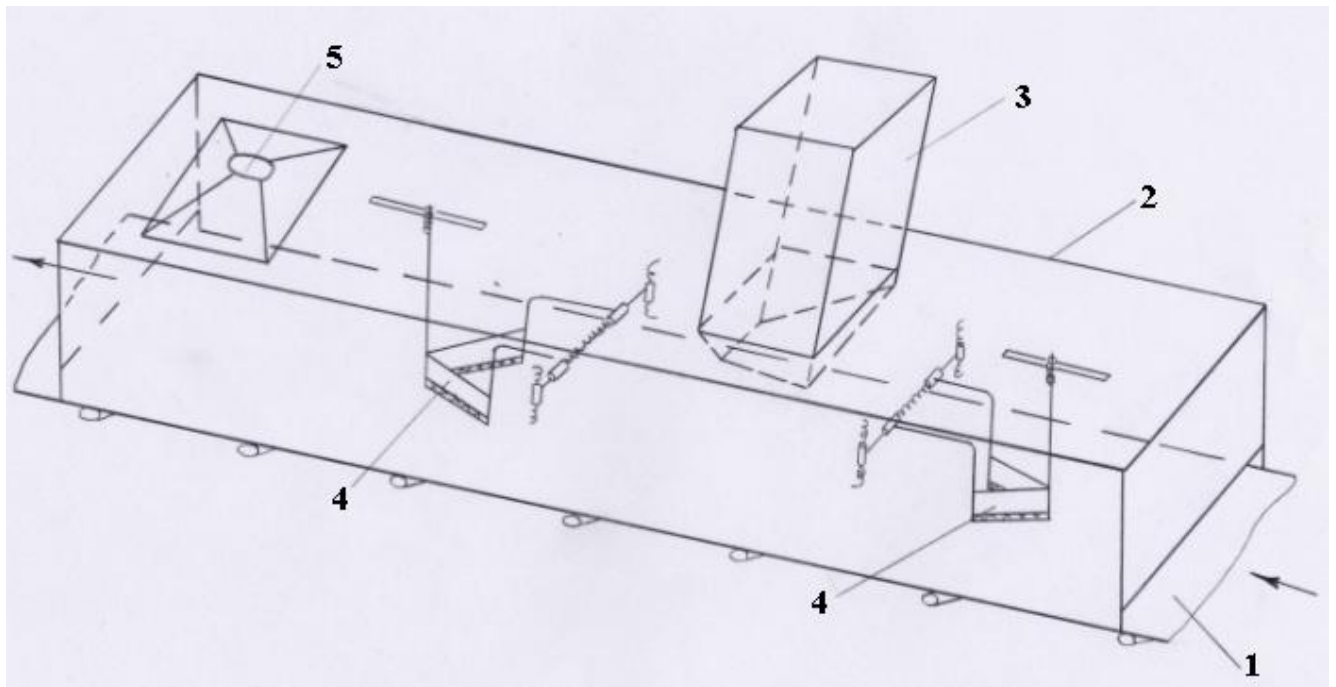


Рис.5.26. Схема расположения формирующих элементов в укрытии ленточного конвейера:  
 1 – ленточный конвейер; 2 – аспирационное укрытие; 3 – загрузочный желоб;  
 4 – формирующий элемент; 5 – аспирационная воронка

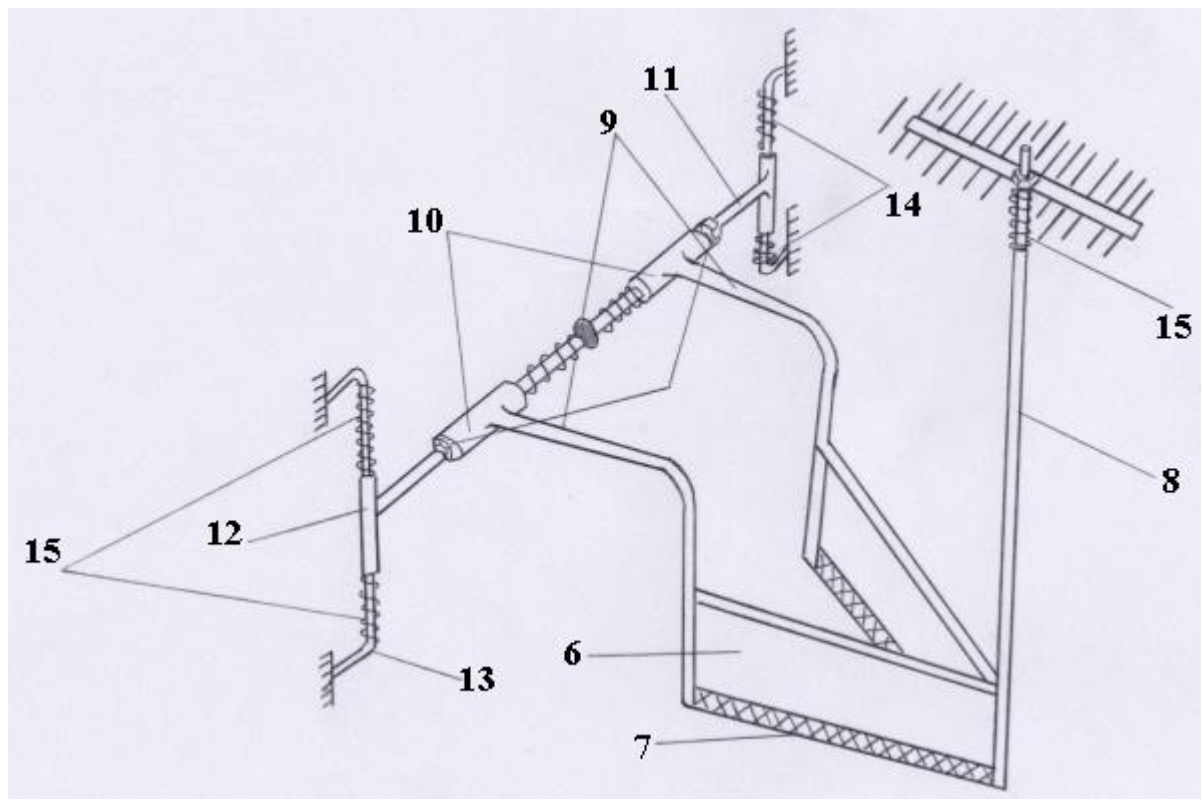


Рис. 5.27. Общий вид формирующего элемента:  
 6 – пластина; 7 – прорезиненная лента; 8 – штанга вертикальная; 9 – кронштейн;  
 10 – втулка горизонтальная; 11 – штанга горизонтальная; 12 – втулка вертикальная;  
 13 – стойка вертикальная; 14 – гайка регулировочная; 15 – пружина

Разработанное устройство было испытано в промышленных условиях в корпусе шихтоподготовки фабрики окомкования Лебединского ГОКа. Устройство было установлено в укрытии ленточного конвейера КБ-7, обслуживаемом аспирационной установкой АТУ-4. Последняя осуществляет обеспыливание места загрузки измельченного бентонита из бункеров № 1-3 на ленточный конвейер, транспортирующий концентрат влажностью 9-12%.

Как показали исследования, степень пылезadržания циклона промывателя ЦВП № 8 при отсутствии формирующих элементов составляла 94,8 %, количество материала, уносимого в аспирационную сеть, достигало 9,8 кг/ч. Запыленность воздуха на рабочем месте машиниста конвейера КБ-7 составляла 6,7 мг/м<sup>3</sup>.

После установки формирующих элементов степень пылезadržания составила 96,2 %, унос материала в аспирационную сеть сократился до 8,9 кг/ч. Запыленность воздуха на рабочих местах снизилась до ПДК и составила 3,2 мг/м<sup>3</sup>.

Таким образом, укладка слоя порошкообразного материала на слой влажного концентрата позволила исключить взметывание пыли с поверхности слоя транспортируемого материала без снижения скорости ленты конвейера и без укрытия последнего по всей длине рабочей ветви.

### **5.2.3. Интенсификация инерционного осаждения пыли в аспирационных укрытиях**

По способу интенсификации осаждения пыли укрытия можно разделить на две группы. Укрытия, в которых осаждение пыли осуществляется с помощью воды или пены, назовем укрытиями-пылеуловителями мокрого типа, а укрытия, в которых интенсификация осаждения пыли осуществляется за счет инерционных и электромагнитных сил без применения воды, назовем сухими укрытиями-пылеуловителями.

Применение укрытия первой группы ограничено технологическими требованиями к перерабатываемому материалу.

Сухие укрытия-пылеуловители нуждаются в разработке как в направлении интенсификации процесса осаждения пыли, так и в направлении простоты и надежности конструкции.

*Инерционный захват решетки пластин в укрытиях.* Рассмотрим простейший способ осаждения пыли в укрытии с помощью фартука, выполненного из вертикально подвешенных намагниченных пластин и установленного между желобом и аспирационным патрубком (рис. 5.28) [152]. Оценим величину чисто инерционного осаждения на однорядную решетку, установленную перпендикулярно запыленному потоку. Будем рассматривать плоскую задачу, обтекание пластин безотрывное, поток потенциальный.

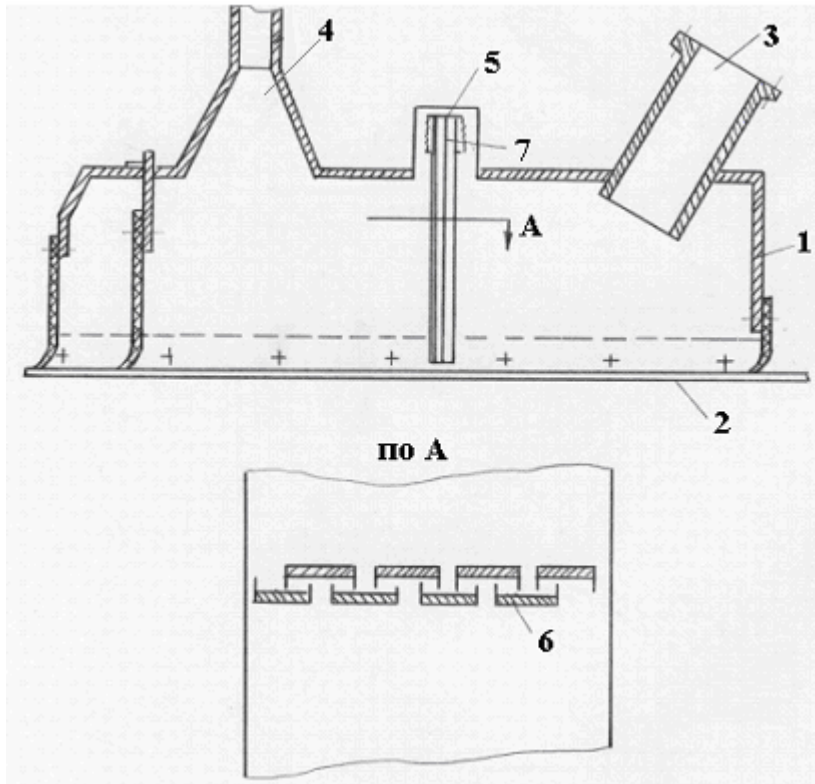


Рис. 5.28. Аспирационное укрытие места загрузки конвейера:  
 1 – укрытие; 2 – лента конвейера;  
 3 – желоб;  
 4 – аспирационный патрубкок;  
 5 – фартук;  
 6 – пластины фартука с магнитами;  
 7 – шарнир

Скорость потока воздуха, обтекающего пластины, (рис.5.29), определенная нами методом конформных преобразований [154, 155], описывается следующей системой уравнений:

$$\bar{u}_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt[4]{a^2(1-m)^2 + \Pi^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sqrt{1 + \frac{\Pi}{\sqrt{\Pi^2 + a^2(1-m)^2}}}; \quad (160)$$

$$\bar{u}_y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt[4]{a^2(1-m)^2 + \Pi^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sqrt{1 - \frac{\Pi}{\sqrt{\Pi^2 + a^2(1-m)^2}}}, \quad (161)$$

где для простоты записи положено:

$$\Pi = a^2 + b^2 - (1-m)b; \quad (162)$$

$$a = sh(\pi x / H) \times \sin(\pi y / H); \quad (163)$$

$$b = ch(\pi x / H) \times \cos(\pi y / H) - m; \quad (164)$$

$$m = \cos 2\beta = \cos(\pi\delta / H); \quad (165)$$

$$\bar{u}_y = u_y / u_\infty; \quad \bar{u}_x = u_x / u_\infty. \quad (166)$$

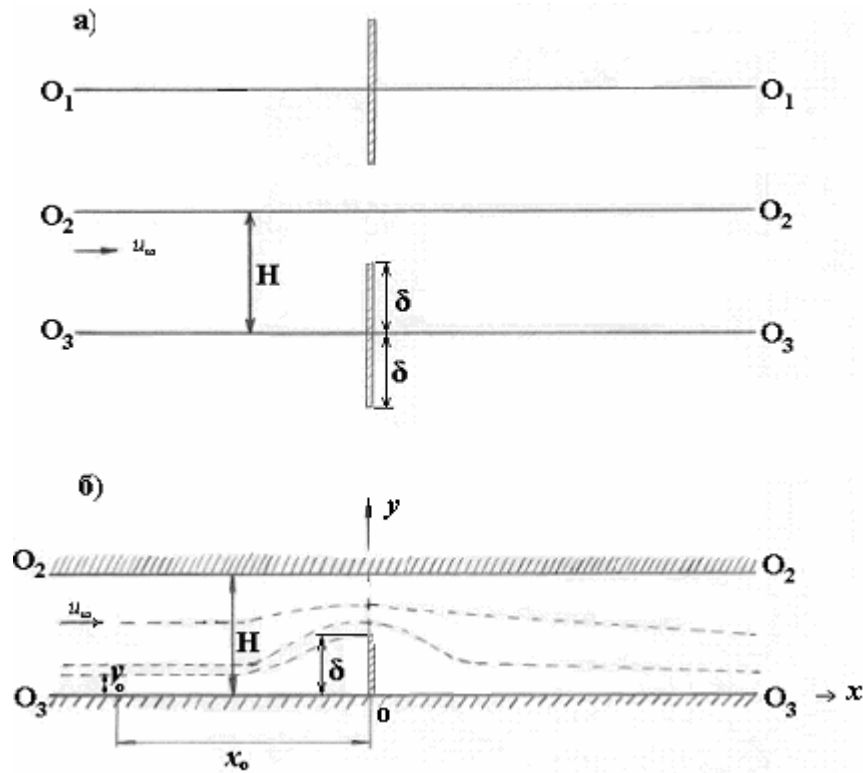


Рис. 5.29. К определению поля скоростей потенциального потока, обтекающего решетку пластин: а – решетка в плане; б – элемент решетки в системе координат ХОУ

Коэффициент захвата (коэффициент инерционного осаждения) решетки пластин определяли классическим методом, т.е. находили критические траектории частиц. Траекторию частиц определяли при заданном поле скоростей потока воздуха численным решением системы дифференциальных уравнений, описывающих движение частицы под действием силы Стокса:

$$\left. \begin{aligned} \kappa \frac{d\bar{v}_x}{d\bar{t}} + \bar{v}_x &= \bar{v}_x; \\ \kappa \frac{d\bar{v}_y}{d\bar{t}} + \bar{v}_y &= \bar{u}_y; \\ \frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} &= \bar{v}_x; \quad \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = \bar{v}_y, \end{aligned} \right\} \quad (167)$$

где  $\bar{v}_x = \bar{v}_x / u_\infty$ ;  $\bar{v}_y = \bar{v}_y / u_\infty$  – составляющие скорости частицы;  $\bar{u}_x = u_x / u_\infty$ ;  $\bar{u}_y = u_y / u_\infty$  – составляющие скорости потока воздуха, описываемые уравнениями (160) и (161);  $\bar{t} = tu_\infty / H$  – безразмерное время;  $\kappa$  – число Стокса, равное

$$\kappa = \frac{\rho_1 d^2 u_\infty}{\rho_2 18 \nu H}; \quad (168)$$

$\rho_1, \rho_2$  – плотности частицы и воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $d$  – эквивалентный диаметр частицы, м;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха, м<sup>2</sup>/с;  $H$  – полушаг пластин в решетке, м;  $u_\infty$  – скорость невозмущенного воздуха, м/с.

Находим траекторию частицы, проходящую через точку с координатами ( $\varepsilon_1$ ;  $\delta - \varepsilon_2$ ) при начальных условиях

$$\bar{x}|_{t=0} = 4; \bar{y}|_{t=0} = \bar{y}_0; \bar{v}_x|_{t=0} = -1 + \varepsilon_3; \bar{v}_y|_{t=0} = \varepsilon_4, \quad (169)$$

где  $\varepsilon_1 > 0$ ;  $\varepsilon_2 > 0$ ;  $\varepsilon_3 > 0$ ;  $\varepsilon_4 > 0$  – достаточно малые величины.

Для решения поставленной задачи был применен метод Кутты-Мерсона с автоматическим выбором шага интегрирования при решении задачи Коши, а при решении краевой задачи был использован метод пристрелки. Определив при заданных  $k$  и  $\delta$  величину  $y_0$ , находим коэффициент захвата пластин

$$\varepsilon_0 = y_0/\delta, \quad (170)$$

а численное значение  $y_0/H$  нам дает эффективность инерционного осаждения пыли на данной решетке. Как показали расчеты (табл.5.13 и 5.14), коэффициент захвата пластин в решетке достаточно высок при больших числах Стокса. Однако в практике следует ожидать, что осаждение пыли на такой пластине будет значительно ниже, т.к. большая часть пылевых частиц будет отскакивать от пластин, да и поток воздуха в реальных условиях аспирационных укрытий далеко не потенциальный. Для снижения отскока частиц и увеличения эффективности осаждения пыли в экспериментальных условиях пластины были намагничены (к ним были прикреплены плоские магниты).

Таблица 5.13

**Коэффициент захвата пластин  $\varepsilon_0$**

$\delta/H$	Число Стокса $k$								
	0,5	1	2,5	5	10	15	20	50	100
0,1	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89	0,89
0,2	0,76	0,88	0,92	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
0,3	0,71	0,83	0,92	0,95	0,95	0,96	0,96	0,96	0,96
0,4	0,70	0,82	0,92	0,95	0,96	0,97	0,97	0,97	0,97
0,5	0,67	0,83	0,93	0,95	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
0,6	0,68	0,83	0,93	0,95	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
0,7	0,71	0,85	0,94	0,96	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
0,8	–	0,88	0,93	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99
0,9	–	0,93	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99

**Коэффициент эффективности осаждения пыли  
в однорядной решетке пластин ( $y_0/H$ )**

$\delta/H$	Число Стокса $k$								
	0,5	1	2,5	5	10	15	20	50	100
0,1	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09
0,2	0,15	0,17	0,18	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19
0,3	0,21	0,25	0,27	0,28	0,28	0,29	0,29	0,29	0,29
0,4	0,27	0,33	0,37	0,38	0,38	0,39	0,39	0,39	0,39
0,5	0,34	0,40	0,46	0,47	0,48	0,49	0,49	0,49	0,49
0,6	0,39	0,50	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,59	0,59
0,7	0,50	0,60	0,65	0,67	0,68	0,69	0,69	0,69	0,69
0,8	–	0,70	0,74	0,77	0,78	0,79	0,79	0,79	0,79
0,9	–	0,84	0,86	0,88	0,88	0,89	0,89	0,89	0,89

Исследования проводили как на одном элементе решетки (рис.5.30), так и с двухрядной намагниченной решеткой, помещенной в аспирационное укрытие полупромышленной установки. Через элемент магнитной решетки пропускали запыленный воздух со скоростью  $u_\infty = 7$  м/с при концентрации  $500 \text{ мг/м}^3$  (пыли окатышей  $\rho_1 = 4000 \text{ кг/м}^3$ ) и дисперсном составе:

Размер частиц, мкм	<1.4	1.4-4.2	4.2-9.8	9.8-15	15-30	30-45	45-105
Содержание по массе, %	1,2	0,7	4,4	7,4	26,3	26	34

Среднее число Стокса (при медианном диаметре  $d_{50} = 40 \text{ мкм}$ )

$$k = \frac{4000 \cdot 40^2 \cdot 10^{-12} \cdot 7}{1,2 \cdot 18 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot 0,13} = 1,05.$$

Для однорядной решетки в соответствии с табл. 5.14 коэффициент чисто инерционного осаждения будет (при  $\delta/H = 0,5$ )  $\eta_1 = 0,4$ ; для двух последовательно установленных рядов –  $\eta_2 \approx 1 - (1 - \eta_1)^2 = 0,64$ . Экспериментальные исследования показали, что для элемента двухрядной магнитной решетки  $\eta_2 = 0,5$  (коэффициент местного сопротивления решетки составлял  $\zeta = 10$ ), т.е. несколько меньше теоретического. Такой же результат был получен и на перегрузке обожженных окатышей ( $G = 10$  т/ч) на опытно-промышленной установке. Решетка (рис.5.31) была установлена в укрытии между желобом и аспирационным патрубком. При этом запыленность воздуха в укрытии перед решеткой составляла  $500 \text{ мг/м}^3$ , после –  $270 \text{ мг/м}^3$ . Коэффициент сопротивления составлял  $\zeta_p = 14$ .



Поэтому решетку следует располагать вокруг желоба. Засорение ее пылью при такой схеме установки будет играть положительную роль, т.к. снизится объем эжектируемого по желобу воздуха, и увеличится степень его очистки от пыли.

Работу таких устройств рассмотрим на примере загрузки конвейеров обожженными окатышами, обладающими заметными ферромагнитными свойствами. Один из возможных вариантов размещения магнитных решеток приведен на рис.5.32. Устройство представляет собой магнитный башмак 1 кассетного типа из немагнитного материала (алюминия). Кассеты изготовлены в виде карманов и прикреплены к стенкам желоба 2 так, что являются его продолжением внутри аспирационного укрытия 3, в карманах размещены блоки 4 постоянных магнитов из феррита бария, применяемые в магнитных сепараторах на обогатительных фабриках. Блоки собраны таким образом, что образуют замкнутую магнитную систему, расположенную по периметру желоба. Расстояние между башмаком и лентой конвейера равно 50 мм. Оно выбрано из соображений возможности перемещения конвейером перегружаемого материала при изменении расхода материала от 0,8 до 24 кг/с. Часть материала захватывается магнитами, образуя постоянно сменяющийся пояс. Ширина пояса составляла 110 мм, что было достаточно для существенного снижения выбивания пыли через неплотности пояса. Напряженность магнитного пояса на расстоянии 50 мм составляла 12000 А/м.

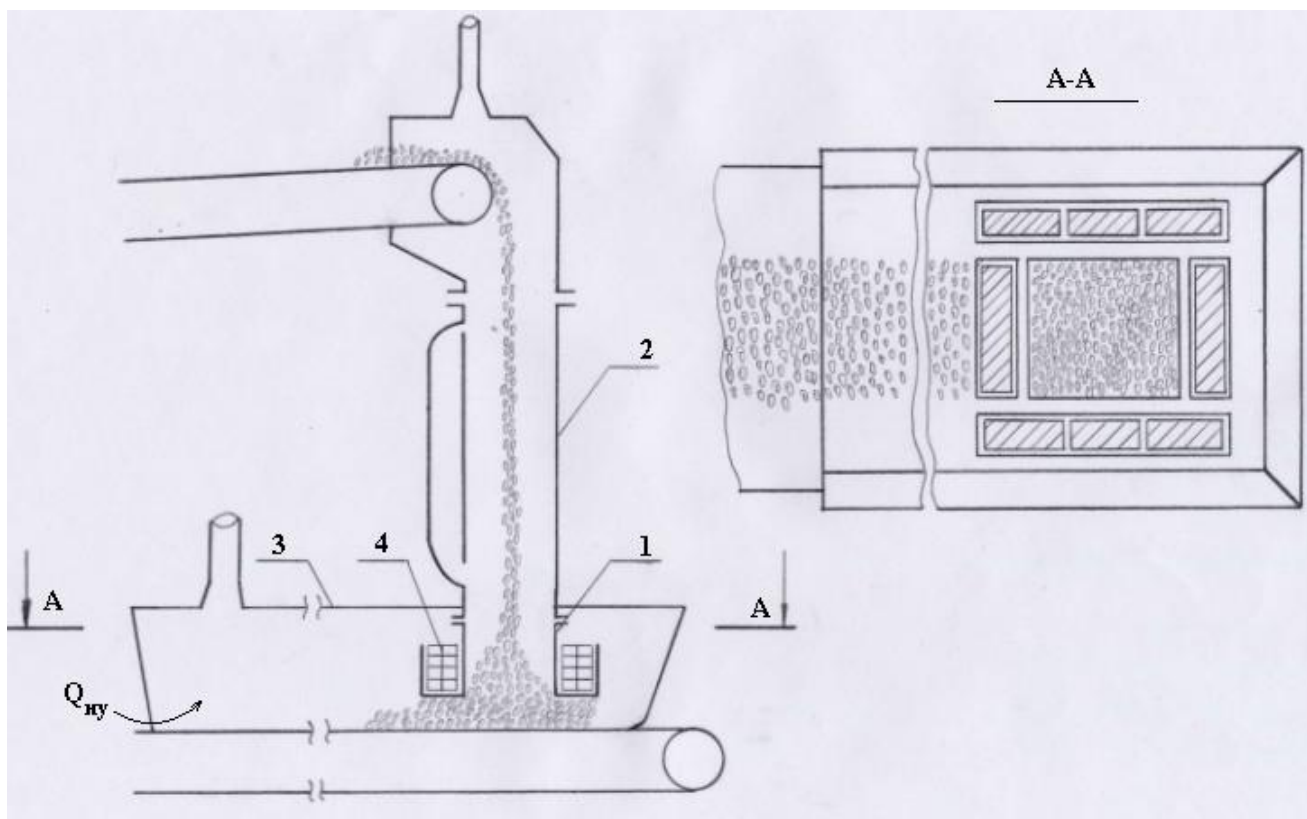


Рис. 5.32. Конструкция магнитного башмака



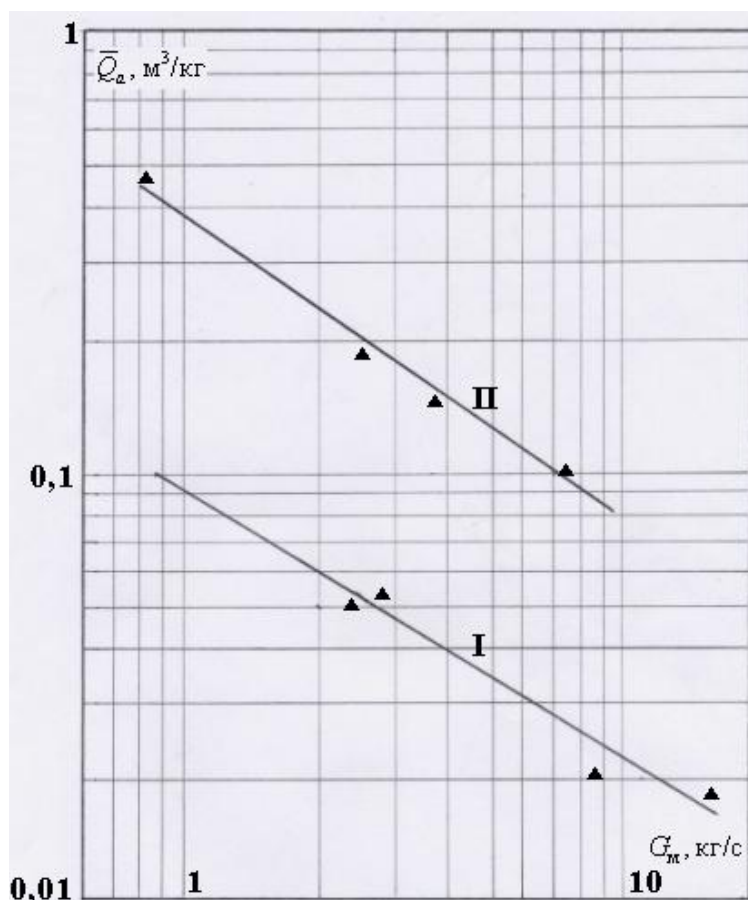


Рис.5.33. Изменение удельного объема аспирации от расхода материала (I – с магнитным башмаком и байпасом; II – без магнитного башмака и байпаса)

Описанная конструкция магнитного башмака желоба была испытана на перегрузочном узле опытно-промышленной установки ВНИИБТГ. Для сравнения на этом перегрузочном узле были предварительно проведены исследования (аэродинамические и отбор пылевых проб) без магнитного башмака.

Результаты исследований приведены в табл. 5.15. Как видно из приведенных данных, удельный объем аспирации

(рис.5.33) в четыре раза меньше для перегрузочного узла, оборудованного магнитным башмаком. Расход рециркуляционного воздуха в байпасе достигает величины производительности местного отсоса. Значительное снижение объемов отсасываемого воздуха достигается благодаря сопротивлению слоя материала, захваченного магнитной системой башмака, движению эжектируемого воздуха. Величина этого сопротивления в экспериментах достигала 120 Па при расходе материала 14,6 кг/с (52,5 т/ч). Кроме этого, объем аспирации уменьшился за счет снижения величины оптимального разрежения – для испытанного узла величина этого разрежения составляла 3 Па с магнитным башмаком и 12 Па без магнитного башмака – т.е. за счет уменьшения объемов воздуха, поступающего через неплотности укрытия.

Благодаря уменьшению общего объема отсасываемого воздуха, а также значительному снижению начальной концентрации существенно уменьшился удельный унос пыли в аспирационную сеть (рис.5.34).

Эффективность магнитного башмака по снижению удельного уноса пыли составляет свыше 90%. Начальная концентрация пыли в аспирируемом воздухе была уменьшена на порядок: с 3000 мг/м³ до 300 мг/м³ для небольших расходов материала порядка 3 кг/с и с 11 г/м³ до 1 г/м³ при расходе порядка 8-10 кг/с.

Таким образом, применение магнитного башмака при загрузке ленточных конвейеров может существенно снизить производительность обеспыливающих систем и пылевую нагрузку на пылеуловители.

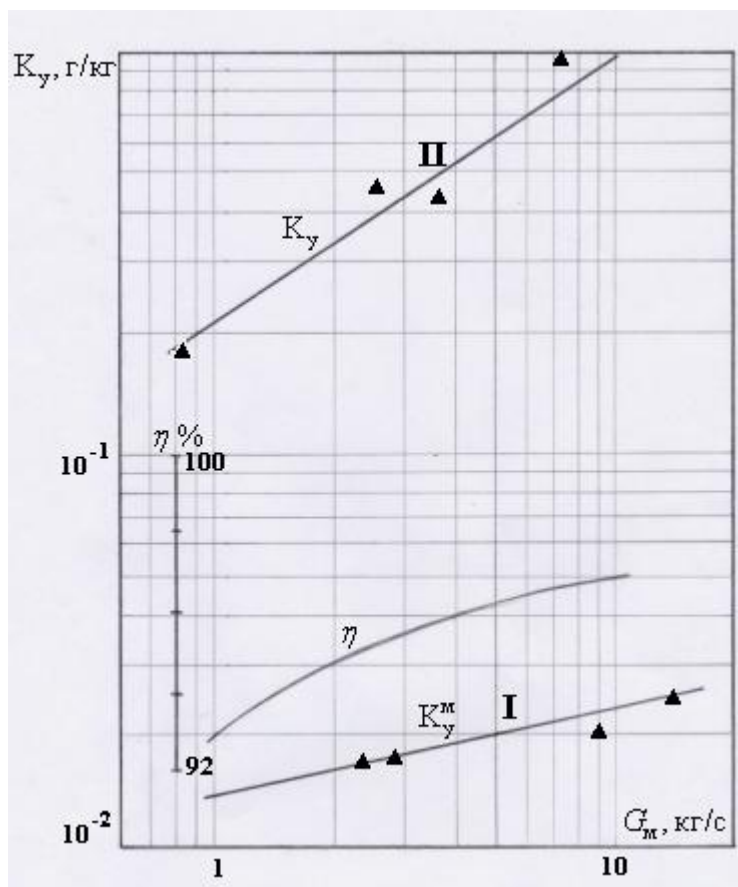


Рис. 5.34. Изменение уноса пыли в местный отсос перегрузочного узла при увеличении количества перегружаемого материала  
(I – с магнитным башмаком;  
II – без магнитного башмака)

Таблица 5.15

**Результаты исследований выноса пыли при перегрузке окатышей**

Расход материала, $G_m$ , кг/с	Объем воздуха, $m^3/c$		Оптимальное разрежение в укрытии, Па	Запыленность отсасываемого воздуха, $г/м^3$	Вынос пыли из укрытия	
	отсасываемого из укрытия	циркулирующего в байпасе			абсолютн., г/с	удельн., г/кг
Без магнитного башмака и байпаса						
0,8	0,37	0	5	0,4	0,148	0,18
2,67	0,51	0	34	2,5	1,275	0,477
3,9	0,54	0	24	3,0	1,62	0,415
7,35	0,74	0	28	11,0	8,14	1,11
С магнитным башмаком и байпасом						
2,44	0,14	0,08	3	0,3	0,42	0,017
2,81	0,18	н.д.	2	0,28	0,05	0,018
8,93	0,18	н.д.	2	0,96	0,173	0,020
14,56	0,28	0,21	9	1,3	0,364	0,025
23,93*	0,24	0	4	0,7	0,168	0,007

\* При этом расходе наблюдается связанный режим движения материала по всей высоте желоба.

**5.2.4. Снижение концентрации пыли в аспирационных воронках**

Изменение начальной концентрации пыли в зависимости от скорости воздуха в аспирационной воронке. Запыленность воздуха, поступающего из укрытия в аспирационную сеть, определяется многими факторами: физико-механическими свойствами перерабатываемого материала, конструкцией

укрытия, местом расположения аспирационной воронки, скоростью воздуха во входном сечении воронки. Рекомендации по ограничению скорости всасывания дают многие авторы, например [59,66], в нормативных материалах [18, 159] приводятся значения максимальных скоростей всасывания в зависимости от крупности перерабатываемого материала. Однако обоснование рекомендуемых значений скоростей всасывания в литературе отсутствует, так как до настоящего времени исследования по количественной оценке зависимости величины уноса от скорости всасывания не выполнялись.

Исследования выноса пыли из аспирационного укрытия были выполнены на лабораторной установке (рис.5.35). Подача пыли в аспирируемое укрытие 1 осуществлялась с помощью пылепитателя 2 и компрессора 3. Для создания равномерного поля запыленности в зоне действия местного отсоса в укрытии установлена жесткая перегородка 4. Емкость укрытия выбрана таким образом, чтобы скорости воздушных потоков в его полости были минимально возможными, в рабочей камере укрытия они изменялись от 0,08 до 0,6 м/с. Изменение скорости во всасывающем отверстии аспирационной воронки 5 осуществлялось шибером 6. Аэродинамические измерения и отбор пылевых проб производились непосредственно в укрытии и одновременно в отсасывающем воздуховоде. Исследования проводились для пылей двух материалов: бентонита и окатышей, характеристики которых приведены в табл. 5.16.

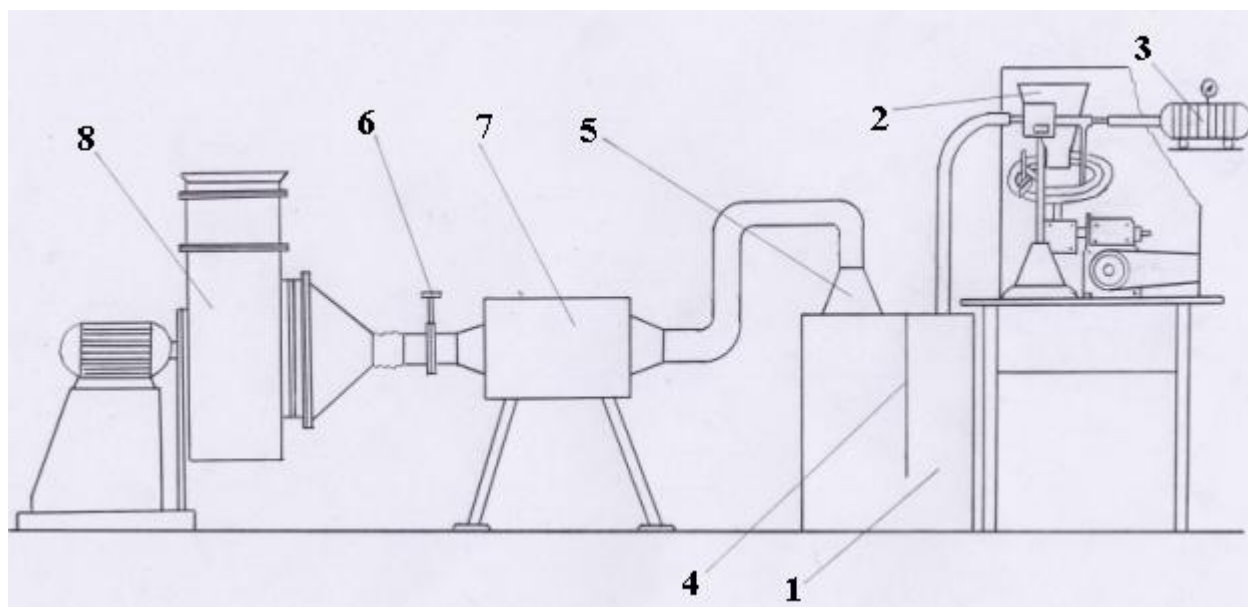


Рис. 5.35. Схема лабораторной установки для исследования уноса пылевидного материала в аспирационную сеть: 1 – аспирируемое укрытие; 2 – пылепитатель; 3 – компрессор; 4 – жесткая перегородка; 5 – аспирационная воронка; 6 – шибер; 7 – камера статического давления; 8 – центробежный вентилятор

В процессе проведения исследований определялись: интенсивность источника выделения пыли  $J$ , количество уносимого местным отсосом материала  $G_y$ , скорость воздуха во всасывающем сечении аспирационной воронки. В результате исследований установлено, что относительный унос  $\bar{G}_y = G_y / J$  не

зависит от интенсивности и для данной скорости всасывания есть величина постоянная (рис. 5.36).

Таблица 5.16

Дисперсный состав пыли

Наименование материала	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Интервал крупности, мкм							Средний диаметр частиц, мкм
		<1,4	1,4 - 4,2	4,2 - 9,8	9,8 - 15	15 - 30	30 - 45	45 - 105	
Пыль бентонита	2370	1,33	1,32	5,46	16,47	31,33	2,03	42,01	42
Пыль окатышей	4680	3,62	10,86	20,62	6,69	33,96	1,64	22,59	28

С увеличением скорости всасывания унос материала возрастает – пыли окатышей в большей степени (рис.5.37б), чем измельченного бентонита (рис.5.37а). При скорости всасывания, равной 5-5.5 м/с, практически вся образующаяся в укрытии пыль окатышей уносится в аспирационную сеть.

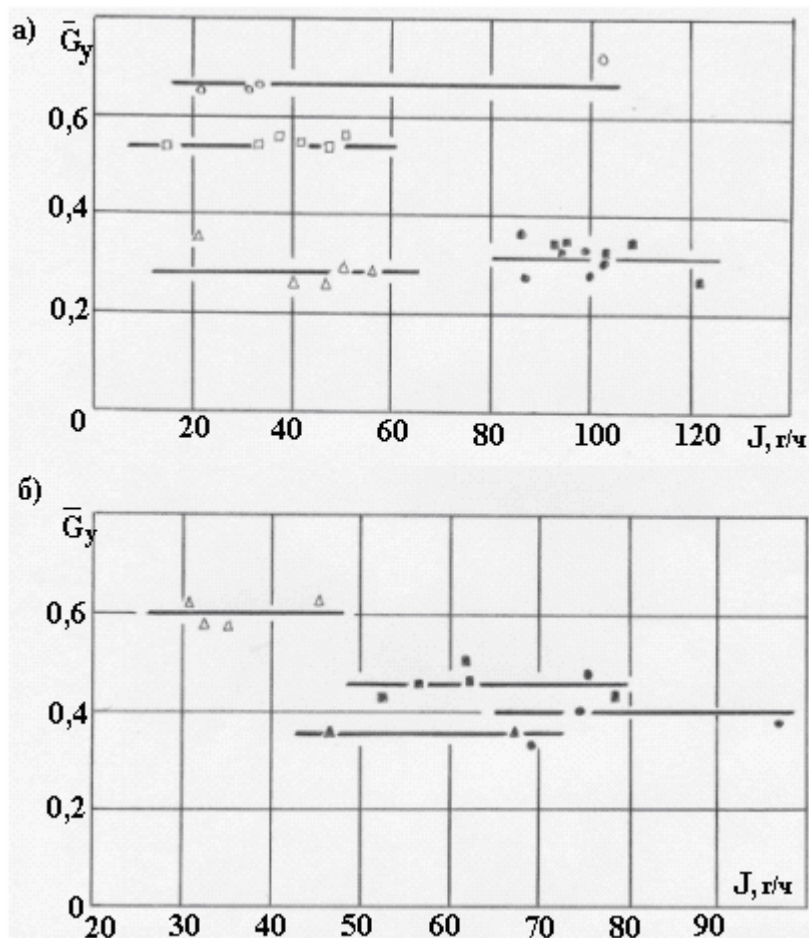


Рис. 5.36. Зависимость выноса пыли от скорости воздуха во входном сечении аспирационной воронки: ( а) измельченный бентонит; б) пыль окатышей;

- -  $u_{вх} = 6,63$  м/с; ◐ -  $u_{вх} = 3,08$  м/с;
- ◑ -  $u_{вх} = 4,96$  м/с; ◒ -  $u_{вх} = 2,05$  м/с;
- ◓ -  $u_{вх} = 4,03$  м/с; ◔ -  $u_{вх} = 0,92$  м/с

Менее интенсивный унос измельченного бентонита объясняется, прежде всего, его высокими адгезионными и аутогезионными свойствами, которые проявляются в значительном налипании частиц бентонита на внутренние поверхности ограждений укрытия, аспирационной воронки, на стенки начального участка отсасываемого воздуховода, а также в коагуляции частиц при движении их к аспирационной воронке. Кроме того, используемая в опытах пыль окатышей имеет более высокую дисперсность, чем бентонит. Таким образом, увеличение площади всасываемого отверстия аспирационной воронки является простым и в определенной мере эффективным мероприятием по снижению уноса материала в аспирационную сеть.

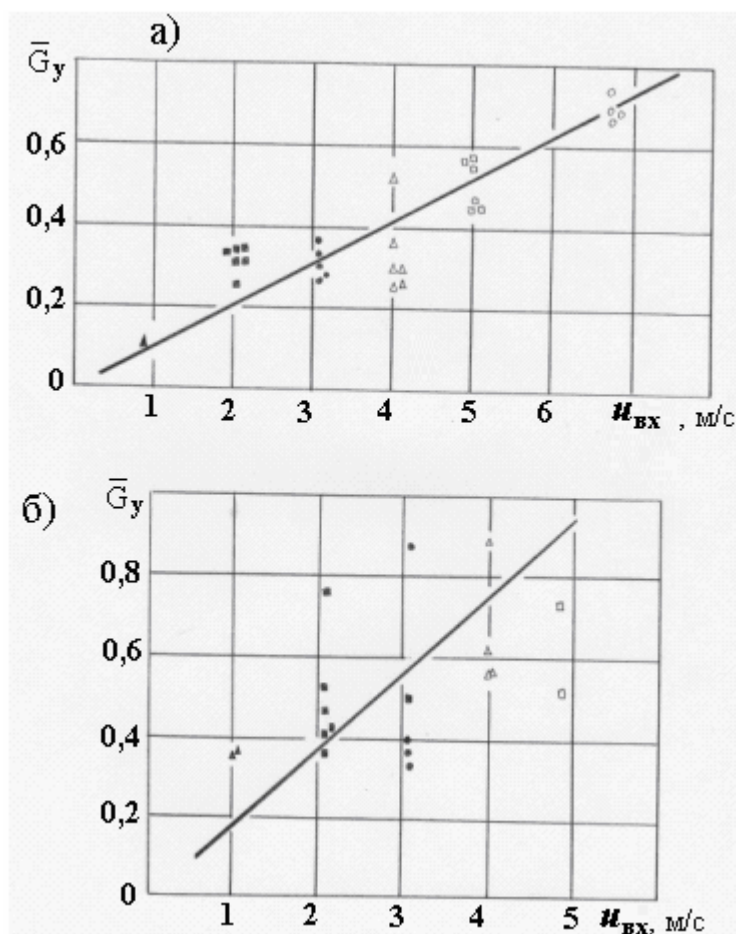


Рис. 5.37. Зависимость выноса пыли от скорости воздуха во входном сечении аспирационной воронки:

а) измельченный бентонит;

б) пыль окатышей:

$\circ$  -  $u_{вх} = 6,63$  м/с;       $\bullet$  -  $u_{вх} = 3,08$  м/с;  
 $\square$  -  $u_{вх} = 4,96$  м/с;       $\triangleleft$  -  $u_{вх} = 2,05$  м/с;  
 $\triangle$  -  $u_{вх} = 4,03$  м/с;       $\diamond$  -  $u_{вх} = 0,92$  м/с

*Инерционное осаждение пыли в пылеприемнике-сепараторе.* Разработка конструкции и выбор оптимальных параметров пылеприемника-сепаратора (в дальнейшем сепаратор) определяется следующими соображениями:

- аэродинамическая схема сепаратора должна быть простой и обеспечивать постоянство сопротивления аппарата;

- пыль следует улавливать в сухом виде, при этом эффективность сепарации должна быть достаточно высокой;

- предусмотреть непрерывный возврат осажденного материала в технологический процесс;

- применение сепаратора не должно усложнять эксплуатацию аспирационной установки.

В соответствии с этими требованиями был разработан сепаратор с центробежной зоной сепарации, расположенной в вертикальной плоскости (рис.5.38).

Запыленный поток отсасываемого воздуха при работе сепаратора поступает в конфузную камеру 1, в которой разгоняется и направляется далее в диффузную камеру 2, где за счет действия, главным образом, центробежной силы и силы тяжести происходит сепарация пылевых частиц из воздушного потока. Выделенная пыль в дальнейшем накапливается в бункере 3 и через пылевыпускное отверстие возвращается на рабочую ветвь конвейера. Воздушный поток с оставшейся пылью удаляется через аспирационный воздухоприемник равномерного всасывания 4, имеющий щель по всей длине патрубка, заключенного в кожухе сепаратора. Конфузная и диффузная камеры разделяются жесткой перегородкой 5.

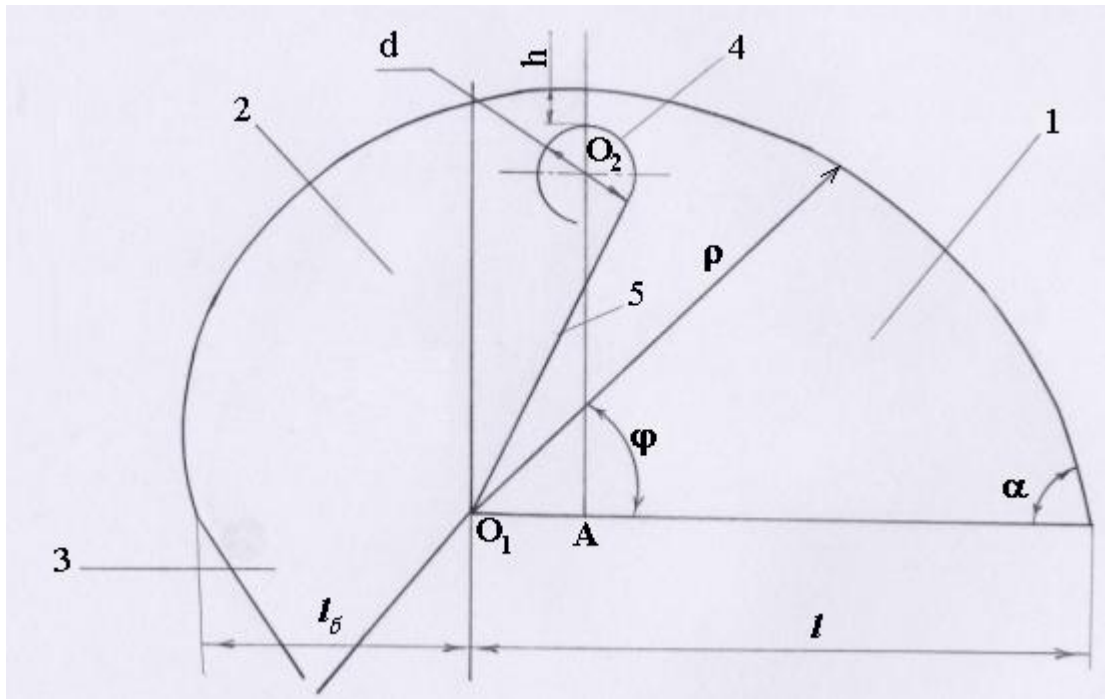


Рис. 5.38. К выбору параметров пылеприемника-сепаратора:  
 1 – конфузорная камера; 2 – диффузорная камера; 3 – бункер;  
 4 – аспирационный воздухоприемник; 5 – жесткая перегородка

В случае потенциального вращающегося потока с центральным стоком линии тока представляют собой логарифмические спирали [160, 161]. С целью уменьшения вихреобразования, а следовательно, аэродинамического сопротивления, образующая кожуха сепаратора выполнена по одной из линий тока. Такая форма кожуха позволяет также интенсифицировать процесс сепарации пыли в диффузорной камере за счет увеличения кривизны образующей в направлении движения пылевоздушного потока. Для этой же цели в случае сепарации парамагнитной пыли возможно использовать постоянное магнитное поле.

Основные геометрические параметры сепаратора рассчитываются в следующей последовательности:

1. В соответствии с п.5.1 рассчитывается требуемая производительность местного отсоса.

2. Определяются размеры всасывающего сечения сепаратора: ширина  $b$  принимается равной ширине аспирационного укрытия  $B_y$ ; длина  $l$  рассчитывается по формуле

$$l = Q_a / (B_y u_{вх}),$$

где  $Q_a$  – производительность местного отсоса, м<sup>3</sup>/с;  $u_{вх}$  – средняя скорость воздуха во входном сечении сепаратора, м/с.

3. Строится образующая кожуха сепаратора по уравнению (полюс – точка  $O_1$ )

$$\rho = l \cdot \exp(-\varphi \cdot \operatorname{ctg} \alpha), \quad (171)$$

где  $\rho$  – радиус-вектор, м;  $\varphi$  – полярный угол, рад, изменяется в пределах от 0 до  $\pi$ ;  $\alpha$  – угол между образующей и плоскостью всасывающего сечения сепаратора, град; в соответствии с [162] наименьшее сопротивление конфузора имеет место при  $\alpha < 75^\circ$ .

4. Определяется высота щели  $h$  при входе пылевоздушного потока в диффузорную камеру

$$h = (u_{\text{вх}} / v_{\text{щ}}) \times l, \quad (172)$$

где  $v_{\text{щ}}$  – средняя скорость пылевоздушного потока в щели, м/с, аналогично циклонам принимается равной 15 - 22 м/с.

5. Определяется диаметр  $d$  и ширина  $l_{\text{в}}$  аспирационного патрубка

$$d = \sqrt{4Q_a / (\pi \cdot v_a)}, \quad (173)$$

$$l_{\text{в}} = 0,5d, \quad (174)$$

где  $v_{\text{в}}$  – скорость движения воздуха в воздуховоде, м/с, принимается равной 15-20 м/с.

6. В соответствии с рис.5.38 устанавливается место расположения аспирационного патрубка, для чего определяется расстояние  $O_1A$

$$O_1A = 0,186 l. \quad (175)$$

7. Определяются размеры приемного сечения бункера: ширина  $b_{\delta}$  принимается равной ширине аспирационного укрытия  $B_y$ ; длина  $I_{\delta}$  рассчитывается по формуле

$$I_{\delta} = 0,432 l. \quad (176)$$

Для установления эффективности центробежной сепарации пыли в разработанном пылеприемнике необходимо изучить аэродинамику устройства, найти поля скоростей воздушного потока в обеих камерах сепаратора. Известные уравнения [163] для тангенциальной и радиальной составляющих скоростей (уравнение вращения свободного вихря и уравнение стока), применяемые для описания процессов в центробежных пылеуловителях-циклонах, использовать для разработанного сепаратора не представляется возможным, так как они получены для случая, когда частицы воздуха движутся по концентрическим окружностям при центральном стоке.

В корпусе сепаратора при его работе, благодаря воздухоприемнику равномерного всасывания, имеет место двухмерный воздушный поток. В связи с этим аэродинамические исследования выполнены на плоской модели сепаратора (рис.5.39).

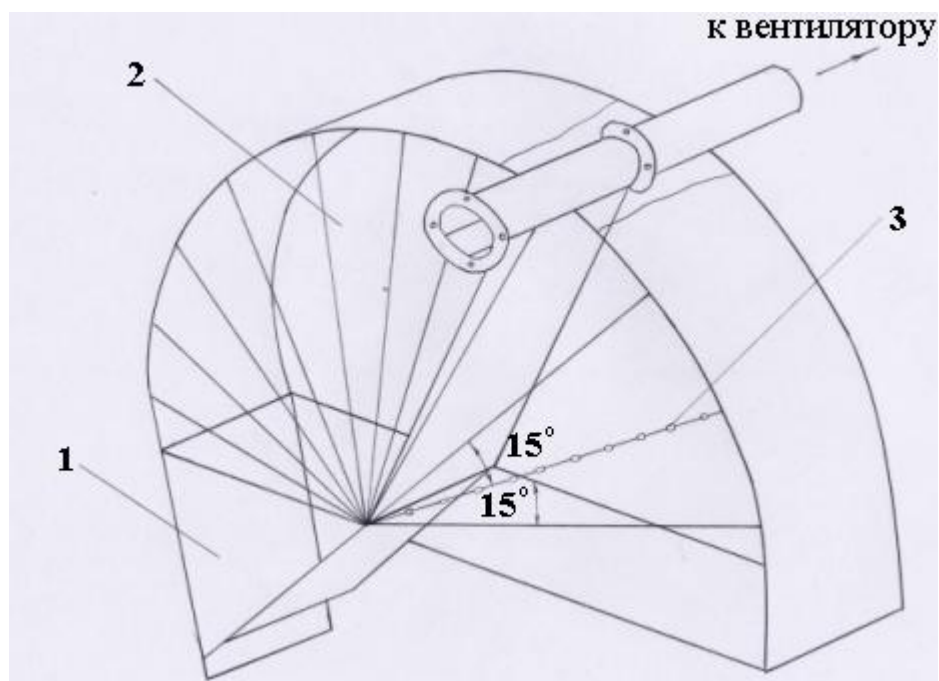


Рис.5.39. Общий вид модели пылеприемника-сепаратора:  
1 – бункер; 2 – торцевое ограждение; 3 – отверстие для ввода зонда

Модель имела следующие основные параметры:  $l = 0,38$  м; ширина модели  $b = 0,09$  м;  $\alpha = 75^\circ$ ;  $h = 0,025$  м;  $d = 0,065$  м;  $l_{\text{в}} = 0,032$  м;  $O_1A = 0,071$  м;  $I_{\delta} = 0,164$  м.

Эксперименты проводили вначале на чистом воздухе (без пылевых частиц), при этом предполагалось, что бункер 1 для уловленной пыли работает под «завалом», выпускное отверстие его было перекрыто. Для возможности использования визуальных методов торцевые ограждения 2 модели выполнены из прозрачного материала – оргстекла. Изменение объема отсасываемого воздуха производилось шибберной задвижкой.

При проведении экспериментов для фиксированных точек определялись с помощью трехканального цилиндрического зонда направления векторов скорости, их модули и статистические давления. Замерные пункты располагались по радиус-векторам. Угол между двумя соседними радиусами во всех случаях был равен  $15^\circ$ . Кроме того, в каждой серии опытов замерялся объем отсасываемого воздуха и потери давления в сепараторе. Помимо полной скорости воздуха  $V$  в каждой точке определялись тангенциальная  $V_{\text{т}}$  и радиальная  $V_{\text{р}}$  составляющие скорости.

В каждом криволинейном потоке наличие центробежных сил обуславливает изменение существующего в потоке статистического давления – оно падает в



направлении от периферии к оси вихря, как это имеет место, например, в циклонах [164, 165].

Очевидно, что при больших градиентах давления замеренные с помощью трехканального зонда направления вектора скорости и их величины могут существенно отличаться от фактических.

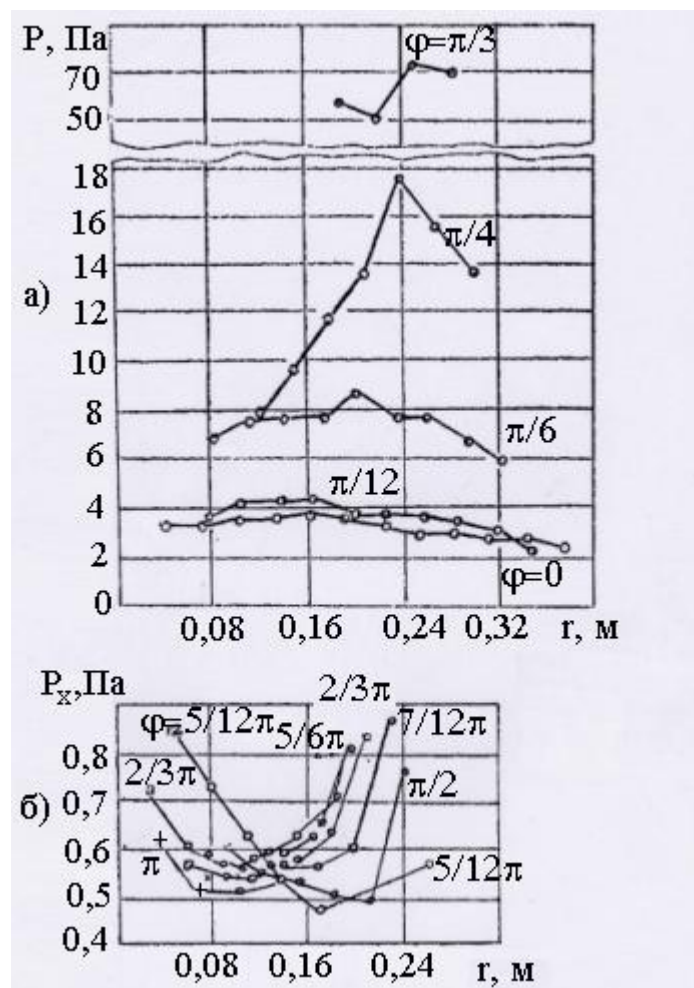


Рис.5.40. Распределение разрежений в полости пылеприемника-сепаратора

$$(Q_a = 0,048 \text{ м}^3/\text{с}):$$

а) в конфузорной камере;

б) в диффузорной камере

Результаты замеров статистического давления (в нашем случае разрежения) в кожухе сепаратора, выполненных в каждой фиксированной точке, приведены на рис.5.40. Как видно, в конфузорной камере (см. рис. 5.40а) градиенты разрежения для каждого радиуса невелики и имеют тенденцию к росту для радиусов с небольшими значениями полярного угла  $\varphi$ . Так, наибольший градиент разрежений по радиусу имеет место при  $\varphi = \pi/3$ , разность давлений между боковыми отверстиями зонда (диаметр зонда равен 8 мм), обусловленная кривизной течения, достигает 6 Па. В остальных случаях эта разность давлений не превышает 0,1-1 Па и практически не влияет на результаты измерений.

Предварительно выполненные замеры показали, что ядро вихря возникает в центральной части диффузорной камеры и имеет вытянутую форму. В этой камере отчетливо выделяется зона пониженного давления (рис.5.40), совпадающая с ядром вихря.

Градиенты давлений в этой зоне невелики, но они существенно возрастают в периферийных областях – разность давлений между боковыми отверстиями зонда достигает значительных величин (50-70 Па). В связи с этим направления векторов скорости в диффузорной камере корректировались визуально с помощью нити, а разрежения в боковых отверстиях зонда при определении динамических давлений усреднялись.

Усредненные результаты нескольких серий экспериментов, проводившихся при постоянном объеме отсасываемого воздуха ( $Q_a = 0,048 \text{ м}^3/\text{с}$ ), приведены в

табл.5.17. При этом  $u_{\text{вх}} = 1,41$  м/с;  $v_{\text{ц}} = 21,52$  м/с;  $v_{\text{г}} = 14,67$  м/с. Величина  $V_T$  считается положительной при отсчете от текущего радиуса против часовой стрелки и отрицательной при отсчете в обратную сторону. Величина  $V_r$  считается положительной, когда она направлена от полюса, и отрицательной, когда направлена к полюсу.

Анализ полученных данных показал, что изменение по радиусу тангенциальных и радиальных составляющих скоростей движения в конфузорной и диффузорной камерах имеет различный характер. Поэтому статистическая обработка экспериментальных данных велась отдельно для конфузорной и диффузорной камер.

Наибольший интерес в диффузорной камере представляет прямоточная область, в которой непосредственно происходит выделение пыли из воздушного потока. В результате обработки опытных данных получены следующие эмпирические зависимости.

Конфузорная камера ( $0 \leq \varphi \leq 1,309$ ;  $0 < S/l < 1,14$ ):

$$\frac{V_T}{V_T^{\max}} = l^{-A((r-\rho_{\max})/\rho)^2}; \quad (177)$$

$$\frac{V_r}{V_r^{\max}} = b((r/\rho) - 1) + 1, \quad (178)$$

где

$$A = 15l^{-(1,309-\varphi)}; \quad (179)$$

$$\rho_{\max} = \rho l^{0,7(1,309-\varphi)}; \quad (180)$$

$$V_T^{\max} = u_{\text{вх}} \frac{12 + 100(1,14 - (S/l))^{2,44}}{1 + 97,5(1,14 - (S/l))^{2,44}}; \quad (181)$$

$$b = 1,6((1,309 - \varphi + 0,03)/0,03)l^{-3(1,309-\varphi)}; \quad (182)$$

$$V_r^{\max} = -u_{\text{вх}} \frac{4,1292 - 0,644(1,14 - (S/l))}{1 + 6(1,14 - (S/l))^{0,43}}; \quad (183)$$

прямоточная область диффузорной камеры ( $1,309 \leq \varphi \leq 3,14$ ;  $1,14 < S/l < 2,2$ ):

$$\frac{V_T}{V_T^{\max}} = l^{-15((r/\rho)-1)^2}, \quad (184)$$

$$\frac{V_r}{V_r^{\max}} = 1,6((r/\rho) - 1) + 1, \quad (185)$$

где

$$V_T^{\max} = u_{\text{вх}} [12 - 2,5((S/l) - 1,14)^2], \quad (186)$$

$$V_r^{\max} = -u_{\text{вх}} [7,5 - 3((S/l) - 2,2)^2]. \quad (187)$$

Таблица 5.17

## Результаты измерений поля скоростей в пылеприемнике-сепараторе

Текущий радиус r, мм	Скорость воздуха, м/с,			Текущий радиус, r, мм	Скорость воздуха, м/с		
	полная V	тангенциальная V <sub>T</sub>	радиальная V <sub>r</sub>		полная V	тангенциальная V <sub>T</sub>	радиальная V <sub>r</sub>
φ = 0 ρ = 0,381 м				φ = 5π/12 (75°) ρ = 0,268 м			
41	1,30	0,85	0,98	48	16,38	-0,57	16,37
71	1,42	1,31	0,55	78	14,88	-0,52	14,87
101	1,42	1,33	0,49	138	11,87	-1,65	11,75
131	1,59	1,51	0,49	168	10,03	-2,43	9,73
161	1,64	1,64	0	258	16,58	15,77	-5,12
191	1,59	1,59	0	φ = π/2 (90°) ρ = 0,250 м			
251	1,48	1,48	0	90	11,17	-4,18	10,36
281	1,30	1,16	-0,59	120	8,97	-3,36	8,32
311	1,16	0,98	-0,61	210	8,02	7,44	-3,00
341	0,92	0,72	-0,57	240	17,57	15,92	-7,43
371	0,58	0,44	-0,37	φ = 7π/12 (105°) ρ = 0,233 м			
φ = π/12 (15°) ρ = 0,355 м				73	12,31	-8,24	9,25
75	1,74	7,51	-5,12	103	7,51	-5,12	5,49
105	1,74	6,85	4,93	163	6,85	4,93	-4,76
135	1,83	10,03	8,77	193	10,03	8,77	-4,86
165	1,74	7,60	-5,28	64	7,60	-5,28	-5,28
196	1,69	8,35	1,88	94	8,35	1,88	-8,14
255	1,59	1,54	-0,41	φ = 2π/3 (120°) ρ = 0,217 м			
285	1,30	1,20	-0,51	27	14,09	-11,10	8,67
315	1,53	0,98	-1,17	57	12,58	-10,43	7,08
345	1,00	0,54	-0,839	87	8,98	-6,67	6,00
φ = π/6 (30°) ρ = 0,331 м				147	7,04	4,98	-4,96
81	1,64	0,84	1,41	177	10,29	8,38	-5,87
111	1,64	0,96	1,33	207	17,57	15,06	-9,05
171	1,59	1,45	0,65	φ = 3π/4 (135°) ρ = 0,203 м			
201	1,36	1,36	0	133	7,14	5,99	-3,89
231	1,53	1,53	0	163	11,17	8,56	-7,18
261	1,83	1,83	-0,10	193	17,57	15,92	-7,43
291	1,64	1,46	-0,74	φ = 5π/6 (150°) ρ = 0,189 м			
321	1,48	1,31	-0,69	59	9,19	-9,19	0
φ = π/4 (45°) ρ = 0,308 м				89	5,55	-4,76	-2,86
88	1,64	0,45	1,58	119	4,78	1,79	-4,43
118	1,83	0,83	1,63	149	10,99	8,89	-64,60
148	2,01	1,07	1,70	179	17,57	13,65	-11,06
178	2,17	1,56	1,51	φ = 11π/12 (165°) ρ = 0,176 м			
208	2,59	2,10	1,52	76	6,85	-5,25	-4,40
268	2,59	2,53	-0,54	106	5,79	-2,98	-4,96
298	2,59	2,46	0,80	136	9,34	5,88	-7,26
φ = π/3 (60°) ρ = 0,288 м				166	16,79	12,86	-10,79
188	3,06	0,69	2,98	φ = π (180°) ρ = 0,164 м			
218	5,67	3,79	4,21	34	12,95	-11,10	-6,67
248	8,02	6,41	4,83	124	10,36	5,79	-8,59
278	6,85	6,77	-1,07	154	15,32	13,13	-7,89

В приведенных зависимостях приняты следующие обозначения:  $V_T^{\max}$ ,  $V_r^{\max}$  –

максимальные для каждой области, соответственно тангенциальная и радиальная составляющие скорости воздуха;  $S$  – длина дуги логарифмической спирали, определяемая по формуле

$$S = l \frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha} (1 - l^{-\varphi \operatorname{ctg} \alpha}). \quad (188)$$

В результате численного интегрирования динамики частицы в этом поле найдены траектории движения частиц пыли различной крупности. Некоторые траектории приведены на рис.5.41. Траектории частиц представляют собой спирали, которые, приближаясь на выходе из конфузورной камеры к образующей сепаратора, могут достичь ее или отклониться от нее к центру диффузорной камеры. Степень осаждения  $E_{\text{фр}}$  пыли данной фракции в сепараторе определялась методом нахождения критических траекторий движения частиц (определялось начальное положение этих траекторий –  $x_0$ ). При этом предполагается, что частица пыли, достигнув стенок сепаратора, не вовлекается повторно в воздушный поток.

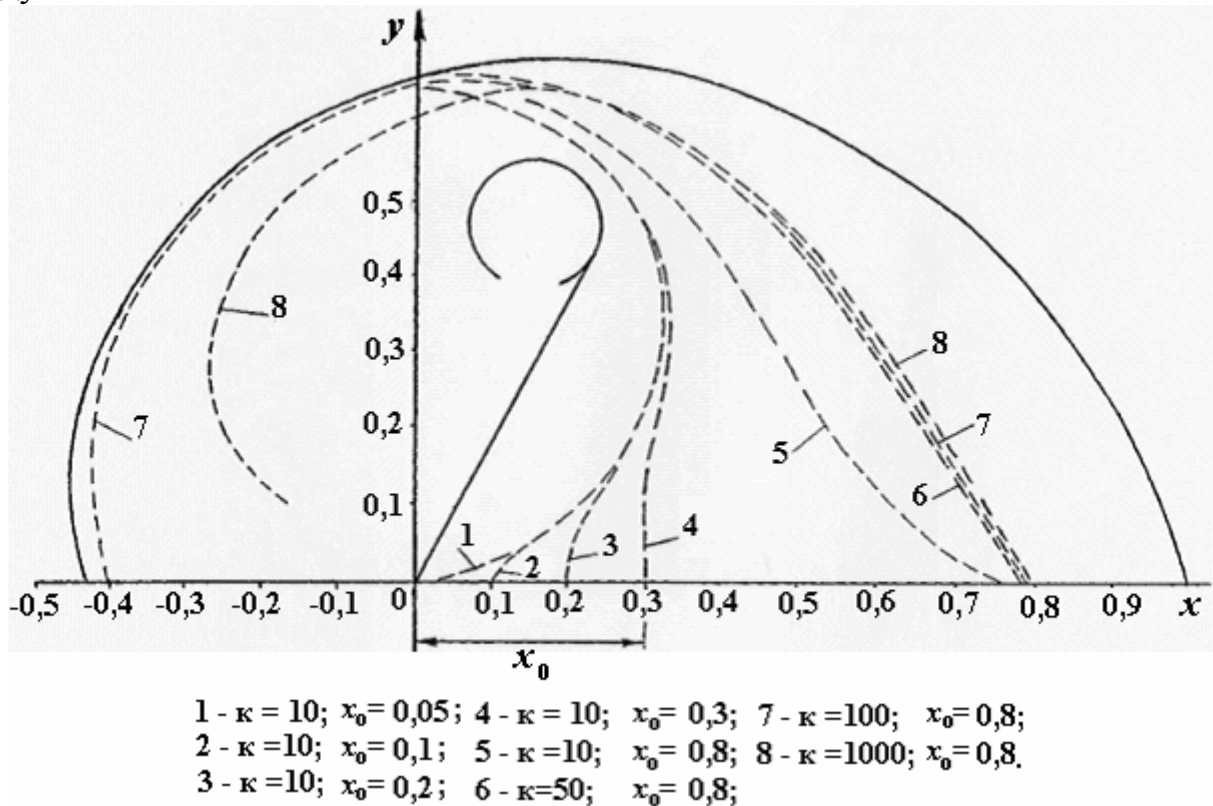


Рис.5.41. Траектории движения частиц в пылеприемнике-сепараторе

Величина  $E_{\text{фр}}$  находится из выражения

$$E_{\text{фр}} = 1 - x_0/l. \quad (189)$$

В результате определения начального положения критических траекторий частиц разного диаметра может быть найдена фракционная эффективность сепаратора (рис.5.42). Из графика видно, что в сепараторе осаждаются достаточно

крупная пыль. Частицы диаметром менее 25 мкм практически не улавливаются. В сравнительно узком интервале крупности 24-45 мкм происходит резкий рост величины  $E_{фр}$ , причем частицы пыли размером 45 мкм и более задерживаются полностью.

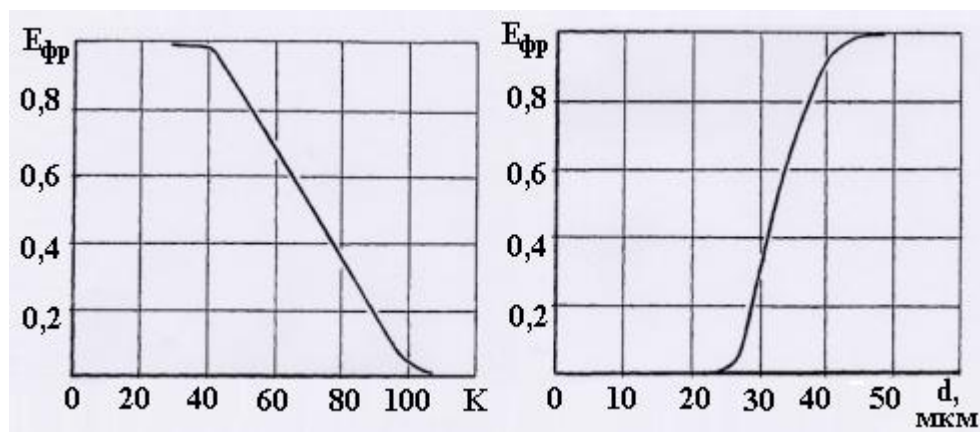


Рис.5.42. Расчетная фракционная эффективность пылеприемника-сепаратора

Экспериментальные исследования эффективности осаждения пыли в сепараторе выполнены в лабораторных условиях на аспирационном полупромышленном стенде и в промышленных условиях в корпусах шихтоподготовки ЛГОКа и ССГОКа. В обоих случаях испытания проводились при установке сепаратора на укрытиях мест загрузки ленточных конвейеров.

В лабораторных условиях с помощью пылепитателя и компрессора в укрытие подавался в виде пылевоздушной смеси измельченный бентонит.

В опытах варьировалась высота щели в месте входа пылевоздушного потока в диффузную камеру. Для каждого значения высоты замерялись объем отсасываемого воздуха, запыленность воздуха в приемном отверстии сепаратора и в отсасывающем воздуховоде – аэродинамическое сопротивление сепаратора. В каждой серии опытов определялся также дисперсный состав пыли, поступающей в сепаратор. Результаты экспериментов приведены в табл. 5.18, 5.19.

Таблица 5.18

**Дисперсный состав пыли, поступающей в сепаратор**

Высота щели $h$ , мм	Интервал крупности, мм							
	<1,4	1,4 – 4,2	4,2 – 9,8	9,8 – 15	15 – 30	30 – 45	45 – 105	>105
	Массовая доля частиц интервала $\Phi_i$ , %							
30	2,8	3,2	4,4	12,1	20,1	15,1	23,1	19,2
35	1,75	2,91	6,47	24,05	22,88	18,22	23,72	0
40	1,46	3,03	3,03	14,17	17,13	4,95	20,40	31,99
50	1,8	2,2	5,1	11,4	14,9	28,2	9,7	26,7
100	1,1	1,0	3,2	4,7	17,8	11,7	16,2	44,3
Расчетная фракционная эффективность	0	0	0	0	0	0,87	1,0	1,0

**Результаты лабораторных исследований эффективности пылеприемника-сепаратора ( $l = 0,55$  м,  $\alpha = 75^\circ$ )**

Высота щели $h$ , мм	$h/l^*$	Объем аспирации, $Q_a$ , м <sup>3</sup> /ч	КМС $\zeta$	$u_{вх}$ , м/с	Количество пыли, г/ч		Общая степень улавливания, $E_0$	
					поступ. в сепаратор	отсасыв. из сепаратора	расчетная	фактическая
30	0,054	500	3,1	0,29	23	8,7	0,55	0,62
35	0,064	500	3,1	0,29	28	13,4	0,40	0,52
40	0,073	480	3,1	0,28	33,6	11,4	0,58	0,66
50	0,091	880	2,9	0,74	460	124	0,61	0,73
100	0,182	1210	2,6	1,02	388	155	0,71	0,60

Расчет полной эффективности сепаратора производился по выражению [166]

$$E_0 = \frac{E_{фр1} \Phi_1}{100} + \frac{E_{фр2} \Phi_2}{100} + \dots + \frac{E_{фрn} \Phi_n}{100}, \quad (190)$$

где  $E_{фр1}, E_{фр2}, \dots, E_{фрn}$  – расчетные фракционные эффективности сепаратора (средние для определенной фракции) определялись по рис.5.42;  $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$  – массовая доля частиц данной фракции в пыли на входе в сепаратор, %.

Из табл. 5.19 следует, что при изменении отношения  $h/l$  от 0,05 до 0,09, то есть близкого к  $h/l = 0,066$ , фактическая степень улавливания во всех случаях выше расчетной. Объясняется это тем, что при определении расчетной пофракционной эффективности не учитывалось осаждение частиц пыли в бункере и на перегородке между камерами сепаратора.

Несколько заниженная расчетная эффективность исключает переоценку сепаратора как пылеуловителя при проектировании аспирационных систем. При значительном увеличении высоты щели величина  $E_0$ , определенная экспериментально, заметно снижается. По этой же причине уменьшается коэффициент сопротивления сепаратора.

Разработанная конструкция пылеприемника-сепаратора испытана также в корпусе шихтоподготовки фабрики окомкования ЛГОКа при перегрузке бентонита в комплексе с установленными в укрытиях направляющими элементами каплеобразной формы [167]. Ниже приведены результаты измерений (табл.5.20), относящиеся только к пылеприемнику-сепаратору.

Промышленные испытания пылеприемника-сепаратора позволили установить оптимальную для данного конкретного случая, с точки зрения уноса материала в аспирационную сеть, высоту щели ( $h = 20$  мм). Пылевые замеры показали, что общий унос материала в аспирационную сеть снизился при этом в два раза (с 39,7 до 20,15 кг/ч). Коэффициент местного сопротивления пылеприемника составил в среднем  $\zeta = 5$  (отнесен к динамическому давлению в отсасывающем патрубке). Оптимальное разрежение в укрытии составляет 4 – 6 Па.

\* Примечание: В аэродинамической модели сепаратора величина отношения составляла 0,066.

**Результаты промышленных испытаний эффективности пылеприемника-сепаратора  
(ЛГОК, корпус шихтоподготовки, конвейер бентонита КБ-6А,  
аспирационная установка АТУ-3)**

Наименование точки замера	Размеры за-мерного сечения, мм	Скорость воздуха, м/с	Объем отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /ч	Запыленность аспирируемого воздуха, г/м <sup>3</sup>	Количество уносимого материала, кг/ч	Степень очистки, %
<i>h = 5 мм</i>						
До пылеприемника	900×5	5,9	950	5,2	4,94	
После пылеприемника	180	10,5	950	2,6	2,47	50,0
<i>h = 10 мм</i>						
До пылеприемника	900×10	3,4	1100	9,75	10,7	
После пылеприемника	180	12,2	1100	5,53	6,08	43,2
<i>h = 15 мм</i>						
До пылеприемника	900×15	2,5	1200	10,0	12,0	
После пылеприемника	180	13,3	1200	5,8	6,96	42,0
<i>h = 20 мм</i>						
До пылеприемника	900×20	2,0	1300	8,96	11,6	
После пылеприемника	180	14,3	1300	5,6	7,3	37,1
<i>h = 25 мм</i>						
До пылеприемника	900×25	1,7	1380	9,12	12,6	
После пылеприемника	180	15,2	1380	6,62	9,1	27,4
<i>h = 30 мм</i>						
До пылеприемника	900×30	1,5	1420	12,1	17,1	
После пылеприемника	180	15,7	1420	9,15	12,9	24,0
<i>h = 35 мм</i>						
До пылеприемника	900×35	1,3	1500	12,45	18,6	
После пылеприемника	180	16,5	1500	9,38	14,1	24,1
<i>h = 50 мм</i>						
До пылеприемника	900×50	0,98	1600	15,85	25,3	
После пылеприемника	180	17,9	1600	13,1	20,9	17,3

В заключение отметим, что пылеприемник-сепаратор можно применять при переработке сухих сыпучих материалов для аспирационных укрытий любого типа технологического оборудования (для бункеров, грохотов, дробилок и т.д.).

*Осаждение пыли в местном отсосе-пылеотделителе циклонного типа.* Среди различных технических приемов снижения уноса грубодисперсной пыли наиболее распространен способ поддержания минимальных скоростей воздуха в приемных сечениях местных отсосов. Эффект этого приема можно существенно повысить, если местный отсос наделить функциями грубой очистки отсасываемого воздуха.

В развитие этого положения были разработаны две конструкции местных отсосов-пылеотделителей, в которых использованы эффекты инерционных пылеуловителей. При этом учитывались следующие основные требования: новые местные отсосы-пылеотделители должны снизить интенсивность «зараствания» воздухопроводов, уменьшить нагрузку на пылеочистные аппараты, частично возвратить ценный пылевидный материал в технологический цикл.

Местный отсос с закручивателем [168, 169] состоит из колпака 1, пылеприемника 2 с закручивателем 3 и пыленакопителем 7 (рис. 5.43). Пылеприемник крепится к крышке колпака с помощью четырех болтов 5 с гайками 6. Для удаления очищенного воздуха из пылеприемника предусмотрен патрубок 4. Местный отсос с закручивателем испытывался на аспирационном укрытии места загрузки конвейера (рис. 5.44) полупромышленной установки ВНИИБТГ.

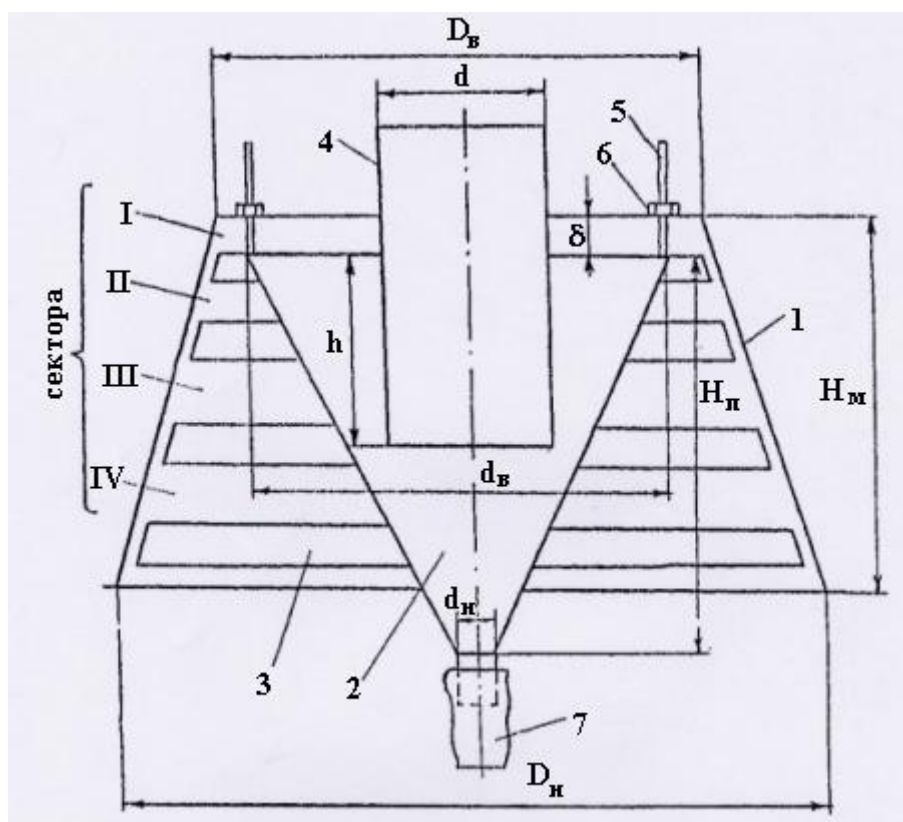


Рис.5.43.  
Местный отсос с закруткой:  
1 – колпак;  
2 – пылеприемник;  
3 – закручиватели;  
4 – патрубок; 5 – болт;  
6 – гайка;  
7 – пыленакопитель

Поступающий по желобу 1 запыленный воздух под действием вентилятора направляется во входное сечение местного отсоса 4. Здесь воздух ускоряется и закручивается, что способствует развитию центробежных сил, за счет которых пылевые частицы осаждаются на внутреннюю поверхность пылеприемника и по-



падают в пыленакопитель (либо через затвор высыпаются на ленту конвейера). Очищенный воздух поступает в патрубок 5, а затем в систему воздуховодов 14 аспирационной сети полупромышленной установки.

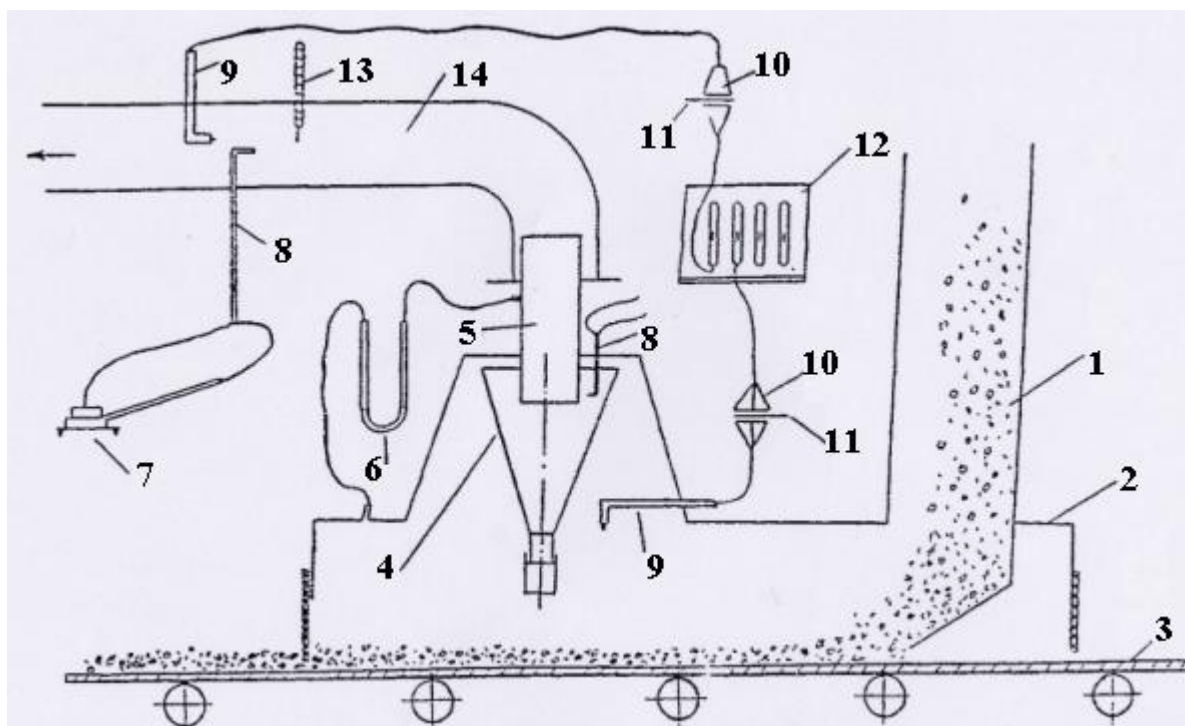


Рис. 5.44. Схема экспериментальной установки:

1 – желоб; 2 – укрытие; 3 – конвейер; 4 – местный отсос с закруткой; 5 – патрубок; 6 – напормер; 7 – микроманометр; 8 – трубка Пито; 9 – пылезаборная трубка; 10 – патрон; 11 – фильтр; 12 – воздуходувка; 13 – термометр; 14 – воздуховод

Местный отсос циклонного типа [170] был испытан в тех же условиях, что и местный отсос - пылеотделитель с закручивателем. Он состоит (рис.5.45) из корпуса 1, отсасывающей воронки 2 в виде усеченного конуса, вентиляционного патрубка 3, размещенного внутри пылеприемника 4 конической формы с вытяжными отверстиями 5 и направляющими лопатками 6, пыленакопителем 7. Местный отсос работает следующим образом. В процессе загрузки сыпучего материала образующийся запыленный воздух в корпусе 1, обтекая пылеприемник 4, направляется внутрь его через вытяжные отверстия 5 с направляющими лопатками 6. При обтекании направляющих лопаток воздушный поток за счет разрежения у кромки лопаток настигает на внутреннюю поверхность пылеприемника. При этом обеспечивается тангенциальное движение воздушных масс внутри пылеприемника, т.е. происходит их закручивание. Концентрация содержащихся в них пылевых частиц возрастает в результате инерционной сепарации, что приводит к их коагуляции с последующим осаждением на стенки пылеприемника и ссыпанием в пылесборник. Очищенный воздух поступает в вентиляционный патрубок и затем

Аэродинамические испытания разработанных местных отсосов проводились на чистом воздухе. Перед началом измерений фиксировался зазор  $\delta$  между крышечкой колпака и верхним основанием пылеприемника, а также глубина  $h$  погруже-

ния патрубка в пылеприемник. В секторах 1–4, образованных направляющими пластинами, измерялось динамическое и статическое давление воздуха. При этом фиксировалось статическое давление в укрытии и в отводящем патрубке. Результаты аэродинамических исследований представлены в табл. 5.21, а пылевых испытаний в табл. 5.22.

Таблица 5.21

**Аэродинамические испытания местного отсоса с закручивателем**

$\delta$ , мм	$Q$ , м <sup>3</sup> /ч	Сектор 1		Сектор 2		Сектор 3		Сектор 4		Сопротивление местного отсоса, Па
		$P_{\text{д}}$ , Па	$P_{\text{ст}}$ , Па	$P_{\text{д}}$ , Па	$P_{\text{ст}}$ , Па	$P_{\text{д}}$ , Па	$P_{\text{ст}}$ , Па	$P_{\text{д}}$ , Па	$P_{\text{ст}}$ , Па	
30	850	4	30	0	34	2	24	4	32	350
		6	34	2	30	4	34	2	28	
		6	34	6	38	2	28	0	24	
60	1090	6	30	6	30	16	28	4	34	250
		2	36	2	38	4	36	4	36	
		2	38	4	40	2	38	6	38	

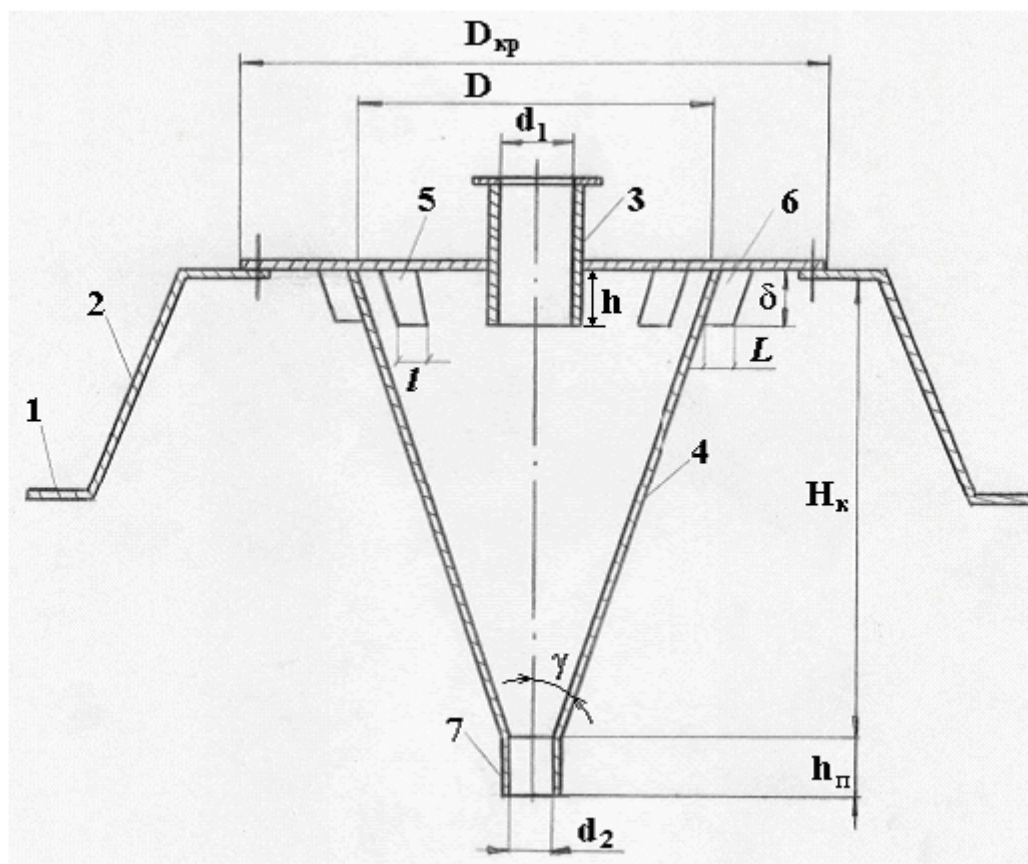


Рис. 5.45. Местный отсос циклонного типа:

- 1 – корпус; 2 – отсасывающая воронка; 3 – патрубок; 4 – пылеприемник; 5 – вытяжное отверстие; 6 – направляющая лопатка; 7 – пыленакопитель

Как видно из данных табл. 5.21, с увеличением зазора  $\delta$  повышается производительность отсоса, снижается сопротивление и стабилизируется статическое давление в его секторах. Поэтому при проведении пылевых исследова-

ний зазор был увеличен. Из приведенных в табл. 5.22 данных видно, что при максимальном зазоре  $\delta = 180$  мм сопротивление местного отсоса с закручивателем было равно 206 Па, расход воздуха составлял  $1314 \text{ м}^3/\text{ч}$ , начальная запыленность воздуха  $150 \text{ мг}/\text{м}^3$ , степень пылезadržания отсоса достигала 54,2% для пыли известняка.

Таблица 5.22

**Лабораторные пылевые испытания местного отсоса с закручивателем (при  $d = 230$  мм)**

$\delta$ , мм	$H_n$ , мм	$Q$ , $\text{м}^3/\text{ч}$	Сектор 1		Сектор 2		Сектор 3		Сектор 4		Запыленность воздуха, $\text{мг}/\text{м}^3$		Степень очистки, %	Сопротивление местного отсоса, Па
			$P_{\text{до}}$ , Па	$P_{\text{см}}$ , Па	$P_{\text{до}}$ , Па	$P_{\text{см}}$ , Па	$P_{\text{до}}$ , Па	$P_{\text{см}}$ , Па	$P_{\text{до}}$ , Па	$P_{\text{см}}$ , Па	до отсоса	после отсоса		
90	450	1240	2	20	0	20	1	20	4	20	66,6	60	9,9	220
			4	34	4	30	0	26	4	26	55,5	44,4	20	
			2	30	4	34	4	30	2	28	36,6	20	43,3	
180	550	1314	6	32	8	38	8	44	4	40	175	125	28,5	206
			2	36	10	36	4	46	4	38	56,2	31,2	44,4	
			2	36	2	44	8	48	2	40	150	68,7	54,2	

Лабораторные исследования местного отсоса циклонного типа проводились аналогично. Однако варьировался лишь один параметр – глубина погружения патрубка  $h$ , которая изменялась в пределах:  $h = \delta, 2\delta, 3\delta$ . Коэффициент местного сопротивления отсоса при этом составлял соответственно:  $\zeta = 5,5; 11,3; 16$ .

После обработки результатов аэродинамических исследований была получена следующая техническая характеристика отсоса:

- Производительность,  $\text{м}^3/\text{ч}$  1000 ÷ 6000
- Скорость воздуха, м/с:
  - а) в сечении всасывающих отверстий 8,8
  - б) в выходном патрубке 17,1
- Разрежение в укрытии, Па 15
- Гидравлическое сопротивление, Па 965
- К.м.с. отсоса 5,5

Запыленный воздух готовился с помощью дискового пылепитателя и подавался в укрытие по желобу. Результаты исследований приведены в табл.5.23. На основании полученных данных можно сделать следующие выводы:

- оптимальной глубиной погружения выходного патрубка следует считать глубину, равную высоте всасывающих отверстий ( $h = \delta$ );
- гидравлическое сопротивление отсоса циклонного типа составило 965 Па, что в 2 раза выше, чем у отсоса с закручивателем;
- степень очистки запыленного воздуха на пыли бентонита составила 70%, а на пыли окатышей – 97%.

Промышленные исследования местного отсоса с закручивателем прово-

дидлись на тракте шихтовых материалов обжиговых машин 1-8 ЦПО ССГОК при загрузке известняка в бункер № 8. Отсасывающий воздуховод бункера № 8 подключен к существующей аспирационной установке АТУ-5. При работе АТУ-5 на один бункер № 8 скорость воздуха в отсасывающем воздуховоде местного отсоса с закручивателем имела максимальное значение 10,4 м/с, а эффективность пылеулавливания составила 56,7%, что оказалось несколько ниже прогнозируемой (60%). Коэффициент местного сопротивления отсоса составил в среднем 4,6.

Таблица 5.23

**Результаты измерения степени очистки воздуха  
в местном отсосе циклонного типа**

Интервал запыленности аспираруемого воздуха, мг/м <sup>3</sup>	Степень очистки (в процентах) при глубине погружения входного патрубка $h$ в мм		
	350	250	125
а) пыль бентонита ( $\rho = 2420$ кг/м <sup>3</sup> ; $d_{50} = 20$ мкм)			
0 – 100	41,1	44,4	48,7
100 – 200	50,0	56,2	60,5
200 – 350	59,2	66,4	72,8
б) пыль окатышей ( $\rho = 4470$ кг/м <sup>3</sup> ; $d_{50} = 30$ мкм)			
0 – 100	53,5	65,7	88,2
100 – 400	58,5	73,7	94,0
400 – 900	63,2	77,9	97,0

*Осаждение пыли в местном отсосе-пылеотделителе с фильтрующим элементом.* Местный отсос-отделитель с фильтрующим элементом (рис. 5.46) установлен вместо пылеприемного патрубка на бункере измельченного материала и содержит пылеприемную воронку 2, в которой установлен фильтрующий элемент 3 из полиэфирной фильтровальной ткани Арт. 86033, ТУ 17 УССР 3238-84.

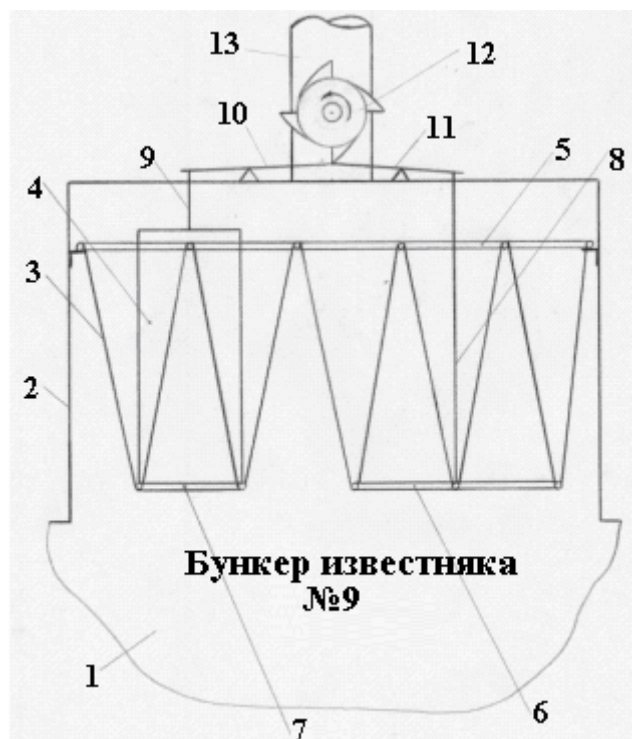


Рис. 5.46. Местный отсос-пылеосадитель с фильтрующим элементом:

- 1 – бункер;
- 2 – пылеприемник-воронка;
- 3 – фильтрующий элемент; 4 – пирамиды;
- 5 – рамка верхняя;
- 6, 7 – рамка нижняя; 8, 9 – рычаг;
- 10, 11 – рычаг двуплечный;
- 12 – исполнительный механизм МЭО-100/25;
- 13 – воздуховод

Фильтрующий элемент с целью увеличения площади фильтрации выполнен в виде усеченных четырехугольных пирамид 4, верхние основания которых через металлическую рамку 5 крепятся неподвижно к внутренним стенкам пылеприемной воронки 2, а нижние основания через рамки 6,7 и рычаги 8,9 свободно соединены с двуплечими рычагами 10,11, установленными на крышке пылеприемной воронки. Регенерация фильтрующего элемента осуществляется механическим способом с помощью кулачков, установленных на валу исполнительного механизма, посредством колебательных движений нижнего основания фильтрующего элемента, соединенного с помощью рамки и системы рычагов с приводом исполнительного механизма. Механизм регенерации фильтрующего элемента работает только при загрузке бункера сыпучим материалом, при отсутствии загрузки бункера механизм отключается.

Аэродинамические измерения и отбор пылевых проб производились непосредственно в бункере и одновременно в отсасывающем воздуховоде. Исследования производились на порошке известняка с медианным диаметром 66 мкм. В процессе исследований определялись запыленность воздуха в бункере и во всасывающем воздуховоде, степень пылезадержания фильтрующего элемента, его сопротивление в зависимости от воздушной нагрузки и времени работы. Регенерация фильтровальной ткани в лабораторных условиях производилась постоянно механическим способом через систему рычагов, соединенных с холостым роликом ленточного конвейера, а также путем одноразового или двухразового механического встряхивания элемента сжатым воздухом.

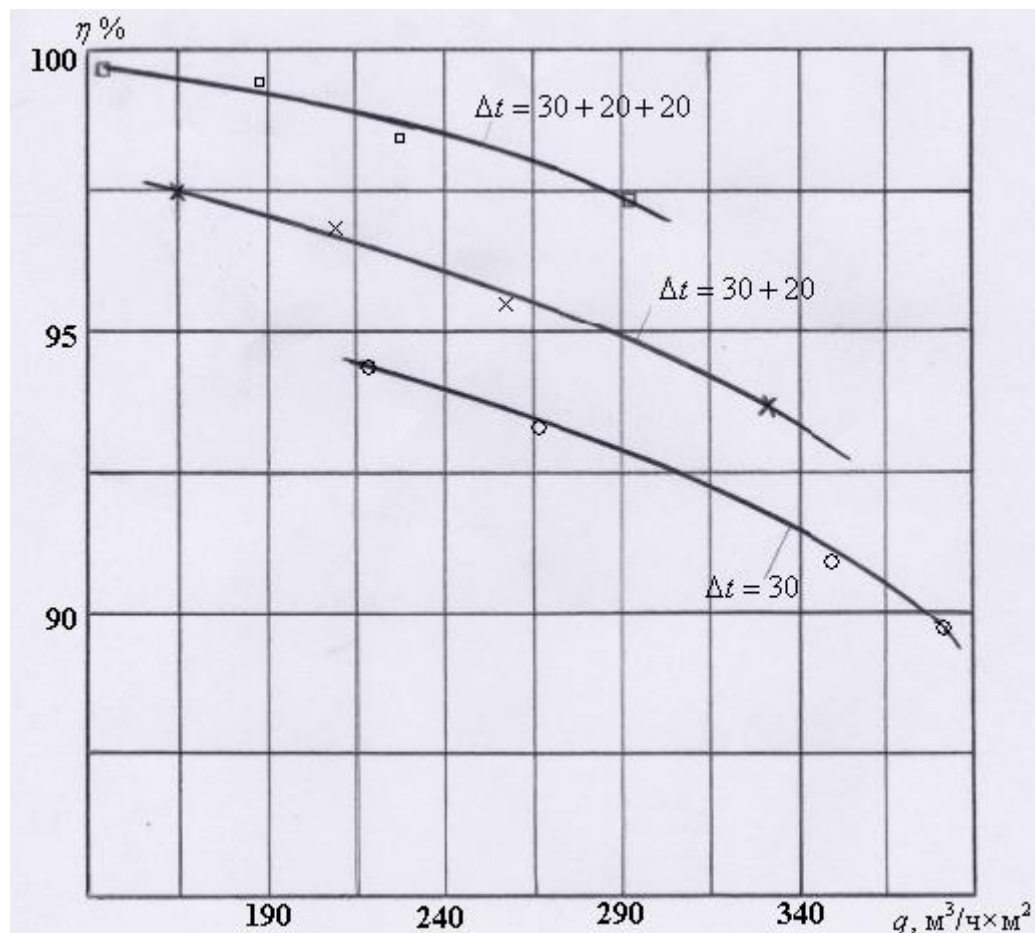


Рис.5.47. График зависимости степени пылезадержания фильтрующего элемента от воздушной нагрузки

Воздушная нагрузка на фильтрующий элемент изменялась от 140 до 430 м<sup>3</sup>/м<sup>2</sup>ч. Отбор каждой последующей серии пылевых проб осуществлялся после регенерации фильтрующего элемента.

Зависимость степени пылезадержания фильтрующего элемента от воздушной нагрузки приведена на рис. 5.47. Степень пылезадержания увеличивается с уменьшением воздушной нагрузки, т.е. с увеличением времени работы фильтрующего элемента.

После каждой серии опытов определяли разность давлений до и после фильтрующего элемента при данной воздушной нагрузке и определяли коэффициент местного сопротивления фильтрующего элемента по формуле

$$\zeta = 2\Delta P / (\rho q^2), \quad (191)$$

где  $\Delta P$  – разность давлений, Па;  $\rho$  – плотность аспирируемого воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $q$  – воздушная нагрузка на фильтрующий элемент, м<sup>3</sup>/(с·м<sup>2</sup>).

В каждой серии пылевых проб фиксируем время начала и окончания запыления фильтрующего элемента ( $\Delta t$ , мин).

Графики зависимости гидравлического сопротивления фильтрующего элемента от воздушной нагрузки (рис. 5.48) и от продолжительности работы фильтрующего элемента при одноразовом и двухразовом механическом встряхивании (рис. 5.49) наглядно демонстрируют, что сопротивление элемента с течением времени стабилизируется (находится в пределах 220-270 Па).

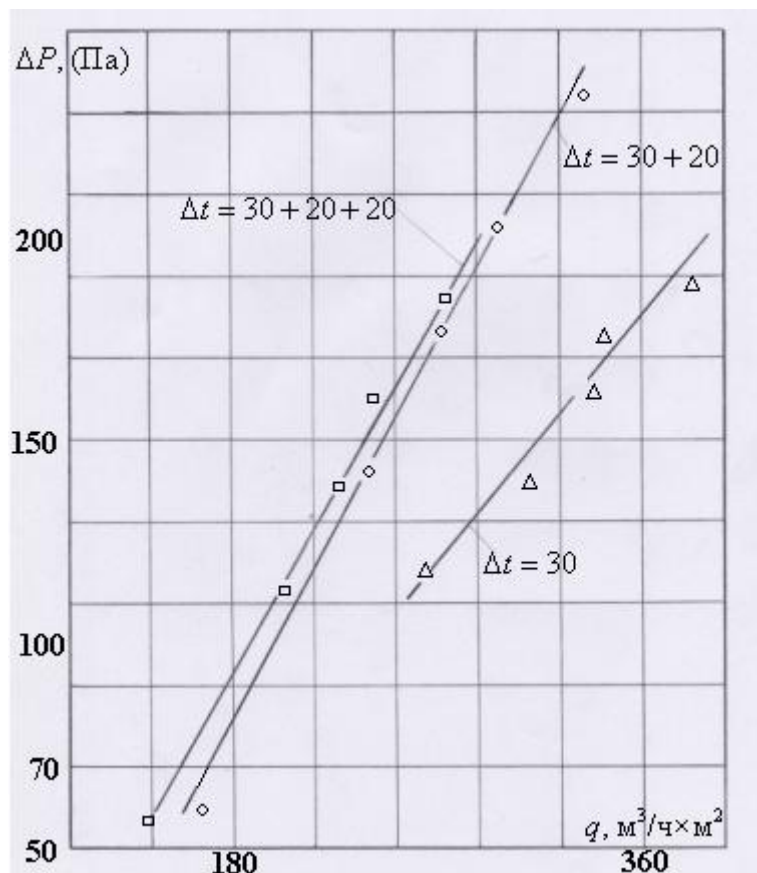


Рис.5.48. График зависимости гидравлического сопротивления элемента от воздушной нагрузки

Наиболее рациональной и надежной является импульсная регенерация фильтрующего элемента сжатым воздухом [171, 172]. Применение импульсной регенерации в условиях цеха по производству окатышей ССГОК не представилось возможным из-за отсутствия в цехе сухого сжатого воздуха. Поэтому для встряхивания фильтрующего элемента в промышленных условиях была принята схема механического встряхивания с помощью кулачкового механизма от привода исполнительного механизма типа МЭО - 100/25. Местный отсос-пылеотделитель с фильтрующим элементом был установлен на бункере измельченного известняка № 9 обжиговой машины ОК - 108 № 3 и подключен к аспирационной установке АТУ-5. Как показали исследования (табл. 5.24), запыленность отсасываемого воздуха из бункера известняка № 9 до установки фильтрующего элемента составляла  $4050 \text{ мг/м}^3$ , а унос материала в аспирационную сеть составлял  $11,3 \text{ кг/ч}$ , после установки фильтрующего элемента запыленность воздуха сократилась до  $391 \text{ мг/м}^3$ , унос материала снизился до  $1,1 \text{ кг/ч}$ , а степень пылезадержания фильтрующего элемента составила  $90,4\%$ . Производительность местного отсоса составляла  $2800 \text{ м}^3/\text{ч}$ , гидравлическое сопротивление –  $540 \text{ Па}$ , скорость воздуха в воздуховоде –  $15,8 \text{ м/с}$ , а разрежение в бункере –  $14 \text{ Па}$ .

Таким образом, применением комплекса технологических приемов формирования потока сыпучих материалов и специальных технических средств снижения интенсивности пылевыделения, предварительной очистки воздуха в аспирационных укрытиях и в отсосах-пылеприемниках можно значительно уменьшить выбросы пыли от технологических узлов, что создает благоприятные условия для повторного использования уловленного продукта в технологии, упрощает системы пылеочистки воздуха в центральных пылеочистных аппаратах, повышает надежность работы аспирационных систем, и в конечном итоге улучшает экологическую обстановку в цехах и на промплощадках горнообогатительных предприятий.

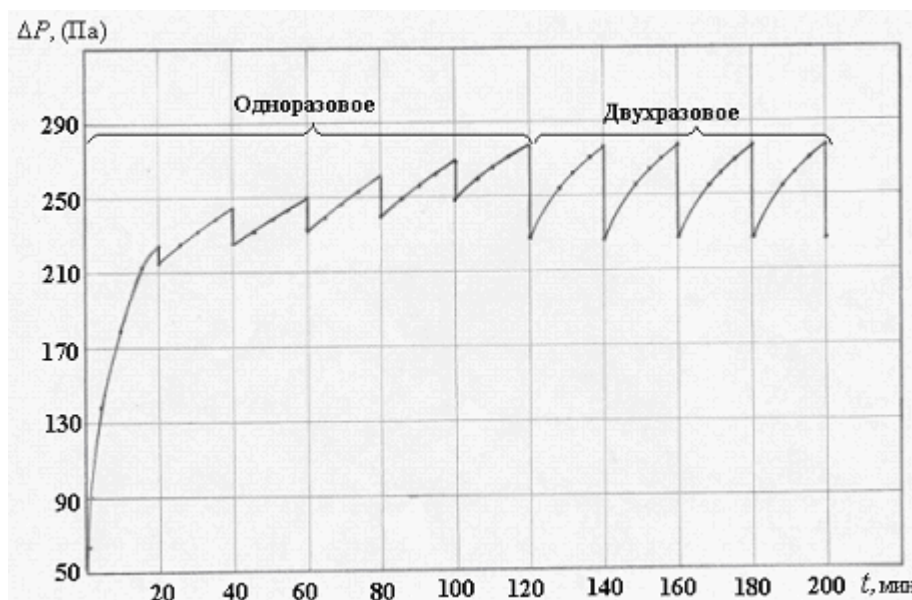


Рис.5.49. Изменение сопротивления фильтрующего элемента

## Результаты промышленных испытаний местных отсосов бункеров

Место отбора проб	Диаметр воздуховода, мм	Скорость воздуха, м/с	Объем аспирации, м <sup>3</sup> /ч	Средняя запыленность воздуха, мг/м <sup>3</sup>	Кол-во уносимого мат-ла, кг/ч	Степень пылезадержания, %
До реконструкции						
Воздуховод бункера измельченного известняка № 8	250	10,5	1850	3370	6,25	–
Воздуховод бункера измельченного известняка № 9	250	15,8	2800	4050	11,3	–
До пылеуловителя	570	7,6	7000	2507	17,5	–
После пылеуловителя	350	20,8	7200	175,5	1,26	93,0
После реконструкции						
Воздуховод бункера измельченного известняка № 8	250	10,5	1850	1440	2,7	6,7
Воздуховод бункера измельченного известняка № 9	250	15,8	2800	391	1,1	90,4
До пылеуловителя	570	7,5	7000	527	3,7	–
После пылеуловителя	350	20,8	7200	35,3	0,25	93,3

Примечание: 1. Во время пылеаэродинамических замеров загружались только бункера № 8 и 9. 2. Бункер № 8 был загружен на 2/3, бункер № 9 был загружен наполовину.



### 5.3. Неорганизованные источники пылевых загрязнений атмосферы при открытом складировании железорудных окатышей

#### 5.3.1. Открытые склады как источники загрязнения атмосферы промплощадок ГОКов

В комплексы фабрик ГОКов входят открытые склады шихтовых материалов и готовой продукции. Они служат буферными емкостями, обеспечивающими независимую работу предприятий при периодических поступлениях сырья и отгрузке готовой продукции.

Основной технологической операцией на открытых складах является перегрузка сыпучих материалов. Процессы загрузки и разгрузки открытых складов в условиях ветрового воздействия сопровождаются интенсивными неорганизованными выбросами пыли, шлейф которой распространяется далеко за пределы склада. Высокая производительность оборудования, загрузка свободно падающими потоками материала обуславливают высокую интенсивность пылевыведений, и потому открытые склады относят к группе основных источников пылевых загрязнений атмосферы промплощадок.

*Технологическая схема складирования.* На фабриках ГОКов открытому складированию подвергаются известняк, бентонит, аглоруда и обожженные окатыши. Известняк поступает на склад в виде плотных прочных кусков крупностью 5-80 мм с содержанием влаги до 5%. Бентонит поставляется крупностью до 350 мм, а влажность его 20-27 % [173]. Влажность складированной аглоруды (открытый склад ССГОКа) равна 6-8 %. Окатыши, поступающие на склад, сухие, температура их 80-120 °С.

В результате ранее выполненного анализа технологических схем складирования [174] и промышленных исследований интенсивности пылевыведений, проведенных лабораторией промышленной вентиляции ВНИИБТГ и ГПИ «Казсантехпроект» [175], установлено, что наибольшее количество пыли выделяется при погрузочно-разгрузочных работах на открытых складах обожженных окатышей (табл.5.25). Это обусловило выбор их в качестве основного объекта исследований.

В настоящее время на горнообогатительных комбинатах нашли широкое применение следующие основные типы открытых резервных складов окатышей:

- склады, оборудованные высокопроизводительными машинами непрерывного действия; загрузка их производится консольными штабелеукладчиками, отгрузка со склада – роторными заборщиками;
- склады с загрузкой штабеля через надштабельную конвейерную галерею; отгрузка материала осуществляется через конвейерную галерею, расположенную под штабелем.

Это напольные склады. Хранение складированного материала осуществляется в конусных или хребтовых штабелях протяженностью до 300 м и высотой 12-19 м. Количество окатышей, перерабатываемых на складе, достигает 500 тыс. т в год. Максимальная высота ссыпания достигает 8-21 м. По мере заполнения

штабеля она уменьшается до 2-3 м. Подача окатышей на склад и со склада производится ленточными конвейерами.

Таблица 5.25

**Содержание пыли в воздухе открытых складов сыпучих материалов**

№ п/п	Предприятие, оборудование, материал	Высота ссыпания, м/с	Скорость ветра, м/с	Содержание пыли в факеле,*	
				Всего	≤10 мкм
Загрузка склада					
1	СевГОК. ФОК-3 Штабелеукладчик. Окатыши	4	2	9720	-
2	ССГОК, ЦПО Разгрузочная тележка Окатыши	21	1,43	301	270
3	ССГОК. ЦПО Грейферный перегрузатель	4	7,6	1320	-
4	Известняк ССГОК, ЦПО Грейферный перегрузатель	4	9	80	-
5	Бентонит ССГОК. Соколовский подземный рудник. Разгрузочная тележка	8	6	2140	-
Разгрузка склада					
6	Сырая руда ЛГОК. ФОК Роторный заборщик Окатыши	1,2	2,45	685	509
7	СевГОК. ФОК-3 Роторный заборщик Окатыши	2	6,8	2370	-

Технологические параметры открытых складов обожженных окатышей приведены в табл. 5.26.

Открытые склады по сравнению с закрытыми имеют то преимущество, что на их строительство требуются значительно меньшие капитальные затраты. Прогрессивным является широкое распространение складов, оборудованных штабелеукладчиками и роторными заборщиками. Их высокая производительность обеспечивает бесперебойную работу фабрик окомкования в периоды пиковых нагрузок. Использование этого оборудования позволяет полностью механизировать операции по загрузке и разгрузке складов. Помимо этого, штабелеукладчики и роторные заборщики более перспективны с санитарно-гигиенической точки зрения. Локализация пылевыведений при работе этих машин хоть и затруднительна в силу специфики их эксплуатации (они перемещающиеся), но все же возможна путем установки автономных средств обеспыливания воздуха.

\* Содержание пыли в факеле определялось на расстоянии 40 м от источника.

## Характеристика открытых складов обожженных окатышей

№ п/п	Предприятие	Тип оборудования	Производительность оборудования, т/час	Максимальная высота ссыпания, м	Объем штабеля, тыс. м <sup>3</sup>	Прочность окатышей на сжатие, кг/окатыш	Содержание мелочи – 5÷0 мм, %
1	ПГОК ЦПО-1	Штабелеукладчик, роторный заборщик (фирма "Демаг")	1200 2200	18	64	257	2,62
2	ПГОК ЦПО-2	Штабелеукладчик, роторный заборщик (фирма "Демаг")	1200 2200	18	53,8	257	2,56
3	СевГОК ФОК-1	Штабелеукладчик (ЮУМЗ), роторный заборщик (фирма "Демаг"), ленточный конвейер, экскаватор ЭКГ-4,6	750 500 600 –	12	28 1,3 1,16	219	5,08
4	СевГОК ФОК-2	Штабелеукладчик, роторный заборщик (фирма "Лугри")	1200 1500	11	48,3 50	227	5,50
5	СевГОК ФОК-3	Штабелеукладчик, роторный заборщик (фирма "Везерхютте")	1500 1500	11	24,6 25,5	220	5,32
6	МГОК	Штабелеукладчик, роторный заборщик (ЮУМЗ)	1200 1200	13,5	6,75 29,2	200	5,53
7	ССГОК	Реверсивный конвейер	700	21	85	157	2,33
8	КЦГОК	Загрузка думпкарами, грейферный перегружатель	500	8	140	171	6,30
9	ЛГОК	Штабелеукладчик, роторный заборщик	1200 1200	13,5	25,4 29,2	200	3,29

*Основные источники пылевыделений.* Единственным средством пылеподавления на открытых складах окатышей является орошение перегружаемого материала диспергированной водой. Практика эксплуатации складского оборудования показала недостаточную эффективность гидрообеспыливания. Кроме того, применение этого средства в районах с отрицательными зимними температурами носит сезонный характер и требует шламового хозяйства. Использование воды в такой период приводит к смерзанию окатышей, что затрудняет разработку штабеля. Доля ручного труда возрастает при отгрузке окатышей через подштабельную конвейерную галерею. В этом случае наблюдается забутовка разгрузочных желобов. Кроме того, применение орошения водой горячих окатышей вызывает их термическое разрушение и ухудшает их качество как сырья.

Большинство перегрузочных узлов складских машин не оборудовано аспирационными укрытиями, а существующие укрытия имеют низкую степень герме-

тизации и не снабжены устройствами для отсоса запыленного воздуха. Избыточное давление, образующееся в таких укрытиях вследствие эжекции воздуха пересыпаемыми окатышами, приводит к выбиванию пыли наружу. Поэтому работа практически всех механизмов, участвующих в перегрузках окатышей, сопровождается большими выделениями пыли.

Источниками пылевывделений на складах первого типа являются консольные штабелеукладчики и роторные заборщики. Пылящие узлы консольного штабелеукладчика: место загрузки консольного конвейера и свободно падающий поток окатышей (пылевидные фракции выдуваются ветром и выносятся эжектируемым воздухом в месте падения материала в штабель). При работе роторного заборщика пыль выделяется в местах забора окатышей со штабеля роторным колесом, а также загрузки и разгрузки бункера-накопителя. При загрузке склада через надштабельную конвейерную галерею источником пылевывделений является также свободно падающий поток окатышей. Все перечисленные источники относятся к точечным непрерывным. В соответствии с [176] все перечисленные источники пылевывделений являются наземными холодными.

Вторичное пылеобразование от сдувания пыли ветром с поверхности штабеля окатышей незначительно, так как при загрузке склада происходит сегрегация материала, и мелкие фракции оказываются покрытыми слоем окатышей.

### **5.3.2. Исследование интенсивности пылевывделений при складировании железорудных окатышей**

В основу существующей методологии определения интенсивности неорганизованных источников выделения пыли принят косвенный метод, заключающийся в измерении концентрации пыли в пылевом факеле и определении расчетом по формулам распространения примесей в атмосфере начального расхода пыли, который и принимается в качестве количественной оценки интенсивности пылевывделения.

Поэтому важным моментом в разработке методики определения неорганизованных выбросов пыли является выбор достаточно обоснованных соотношений по расчету рассеивания примесей. Большое количество выполненных в этом плане научных работ как в нашей стране [177 – 183], так и за рубежом [184 – 187] можно условно разделить на две группы. Первая – это работы по изучению распространения легких примесей (газы, пылевые частицы мельче 5 мкм). Основополагающими здесь следует считать труды А. С. Мониной [177], А. М. Яглома [178], О. Г. Сеттана [184], Бозанке и Пирсона [185].

Вторая группа – работы, значительными из которых являются труды М. И. Юдина [179], М. Е. Берлянда [180] и Ж. Детри [186], посвященные изучению распространения как легких, так и тяжелых примесей. Практическую ценность имеют исследования процессов загрязнения промышленных площадок легкими примесями, выполненные В. С. Никитиным [181], И. Н. Лейкиным [182] и В. М. Эльтерманом [183]. Поскольку в нашем случае имеем дело с выносом из потока ссыпаемого материала относительно крупных частиц, в основу построения расчетных

зависимостей положены известные закономерности распространения тяжелых примесей. На основании их определены количественные характеристики источников пылевыведений при перегрузках обожженных окатышей на резервных складах с применением наиболее распространенной поточной технологии.

*Распространение пыли от наземного источника.* В основу расчета концентрации пыли, переносимой ветром от наземного источника, принимаются решения дифференциального уравнения установившейся диффузии тяжелой примеси при условии горизонтально однородной местности [180]:

$$u \frac{\partial q}{\partial x} + w \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial q}{\partial y}, \quad (192)$$

где  $u$  – скорость ветра, м/с;  $w$  – вертикальная составляющая скорости примеси, принимаемая для частиц пыли равной седиментационной скорости с обратным знаком, м/с;  $q$  – концентрация пыли, г/м<sup>3</sup>;  $k_y$ ,  $k_z$  – горизонтальная и вертикальная составляющие коэффициента обмена, м<sup>2</sup>/с.

Система координат определяется так: начало координат помещается на уровне земли под источником пылевыведений, ось OX направлена в сторону средней горизонтальной составляющей ветра, ось OZ направлена снизу вверх по вертикали, ось OY – перпендикулярна осям OZ и OX и направлена к читателю. Для точечного источника, расположенного в точке  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = H$ , в качестве начального условия принимается известный поток примеси, поступающий в атмосферу:

$$uq = M\delta(y)\delta(z - H) \text{ при } x = 0, \quad (193)$$

где  $M$  – интенсивность выброса пыли, г/с;  $\delta$  – функция, равная

$$\begin{aligned} \delta(y) &= 0 \text{ при } y \neq 0; & \delta(z-H) &= 0 \text{ при } z \neq H; \\ \delta(y) &= 1 \text{ при } y = 0; & \delta(z-H) &= 1 \text{ при } z = H. \end{aligned}$$

В качестве граничных условий принимаются естественные положения об убывании концентрации на бесконечном расстоянии от источника

$$q \rightarrow 0 \text{ при } z \rightarrow \infty; \quad (194)$$

$$q \rightarrow 0 \text{ при } y \rightarrow \infty \quad (195)$$

и о малости среднего турбулентного потока примеси у земной поверхности

$$k_z \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0. \quad (196)$$

Для небольшой высоты источника ( $H$  порядка нескольких метров) скорость ветра и коэффициент обмена описываются степенным законом

$$u = u_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^n; \quad k_z = k_1 \left( \frac{z}{z_1} \right)^m, \quad (197)$$

где  $u_1$  – скорость ветра на высоте  $z_1$  ( $z_1$  принимается равной 1 м), м/с;  $k_1$  – коэффициент обмена на высоте  $z_1$  (принимается равным  $0,2 \text{ м}^2/\text{с}$  при  $z_1 = 1 \text{ м}$ ). В результате решения исходного уравнения (1) М. Е. Берляндом было получено для приземной концентрации легкой примеси ( $w = 0$ ) следующее выражение:

$$q(x, y, 0) = \frac{M}{2(1+n)k_1 \sqrt{\pi k_0} x^{1,5}} \exp \left[ -\frac{u_1 H^{1+n}}{(1+n)^2 k_1 x} - \frac{y^2}{4k_0 x} \right]. \quad (198)$$

Здесь показатель степени принимается  $n = 0,15 \div 0,2$  (в этом случае степенная функция (197), описывающая вертикальный профиль ветра в приземном слое воздуха, близка к логарифмическому, характерному для турбулентных течений, при высоте шероховатостей  $0,01 \text{ м}$ ). Учитывая малость  $z$ , для коэффициента обмена ограничиваются линейной зависимостью от высоты ( $m \approx 1$ ).

Коэффициент  $k_0$ , связывающий коэффициент обмена в горизонтальной плоскости и скорость ветра

$$k_0 = k_y / u, \quad (199)$$

определяется на основании решения обратной задачи турбулентной диффузии по данным о распределении примеси или зависящего от этого распределения видимого очертания дымового факела от источника. Именно таким методом получил М. Е. Берлянд [188]  $k_0 = 0,1 \div 1 \text{ м}$  в зависимости от состояния атмосферы. Величина  $k_0$  больше при неустойчивой стратификации:  $k_0 = 0,5 \div 1 \text{ м}$ , для устойчивой атмосферы  $k_0 = 0,3 \text{ м}$ .

Между наземными значениями концентрации тяжелой и легкой примеси  $q_w$  и  $q$  на расстоянии  $x$  от источника высотой  $H$ , согласно М. Е. Берлянду и Р. И. Оникулу [189], существуют следующие соотношения:

$$q_w = \chi q, \quad (200)$$

$$\chi = \frac{u_1^\omega H^{(1+n)\omega}}{(1+n)^{2\omega} k_1^\omega \Gamma(1+\omega) x^\omega}, \quad (201)$$

$$\omega = \frac{w}{(1+n)k_1}, \quad (202)$$

позволяющие определить наземную концентрацию пыли

$$q_w = \frac{M_w A_w}{x^{1,5+\omega}} \exp\left(-\frac{b}{x} - \left(\frac{y}{\sqrt{4k_0 x}}\right)^2\right), \quad (203)$$

где для удобства записи нами принято

$$b = \frac{u_1 H^{1+n}}{(1+n)^2 k_1}, \quad (204)$$

$$A_w = \frac{u_1^\omega H^{(1+n)\omega}}{2(1+n)^{1+2\omega} k_1^{1+\omega} \sqrt{\pi k_0} \Gamma(1+\omega)} = \frac{b}{a \Gamma(1+\omega)}, \quad (205)$$

$$a = 2(1+n) k_1 \sqrt{\pi k_0}.$$

Здесь  $w$  – седиментационная скорость пылевой частицы, м/с;  $\Gamma(1+\omega)$  – гамма-функция

$$\Gamma(1+\omega) = \int_0^\infty t^\omega e^{-t} dt,$$

значения которой приведены во многих справочниках по математике. Зная концентрацию пыли по оси факела ( $y=0$ ), можем из (203) определить интенсивность источника

$$M_w = \xi q_w, \quad \xi = ax^{1,5} e^{\frac{b}{x}} \frac{\Gamma(1+\omega)}{(b/x)^\omega}. \quad (206)$$

Учитывая, что седиментационная скорость ( $w$ , м/с) зависит от крупности частиц

$$w = 3,25 \cdot 10^{-5} \rho_n d_n^2, \quad (207)$$

где  $\rho_n$  – плотность материала пылевой частицы, г/см<sup>3</sup>;  $d_n$  – диаметр пылевой частицы, мкм, соотношение (206) позволяет определить интенсивность выделения пыли узкой фракции диаметром

$$d_i = \frac{d_i^{\max} + d_i^{\min}}{2}. \quad (208)$$

На рис.5.50 представлен график изменения величины  $\xi$  в зависимости от диаметра частиц для плотности  $\rho_n = 3000$  кг/м<sup>3</sup> и  $\rho_n = 4000$  кг/м<sup>3</sup> (для условий эксперимента на складе окатышей Соколовско-Сарбайского ГОКа  $H = 10$  м,  $u_1 = 1,43$  м/с,  $x = 40$  м). Характер изменения коэффициента  $\xi$  обусловлен гамма-функцией

(рис.5.51). Как видно из приведенных графиков, в области  $d < 5$  мкм величина  $\xi$  практически не изменяется и равна  $\xi = 760$ .

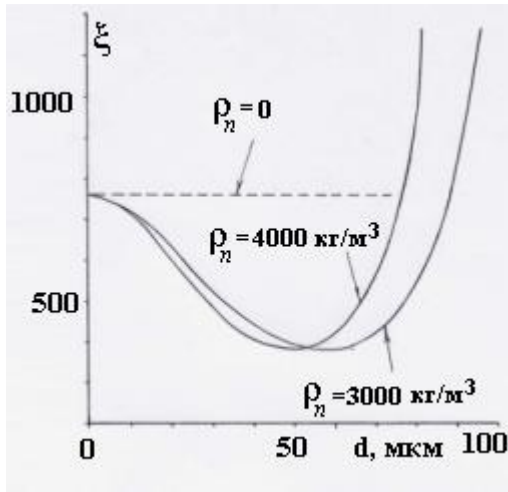


Рис. 5.50. Изменение коэффициента  $\xi$  в зависимости от крупности частиц (при  $k_1 = 0,2$  м<sup>2</sup>/с;  $k_0 = 0,3$  м;  $n = 0,15$ ;  $H = 10$  м;  $x = 40$  м;  $u_1 = 1,43$  м/с)

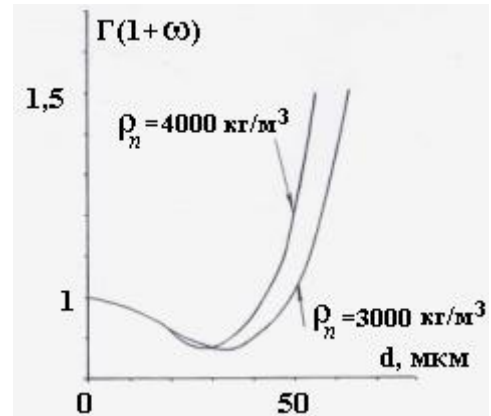


Рис. 5.51. Изменение функции  $\Gamma(1+\omega)$  (при  $k_1 = 0,2$  м/с;  $n = 0,15$ )

Распространение пыли в этой области может быть описано соотношениями для легкой примеси ( $\omega = 0$ ;  $\rho_n \rightarrow 0$ ). Для определения интенсивности источника, выделяющего полидисперсную пыль, необходимо результаты расчетов для каждой фракции (характеризуемой диаметром  $d_i$  и скоростью  $w_i$ ) суммировать. Аналогично поступают и при определении наземной концентрации полидисперсной пыли.

Для упрощения расчетов можно использовать понятие среднего диаметра полидисперсной пыли  $d_{cp}$ . Для его определения примем следующее очевидное положение: интенсивность выделения пыли крупностью  $d_{cp}$

$$M = qe^x \frac{x^{\frac{b}{x} 1,5 + \omega_{cp}}}{A_{w_{cp}}} \quad (209)$$

должна быть равна сумме интенсивностей каждой фракции пыли (пусть общее число этих фракций  $N$ ). Тогда из соотношения

$$qe^x \frac{x^{\frac{b}{x} 1,5 + \omega_{cp}}}{A_{w_{cp}}} = \sum_{i=1}^N qm_i e^x \frac{x^{\frac{b}{x} 1,5 + \omega_i}}{A_{w_i}} \quad (210)$$

получим следующее равенство, определяющее величину  $\omega_{cp}$  (а следовательно, и  $w_{cp}$  и  $d_{cp}$ ), имея в виду соотношения (202) и (207):



$$\frac{x^{1,5+\omega_{cp}}}{A_{w_{cp}}} = \sum_{i=1}^N m_i \frac{x^{1,5+\omega_i}}{A_{w_i}}, \quad (211)$$

где  $m_i$  – доля частиц (по массе)  $i$ -й фракции,  $q$  – концентрация пыли, г/м<sup>3</sup>;

$$\omega_{cp} = \frac{w_{cp}}{(1+n)k_1}; \quad (212)$$

$w_{cp}$  – седиментационная скорость частицы крупностью  $d_{cp}$ , м/с. С учетом (204)

$$\begin{aligned} \frac{x^{1,5+\omega_{cp}}}{(u_1 H^{(1+n)})^{\omega_{cp}}} \left[ (1+n)^{1+2\omega_{cp}} k_1^{1+\omega_{cp}} \Gamma(1+\omega_{cp}) \right] = \\ = \sum_{i=1}^N m_i \frac{x^{1,5+\omega_i}}{(u_1 H^{(1+n)})^{\omega_i}} \left[ (1+n)^{1+2\omega_i} k_1^{1+\omega_i} \Gamma(1+\omega_i) \right]. \end{aligned} \quad (213)$$

При  $\omega_i < 1$  можем положить равными выражения в квадратных скобках и  $x^{1,5+\omega_{cp}} \approx x^{1,5+\omega_i}$ , тогда

$$\frac{1}{(u_1 H^{(1+n)})^{\omega_{cp}}} = \sum_{i=1}^N m_i \frac{1}{(u_1 H^{(1+n)})^{\omega_i}}, \quad (214)$$

откуда найдем соотношение

$$\omega_{cp} = -\ln \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{(u_1 H^{(1+n)})^{\omega_i}} \bigg/ \ln(u_1 H^{(1+n)}), \quad (215)$$

позволяющее найти  $\omega_{cp}$ .

Располагая данными о наземной концентрации пыли, найдем интенсивность ее выпадения на земную поверхность

$$\varepsilon_w = \int_{-\infty}^{\infty} q_w w dy, \quad (216)$$

где  $\varepsilon_w$  – интенсивность осаждения пыли из факела на единицу его длины, г/с·м. С учетом (203)

$$\varepsilon_w = 2wMA_w \sqrt{\pi k_0} \frac{\exp(-b/x)}{x^{1+\omega}}. \quad (217)$$

Учитывая очевидную связь между расходом пыли в факеле и интенсивностью осаждения

$$\frac{dG_w}{dx} = -\varepsilon_w, \quad (218)$$

можем найти расход пыли  $G_w$  (г/с) данной фракции, уносимой ветром на расстояние  $x$  от источника

$$G_w = M_w - \int_0^x \varepsilon_w dx \quad (219)$$

или с учетом (217)

$$G_w = M_w \frac{\gamma\left(\omega, \frac{b}{x}\right)}{\Gamma(\omega)}, \quad (220)$$

где  $\gamma\left(\omega, \frac{b}{x}\right)$  – неполная гамма-фракция

$$\gamma\left(\omega, \frac{b}{x}\right) = \int_0^{b/x} t^{\omega-1} e^{-t} dt, \quad (221)$$

$t$  – переменная интегрирования.

Нетрудно заметить, что из (220) вытекают очевидные соотношения

$$G_w = M_w \quad \text{при } x = 0; \quad (222)$$

$$G_w = 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty. \quad (223)$$

Неполную гамму-фракцию можно выразить через затабулированную функцию распределения  $\chi^2$  – квадрат [190]

$$\gamma\left(\omega, \frac{b}{x}\right) = \frac{\exp(-b/x) \left(\frac{b}{x}\right)^\omega}{\omega} + \frac{\Gamma(\omega+1)}{\omega} \left[1 - Q\left(\frac{2b}{x} \mid 2 + 2\omega\right)\right], \quad (224)$$

где  $Q\left(\frac{2b}{x} \mid 2 + 2\omega\right)$  – функция распределения  $\chi^2$  – квадрат

$$Q(\chi^2 \mid \nu) = \left[2^{\nu/2} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\right]^{-1} \int_{\chi^2}^{\infty} t^{\nu/2-1} e^{-t/2} dt, \quad (225)$$

$\chi, \nu$  – независимые переменные, равные в нашем случае

$$\chi^2 = 2b/x; \quad \nu = 2 + 2\omega. \quad (226)$$

С учетом (224) соотношение (220) для расхода пыли примет следующий, удобный для вычисления, вид:

$$G_w = M_w \varphi_w, \quad (227)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_w &= 1 + \frac{\left(\frac{b}{x}\right)^\omega \exp(-b/x)}{\Gamma(1+\omega)} - Q\left(\frac{2b}{x} \mid 2\omega + 2\right) = \\ &= 1 + \frac{\left(\frac{b}{x}\right)^\omega \exp(-b/x)}{\Gamma(1+\omega)} \left[1 + \frac{b}{x}\right] - Q\left(\frac{2b}{x} \mid 2\omega + 4\right) = \\ &= 1 + \frac{\left(\frac{b}{x}\right)^\omega \exp(-b/x)}{\Gamma(1+\omega)} \left[1 + \frac{b}{x} + \frac{\left(\frac{b}{x}\right)^2}{(\omega+2)(\omega+1)}\right] - Q\left(\frac{2b}{x} \mid 2\omega + 6\right) = \dots \end{aligned} \quad (228)$$

Здесь рекуррентные соотношения для  $\varphi_w$  приведены с целью удобства пользования табличными значениями для функции  $Q(\chi^2 \mid \nu)$ .

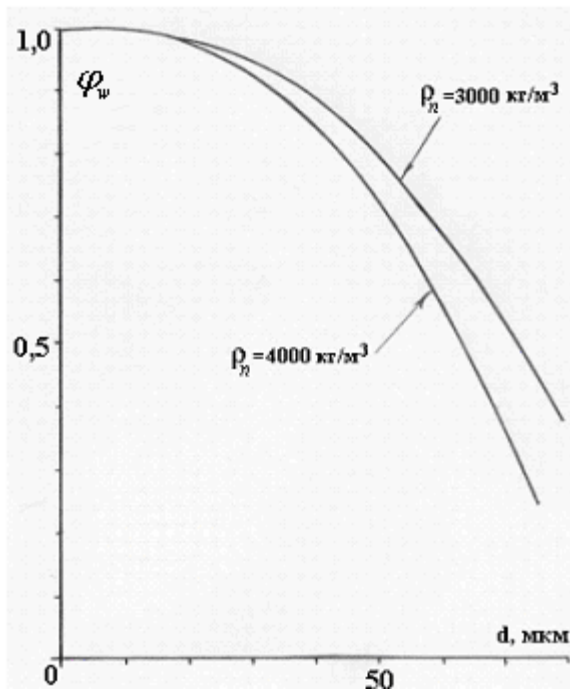


Рис. 5.52. Изменение коэффициента  $\varphi_w$  в зависимости от крупности частиц  $d$  (при  $k_1 = 0,2 \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $k_0 = 0,3 \text{ м}$ ;  $n = 0,15$ ;  $H = 10 \text{ м}$ ;  $x = 40 \text{ м}$ ;  $u_1 = 1,43 \text{ м/с}$ )

Величина  $\varphi_w$  характеризует степень выпадения пылевых частиц различной крупности. На рис.5.52 в качестве примера приведен график изменения  $\varphi_w$  для условий эксперимента на складе окатышей Соколовско-Сарбайского ГОКа. Как видно из графика, выпадением частиц мельче 15 мкм можно пренебречь. При определении расхода полидисперсной пыли необходимо вычислить  $G_w$  для каждой

узкой фракции и результаты сложить. Можно использовать также выражение для средней седиментационной скорости (215). В этом случае общий расход пыли в факеле составит

$$G = M \left[ \frac{\exp(-b/x)}{\Gamma(1 + \omega_{cp})} \left(\frac{b}{x}\right)^{\omega_{cp}} + 1 - Q\left(\frac{2b}{x} \mid 2 + 2\omega_{cp}\right) \right]. \quad (229)$$

При этом используется тот факт, что в области малых  $\omega$  величина в квадратных скобках правой части уравнения (228) практически не изменяется.

*Промышленные исследования структуры пылевого факела.* Исследования структуры пылевого факела проводились с целью определения формы, геометрических параметров и скорости движения факела на всех этапах его формирования и распространения.

Параметры факела определялись с помощью кино съемки, которая осуществлялась 16-мм кинокамерой «Красногорск-2» на скорости 24 и 48 кадров в секунду\*. В процессе кино съемки в поле объектива находился репер характерный предмет с известными линейными размерами, расположенный по отношению к кинокамере на одной линии с источником выбросов или интересующим участком факела. Кино съемка выполнялась в трех направлениях по отношению к источнику: перпендикулярном факелу, вдоль и сверху факела.

После обработки кино пленки производился анализ отснятого материала. Для обеспечения покадровой экспозиции кинограмм был использован диапроектор «Свитязь-М», усовершенствованный с целью создания фильмового канала.

Анализ кинограмм производился в следующей последовательности: на лист миллиметровой бумаги, расположенный перпендикулярно оси светового луча проектора, с первого кадра наносились характерные точки и линии факела, положение и размеры репера. Затем производилось перемещение пленки в направлении развития пылевыделения на фиксируемое количество кадров. Серия соответствующих меток создает картину процесса в том или ином месте факела.

Применение кино съемки позволяет дать не только качественную оценку механизма образования и движения твердой фазы в окружающей среде, но и количественно определить ряд таких факторов, как скорость распространения факела, его высоту и ширину на границе склада, угол раскрытия, границы зон наивысшей запыленности.

При исследовании динамики пылевоздушного факела рассматривались следующие виды погрузочно-разгрузочных работ:

- 1) загрузка штабеля из надштабельной конвейерной галереи;
- 2) отгрузка окатышей со склада роторным заборщиком;
- 3) загрузка думпкаров.

Процесс загрузки склада думпками выбран потому, что он сопровождается большим расходом материала, характеризуется значительным коли-

---

\* Методология исследования разработана асп. С.И.Задорожним.

чеством эжектируемого воздуха и широким фронтом взаимодействия сыпавшихся окатышей и воздуха.

Загрузка склада из надштабельной конвейерной галереи изучалась в условиях склада окатышей цеха по производству окатышей Соколовско-Сарбайского ГОКа. Ситуационная схема в период проведения исследования приведена на рис. 5.53. Средняя скорость ветра была равна 1,43 м/с. Штабель материала – конусный. Загрузка штабеля производилась от нулевой отметки склада до высоты 2,4 м. Окатыши подавались на склад с разгрузочной тележки ленточного конвейера №28, производительность которого составляла 208,5 т/ч. Высота свободного падения окатышей по мере роста штабеля изменялась от 21 до 18,6 м.

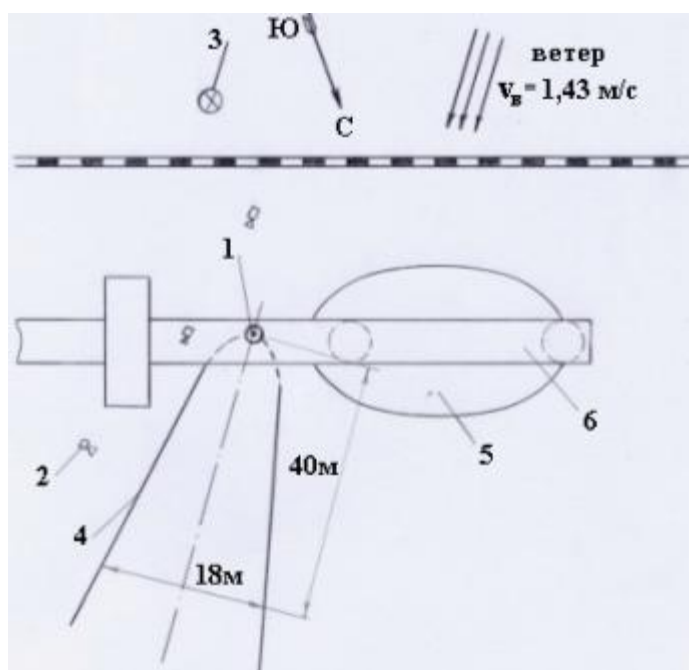


Рис. 5.53. Ситуационная схема при исследовании вертикального линейного источника пылевыведений:  
1 – место падения окатышей в штабель;  
2 – точка кинесъемки; 3 – место расположения анемометра; 4 – граница факела;  
5 – штабель;  
6 – надштабельная конвейерная галерея.

В результате исследования установлено, что при загрузке склада свободно падающим потоком образуется пылевоздушный факел, состоящий из двух частей: верхней и нижней (рис.5.54).

Верхняя часть отделяется от потока материала по всей высоте его открытой части вследствие выдувания мелких частиц ветром. Угол раскрытия этой части факела составляет  $35^\circ$ . Пыль сносится ветром, образуя между осью потока и нижней границей верхней части факела угол  $19^\circ$ .

Чем меньше объемная концентрация окатышей в потоке и выше скорость ветра, тем больше угол. С увеличением скорости ветра растет «продуваемость» струи окатышей, что приводит к некоторому росту концентрации пыли в верхней части факела. В предельном случае тонкодисперсная пыль может распространяться горизонтальным факелом, который делает резкий поворот по направлению ветра в устье струи окатышей. Полученный профиль скорости движения верхней части факела показывает ее рост на стороне, расположенной ближе к струе материала. Скорость движения воздуха у нижней границы больше, чем у верхней, и соответственно равна 4,57 и 2,15 м/с.

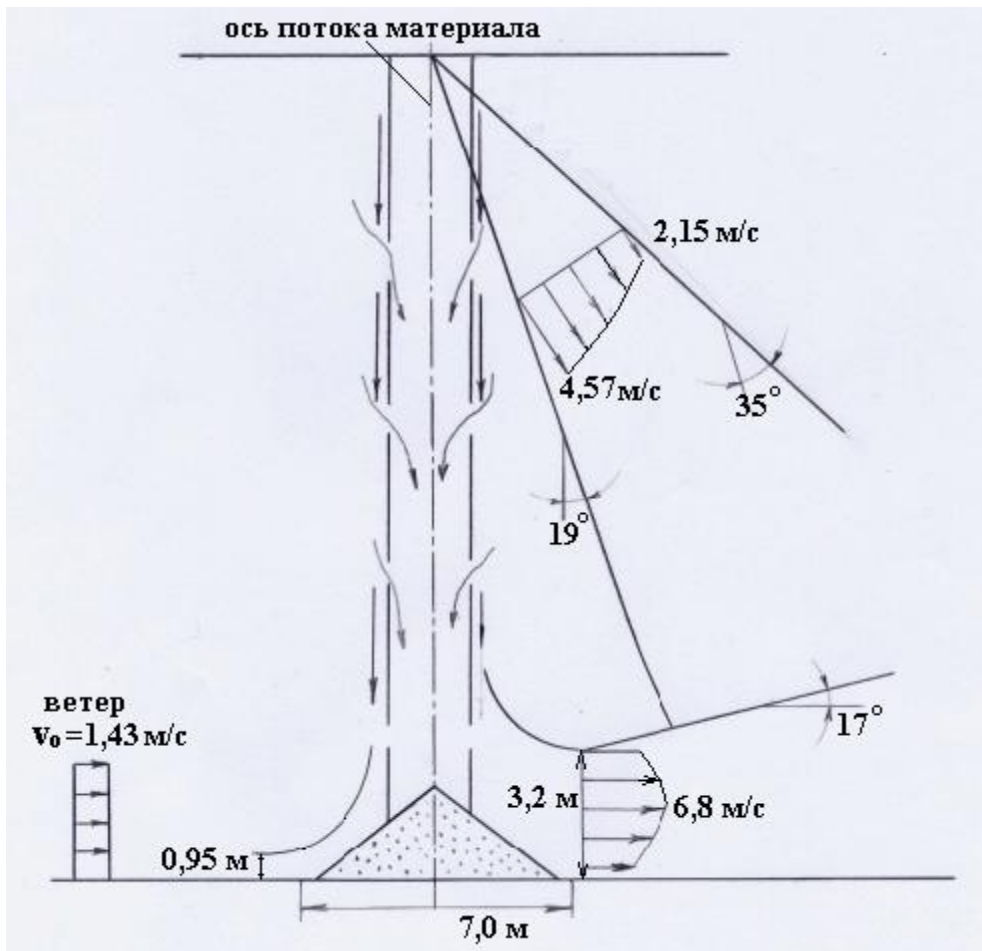


Рис. 5.54. К определению параметров пылевоздушного факела и веерной струи

Гравитационный поток материала эжектирует воздух, который при натекании на штабель образует веерную струю [191]. Пылевые частицы выносятся этой струей в месте падения окатышей и распространяются в направлении ветра. Скорость веерной струи определяется количеством эжектируемого воздуха, диаметром потока окатышей и толщиной веерной струи. Она сносится ветром, поэтому её толщина на наветренной стороне была равна 0,95 м, а на подветренной 3,2 м при диаметре 7 м. Максимальная скорость веерной струи на подветренной стороне равна 6,8 м/с. Диаметр потока окатышей на расстоянии 1 м от места падения в штабель равен 1,93 м. На расстоянии, равном 0,5 высоты свободного падения материала при скорости ветра до 2 м/с и 3,5 ÷ 4,0 высотам при скорости ветра 4 ÷ 6 м/с, верхняя и нижняя пылевоздушные струи сливаются в один факел.

Пройдя путь 8 ÷ 10 м от места слияния, скорость суммарного факела выравнивается и достигает скорости окружающего воздуха. На наветренной стороне штабеля образуется зона аэродинамической тени протяженностью 2,5 высоты конического и 4 ÷ 5 высот хребтового штабеля. В ней создается циркуляция, определяемая дальностью веерной струи и высотой штабеля. Пыль распространяется по всей зоне, что приводит к расширению факела.

При установившемся расходе материала 8 ÷ 10 т/ч наблюдалась только верхняя пылевоздушная струя. В месте падения материала пылевыделений не было. Ось факела в этом случае резко загибалась, а его верхняя граница принимала

горизонтальное положение. Влияние сил эжекции можно проиллюстрировать на таком примере. Мгновенное увеличение расхода материала с  $8 \div 10$  т/ч до 208,5 т/ч приводило к интенсивному взаимодействию потока сыпавшихся окатышей и воздуха, что вызывало перемещение нижней границы факела к месту падения материала в штабель (рис.5.55). Как видно, скорость перемещения нижней границы возрастала по мере приближения её к предельному положению и достигала значения 4,81 м/с на расстоянии 2,1 м до оси струи.

Исследование особенностей образования пыли при разгрузке склада роторным заборщиком проводилось на складе окатышей окомкования ЛГОКа. Высота хребтового штабеля была равна 6 м. Забор окатышей производился в средней и нижней частях штабеля. Производительность роторного заборщика – 600 т/ч. Скорость ветра – 2,45 м/с. В месте забора окатышей со штабеля пыль выделялась от переивания той части материала, которая просыпалась из ковшей при черпании. Следующим и наиболее мощным источником пылевывделений является узел загрузки конвейера роторным колесом.

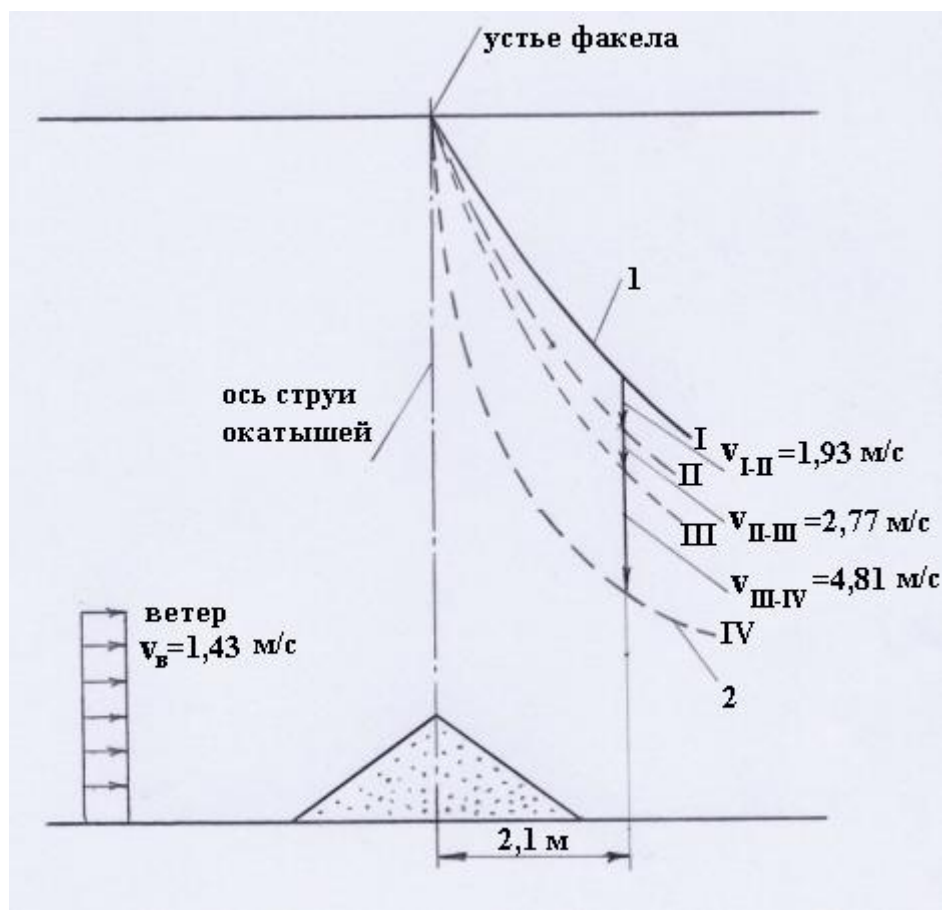


Рис. 5.55. Изменение положения нижней границы верхней пылевоздушной струи при мгновенном увеличении расхода материала. Положение нижней границы при: 1 –  $G_m = 8 \dots 10$  т/ч; 2 –  $G_m = 208,5$  т/ч

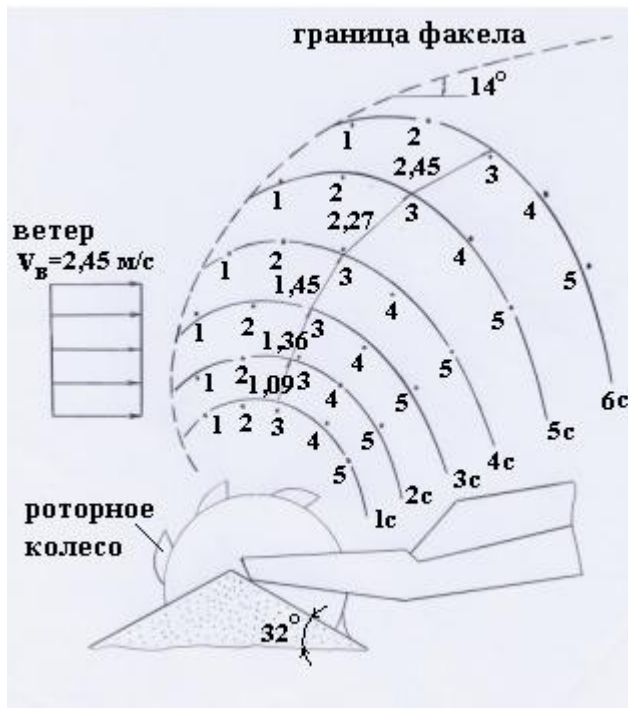


Рис. 5.56. Начальная скорость ядра пылевого факела роторного заборщика

Одновременно разгружаются два ковша: предыдущий по направлению вращения ротора заканчивает разгрузку, а последующий – начинает. Расстояние, которое проходит материал от разгрузочного проема ковша до ленты конвейера, равно  $1,5 \div 1,8$  м. Последнюю часть этого пути окатыши сыпаются по наклонной плоскости. Ширина потока материала достигает 2 м. Пыль выдувается ветром и взмывается эжекционным потоком воздуха при ударе окатышей о ленту конвейера. В районе верхней части роторного колеса образуется ядро пылевого облака, начальная скорость которого меньше скорости ветра (рис. 5.56).

На рисунке приведены последовательные положения фронта ядра пылевого облака через интервал времени  $1c$ . Через некоторое время ядро рассеивается, увеличиваясь в объеме и набирая скорость ветра. В месте загрузки магистрального конвейера наблюдалась пылевоздушная струя, выбивающаяся на расстояние до 4м. Её наличие обусловлено работой бункера-накопителя в режиме на «проход», в результате из-за большой высоты сыпания в канале формируется мощный поток эжектируемого воздуха, настилающегося на ленту конвейера. Пылящие узлы роторного заборщика образуют один факел, максимальная ширина которого в устье равна расстоянию от оси роторного колеса до места выхода окатышей из бункера-накопителя на магистральный конвейер. Интенсивность пылевыделений при работе роторного заборщика определяется его производительностью, скоростью ветра и содержанием мелочи в окатышах.

Распространение пылевого факела в значительной мере зависит от места расположения очага пылеобразования по отношению к действующему направлению ветра. Это хорошо видно на примере разгрузки думпкаров (склад окатышей, станция Железородная, г. Рудный). Скорость ветра была равна 2 м/с. Время разгрузки одного думпкара грузоподъемностью 85 т равно 45 с. Учитывая кратковременность процесса разгрузки думпкара, этот источник можно отнести к мгновенным. В этом случае на пылевое облако действует эжекционное давление и сопротивление внешней среды. При разгрузке на наветренной стороне в начальный период горизонтальная составляющая скорости движения фронта пылевого облака падает до нуля под действием встречного ветрового потока (табл.5.27).



**Изменение скорости фронта пылевого облака при разгрузке думпкара  
на наветренной и заветренной стороне**

Наветренная сторона			Заветренная сторона		
Время с начала разгрузки, с	Скорость, м/с		Время с начала разгрузки, с	Скорость, м/с	
	горизонтальная составляющая	вертикальная составляющая		горизонтальная составляющая	вертикальная составляющая
25	0,67	0,15	0	0	0
30	0,37	0,32	5	0	0
35	0,34	0,4	10	0,48	0,27
40	0,29	0,3	15	1,62	0,64
45	0,12	0,56	20	1,7	0,74
50	-0,34	0,6	25	0,86	0,7
55	-0,42	0,3	30	0,66	0,78
60	-0,48	0,4	35	0,28	0,52

Влияние эжекционного давления уменьшается. Затем облако сносится в противоположную сторону – по направлению ветра, постепенно достигая его скорости. Вертикальная составляющая скорости растет до определенной величины, достигнув которой остается постоянной, колеблясь в сравнительно узком диапазоне. Пылевое облако рассеивается. При разгрузке думпкара на подветренной стороне пылевое облако распространяется в зоне аэродинамической тени. Горизонтальная и вертикальная составляющие скорости движения облака постепенно уменьшаются, встречая сопротивление воздушной среды. Достигнув границы аэродинамической тени, облако набирает скорость, равную скорости воздушных течений. Если протяженность аэродинамической тени достаточно большая, то скорость облака уменьшается до нуля, и оно оседает на этом участке. Это же произойдет и при отсутствии ветра.

Таким образом, установлено, что скорость пылевого факела приобретает скорость плоско-параллельного установившегося потока на расстоянии  $8 \div 10$  м от места слияния всех составляющих пылевоздушных струй. Если факел попадает в область аэродинамической тени, расположенную на заветренной стороне штабеля, то скорость его выравнивается до скорости ветра на расстоянии  $2,5$  высоты конического и  $4 \div 5$  высот хребтового штабеля.

*Интенсивность основных источников пылевыделений.* Интенсивность пылевыделений зависит от ряда факторов (рис.5.57), преобладающими из которых являются: содержание мелочи в перегружаемых окатышах, высота ссыпания, а также скорость и направление ветра. Определение интенсивности пылевыделений производилось для каждого источника, образующего самостоятельный пылевоздушный факел. Замеры проводились в дневное время при отсутствии следующих факторов, мешающих их проведению: скорость ветра более 10 м/с, порывистый ветер, осадки (дождь, морось, снег), туман, нарушение нормального хода техно-

логического процесса, посторонние источники выделения пыли, преграды на пути распространения пылевоздушного факела.

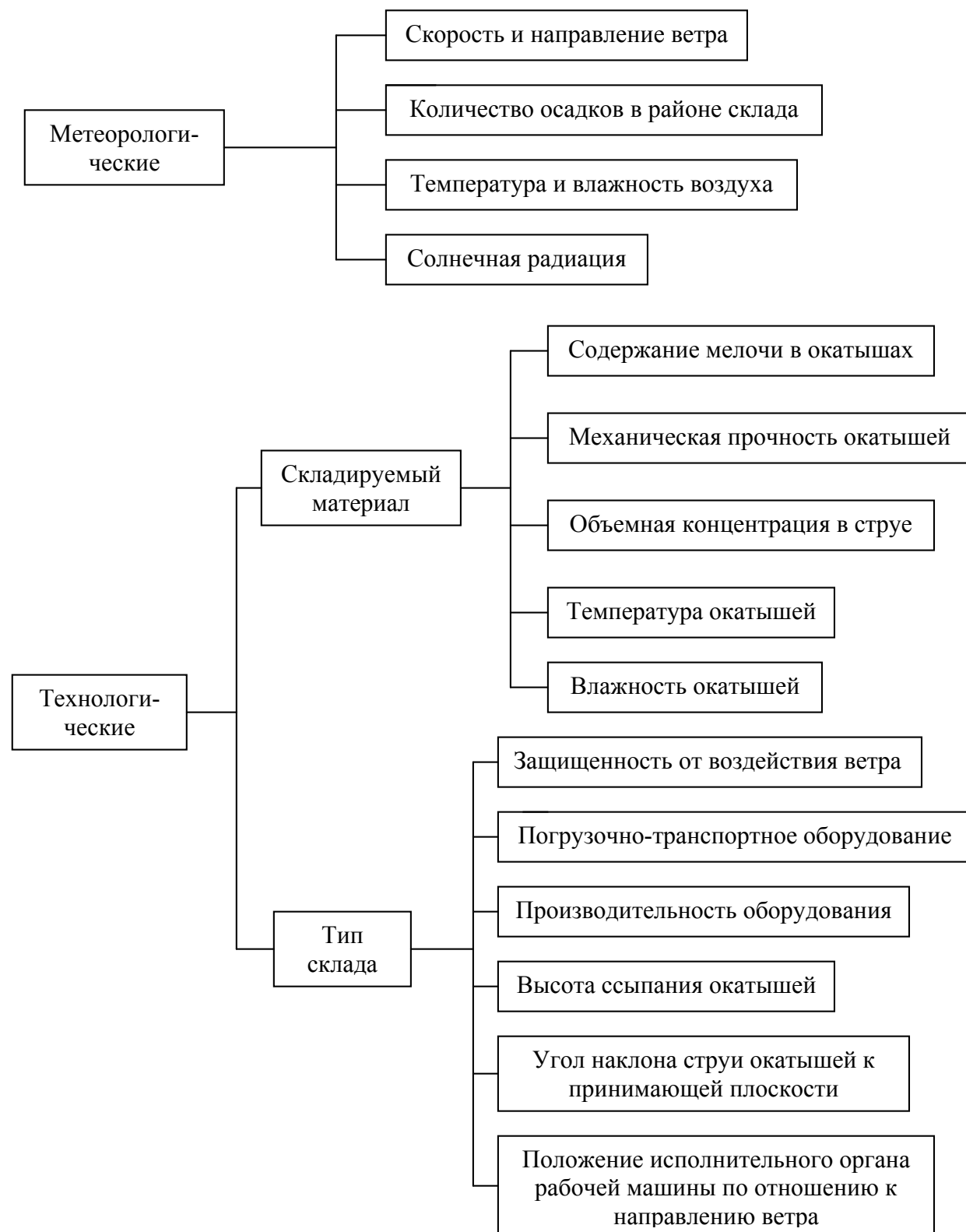


Рис. 5.57. Факторы, определяющие интенсивность пылевых выделений

Измерения проводились в следующей последовательности. Составлялась ситуационная схема склада с указанием исследуемого источника пылевых выделений.

Определялась высота  $H$  источника выброса пыли. На основании данных, полученных в результате анализа кинограмм, высота источника при разгрузке окатышей роторным заборщиком принималась равной 0,5 диаметра роторного колеса. Для случая загрузки штабеля свободно падающим потоком складываемого материала она принималась в соответствии с формулой

$$H = Lh, \quad (230)$$

где

$$L = 1/3 \text{ при } 10 \leq h \leq 20; \quad L = 1/2 \text{ при } 5 \leq h < 10; \quad L = 1 \text{ при } h < 5$$

$L$  – коэффициент, учитывающий форму факела;  $h$  – высота свободного падения материала, м.

С помощью вымпела определялось направление ветра и устанавливалось положение продольной оси факела. На фиксированном расстоянии от источника по направлению ветра на оси факела отмечался замерный пункт. Он располагался не ближе точки, в которой нижняя граница пылевого факела касается земной поверхности, и на расстоянии не менее 8 ÷ 10 м от места слияния всех пылевоздушных струй источника. В замерном пункте на высоте 1 м от уровня земли анемометром измерялась скорость ветра и отбирались пробы воздуха для определения содержания пыли. Одновременно с проведением замеров фиксировались: вид погрузочно-разгрузочных работ, производительность технологического оборудования и плотность перегружаемых окатышей. Затем производился анализ отобранных проб с целью определения весовой концентрации пыли в воздухе и её дисперсного состава (по массе).

Возможность использования в дальнейших расчетах данных по фракциям крупной пыли проверялась следующим требованием:

$$l_i = \frac{H}{w_i} u_1 > x_i, \quad (231)$$

где  $l_i$  – расстояние, на которое переносится частица  $i$ -й фракции в условиях рассматриваемого опыта, м.

Если это соотношение не выдерживалось, то данная фракция выбраковывалась.

Интенсивность выброса пыли фракции рассчитывалась по формуле (206). Величина  $\xi$  при этом определялась по формуле

$$\xi = 0,447 \frac{x\sqrt{x}}{A\left(\frac{b}{\omega}, \omega\right)}, \quad (232)$$

где  $A\left(\frac{b}{\omega}, \omega\right)$  – параметр, рассчитанный по формуле

$$A\left(\frac{b}{x}, \omega\right) = \frac{e^{-\frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b}{x}\right)^\omega}{\Gamma(1 + \omega)} = e^{-\frac{b}{x}} \cdot \left(\frac{b}{x}\right)^\omega \int_0^\infty t^\omega e^{-t} dt, \quad (233)$$

при известных величинах  $\frac{b}{x}$  и  $\omega$ . Для определения последних использовали следующие расчетные соотношения:

$$\frac{b}{x} = 3,78u_1 H^{1,15} / x, \quad (234)$$

$$\omega = 1,414 \cdot 10^{-7} \rho_n d_n^2, \quad (235)$$

где  $\rho_n$  – плотность пылевых частиц, кг/м<sup>3</sup>;  $d_n$  – диаметр пылевой частицы, определяемый как среднеарифметическое значение диапазона соответствующей фракции, мкм.

Общая интенсивность выброса пыли для отдельного источника находилась как сумма пофракционных интенсивностей.

Определение интенсивности пылевыделений источников по замерам концентрации пыли в факеле выполнено для условий складов окатышей ЛГОКа – отгрузка роторным заборщиком и ССГОКа – загрузка штабеля свободно падающей струей материала (табл. 5.28).

Пофракционную интенсивность источника представляется возможным определить также по интенсивности осаждения пыли на горизонтальную плоскость, например, на подложку известной площади

$$M_{w_i} = \frac{\varepsilon_{w_i}}{w_i} \xi, \quad (236)$$

имея в виду, что

$$\varepsilon_{w_i} = m_i \varepsilon, \quad (237)$$

где  $\varepsilon_{w_i}$  – интенсивность осаждения  $i$ -й фракции пыли на подложку, г/м<sup>2</sup>·с;  $m_i$  – доля  $i$ -й фракции, осевшей на подложку;  $\varepsilon$  – общая интенсивность осаждения пыли на подложку, г/м<sup>2</sup>·с;  $w_i$  – определяется по формуле (207).

Определение интенсивности пылевыделений источников по осаждению пыли на горизонтальную плоскость выполнено по данным института «Казсантехпроект» [175], который провел исследования пылевыделений при загрузке складов окатышей СевГОКа и ССГОКа. Исследования заключались в определении интенсивности осаждения пыли на подложку в нескольких замерных пунктах, выбранных по ранее описанной схеме. Результаты расчетов приведены в табл. 5.29.

**Интенсивность источников пылевывделений  
(по концентрации пыли в факеле)**

Дисперсный состав пыли, %. Пофракционная интенсивность в диапазонах размеров частиц, мкм						Суммарная интенсивность, г/с	Удельный вынос пыли, кг/т
0÷1,4	1,4÷4,2	4,2÷10	10÷15	15÷30	30÷45		
1. Свободная струя. ССГОК. $G_m = 208,5$ т/ч; $\rho_n = 4,8$ т/м <sup>3</sup> ; Н = 7 м							
а) $u_1 = 1,43$ м/с; $x = 15$ м; $q_\phi = 0,402$ г/м <sup>3</sup>							
<u>2,51</u> 7,66	<u>2,19</u> 6,64	<u>9,48</u> 27,40	<u>12,91</u> 33,24	<u>48,72</u> 88,05	<u>24,18</u> 22,70	185,59	3,21
б) $u_1 = 1,43$ м/с; $x = 40$ м; $q_\phi = 0,28$ г/м <sup>3</sup>							
<u>2,20</u> 2,47	<u>1,75</u> 1,96	<u>9,53</u> 10,46	<u>25,95</u> 27,21	<u>39,02</u> 36,28	<u>21,55</u> 18,94	97,32	1,68
2. Роторный заборщик. ЛГОК. $G_m = 500$ т/ч; $\rho_n = 4,915$ т/м <sup>3</sup> ; Н = 2,5 м							
а) $u_1 = 2,45$ м/с; $x = 20$ м; $q_\phi = 1,164$ г/м <sup>3</sup>							
<u>1,76</u> 3,09	<u>1,94</u> 3,39	<u>9,67</u> 16,56	<u>26,52</u> 43,18	<u>38,07</u> 54,24	<u>22,04</u> 29,04	149,50	1,08
б) $u_1 = 2,45$ м/с; $x = 60$ м; $q_\phi = 0,503$ г/м <sup>3</sup>							
<u>1,91</u> 3,11	<u>2,72</u> 4,43	<u>22,07</u> 36,38	<u>45,44</u> 77,21	<u>27,86</u> 54,10	-	175,23	1,26

Как видно из табл. 5.28 и 5.29, доля крупных фракций в факеле уменьшается, а мелких – возрастает по мере удаления от источника. Это происходит вследствие осаждения грубодисперсной пыли из факела на всем пути его распространения. Концентрация пыли в факеле и интенсивность её осаждения на подложку убывают при увеличении расстояния от источника до замерного пункта, что объясняется рассеиванием факела. Результаты расчетов интенсивности пылевывделений удовлетворительно согласуются.

Определив таким образом интенсивность источника, можем расчетным путем с использованием соотношения (203) найти наземную концентрацию пыли по пути ее перемещения.

*Методика определения потерь пылевидного материала при складировании обожженных окатышей.* Для условий открытых складов окатышей потери пылевидного материала – это количество (расход) пыли, уносимой в единицу времени через границу склада. Для определения потерь рассчитываются пофракционные  $M_i$  и суммарная  $M$  интенсивности пылевывделений.

**Интенсивность источников пылевыведений  
(по осаждению пыли на горизонтальную плоскость)**

Дисперсный состав пыли, %. Пофракционная интенсивность в диапазонах размеров частиц, мкм				Суммарная интенсивность, г/с	Удельный вынос пыли, кг/т
10÷16	16÷25	25÷40	40÷63		
1	2	3	4	5	6
1. Штабелеукладчик. СевГОК. $G_m = 600$ т/ч; $\rho_n = 4,65$ т/м <sup>3</sup> ; $H = 4$ м					
а) $u_l = 1,6$ м/с; $x = 10$ м; $q_\phi = 4,39$ г/м <sup>3</sup> ; $\varepsilon = 0,3996$ г/м <sup>2</sup> ·с					
<u>10,38</u>	<u>21,86</u>	<u>47,10</u>	<u>20,66</u>		
381,78	257,01	138,76	13,65	791,20	4,75
б) $u_l = 2$ м/с; $x = 25$ м; $q_\phi = 4,13$ г/м <sup>3</sup> ; $\varepsilon = 0,2011$ г/м <sup>2</sup> ·с					
<u>33,58</u>	<u>34,30</u>	<u>32,12</u>	-		
598,51	219,11	68,69		886,31	5,32
в) $u_l = 2$ м/с; $x = 40$ м; $q_\phi = 3,13$ г/м <sup>3</sup> ; $\varepsilon = 0,1253$ г/м <sup>2</sup> ·с					
<u>45,45</u>	<u>34,09</u>	<u>20,46</u>	-		
615,72	178,87	43,74		838,33	5,03
2. Свободная струя ССГОК. $G_m = 85$ т/ч; $\rho_n = 4,8$ т/м <sup>3</sup> ; $H = 4,67$ м					
а) $u_l = 2$ м/с; $x = 10$ м; $q_\phi = 0,47$ г/м <sup>3</sup> ; $\varepsilon = 0,093$ г/м <sup>2</sup> ·с					
<u>1,68</u>	<u>5,58</u>	<u>34,64</u>	<u>58,10</u>		
57,59	56,73	73,62	18,02	205,96	8,72
б) $u_l = 4$ м/с; $x = 25$ м; $q_\phi = 0,19$ г/м <sup>3</sup> ; $\varepsilon = 0,0324$ г/м <sup>2</sup> ·с					
<u>2,56</u>	<u>10,58</u>	<u>42,33</u>	<u>44,53</u>		
50,92	64,84	59,71	11,67	187,14	7,93
в) $u_l = 7$ м/с; $x = 45$ м; $q_\phi = 0,06$ г/м <sup>3</sup> ; $\varepsilon = 0,0089$ г/м <sup>2</sup> ·с					
<u>2,93</u>	<u>13,61</u>	<u>44,91</u>	<u>38,55</u>		
35,14	50,53	38,85	6,39	130,91	5,54

Пофракционный расход пыли через границу склада, расположенную на расстоянии  $x$  от источника, определяется по формуле

$$G_i = M_i B\left(\omega, \frac{b}{x}\right), \quad (238)$$

$$B\left(\omega, \frac{b}{x}\right) = \frac{\gamma\left(\omega, \frac{b}{x}\right)}{\Gamma(\omega)} = \frac{\int_0^{b/x} t^{\omega-1} e^{-t} dt}{\int_0^{\infty} t^{\omega-1} e^{-t} dt}. \quad (239)$$

Потери пыли для склада в целом определяются как сумма пофракционных расходов. Результаты расчета потерь пыли при загрузке склада ССГОКа свободной струей и отгрузке окатышей со склада ЛГОКа роторным заборщиком приведены в табл. 5.30.

Для этих же складов с целью сопоставления результатов нами выполнены замеры потерь. Замеры осуществлялись в следующей последовательности. На фиксированном расстоянии  $x$  от источника по направлению ветра устанавливался замерный пункт, в котором определялись скорость ветра  $v_b$  и поле концентраций

**Потери пылевидного материала (по концентрации пыли в факеле)**

Дисперсный состав пыли, % (по весу). Попроцентная интенсивность в диапазонах размеров частиц, мкм						Суммарные потери, г/с	
						расчетные	фактические
0÷1,4	1,4÷4,2	4,2÷10	10÷15	15÷30	30÷45		
1. Свободная струя. ССГОК. $G_m = 208,5$ т/ч; $\rho_n = 4,8$ т/м <sup>3</sup> ; $H = 7$ м							
а) $u_l = 1,43$ м/с; $x = 15$ м; $q_\phi = 0,402$ г/м <sup>3</sup> ; $M = 185,69$ г/с							
<u>2,51</u>	<u>2,19</u>	<u>9,48</u>	<u>12,92</u>	<u>48,72</u>	<u>24,18</u>		
7,66	6,64	27,40	33,24	87,17	21,79	183,9	91,46
б) $u_l = 1,43$ м/с; $x = 40$ м; $q_\phi = 0,28$ г/м <sup>3</sup> ; $M = 97,32$ г/с							
<u>2,20</u>	<u>1,75</u>	<u>9,53</u>	<u>25,95</u>	<u>39,02</u>	<u>21,55</u>		
2,47	1,96	10,36	26,39	33,74	13,83	88,75	74,68
2. Роторный заборщик. ЛГОК. $G_m = 500$ т/ч; $\rho_n = 4,915$ т/м <sup>3</sup> ; $H = 2,5$ м							
а) $u_l = 2,45$ м/с; $x = 20$ м; $q_\phi = 1,164$ г/м <sup>3</sup> ; $M = 149,50$ г/с							
<u>1,76</u>	<u>1,94</u>	<u>9,67</u>	<u>26,52</u>	<u>38,07</u>	<u>22,04</u>		
3,09	3,39	16,56	42,32	49,90	20,62	135,88	212,78
б) $u_l = 2,45$ м/с; $x = 60$ м; $q_\phi = 0,503$ г/м <sup>3</sup> ; $M = 175,23$ г/с							
<u>1,91</u>	<u>2,72</u>	<u>22,07</u>	<u>45,44</u>	<u>27,86</u>	-		
3,11	4,43	35,65	71,81	40,58		155,58	190,88

После расчета средней запыленности воздуха  $c_{cp}$  вычислялось количество пыли, проходящей через замерное сечение:

$$G = v_g F c_{cp}, \quad (240)$$

где  $G$  – расход пыли, г/с;  $F$  – площадь замерного сечения, м<sup>2</sup> (определялась с помощью фотосъемки факела на участке данного замерного пункта в продольном и поперечном направлениях, перпендикулярных оси факела). Как видно из таблицы 5.31, расчетные значения близки к замеренным, что подтверждает правильность теоретических положений. Общее количество пыли, осаждаемой на пути распространения факела от источника до замерного пункта, для одинаковых условий можно определить вычитанием из суммарного значения интенсивности пылевыведений величины суммарного расхода пыли. Полученные значения удельного выноса пыли позволяют для аналогичных условий прогнозировать величину выброса пыли и рассчитать по вышеприведенным формулам рассеивание пыли в атмосфере.

### 5.3.3. Локализация пылевыведений при складировании обожженных окатышей

Складирование железорудных окатышей сопровождается большими пылевыведениями, интенсивность которых превышает 100 г/с. Из пылевого факела на начальном этапе его распространения осаждаются в основном крупные частицы, а тонкодисперсная пыль переносится ветром на значительное расстояние от источника. В результате выполненных расчетов и промышленных исследований уста-

новлено, что расход пыли через границу склада составляет  $80 \div 90$  % интенсивности наземного источника. Поэтому большую актуальность имеют вопросы локализации пылевыведений при работе складского оборудования.

В классификационной схеме (рис.5.58) представлен ряд способов и средств снижения неорганизованных выбросов пыли: организационные, технологические и санитарно-технические. Максимальный эффект может быть достигнут применением комплекса этих средств.



Рис. 5.58. Способы и средства снижения неорганизованных выбросов пыли

*Ограждение потока материала при выгрузке окатышей в штабель.* На промышленной установке института ВНИИБГТ были испытаны две конструкции ограждающего устройства: с одинарными стенками и с двойными стенками.

Ограждающее устройство с одинарными стенками (рис. 5.59) представляет собой металлический каркас с шарнирно подвешенными люками 1 в семь ярусов по всей его поверхности. Конвейером 2 материал подается через центрирующий патрубков 3 и ограждающее устройство 4.



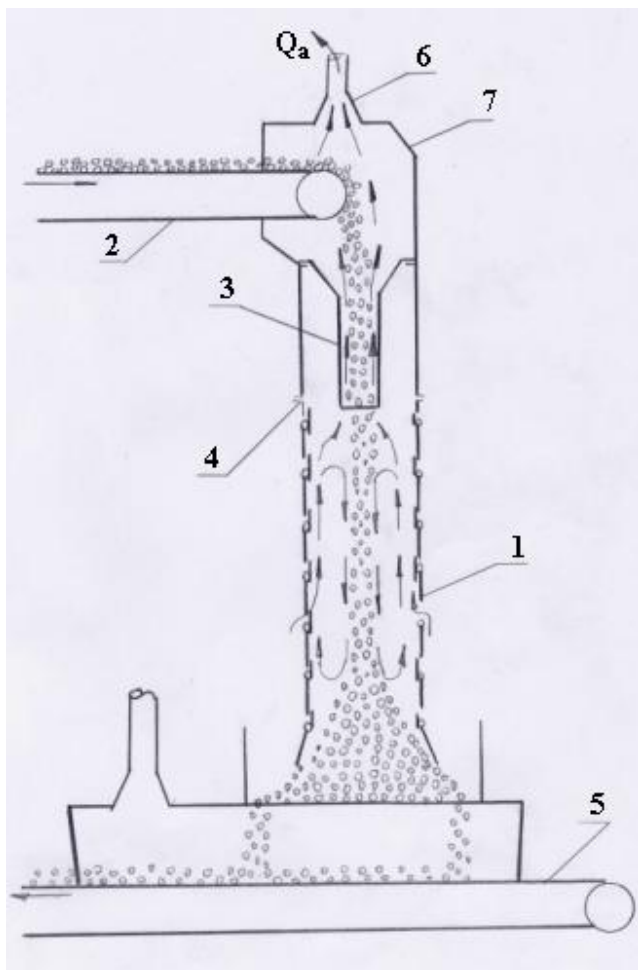


Рис. 5.59. Ограждающее устройство с одинарными стенками

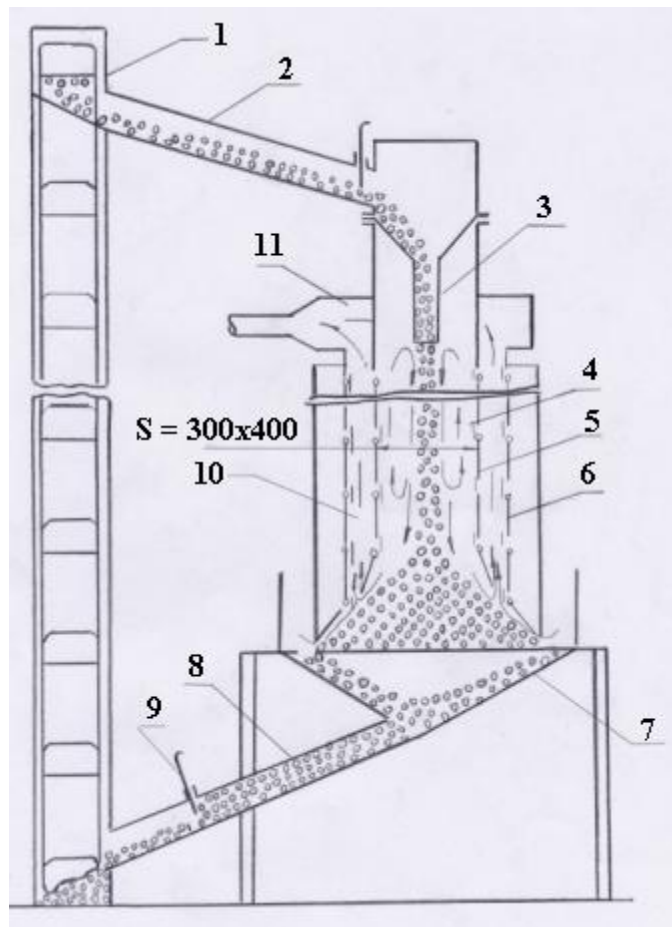


Рис. 5.60. Ограждающее устройство с двойными стенками

Производительность конвейера 2 регулировалась реечным затвором. Высота перегрузки составляла 4 м. Запылённый воздух удалялся по воздуховоду 6 аспирационного укрытия 7.

Ограждающее устройство с двойными стенками было смонтировано в малой замкнутой цепи полупромышленной установки (рис.5.60). Материал из элеватора 1 подавался по загрузочному желобу 2 через центрирующий патрубок 3 в ограждающее устройство 4. Приоткрывая внутренние 5 и наружные 6 люки, материал поступал в накопительный бункер 7 и далее по разгрузочному желобу 8 возвращался в элеватор. Расход материала регулировался шибером 9. Запылённый воздух от места ссыпания материала отсасывался по вентиляционным каналам 10, образованным внутренними и наружными люками, и поступал в аспирационный коллектор 11. Ширина канала равна 120 мм (выбрана из конструктивных соображений). Целью исследований являлось:

- проверка вывода о целесообразности прямоточной схемы аспирации;
- выбор оптимального размера центрирующего патрубка;
- проверка расчетного метода определения производительности местного отсоса.

При перегрузке окатышей измеряли объем воздуха, удаляемого из ог-

раждения, статические давления по высоте ограждения. Исследования проводили при разных удельных нагрузках и при разных соотношениях между площадями поперечных сечений ограждения и центрирующего патрубка.

Сравнительные испытания двух схем аспирации показали [174], что при одних и тех же параметрах ограждения и потока материала для эффективного обеспечения по прямоточной схеме необходимый объем удаляемого воздуха ниже, чем для противоточной схемы. Таким образом, теоретический вывод о целесообразности аспирации ограждения по прямоточной схеме подтвержден экспериментально.

В результате измерений статического давления на внутренней поверхности стенок ограждения определен его градиент. Оказалось, что при одном и том же расходе материала градиент давления уменьшается при уменьшении площади поперечного сечения центрирующего патрубка (рис. 5.61). Максимальный градиент, как и следовало ожидать, наблюдался при  $k = 1$ , когда поток материала занимал все сечения ограждения. Затем, по мере сужения потока, увеличивалась полость между потоком и стенками ограждения, т.е. увеличивалась область рециркуляции воздуха, и перепад давления резко менялся. При  $k \geq 3$  перепад давления практически устанавливается около какой-то постоянной малой величины. Из-за малости этой величины давление в ограждении можно считать равномерно распределенным, что значительно упрощает расчет необходимого объема отсасываемого воздуха. Экспериментальные исследования выявили, что оптимальное разрежение в полости между стенками составляет  $P_2 = 12$  Па.

С увеличением  $k$  не только изменялся перепад давления, но и уменьшался необходимый объем отсасываемого воздуха (рис. 5.62). Анализ результатов экспериментальных исследований показал, что оптимальным соотношением поперечных сечений центрирующего патрубка и ограждения следует считать 1:6 ( $k = 6$ ), что достаточно близко к теоретически найденному соотношению [193].

Объем удаляемого воздуха рассчитывается по формуле воздушного баланса

$$Q_a = Q_n + Q_{\text{ц}}. \quad (241)$$

Количество воздуха, поступающего через неплотности, определяется по формуле

$$Q_n = 0,65 F_n \sqrt{\frac{2P_2}{\rho}}. \quad (242)$$

Для описанной выше конструкции ограждения с двойными стенками площадь неплотностей определяется по формуле

$$F_n = N \delta \Pi, \quad (243)$$

где  $N$  – количество люков;  $\Pi$  – периметр люка, м;  $\delta$  – ширина условной щели, м (принимается равной  $\delta = 0,002$  м).

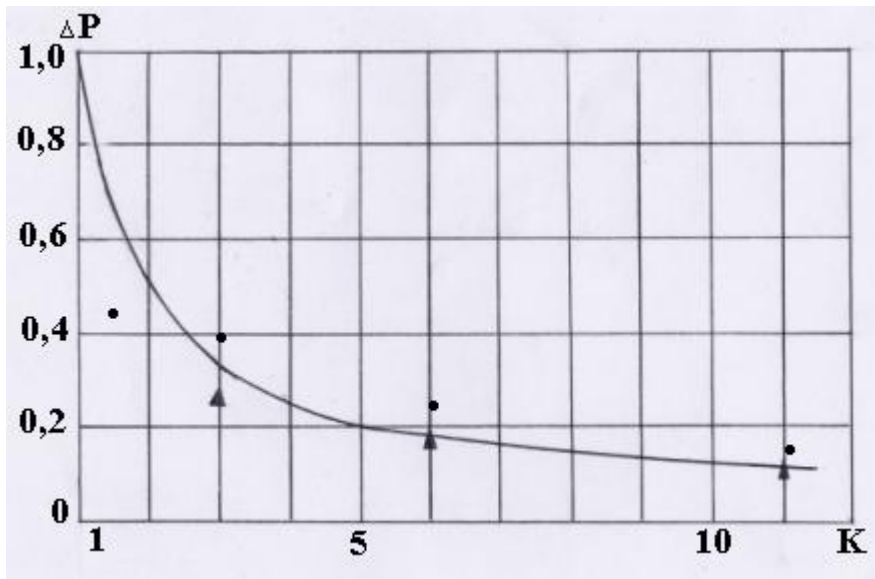


Рис. 5.61. Зависимость перепада давления в ограждающем устройстве от площади центрирующего патрубка: ● – ограждающее устройство с одинарными стенками; ▲ – ограждающее устройство с двойными стенками ( $K = S_{\text{огр}} / S_{\text{пат}}$ ;  $S_{\text{огр}}, S_{\text{пат}}$  – площади поперечных сечений ограждения и патрубка,  $\text{м}^2$ )

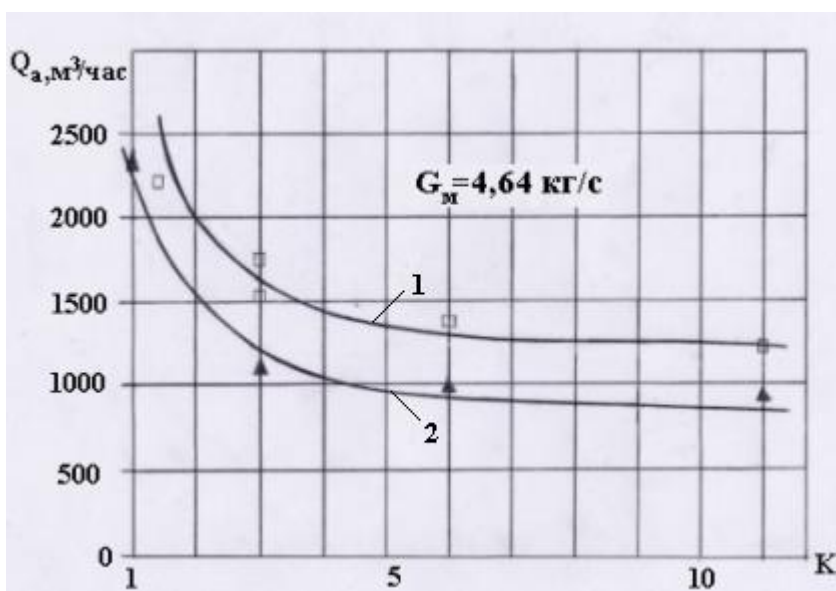


Рис. 5.62. Зависимость объема аспирации от площади центрирующего патрубка: 1 – ограждающее устройство с одинарными стенками; 2 – ограждающее устройство с двойными стенками

Количество воздуха, поступающего по центрирующему патрубку, определяется по известным формулам, полученным нами для перегрузочных узлов:

$$Q_u = \varphi v_k f_u \cdot \quad (244)$$

где  $v_k$  – скорость потока материала при выходе из центрирующего патрубка, м/с;  $f_u$  – площадь поперечного сечения центрирующего патрубка;  $\varphi$  – коэффициент скольжения фаз.

Учитывая рассредоточенный характер неплотностей, а также тот факт, что формула для  $Q_u$  дает несколько заниженный результат, необходимо для расчетной зависимости (241) ввести поправочный коэффициент. В результате экспериментальной проверки методики расчета было найдено значение поправочного коэффициента  $k_n = 1,25$ .

При этом расчетные объемы аспирации удовлетворительно согласуются с замеренными (табл.5.31), относительная погрешность не превышает погрешности

эксперимента.

Апробация ограждающего устройства в эксплуатационном отношении показала, что ограждение работоспособно: люки открываются при наполнении ограждения окатышами и закрываются при опорожнении, истечение окатышей через люки устойчиво, выделение пыли наружу через полуоткрытые люки и неплотности при оптимальном разрежении не происходило. Пыление за счет движения окатышей по поверхности штабеля не замечено.

Конструкция и принцип действия аспирируемого ограждающего устройства [192] для эстакадной загрузки резервных складов (рис.5.63) представляет собой вертикальный закрытый металлический желоб, армированный по всей его поверхности шарнирно подвешенными спаренными люками, установленный на бетонном фундаменте и в устье прикрепленный к металлоконструкциям эстакады.

Таблица 5.31

Объемы аспирации ограждающего устройства  
с двойными стенками

Расход материала $G_m$ , кг/с	$P_2$ , Па	Объемы аспирации, м <sup>3</sup> /час		Погрешность, %
		расчетный	фактический	
		при $f_u = 0,1 \text{ м}^2$		
2,12	-1,25	610	658	-7,3
4,64	-3,75	885	858	-3,1
6,15	-10,25	1294	1364	-0,5
8,54	-21,25	1766	1727	-2,3
		при $f_u = 0,2 \text{ м}^2$		
2,12	-4,25	1021	1040	-1,8
4,64	-6,75	1244	1283	-3,0
6,15	-7,75	1450	1379	+5,1
11,27	-13,25	1725	1677	+2,9
		при $f_u = 0,04 \text{ м}^2$		
2,12	-3,5	924	858	+7,7
4,64	-6,25	1123	1060	+5,9
6,15	-12	1405	1499	-6,3
11,27	-19	1751	1690	+3,6

Конструктивно оно состоит из следующих основных узлов: разгрузочных желобов 1, коллектора запылённого воздуха 2 с воздухоприемником 3 и центрирующим патрубком 4, вертикального закрытого желоба 5 (с люками 6 и ребрами жесткости 7), установленного на фундаменте 8.

Окатыши со сбрасывающей тележки через разгрузочный желоб и центрирующий патрубок сыпаются во внутреннюю полость ограждающего устройства. Падающий поток окатышей в месте формирования штабеля открывает шарнирно подвешенные люки нижнего ряда, проходит через них и сыпается в штабель. После заполнения штабеля на уровне нижнего ряда открываются люки следующего ряда, и так до полного заполнения штабеля. При опорожнении штабеля люки закрываются под собственным весом.

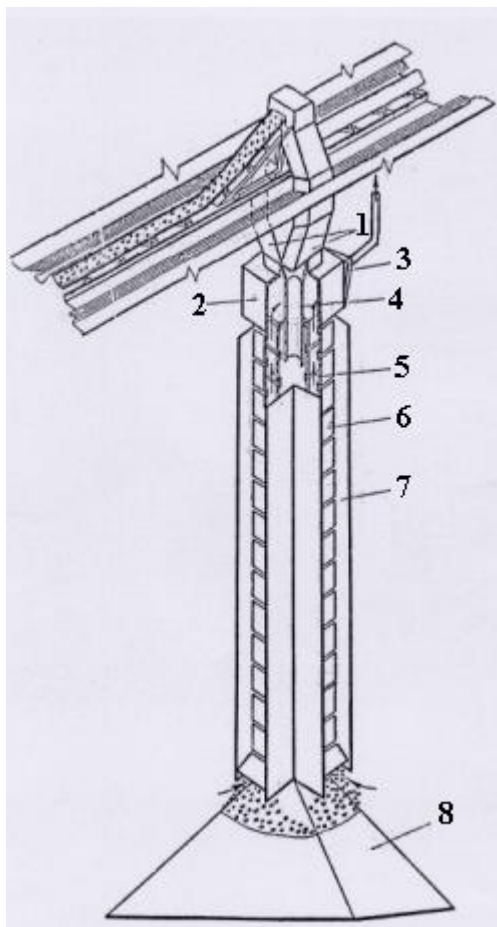


Рис. 5.63. Аспирируемое ограждающее устройство для эстакадной загрузки резервных складов: 1 – разгрузочные желоба; 2 – коллектор; 3 – воздухоприемник; 4 – центрирующий патрубок; 5 – вертикальный желоб; 6 – люки; 7 – ребра жесткости; 8 – фундамент

Отсос запылённого воздуха от места падения материала осуществляется по четырем вентиляционным каналам, образующимся между спаренными люками и ребрами жесткости.

Применение спаренных люков и ребер жесткости позволяет снизить неплотности и ветровое воздействие на аэродинамические процессы перегрузки, уменьшить необходимые объемы аспирации.

Из вентиляционных каналов запылённый воздух поступает в коллектор и через воздухоприемник и систему воздуховодов направляется в АТУ, установленную в помещении ближайшего корпуса.

Для улучшения аэродинамической характеристики ограждающего устройства и исключения возможности воздействия окатышей на люки, расположенные выше верхней отметки штабеля, поперечное сечение центрирующего устройства принято равным  $1/6$  внутреннего сечения желоба.

Беспрепятственная работа погрузочных машин, исключая случаи механического повреждения ограждающего устройства, достигается установкой его на бетонном фундаменте пирамидальной формы высотой 1,5 м.

Аэродинамические испытания призматической модели ограждения с двойными стенками проводились на аэродинамической трубе института ВНИИБТ при числах Рейнольдса  $Re = 0,52 \cdot 10^6$  (т.е. в области автомодельности). Фиксировались температура циркулирующего воздуха, скоростной напор свободного (незаторможенного) потока и давление потока на стенки ограждения при изменении угла набегания  $\alpha$  потока через  $15^\circ$  и различной длине угловых выступов.

За угол набегания в данном случае принимался угол между направлением вектора скорости  $\vec{v}$  потока и внутренней нормалью  $n$  плоскости, на которой фиксировалось давление.

Результаты испытаний (рис.5.64) показывают, что коэффициент ветрового давления ограждения имеет положительную величину на лобовых поверхностях, обращенных к потоку, вследствие его торможения, а на боковых и задней стенках – отрицательную.

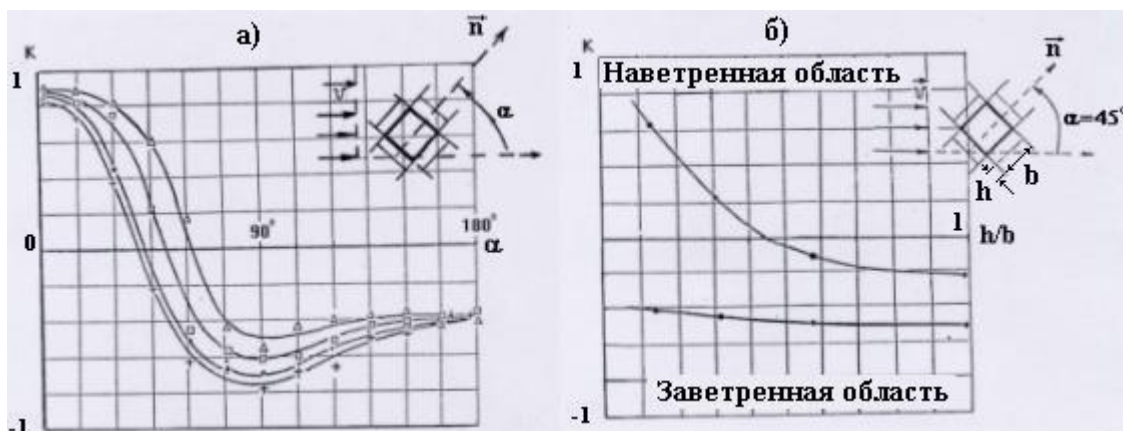


Рис. 5.64. Изменение коэффициента ветрового давления ограждения с двойными стенками:  
 а) от угла набегающего  $\alpha$  ( $\Delta$  –  $h/b = 0,14$ ;  $\square$  –  $h/b = 0,32$ ;  $\bullet$  –  $h/b = 0,58$ ;  $\blackstar$  –  $h/b = 1$ );  
 б) от длины угловых выступов (при  $\alpha = 45^\circ$ )

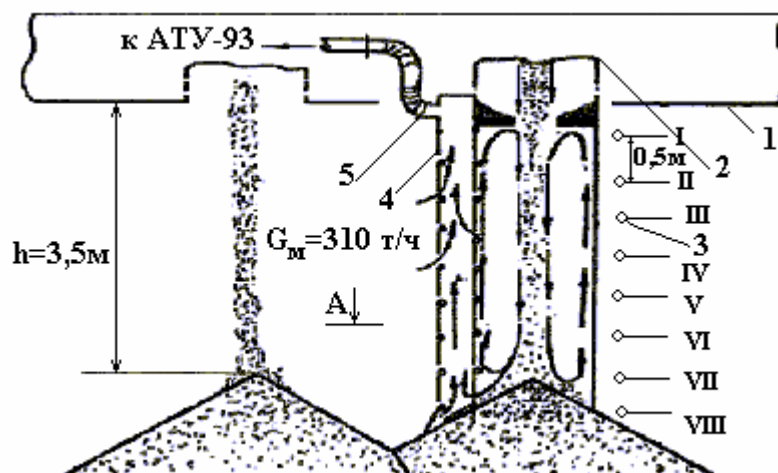


Рис. 5.65. Промышленные испытания опытного образца ограждения (ССГОК):  
 1 – галерея конвейера №28; 2 – разгрузочный желоб; 3 – замерная точка;  
 4 – грузовой люк; 5 – местный отсос

Коэффициент ветрового давления определялся с помощью отношения

$$k = P / \left( \frac{\rho v^2}{2} \right), \quad (245)$$

где  $P$  – давление на стенках ограждения, Па;  $\rho = 1,181$  – массовая плотность воздуха,  $\text{кг/м}^3$ ;  $v = 8,08$  – скорость потока, м/с.

Установлено, что плоские угловые выступы ограждения обеспечивают размещение более 75% всех неплотностей в области аэродинамической тени.

Применение в ограждении угловых выступов позволяет значительно уменьшить влияние ветрового потока на объем аспирации при установке ограждения при  $\alpha = 45^\circ$  к преобладающему направлению ветра и длине угловых выступов  $h/b \geq 0,46$ .

Для изучения эффективности работы в промышленных условиях опытный образец ограждения, состоящего из приемного бункера и трех одинаковых

секций, был смонтирован под галереей конвейера № 28 открытого склада окатышей цеха по производству окатышей ССГОКа (рис. 5.65). Секция представляет собой металлический желоб длиной 1,02 м, одна сторона которого составлена из трех пар внутренних и наружных люков для выпуска окатышей в штабель. Люки шарнирно подвешены на ветрозащитных угловых выступах. Для увеличения объемной концентрации материала в потоке на днище бункера была установлена центрирующая шайба.

Аэродинамическими измерениями установлено, что изменение коэффициента ветрового давления (рис. 5.66) хорошо согласуется с данными, полученными при продувании модели ограждения в аэродинамической трубе.

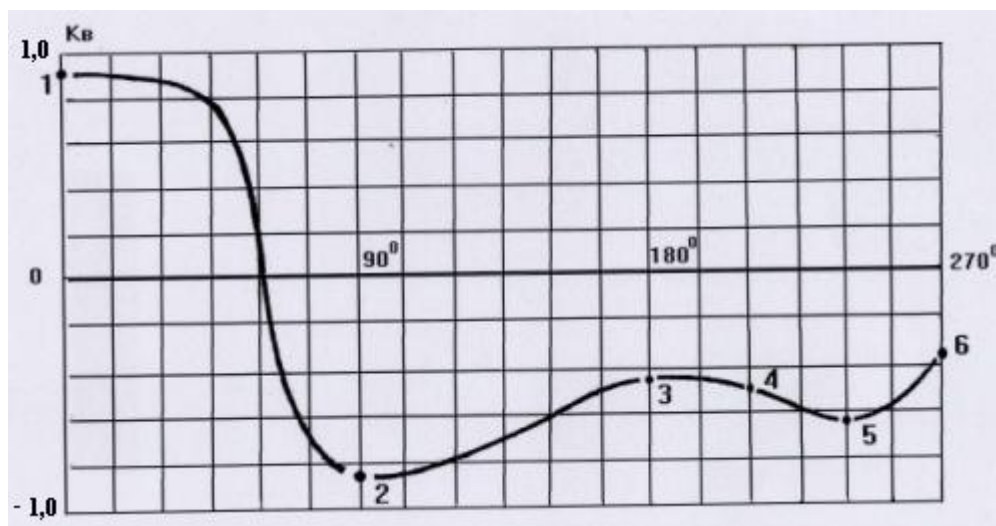


Рис. 5.66. Изменение коэффициента ветрового давления

Испытания ограждения проводились в три этапа. Сначала окатыши подавались в штабель свободной струей. Высота ссыпания  $h$  изменялась от 3,5 до 3,2 м. Затем производилась загрузка через ограждения при отключенной аспирации. Третий этап предусматривал работу ограждения с включенной аспирацией. Местный отсос был подсоединен к существующей АГУ-93. Производительность конвейера № 28 составляла 310 т/час. Скорость ветра – 5,96 м/с. Во всех трех случаях на расстоянии 40 м от места падения окатышей в штабель на оси факела отбирались пробы воздуха для определения содержания пыли. В результате испытаний установлено, что при разгрузке склада свободной струей концентрация пыли в факеле была равна  $3,803 \text{ г/м}^3$ .

Ссыпание окатышей через ограждение с отключенной аспирацией привело к снижению запыленности воздуха до  $1,351 \text{ г/м}^3$ . При подключении аспирации она уменьшалась до  $0,547 \text{ г/м}^3$ .

Испытываемое ограждение имеет следующие параметры:

- внутренний периметр – 2,8 м;
- высота – 3,6 м;
- объем отсасываемого воздуха  
фактический –  $1350 \text{ м}^3/\text{ч}$ ; оптимальный (расчетный) –  $3630 \text{ м}^3/\text{ч}$ ;

- площадь неплотностей
  - фактическая – 0,535 м<sup>2</sup>;
  - рекомендуемая – 0,198 м<sup>2</sup>;
- разрежение в канале – 13 Па.

В результате испытаний установлено, что параметры разработанной конструкции выбраны правильно, она работоспособна и может успешно выполнять функции локализации пыли при загрузке склада.

Как видно из приведенных данных, начальная концентрация пыли в факеле была снижена в 6,9 раз. Значительная запыленность воздуха при загрузке окатышей через ограждение с подключенной аспирацией объясняется превышением площади неплотностей рекомендуемых значений в 2,7 раза, а также недостаточной производительностью АТУ-93. Устранение этих недостатков монтажа позволит ещё более сократить выбросы пыли.

*Местные отсосы и системы аспирации складского оборудования.* Для снижения выбросов пыли в окружающую среду при погрузочно-разгрузочных работах на складах окатышей наиболее предпочтительным является устройство локализации укрытий на перегрузочных узлах складского оборудования. Такие укрытия являются конструктивными элементами машин и позволяют без привлечения дополнительных средств в несколько раз уменьшить вынос пыли.

Максимальный эффект обеспыливания достигается применением сухого способа – аспирации. Инофирмы [194], создающие складское оборудование, устанавливают аспирируемые укрытия на перегрузочных узлах, элементы которых в процессе работы не изменяют взаимного пространственного положения. Вспомогательным средством может служить гидрообеспыливание [195].

При разработке встроенных средств обеспыливания конкретного складского оборудования решались две задачи:

- 1) осуществлялась проверка в натуральных условиях экспериментального образца;
- 2) аспирационная система встраивалась в конструкцию вновь создаваемой машины.

Каждая из этих задач решалась в несколько этапов. Проверка экспериментальных встроенных местных отсосов в натуральных условиях проводилась на консольном укладчике У1К 600 в условиях открытого склада окатышей Костомукшского ГОКа. Разработчик и изготовитель машины ПО «Южуралмаш». Для выполнения первой задачи сначала была разработана принципиальная схема [81,63] размещения обеспыливающего оборудования на металлоконструкциях обслуживаемой машины.

При внешней очевидности предлагаемых технических решений их реализация оказалась затруднена по ряду причин. В практике разработки и эксплуатации складских машин аспирация для обеспыливания подвижных узлов применялась впервые. Особенностью системы являлось то, что её элементы встраивались на передвижной машине, находящейся в эксплуатации, а также при существенных габаритных ограничениях. В связи с этим проблематичен выбор эффективного сухого пылеуловителя.

Решение этих вопросов приведено в техническом задании на разработку



конструкторской документации укладчика У1К 600. После согласования технического задания с заводом-изготовителем Криворожским отделом ОКБ Киевского НИИ гигиены труда и профзаболеваний была разработана конструкторская документация, которая затем передана Костомукшскому ГОКу для изготовления и монтажа аспирационной системы на укладчике № 1.

Аспирационная система автономна. Она включает в себя следующие составные части:

- 1) аспирируемое укрытие места загрузки стрелового конвейера;
- 2) аспирируемое укрытие сбрасывающего барабана стрелового конвейера;
- 3) аспирируемое укрытие места загрузки штабеля;
- 4) систему воздухопроводов с местными отсосами;
- 5) сухие пылеуловители – группа циклонов 4ЦН-15-900П и СКЦН-34-1800 (испытывались оба типа);
- 6) дымосос ДН-12,5;
- 7) бункер для сбора уловленной пыли;
- 8) выбросную трубу.

Электродвигатель дымососа подключен для питания к существующим распределительным устройствам укладчика У1К 600. По согласованию с ПО «Южуралмаш» потребление электроэнергии не должно превышать существующего резерва мощности питающего кабеля, равного 80 кВт.

Конструктивно составные части аспирационной системы встраивались, по возможности вписываясь в пределы машины.

Местный отсос укрытия места загрузки стрелового конвейера установлен на коробе, примыкающем к существующему укрытию узла пересыпки. Расстояние от аспирационной воронки до места падения окатышей на ленту конвейера около 2 м. Отсасывающий воздухопровод расположен на высоте 2 м над ходовой площадкой. Аспирируемое укрытие сбрасывающего барабана выполнено в соответствии с конструктивным решением для нагретых сыпучих материалов [63].

Аспирируемое укрытие места загрузки штабеля (рис.5.67) имеет щелевой отсос равномерного всасывания. Укрытие выполнено в виде металлического короба, на передней и двух боковых стенках которого расположена П-образная аспирационная камера. Короб в месте примыкания к штабелю снабжен гибким уплотнением. Лентоочиститель стрелового конвейера также обеспыливается путем размещения его в укрытии места загрузки штабеля.

Система воздухопроводов (рис. 5.68) состоит из местных отсосов, воздуховода, проложенного на уровне площадки консоли и объединяющего местные отсосы, обвязку пылеуловителей и воздухопровод, подведенный к дымососу. Местные отсосы снабжены дроссель-клапанами.

По согласованию с Костомукшским ГОКом для очистки аспирационного воздуха была использована группа из четырех циклонов 4ЦН-15-900П (рис.5.69). Впоследствии также был испытан одиночный циклон СКЦН-34-1800. Разгрузка циклонов для последующей утилизации уловленной пыли производится в бункер, установленной под площадкой пылеуловителей. Площадка расположена слева от портала со стороны противовеса и имеет две колесных опо-

ры. Часть площадки крепится к металлоконструкции сбрасывающей тележки и портала.

Дымосос с электродвигателем размещен на площадке циклонов. С учетом условий эксплуатации принят дымосос ДН 12,5. Высота выбросной трубы выбрана такой, чтобы устье трубы превышало на 2 м самую высокую точку укладчика при горизонтальном положении стрелы.

Объемы аспирации рассчитаны с учетом максимальной производительности технологического оборудования и влияния ветра на производительность местных отсосов перегрузочных узлов.

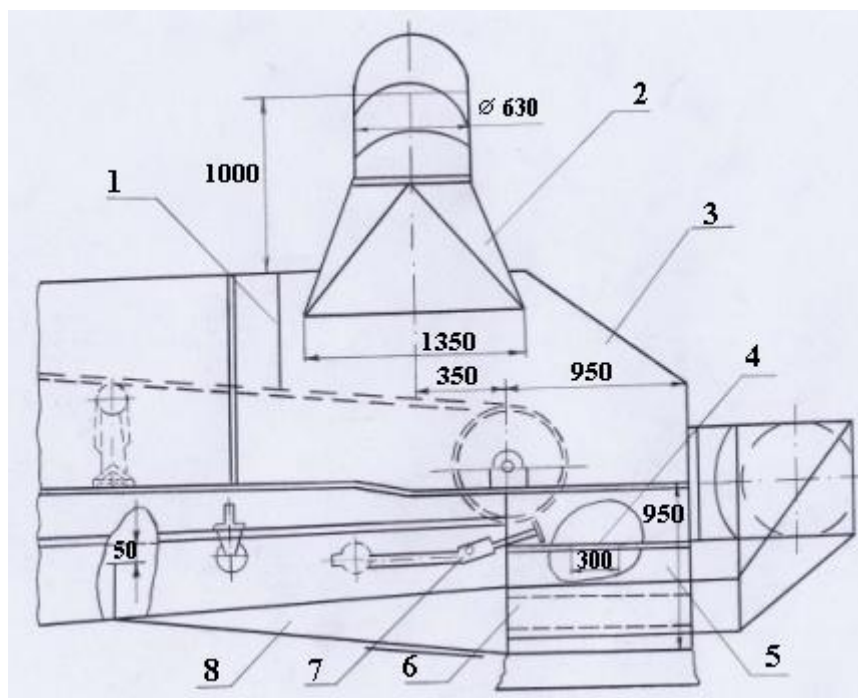


Рис. 5.67. Аспирируемое укрытие места загрузки штабеля:

1 – уплотнение; 2 – местный отсос; 3 – укрытие сбрасывающего барабана; 4 – диафрагма; 5 – укрытие места загрузки штабеля; 6 – щелевой отсос; 7 – лентоочиститель; 8 – укрытие лентоочистителя

Управление аспирационной системой заблокировано с системой запуска оборудования укладчика.

В схеме аспирационной системы предусмотрено соединение воздухопроводов на уровне оси цапфы консоли.

Бункер для сбора уловленной пыли имеет объем, обеспечивающий непрерывный режим работы аспирационной системы в течение не менее одной смены при входной запыленности  $15 \text{ г/м}^3$ . Для выпуска пыли из бункера предусмотрен затвор.

Принято решение по утилизации уловленной пыли. Предполагалось смывать её из напольного бункера в подвал силосного склада мелочи для следующей дешламации.

Вышеизложенная схема аспирационной системы с учетом дополнений, возникших в процессе доработки отдельных узлов, была положена в основу аспирационной системы вновь создаваемого ПО «Южуралмаш» укладчика У1СН 1200 (рис.5.70).

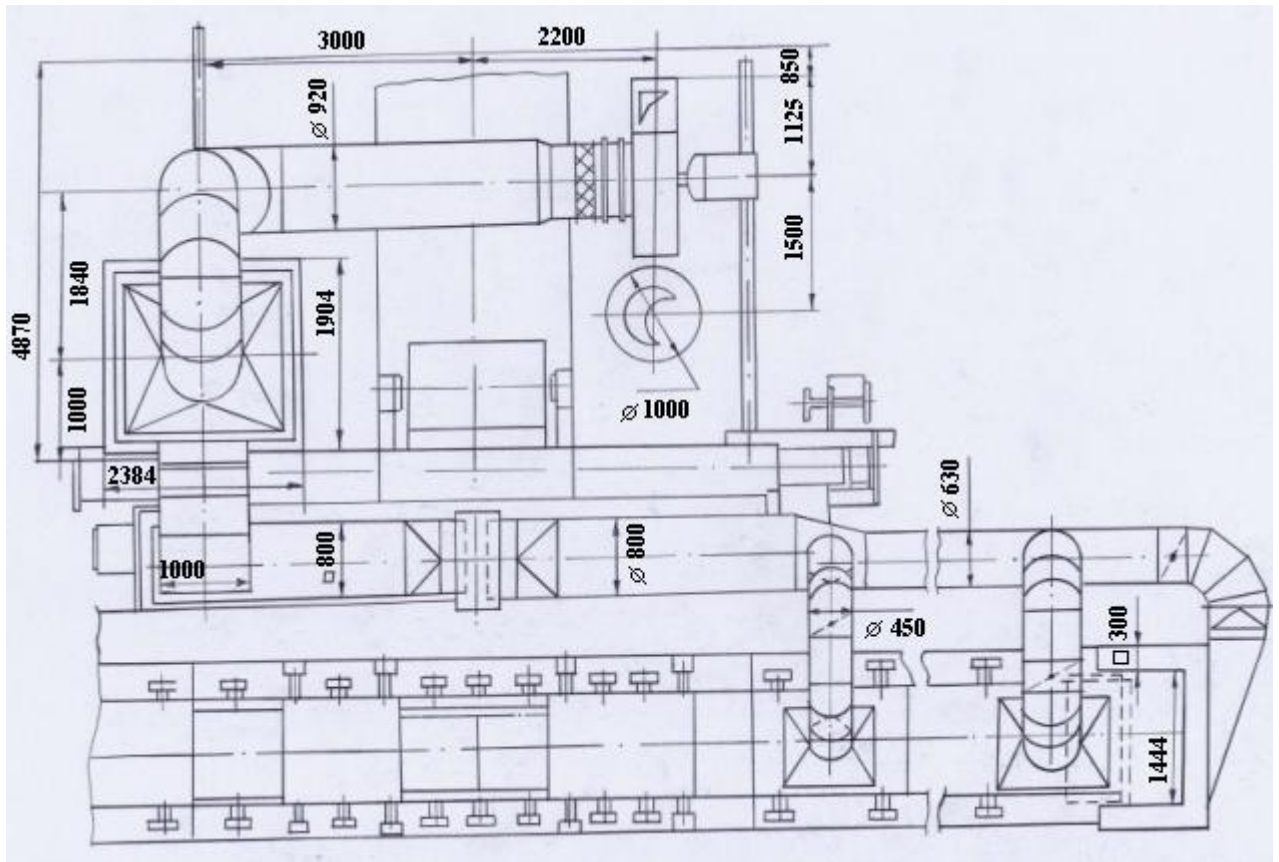


Рис. 5.68. Система воздуховодов аспирационной установки штабелеукладчика У1К 600

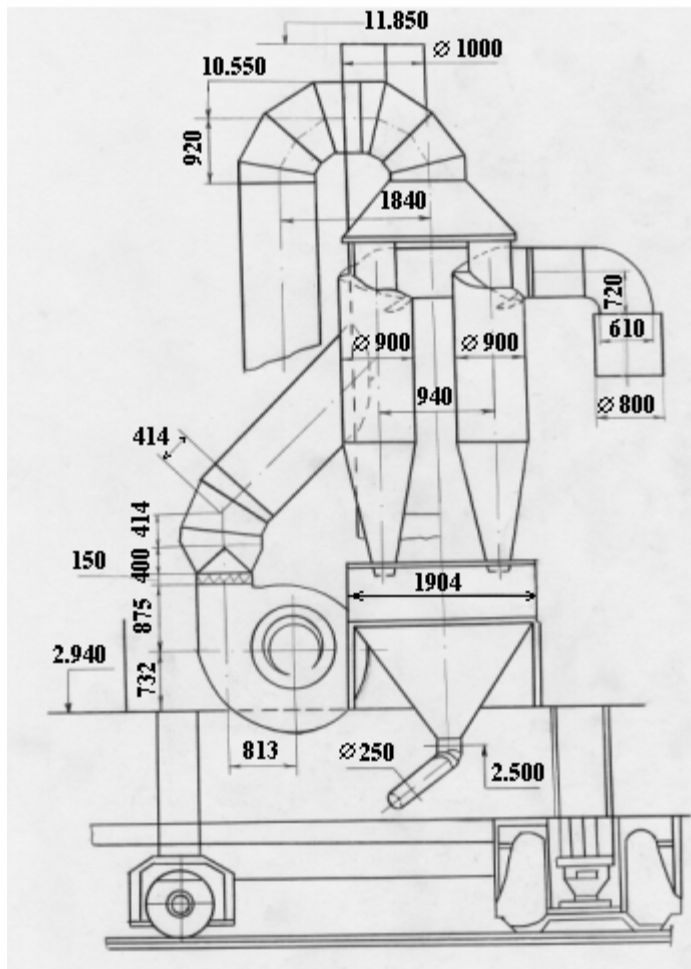


Рис. 5.69. Размещение циклонов и дымососа аспирационной системы на дополнительной площадке укладчика У1К 600

Основные конструктивные особенности системы были использованы институтом Механобрчермет при подготовке технического задания на эту машину.

Отличительной особенностью является разработанное совместно с конструкторами ПО «Южуралмаш» аспирируемое укрытие места загрузки штабеля. Оно выполнено на качающейся подвеске (рис.5.71), что позволяет сохранять неизменное положение по отношению к гребню штабеля независимо от угла наклона или подъема стрелы. Это обеспечивает стабильную величину неплотностей в месте примыкания уп-

лотнений к штабелю и положительно сказывается на эффективности обеспыливания. Узел снабжен датчиком уровня материала для контроля завала укрытия места загрузки штабеля.

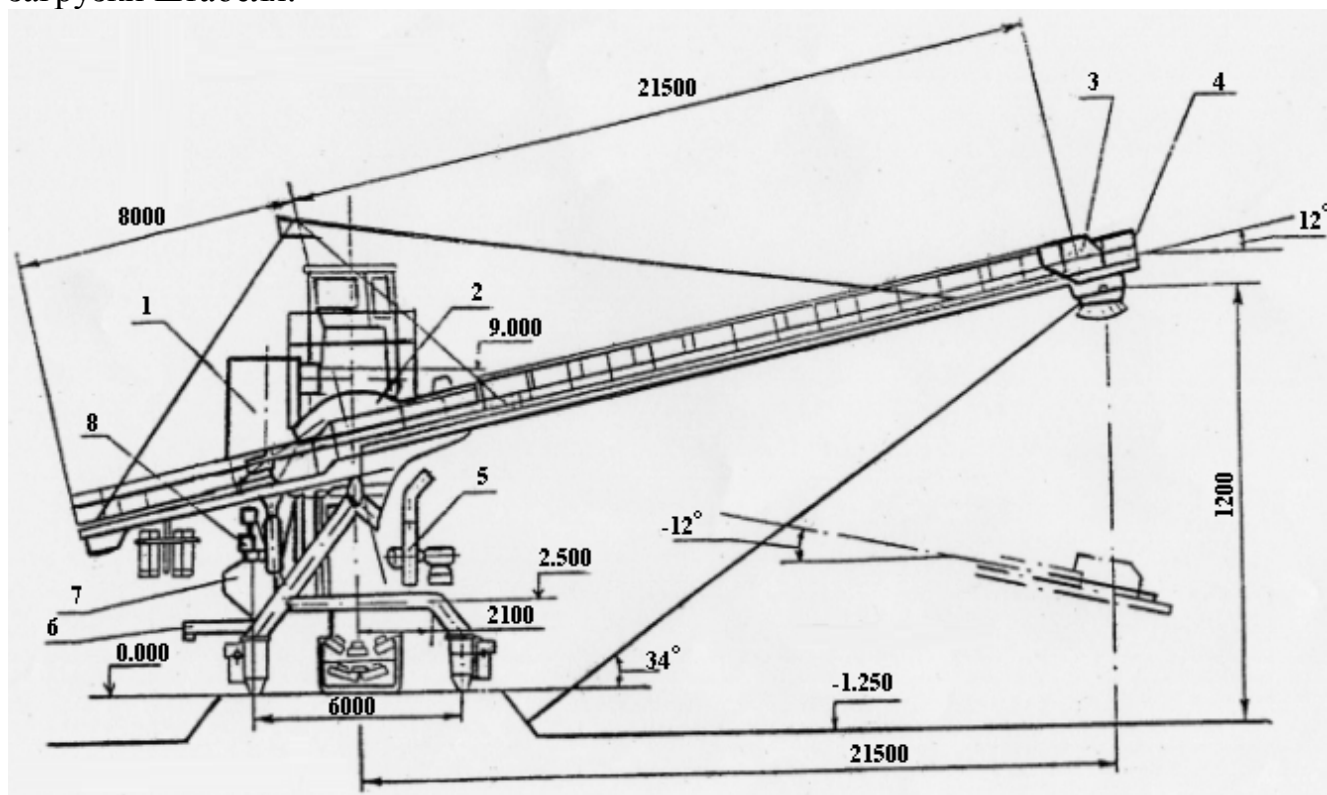


Рис. 5.70. Схема аспирации нового штабелеукладчика UICN 1200:

- 1 – рукавный фильтр; 2 – укрытие места загрузки стрелового конвейера; 3 – укрытие сбрасывающего барабана; 4 – укрытие места загрузки штабеля; 5 – дымосос; 6 – винтовой конвейер; 7 – бункер; 8 – шлюзовой затвор

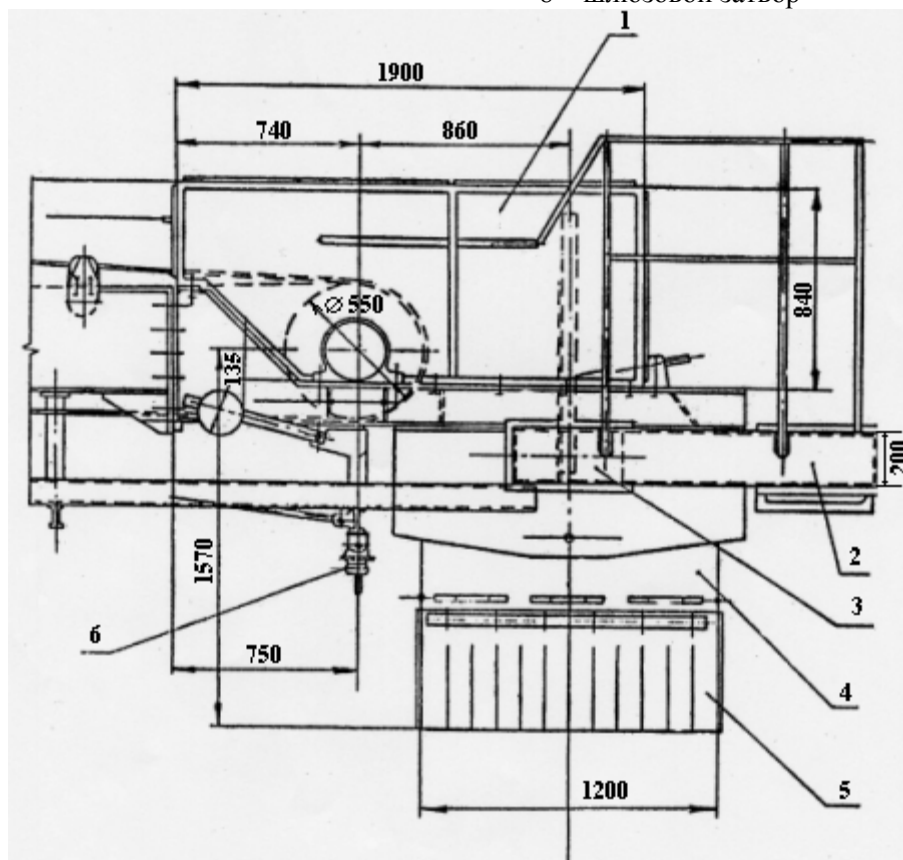


Рис. 5.71. Узел разгрузки стрелового конвейера укладчика UICN 1200:

- 1 – укрытие сбрасывающего барабана; 2 – воздуховод; 3 – местный отсос; 4 – качающееся укрытие места загрузки штабеля; 5 – эластичные уплотнения; 6 – датчик уровня материала

Улучшена схема подключения местных отсосов к узлу разгрузки стрелового конвейера (рис.5.72). Они практически слиты с металлоконструкцией стрелы. Воздуховод выполняет функции ходовой площадки. В новой схеме отсутствует местный отсос укрытия сбрасывающего барабана.

Разработана новая конструкция уплотнения укрытия места загрузки стрелового конвейера на подпружиненных резиновых лентах. Более компактно установлен местный отсос укрытия места загрузки стрелового конвейера.

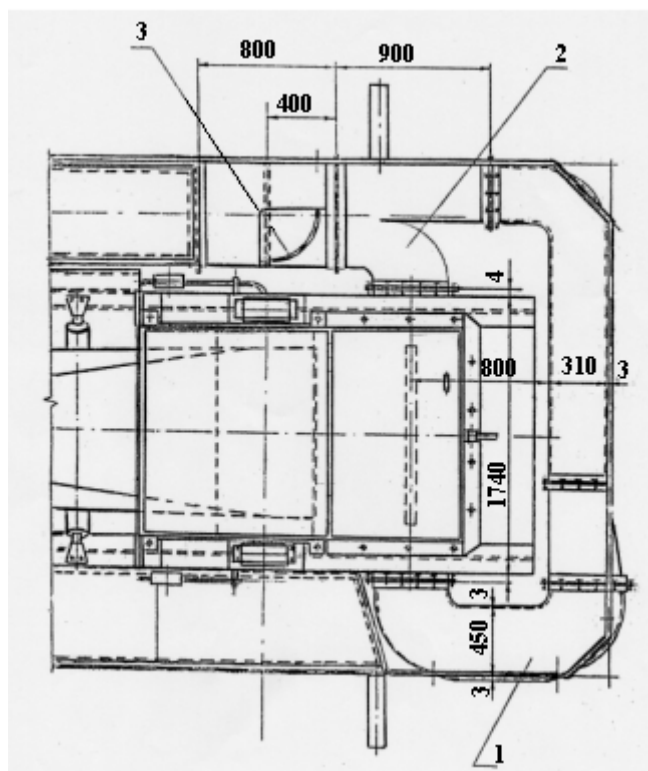


Рис. 5.72. Подключение местных отсосов к узлу разгрузки стрелового конвейера укладчика УІСН 1200: 1, 2 – местные отсосы; 3 – дроссель-клапан

Очистка отсасываемого воздуха осуществляется в рукавном фильтре ФРКН-180У-01 производства Кемеровского завода химического машиностроения. Уловленная пыль из бункера укладчика винтовым конвейером подается в бункер, расположенный на площадке склада.

В качестве побудителя тяги к установке принят дымосос ДН-11,2У производительностью 28700 м<sup>3</sup>/ч. Развиваемое полное давление 3,57 кПа.

Кроме того, технические решения по размещению оборудования аспирационной системы на консольном штабелеукладчике, устройству укрытий и встроенных местных отсосов использованы институтом Механобрчермет при выдаче задания институту «JPROMET» (Румыния) для проектирования аналогичной машины ГКО КГОКОРа.

По просьбе ПО «Южуралмаш» и Лебединского ГОКа была выполнена корректировка технического задания на разработку новой машины. Аспирационная система включена в состав машины. Результаты этой работы нашли отражение в согласованном этими предприятиями «Дополнении к техническому заданию 1-130340 ТЗ на разработку и изготовление встроенной аспирационной системы однострелового неповоротного укладчика УІСН 1400 для склада готовых окатышей фабрики окомкования Лебединского ГОКа».

Задачами натурных испытаний являлось:

- 1) измерение фактических объёмов аспирации и разрежений в аспирационных укрытиях и сопоставление их с оптимальными значениями;
- 2) испытание дымососа ДН-12,5;
- 3) испытание местных отсосов;
- 4) испытание циклонов 4ЦН-1-900П и СКЦН-34-1800;
- 5) определение эффективности аспирационной системы по снижению выбросов пыли.

Испытание проводилось по согласованной программе работ при номинальной нагрузке технологического оборудования. Монтажные дефекты устранялись в ходе испытаний. Следует отметить удовлетворительное качество монтажных работ.

Аэродинамические и пылевые замеры выполнялись в соответствии со схемой, приведенной на рис.5.73. Обозначенные на ней показатели соответствуют проектным. Система испытывалась в двух режимах: I – дроссель-клапан в точке 7 – закрыт, в точках 5,8 – прикрыты до обеспечения визуального эффекта локализации пыли; II – все дроссель-клапаны открыты.

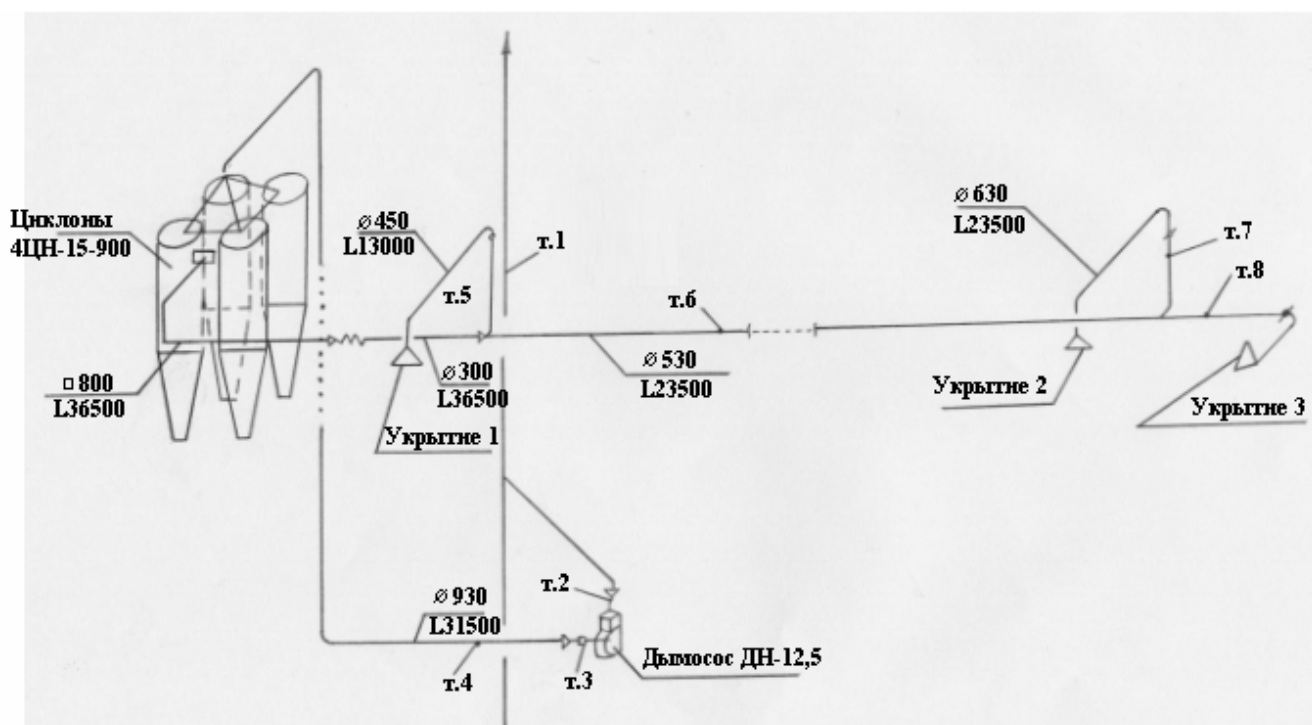


Рис. 5.73. Схема аспирационной системы штабелеукладчика УИК 600

Корпус дымососа был изготовлен на заводе по ремонту горного и обогащенного оборудования Костомукшского ГОКа. В связи с заменой двигателя дымосос испытывался при двух частотах вращения колеса:  $n = 985 \text{ мин}^{-1}$  и  $n = 1470 \text{ мин}^{-1}$  (табл.5.32). Фиксировались также температура наружного воздуха, температура воздуха на входе в дымосос, скорость ветра.

Таблица 5.32

**Результаты аэродинамических испытаний дымососа ДН-12,5**

Частота вращения, $\text{мин}^{-1}$	Полное давление, Па			Производительность, $\text{м}^3/\text{ч}$
	Всасывание	Нагнетание	Общее	
985	<u>- 1249</u>	<u>+ 263</u>	<u>1512</u>	<u>28080</u>
	- 1133	+ 295	1428	30030
1470	- 2973	+337	3310	31740

Примечание: числитель - при режиме I, знаменатель при режиме II.

Испытание местных отсосов проводилось с целью установления разрежения во всех укрытиях, исключая выбивание пыли через рабочие проёмы и неплотности. Ввиду ограниченной производительности аспирационной системы и отсутствия резерва мощности питающего кабеля важнейшую роль играет герметизация укрытий. При обследовании степени герметичности укрытий были отмечены значительные неплотности, часть которых в процессе наладки была уменьшена. Например, в укрытии места загрузки стрелового конвейера к началу испытаний суммарные неплотности достигали величины 1,47 м<sup>2</sup>. Причем в том числе под лентоочистителем в верхней части этого укрытия был искусственно «организован» проем площадью около 1,2 м<sup>2</sup> для загрузки с площадки просыпи.

Таблица 5.33

**Результаты пылеаэродинамических испытаний местных отсосов и укрытий**

Замерный параметр	Наименование укрытия		
	Загрузка стрелы	Сбрасывающий барабан	Загрузка штабеля
Диаметр воздуховода, мм	450	630	630
Давление воздуха, Па	<u>112</u>	<u>0</u>	<u>125</u>
- динамическое	166	76	26
- статическое	<u>- 157</u>	<u>0</u>	<u>- 494</u>
	- 269	- 107	- 92
Скорость воздуха в воздуховоде	<u>13,1</u>	<u>0</u>	<u>13,9</u>
местного отсоса, м/с	15,9	10,7	6,3
Температура отсасываемого воздуха, С°	5,5	5	4
Объём отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /ч	<u>7520</u>	<u>0</u>	<u>15610</u>
	9080	12010	7020
Суммарный объём отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /ч		<u>23110</u>	
		28110	
Запыленность отсасываемого	<u>22810</u>	<u>0</u>	<u>8330</u>
воздуха, мг/м <sup>3</sup>	9960	25020	2100
Унос пыли в аспирационную сеть, кг/ч	<u>171,53</u>	<u>0</u>	<u>130,03</u>
	90,44	300,49	14,74
Плотность пыли, кг/м <sup>3</sup>		4760	
Потери давления в отсосе, Па	<u>45</u>	=	<u>369</u>
	103	31	66
Коэффициент местного сопротивления отсоса	<u>0,57</u>	=	<u>2,95</u>
	0,62	0,41	2,54
Скорость воздуха в рабочем проёме отсоса, м/с	<u>13,1</u>	<u>0</u>	<u>15,77</u>
	15,9	3,92	7,09
Разрежение в укрытии (сзади желоба), Па	<u>- 2</u>	<u>- 8</u>	<u>- 10</u>
	- 6	- 30	- 12
Площадь неплотностей укрытия, м <sup>2</sup>	0,4	0,4	2,25

Примечание: числитель – при режиме I, знаменатель – при режиме II.

В верхней части укрытия есть также «плавающая» неплотность, равная 0,1 м<sup>2</sup>. Она находится впереди или сзади перегрузочного желоба в зависимости от угла наклона стрелы. После устранения ряда монтажных дефектов площадь

неплотностей укрытия места загрузки стрелового конвейера была уменьшена до  $0,4 \text{ м}^2$ , т.е. почти в 3,7 раза, что позволило сократить объём отсасываемого воздуха (табл.5.33).

Площадь неплотности укрытия сбрасывающего барабана разгрузочной тележки равна  $0,66 \text{ м}^2$ . Неплотности можно значительно сократить в торцевой части и со стороны подшипников.

Продуваемая ветром площадь под укрытием места загрузки штабеля была равна  $2,73 \text{ м}^2$ . Это свободное пространство между штабелем и торцом резиновых штор по всему периметру укрытия. При этом был достигнут положительный эффект локализации пылевыделений. Сокращение открытой части потока сыпавшихся окатышей обеспечит более устойчивую работу местных отсосов при сильном ветре.

При испытании системы расход окатышей составлял  $800 \div 850 \text{ т/ч}$ .

Таблица 5.34

**Результаты испытания пылеуловителей**

Показатели	Результаты испытаний	
	$n_1 = 985 \text{ мин}^{-1}$	$n_2 = 1470 \text{ мин}^{-1}$
<u>1. Пылеуловители</u>		
1. Тип пылеуловителя	4ЦН-15-900П	СКЦН-34-1800
2. Динамическое давление до циклона, Па	$\frac{116}{135}$	146
3. Потеря давления в циклоне, Па	$\frac{840}{930}$	2560
4. Скорость входа воздуха в циклон, м/с	$\frac{13,3}{16,16}$	25,05
5. Скорость воздуха в циклоне, м/с	$\frac{2,64}{3,21}$	3,47
6. Коэффициент местного сопротивления	$\frac{190}{142}$	360
7. Подсос воздуха в циклонах, %	$\frac{14,81}{7,62}$	4,9
8. Среднее содержание пыли в воздухе, мг/м <sup>3</sup>		
- до циклонов	$\frac{13038}{14432}$	8860
- после циклонов	$\frac{690}{1183,3}$	778
9. Пылевой баланс, кг/ч		
- поступило в циклоны	$\frac{301,66}{405,67}$	281,22
- уловлено циклонами	$\frac{282,83}{369,66}$	256,3
- ушло в атмосферу	$\frac{18,73}{36,01}$	24,69
10. Степень очистки, %	$\frac{94,71}{91,8}$	91,22

Примечание: числитель – при режиме I, знаменатель – при режиме II.



Результаты испытаний показывают, что фактические объёмы аспирации оказались меньше проектных в  $1,2 \div 1,4$  раза. Однако и этого количества отсасываемого воздуха оказалось достаточно для обеспечения устойчивой полной локализации пыли в перегрузочных узлах машины. Техническим заданием на разработку системы аспирации предусматривалась локализация 70% выбросов пыли, выделяющейся в перегрузочных узлах укладчика.

При открытых дроссель-клапанах скорость воздуха в воздуховоде отсоса от места загрузки штабеля явно недостаточна. Вследствие этого возникает опасность зарастания воздуховода от щелевого отсоса пылевыми отложениями. Поэтому предпочтительно использовать всего два отсоса, исключив отсос от укрытия сбрасывающего барабана стрелового конвейера. Скорости в таком случае будут достаточны для транспортирования запыленного воздуха.

В процессе испытаний при скорости ветра 2 м/с и отключенной аспирации в точке 6 было зафиксировано незначительное динамическое давление – 3 Па. То есть имеет место естественная тяга при открытых дроссель-клапанах. Это следует учесть при работе системы гидрообеспыливания в период положительных температур: дроссель-клапаны должны быть закрыты во избежание зарастания сети.

Испытание группы циклонов 4ЦН-15-900П проводилось при тех же режимах, которые были установлены ранее, а циклона СКЦН-34-1800 – при полностью открытых дроссель-клапанах (табл.5.34). Циклоны выполнены герметичными, установлены на линии всасывания. Затвор для выгрузки пыли обеспечивает удаление уловленной пыли из бункера. Степень очистки определялась с учетом данных, полученных при испытании местных отсосов и укрытий.

В связи со значительной потерей давления в циклоне СКЦН-34-1800 необходимо было увеличить частоту вращения колеса дымососа до  $1470 \text{ мин}^{-1}$ , для чего произведена замена электродвигателя.

При испытании циклона СКЦН-34-1800 площади неплотностей укрытий были несколько увеличены (до 30%) в связи с нарушением уплотнений.

Как видно из табл. 5.34, большое количество пыли уносится в аспирационную сеть: 301,56 кг/ч при режиме I и 405,67 кг/ч при режиме II. В связи с этим целесообразно отделять (сепарировать) пыль на тракте до укладчика или предусматривать меры по снижению начальной концентрации пыли в отсасываемом воздухе. Для этого могут быть использованы разработанные местные отсосы-пылеотделители.

Эффективность циклонов находится на верхнем пределе и имеет почти одинаковое значение для испытанных типов пылеуловителей. При использовании в качестве первой стадии очистки циклона СКЦН-34-1800, имеющего значительное гидравлическое сопротивление, необходимо увеличить полное давление дымососа.

Наличие укрытия даже без отсоса запыленного воздуха существенно уменьшает неорганизованные выбросы пыли в атмосферу. Для установления конкретных величин на прилегающей к площадке склада территории в четырех замерных пунктах (рис.5.74) по направлению ветра в зоне органов дыхания отбирались пылевые пробы. Замеры проводились при различных положениях стрелы и отключенной или включенной аспирации (табл.5.35).

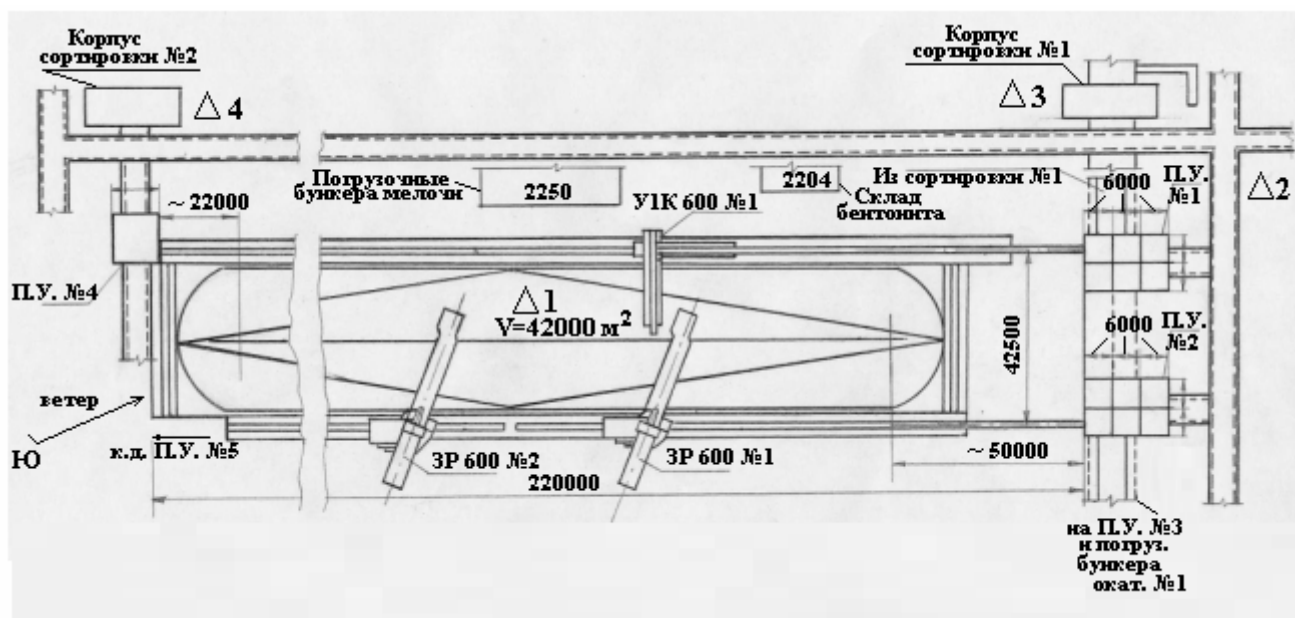


Рис. 5.74. Ситуационная схема открытого склада окатышей Костомукшского ГОКа  
(Δ 1, Δ2, Δ3, Δ4 – замерные пункты)

Таблица 5.35

**Результаты определения эффективности аспирационной системы и укрытий**

№№ п/п	Замерный пункт /расстояние до машины, м	Состояние аспирации	Положение укрытия места загрузки	Запыленность воздуха, мг/м <sup>3</sup>	Эффективность локализации	
					кратность	%
До ремонта (северный ветер)						
1	1/30	Включена	Поднято на 3,5м	1744,6	5,0	79,8
2	1/30	Выключена	Поднято на 3,5м	8637,5	-	-
3	1/30	Выключена	Опущено на штабель	870,8	9,9	89,92
4	1/30	Включена	Опущено на штабель	212,5	41,1	97,54
После ремонта (южный ветер)						
5	2/150	Выключена	Опущено на конус	11,54	6,4	80,83
6	2/150	Выключена	Поднято на 3,5м	62,3	-	-
7	2/150	Включена $C_{\text{вых}} = 1183,3 \text{ мг/м}^3$	Опущено на конус	7,68	10,8	87,24
8	3/180	Включена $C_{\text{вых}} = 1183,3 \text{ мг/м}^3$	Опущено на конус	8,85	-	-
9	4/100	Выключена	Поднято на 5м	437,5	-	-
10	4/100	Включена $C_{\text{вых}} = 1183,3 \text{ мг/м}^3$	Опущено на конус	29,17	16,1	93,3

Исследования выполнялись до и после ремонта укладчика, во время которого была улучшена герметизация укрытий, а лентоочиститель перемещен в укрытие места загрузки штабеля. Во время отбора проб устанавливалась фоновая запыленность и фиксировалась скорость ветра. Расход окатышей составлял  $800 \div 850$  т/ч.

Как видно из табл. 5.35, установка укрытия в месте загрузки штабеля в сочетании с минимально допустимой по технологии складирования высотой ссыпания (без аспирации) позволяет уменьшить запыленность воздуха в сравнении с наихудшей ситуацией в  $6,4 \div 10,8$  раз. С применением аспирации этот показатель уменьшается в 16,1 раз. Эффективность локализации пыли при этом равна 93,3%.

Результаты исследований показывают, что пыль разносится за пределы склада. Концентрация её в воздухе при выключенной аспирации возрастает с увеличением высоты ссыпания окатышей, достигая значения  $437,5 \text{ мг/м}^3$ .

Для снижения выбросов пыли при работе складского оборудования непрерывного действия могут быть использованы встроенные местные отсосы с очисткой от пыли аспирационного воздуха:

- для штабелеукладчиков местные отсосы следует предусматривать: в месте загрузки консольного конвейера, обеспечив герметизацию укрытия при изменении наклона консоли; в месте ссыпания окатышей в штабель, предусмотрев центрирующий патрубок и качающийся желоб с гибкими герметизирующими щитами в нижней части и обеспечив равномерное удаление запыленного воздуха из полости этого желоба;

- для роторного заборщика местными отсосами должны быть оборудованы узел загрузки стрелового конвейера, при этом следует обеспечить герметизацию узла выгрузки и загрузки ковшей роторного колеса; узел разгрузки стрелового конвейера, следует предусмотреть работу разгрузочного бункера под «завалом».

Внедрение комплекса встроенных местных отсосов и очистки аспирационного воздуха на штабелеукладчик У1К 600 фабрики окомкования Костомукшского ГОКа позволило уменьшить выброс пыли при складировании окатышей более чем в 10 раз.

#### **5.4. Неорганизованные выбросы пыли и ее локализация при погрузке железорудных окатышей в вагоны**

##### **5.4.1. Схемы локализации пылевывделений на погрузочных бункерах**

В настоящее время широкое применение при загрузке окатышей и агломерата в вагоны получила схема с промежуточным бункером. Такая схема загрузки применяется на Качканарском ГОКе, ССГОКе, СевГОКе, Лебединском ГОКе, Михайловском ГОКе и Костомукшском ГОКе.

При наличии погрузочных бункеров местный отсос воздуха предусматривают, как правило, от укрытий приводных барабанов ленточных или пластинчатых конвейеров, подающих окатыши в бункеры, и от бункеров. Если загрузка вагонов производится в тоннельном укрытии, предусматривается отсос воздуха из этого укрытия.

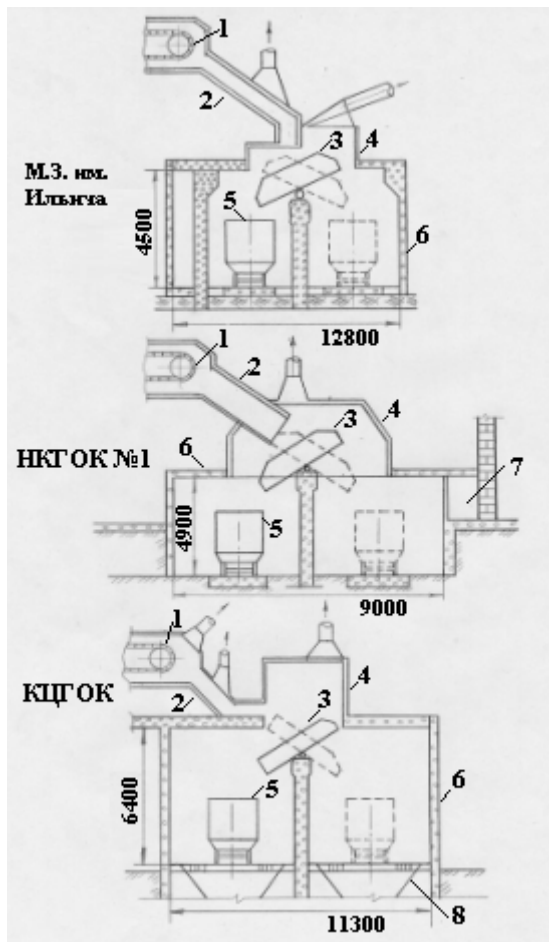


Рис. 5.75. Схемы обеспыливания погрузочных тоннелей при многоточечной загрузке:  
 1 – агломерационная (обжиговая) машина; 2 – разгрузочный желоб;  
 3 – перекидной желоб;  
 4 – укрытие перекидного желоба;  
 5 – вагон; 6 – тоннель; 7 – галерея;  
 8 – бункер просыпи

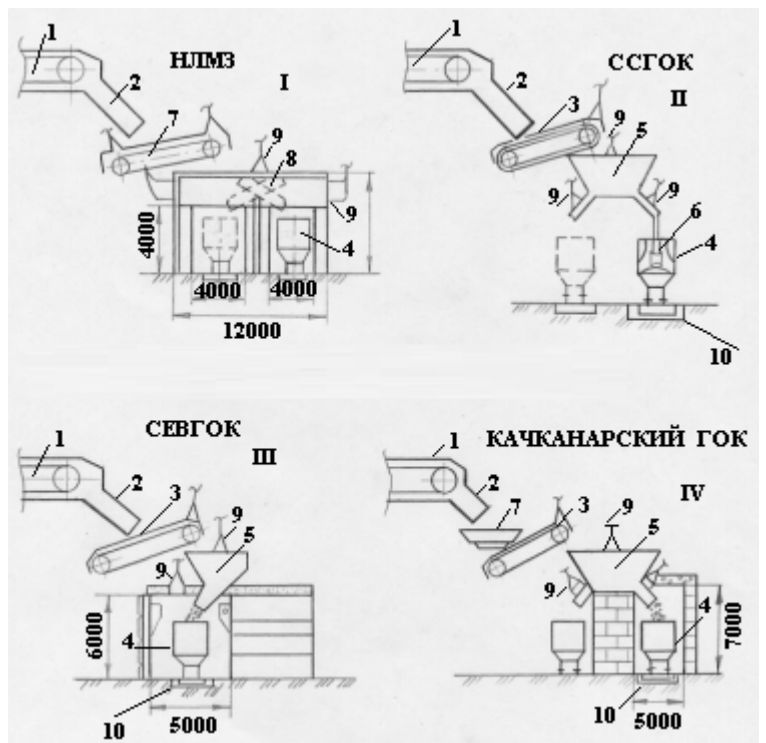


Рис. 5.76. Схемы обеспыливания перегрузочных бункеров при односточечной загрузке:  
 1 – агломерационная (обжиговая) машина ;  
 2 – разгрузочный желоб; 3 – пластинчатый или ленточный конвейер; 4 – вагон-хopper; 5 – промежуточный бункер;  
 6 – телескопический желоб; 7 – чашевый или линейный охладитель; 8 – перекидной желоб или подвижной лоток;  
 9 – местный отсос; 10 – вагон - весы

На рис.5.75 – 5.76 приведены существующие схемы аспирации погрузочных бункеров фабрик окомкования Качканарского ГОКа, ССГОКа, а также обеспыливание укрытий погрузочных тоннелей КЦГОКа, СевГОКа и агломерационных фабрик НКГОКа 1, Ждановского и Ново-Липецкого металлургических заводов.

Промышленные испытания аспирационных систем погрузочных бункеров фабрик окомкования Качканарского ГОКа, ССГОКа и укрытий погрузочных тоннелей КЦГОКа, агломерационных фабрик НКГОКа, завода им. Ильича (г. Жданов) проведены институтом ВНИИБТГ [196]. Обеспыливающие системы погрузочных бункеров № 1 и укрытий погрузочных тоннелей СевГОКа и Ново-Липецкого металлургического завода испытаны институтом ГПИ «Сантехпроект». Погрузочные бункеры № 2 СевГОКа обследовала лаборатория пылевых замеров СевГОКа. Результаты промышленных испытаний приведены в табл. 5.36.

## Характеристика погрузочных тоннелей фабрик окомкования и агломерации

Наименование предприятия	Количество точек загрузки	Длина тоннеля, м	Площадь торцевого проема, м <sup>2</sup>	Объем отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /ч	Скорость воздуха в пылеприемнике, м/с	Средняя концентрация пыли в отсасываемом воздухе, г/м <sup>3</sup>
Окомковательные фабрики						
Сев ГОК:						
Погрузочный бункер № 1	1	36	36	3×27000	3,6	2,4
Погрузочный бункер № 2	1	18	36	3×26600	7,4	1,2
Качканарский ГОК	1	48	46	2×50000	3,0	2,0
Криворожский ЦГОК	8	216	68	8×25000	4,1	1,5
Агломерационные фабрики						
Ново-Липецкий мет. завод	1	18	32	1×230000	3,3	2,0
НКГОК № 1	6	84	47	6×23800	2,8	4,6
Мет. завод им. Ильича	6	90	51	6×114000	3,6	9,0

Примечание: Согласно ГОСТ 9238-73 минимальная площадь торцевого проема составляет 26 м<sup>2</sup> [197].

Значительный вынос пыли наблюдается в узлах загрузки вагонов. Образующееся при этом пылевое облако (концентрация пыли достигает 4 – 10 г/м<sup>3</sup>) под действием конвективных потоков и ветра загрязняет воздушную атмосферу промплощадок. Существующие аспирационные установки, предназначенные для обеспыливания узлов загрузки вагонов, в большинстве случаев не обеспечивают полную локализацию пылевыведений. Объёмы аспирируемого воздуха в расчете на один загружаемый вагон колеблются от 25 тыс.м<sup>3</sup>/ч – КЦГОК, до 230 тыс.м<sup>3</sup>/ч – Ново-Липецкий металлургический завод. Наиболее эффективно работает централизованная аспирационная система обеспыливания погрузочного тоннеля на аглофабрике № 2 завода им.Ильича [198]. Запыленный воздух практически не поступает на промплощадку. Лишь при самом неблагоприятном направлении ветра здесь происходит незначительный вынос пыли через открытые торцевые проемы укрытия.

Устройство телескопических желобов в погрузочных бункерах № 2,3 фабрики окомкования ССГОКа позволило значительно снизить запыленность воздуха на промплощадке. Однако при наличии больших неплотностей и малых объёмах отсасываемого воздуха наблюдается выделение пыли в первоначальный момент пуска и при догрузки вагона-хоппера [199]. Запыленность воздуха на рабочих площадках помещения погрузочных бункеров составляет 20-30 мг/м<sup>3</sup>.

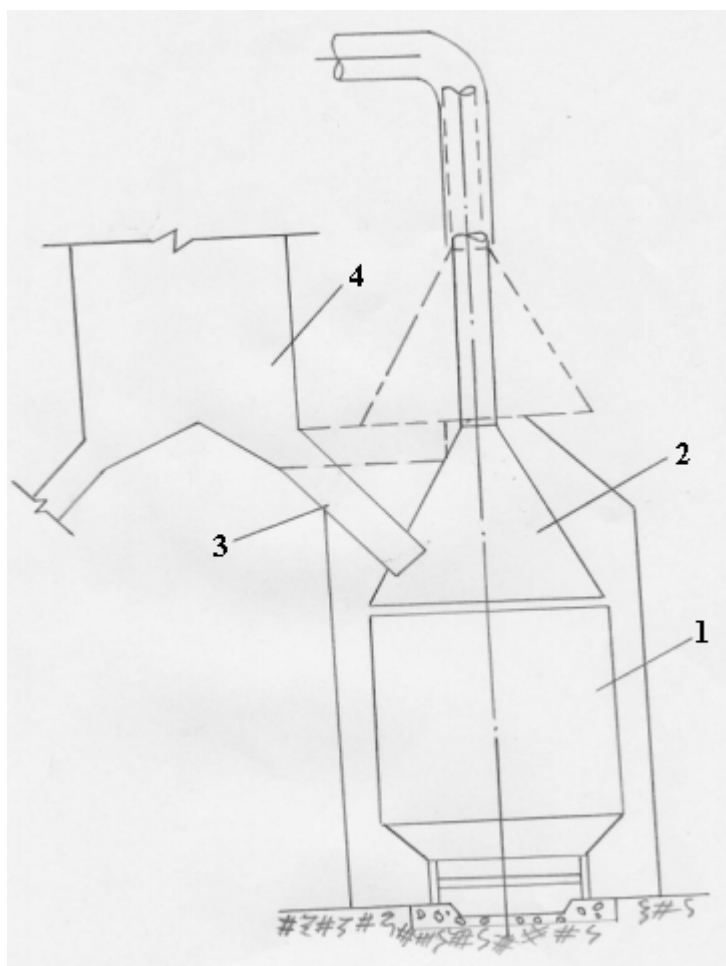


Рис. 5.77. Схема обеспыливания загрузки вагона окатышами на погрузочном бункере № 3 фабрики окомкования ССГОКа (проект):

- 1 – вагон-хоппер; 2 – телескопический зонт;  
3 – подвижной лоток; 4 – погрузочный бункер

С целью повышения эффективности аспирации при загрузке вагонов подвижными лотками погрузочных бункеров № 3 фабрики окомкования ССГОКа институт «Механобр» предложил схему обеспыливания с телескопическим зонтом (рис.5.77). Недостатком предложенной схемы для условий ССГОКа является сложность наблюдения оператора за наполнением вагона-хоппера. Кроме того, зонт не обеспечивает локализацию пыли, выбиваемой в первоначальный момент загрузки через боковые люки вагона.

Для увеличения эффективности аспирационных установок, предназначенных для существующих погрузочных тоннелей, необходимо площади открытых торцевых проемов уменьшить до  $2 \times 17 \text{ м}^2$  (согласно ГОСТ 9238-73 Габариты приближения строений) [197].

В погрузочных тоннелях с двумя железнодорожными путями с целью уменьшения объемов аспирации необходимо установить разделительную стенку по всей длине и высоте укрытия со смотровыми окнами напротив каждого загружаемого вагона. Перекидной желоб уплотнить таким образом, чтобы он выполнял роль дроссель-клапана.

#### 5.4.2. Расчет производительности местных отсосов погрузочных бункеров окатышей

Загрузка окатышей в погрузочные бункеры на фабриках окомкования осуществляется пластинчатыми (ССГОК) или ленточными конвейерами (СевГОК, КГОК). Бункеры достаточно хорошо герметизированы. Перегрузка окатышей производится по закрытым желобам. Поэтому расчет производительности местных отсосов от укрытий приводных барабанов конвейеров и от бункеров ничем не отличается от расчета объемов аспирации для обычных перегрузочных узлов нагретых материалов.

Для уменьшения пылевыведений при загрузке окатышей по телескопиче-

ским желобам необходимо в пылеприемнике, установленном в верхней части (рис.5.78), создать такое разрежение, которое обеспечивало бы движение воздуха в желобах снизу вверх (навстречу падающему материалу) даже в первоначальный момент загрузки, когда высота перепада материала наибольшая, а между конечным участком желоба и дном хоппера имеет место максимальный зазор.

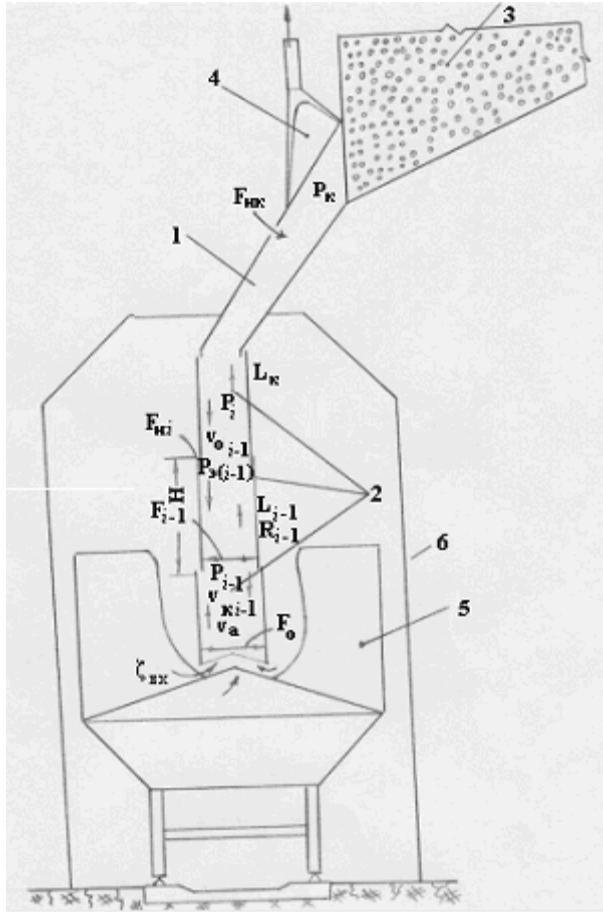


Рис. 5.78. Расчетная схема аспирации телескопического желоба: 1 – стационарный неподвижный желоб; 2 – подвижные секции телескопического желоба; 3 – бункер; 4 – пылеприемник; 5 – вагон-хоппер; 6 – укрытие тоннельного типа

Расчет такого процесса аспирации телескопических желобов осуществляется по следующей схеме [200, 201].

Принимается скорость просасываемого воздуха в зазоре между желобом и дном хоппера такой, чтобы при этом предотвращалось выбивание пылевых частиц в момент пуска материала.

Затем последовательно, начиная с нижнего подвижного участка желоба, рассчитывается величина разрежения в сочленениях, обеспечивающего противоток заданного количества воздуха, с учетом сопротивления падающего материала и неизбежного прососа воздуха через неплотности в сочленениях.

Объем отсасываемого воздуха определяется по формуле:

$$L_a = 0,65 F_{нк} \sqrt{2P_k / \rho_0} + L_k, \quad (246)$$

где:  $L_k$  – количество воздуха, поступающего из последнего подвижного участка телескопического желоба, м<sup>3</sup>/с;

$P_k$  – разрежение в пылеприемнике, Па;  $\rho_0$  – плотность окружающего воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $F_{нк}$  – площадь неплотностей пылеприемника, м<sup>2</sup>.

Количество воздуха, поступающего через  $i$ -й участок желоба, определяется по формуле:

$$L_i = L_{i-1} + 0,65 \sqrt{2P_i / \rho_0} F_{ни}, \quad (247)$$

а разрежение в начале этого участка желоба по формуле:

$$P_i = P_{i-1} + P_{зи-1} - P_{Ti-1} + R_{i-1} L_{i-1}^2, \quad (248)$$

где  $L_{i-1}$  – количество воздуха, протекающего по предыдущему участку желоба,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $F_{ni}$  – площадь неплотностей в сочленении  $i$ -го и  $i-1$ -го участков желоба,  $\text{м}^2$ ;  $P_{i-1}$  – разрежение в начале предыдущего участка желоба, Па;  $P_{\text{э}i-1}$  – сопротивление падающего материала движению воздуха в предыдущем участке желоба, Па;  $P_{Ti-1}$  – тепловой напор в предыдущем участке желоба, Па;  $R_{i-1}$  – гидравлическая характеристика предыдущего участка желоба, равная

$$R_{i-1} = \zeta_{i-1} \rho / (2F_{i-1}^2), \quad (249)$$

где  $\zeta_{i-1}$  – коэффициент сопротивления предыдущего участка желоба;  $F_{i-1}$  – площадь живого сечения предыдущего участка желоба,  $\text{м}^2$ ;  $\rho$  – плотность воздуха в желобе,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Сопротивление падающего материала движению воздуха в 1-м участке желоба определяется по формуле:

$$P_{\text{э}i-1} = \frac{G_M}{3F_{i-1}\omega^2} \left[ \left( v_{ki-1} + \frac{L_{i-1}}{F_{i-1}} \right)^3 - \left( v_{ni-1} + \frac{L_{i-1}}{F_{i-1}} \right)^3 \right], \quad (250)$$

где  $G_M$  – расход материала,  $\text{кг}/\text{с}$ ;  $\omega$  – скорость витания частиц,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $v_{ni-1}$ ,  $v_{ki-1}$  – скорости материала в начале и конце  $i-1$ -го участка желоба,  $\text{м}/\text{с}$ .

Скорость витания частиц рассчитывается по формуле:

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_M g d_r}{\rho \psi}}, \quad (251)$$

где  $\rho_M$  – плотность материала,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $d_r$  – диаметр частиц материала, м;  $\psi$  – коэффициент лобового сопротивления частиц материала.

Величину теплового напора можно найти по известной формуле:

$$P_{Ti-1} = (\rho_0 - \rho) g H_{i-1}, \quad (252)$$

где  $H_{i-1}$  – высота  $i-1$ -го участка желоба, м.

Расчет выполняется с первого участка желоба, для него задается расход отсасываемого воздуха

$$L_i = F_{\text{щ}} u_{\text{щ}}, \quad (253)$$

где  $F_{\text{щ}}$  – площадь живого сечения в зазоре между этим участком желоба и дном вагона,  $\text{м}^2$ ;  $u_{\text{щ}}$  – скорость воздуха в этом зазоре, исключая выбивание пылевых частиц,  $\text{м}/\text{с}$ .

Разрежение в начале первого участка принимается равным



$$P_1 = \zeta_{ex} u_{щ}^2 \rho_0 / 2, \quad (254)$$

где  $\zeta_{ex}$  – коэффициент местного сопротивления входа воздуха, поступающего через зазор.

Для условий загрузки окатышей в вагоны по телескопическим желобам на фабрике окомкования ССГОКа по изложенной методике выполнен расчет оптимальных объёмов аспирации при следующих исходных данных:  $G_m = 260$  кг/с;  $\rho_m = 3500$  кг/м<sup>3</sup>;  $u_{щ} = 5$  м/с. Расчет показал, что для обеспечения противотока воздуха в желобе необходимо от каждого телескопического желоба отсасывать 13500 м<sup>3</sup>/ч. При этом в пылеприемнике должно поддерживаться разрежение 750 Па, обеспечивающее противоток воздуха.

Для предотвращения выноса пыли из погрузочного тоннеля объём аспирации следует выбирать из условия, что в подветренном торцевом проеме скорость воздуха  $\vartheta_n < 0$  (рис.5.79). Упрощенную физическую модель аэродинамических процессов в тоннеле можно представить следующим образом. Под действием натекающего ветрового потока (со скоростью  $w$  м/с) в наветренном торцевом проеме (в сечении 1-1) возникает избыточное давление

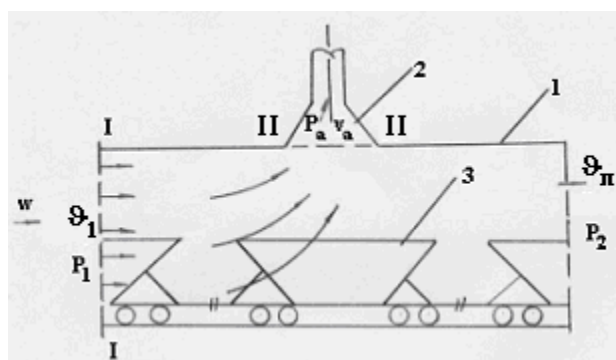
$$p_1 = P_1 - P_{атм}, \quad (255)$$

а подветренном

$$p_2 = P_2 - P_{атм}. \quad (256)$$

Здесь  $P_1, P_2, P_{атм}$  – соответственно абсолютные давления в наветренном и подветренном торцевых проемах и в невозмущенном потоке (атмосферное давление).

Под действием этого давления и работы местного отсоса воздух со скоростью  $\vartheta_1$  поступает через наветренный торцевой проем в тоннель. Перемещаясь над нагретым материалом, воздух нагревается и поступает в местный отсос.



Для того, чтобы через неплотности тоннеля запыленный воздух под действием теплового напора не выбивался наружу в сечении местного отсоса (сечение 2-2), должно поддерживаться некоторое разрежение. Для упрощения дальнейших выкладок положим, что разрежение в этом сечении равно  $p_2$

Рис. 5.79. Расчетная схема аспирации погрузочного тоннеля:

- 1 – укрытие тоннельного типа;
- 2 – местный отсос; 3 – вагон-хоппер

$$p_a = P_a - P_{атм} \approx P_2 - P_{атм} = p_2. \quad (257)$$

Впервые количественный анализ продувания тоннеля ветром с помощью уравнения Бернулли выполнен в работе [196]. Однако в этой работе авторам не удалось корректно учесть влияние массовых сил (сил Архимеда), возникающих в результате теплообмена.

В данной работе попытаемся учесть наличие архимедовых сил при движении отсасываемого воздуха над нагретой поверхностью перегружаемых окатышей.

Запишем для воздуха, находящегося в тоннеле, уравнение закона сохранения полной энергии в интегральной форме

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_w \rho \left( U + \frac{g^2}{2} \right) d\omega = - \int_s \rho \left( U + \frac{g^2}{2} \right) \dot{\mathcal{G}} \cdot d\mathbf{S} + \int_w \rho \dot{\mathbf{M}} \cdot \dot{\mathcal{G}} d\omega + \int_s \dot{\mathbf{P}}_n \cdot \dot{\mathcal{G}} dS + \int_w \rho j_m d\omega, \quad (258)$$

где  $U$  – внутренняя энергия, в нашем случае равная  $U = cT$ ;  $c$  – удельная теплоемкость, Дж/кг град;  $T$  – температура воздуха, °К;  $\dot{\mathcal{G}}$  – скорость воздуха, м/с;  $\dot{\mathbf{M}}$  – вектор массовой силы в нашем случае, определяемый через архимедову силу равенством

$$\rho \dot{\mathbf{M}} = \dot{\mathbf{g}}(\rho - \rho_0),$$

где  $\rho$ ,  $\rho_0$  – плотности воздуха внутри и вне укрытия, кг/м<sup>3</sup>;  $\dot{\mathbf{g}}$  – вектор ускорения силы тяжести, м/с<sup>2</sup>;  $\dot{\mathbf{P}}_n$  – вектор поверхностных сил, н/м<sup>2</sup>;  $W$  – объем воздуха в тоннеле, м<sup>3</sup>;  $S$  – поверхность, ограничивающая объем воздуха в тоннеле, м<sup>2</sup>;  $j_m$  – интенсивность теплообмена с нагретым материалом, Дж/кг с.

При определении величин интегралов, входящих в равенство (258), примем следующие упрощающие допущения.

Процесс стационарен. В открытых торцевых проемах тоннеля и во входном сечении аспирационного патрубка скорости воздушного потока постоянны и нормальны к сечениям, из поверхностных сил действуют только силы трения и местного сопротивления. Выразим их через коэффициент сопротивления

$$\int_{S_{п.н.}} \dot{\mathbf{P}}_n \cdot \dot{\mathcal{G}} dS = \zeta_m Q_a \dot{\mathcal{G}}^2 \rho / 2, \quad (259)$$

где  $S_{п.н.}$  – площадь наветренного проема тоннеля, м<sup>2</sup>;  $\dot{\mathcal{G}}$  – скорость воздуха в сечении 1-1, м/с;  $Q_a$  – объемный расход аспирируемого воздуха, м<sup>3</sup>/с (в подветренном проеме полагалась скорость воздуха равной нулю)

Работу массовых сил найдем при следующих допущениях. Поток внутри укрытия условно разделим на две области. В первой области (при входе воздуха в тоннель) поток воздуха будем считать горизонтальным ( $\dot{\mathcal{G}} \cdot \dot{\mathbf{M}} = 0$ ), во второй области (объемом  $Q_a h / \dot{\mathcal{G}}$ ) – поток равномерно восходящий ( $\dot{\mathcal{G}} \cdot \dot{\mathbf{M}} = \dot{\mathcal{G}} g(\rho_0 - \rho) = const$ ), тогда

$$\int_w \rho \dot{M} \cdot \dot{g} d\omega = g(\rho_0 - \rho)hQ_a. \quad (260)$$

При принятых допущениях уравнение (258) станет

$$\begin{aligned} & \rho_0 c T_0 g_1 F_1 + \rho_0 g_1 F_1 g_1^2 / 2 - \rho_{cp} g_a c T F_a - \rho g_a F_a g_a^2 / 2 = \\ & = g(\rho_0 - \rho)hQ_a + P_1 F_1 g_1 - P_a F_a g_a - \zeta_m \rho Q_a g_1^2 / 2 + q_m, \end{aligned} \quad (261)$$

где  $F_1$  – площадь наветренного открытого проема, м<sup>2</sup>;  $F_a$  – площадь входного сечения пылеприемника, м<sup>2</sup>;  $q_m$  – количество тепла, выделяющегося от нагретых окатышей в вагоне.

Уравнение (261) можно разделить на два: уравнение баланса тепловой и кинетической энергий, которые после некоторых преобразований примут вид

$$q_m = cG_a(T - T_0), \quad (262)$$

$$\frac{g_1^2}{2} - \frac{g_a^2}{2} = \frac{g(\rho_0 - \rho)h}{\rho} + \frac{P_1}{\rho_0} - \frac{P_a}{\rho} - \zeta_m \frac{g_1^2}{2}. \quad (263)$$

Имея в виду, что

$$\frac{\rho_0}{\rho} \approx \frac{T}{T_0}, \quad (264)$$

а также выразив избыточные давления  $p_1$  и  $p_2$  через коэффициенты ветрового давления  $k_1$  и  $k_2$

$$p_1 = k_1 \rho_0 w^2 / 2; \quad p_2 = k_2 \rho_0 w^2 / 2, \quad (265)$$

после ряда преобразований с учетом соотношений (255) – (257) из совместного решения уравнений (262) и (263) найдем (полагая  $\rho_0 / \rho \approx 1$ )

$$G_a = \rho_0 F_1 w \sqrt{\frac{k_1 - k_2}{\sum \zeta} + 2gh \frac{q_m}{cG_a T_0 w^2 \sum \zeta}}, \quad (266)$$

где

$$\sum \zeta = 1 - \left( \frac{F_1}{F_a} \right)^2 + \zeta_m. \quad (267)$$

Таким образом, чтобы найти производительность отсоса, необходимо знать не только метеорологическую обстановку в районе погрузочного тоннеля и аэродинамическую характеристику последнего, но и количество тепла, выделяющегося от материала. Определить величину  $q_m$  можно по формуле

$$q_m = \alpha F_B (t_m - t_o), \quad (268)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплообмена, кВт/м<sup>2</sup> град.;  $F_e$  – площадь теплоотдающей поверхности, принимаемая равной площади загружаемого вагона в плане, м<sup>2</sup>;  $t_m, t_o$  – температуры материала и воздуха, °С.

Коэффициент теплообмена зависит от многих факторов: от технологических особенностей загрузки, от конструктивных особенностей вагона и узла загрузки его, от подвижности воздуха и т.п.

Для условий загрузки вагонов телескопическими желобами коэффициент теплообмена был найден нами с помощью уравнения тепловоздушного баланса (262) при проведении промышленных испытаний аспирации погрузочного тоннеля на ССГОКе. Результаты испытаний приведены в табл. 5.37.

Таблица 5.37

**Результаты испытаний местных отсосов от погрузочного тоннеля ССГОКа**

$G_a'$ , кг/с	$t_a'$ , °С	$G_a''$ , кг/с	$t_a''$ , °С	$q_m$ , кВт	$\alpha$ , кВт/м <sup>2</sup> град
10,1	15	первый режим ( $t_0 = 1,4$ °С)		226	0,02
		16,1	7		
6,12	31	второй режим ( $t_0 = 15$ °С)		180	0,015
		22,2	19		

Здесь  $G_a', G_a''$  – производительность первого и второго местных отсосов;  $t_a', t_a''$  – температура отсасываемого воздуха, °С.

В качестве примера сделаем расчет производительности местных отсосов от погрузочного тоннеля для условий ССГОКа.

Исходные данные:  $F_1 = 26,5$  м<sup>2</sup>;  $w = 6,8$  м/с;  $\rho_0 = 1,2$  кг/м<sup>3</sup>;  $k_1 - k_2 = 1$ ;  $F_a = F_e = 29$  м<sup>2</sup>;  $c = 1,08$  кДж/кг град;  $T_0 = 293$  °К;  $h = 4$  м;  $q_m = 228$  кВт.

Сопротивление воздуха в тоннеле найдем по формуле:

$$\zeta_m = \zeta_0 (F_1 / F_0)^2,$$

где  $\zeta_0$  – коэффициент местного сопротивления, отнесенный к динамическому напору в сечении проема тоннеля (с учетом вагона и имеющих в проемах уплотнительных фартуков для тоннеля на ССГОКе  $F_0 = 6$  м<sup>2</sup>).

При  $F_0/F_1 = 6/26,5 = 0,226$ ,  $\zeta_0 = 1,63$  [202], тогда

$$\zeta_m = 1,63(26,5 / 6)^2 = 32.$$

По формуле (267) найдем

$$\sum \zeta = 1 - (26,5 / 29)^2 + 32 = 32,2.$$

Подставляя в формулу (266) исходные данные и найденную величину

$\sum \zeta$ , имеем

$$G_a = 1,2 \cdot 26,5 \cdot 6,8 \sqrt{\frac{1}{32,2} + \frac{2 \cdot 9,8 \cdot 4 \cdot 228}{1 \cdot G_a \cdot 293 \cdot 6,8^2 \cdot 32,2}}$$

откуда находим  $G_a = 38$  кг/с ( $L_a = 115000$  м<sup>3</sup>/ч).

### 5.4.3. Повышение эффективности аспирации перегрузок окатышей в корпусе погрузочных бункеров

С целью повышения эффективности аспирации погрузочных бункеров №2 фабрики окомкования ССГОКа после проведения промышленных испытаний были рекомендованы для узла загрузки вагонов окатышами: укрытие тоннельного типа с отсосом воздуха в количестве 115000 м<sup>3</sup>/ч, увеличение объемов аспирации от телескопических желобов до 13500 м<sup>3</sup>/ч, емкие укрытия приводных барабанов пластинчатых конвейеров с отсосом воздуха в количестве 8000 м<sup>3</sup>/ч [199].

Проектно-конструкторский отдел комбината в соответствии с выданными рекомендациями разработал рабочие чертежи по реконструкции обеспыливающих систем погрузочных бункеров №2. В соответствии с разработанной технической документацией выполнена реконструкция обеспыливающих систем.

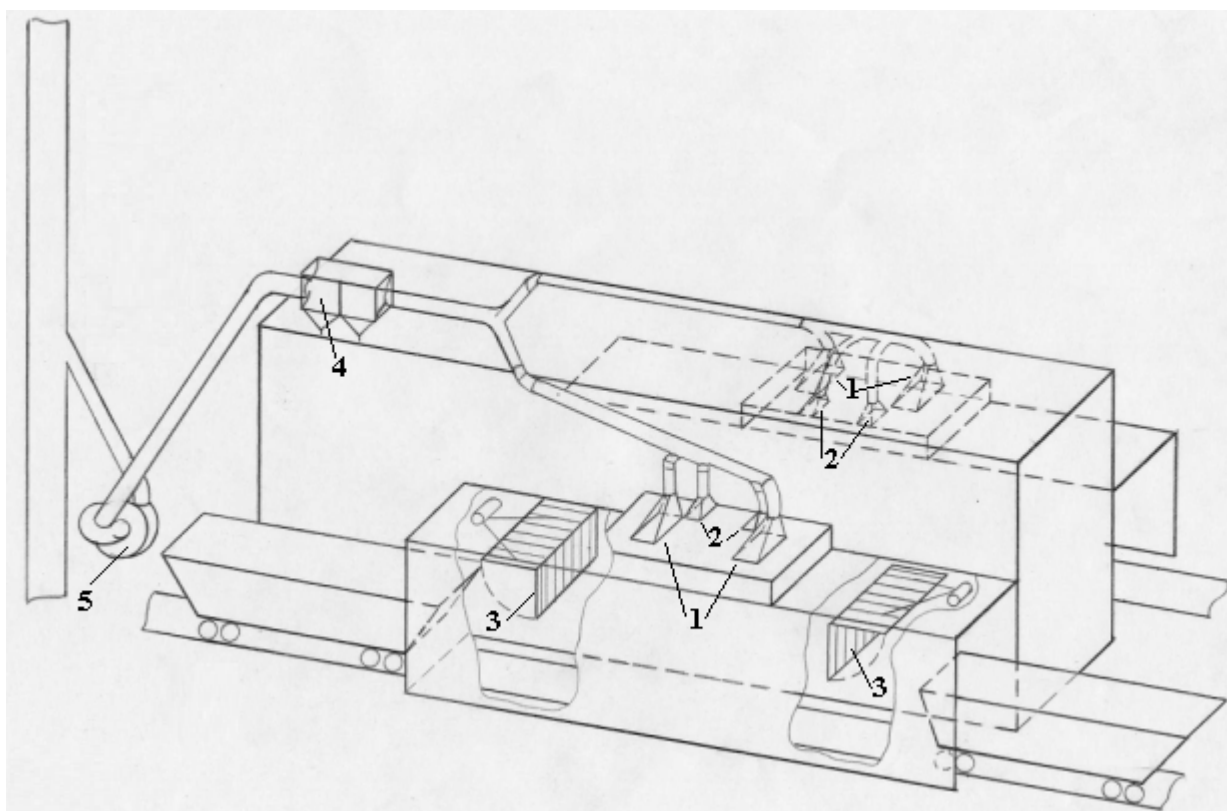
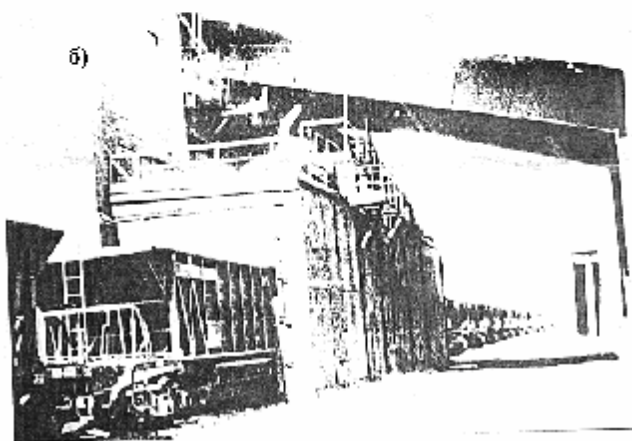
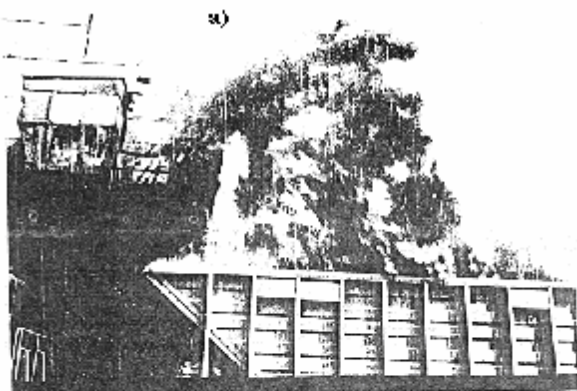


Рис. 5.80. Усовершенствованная схема аспирации погрузочного тоннеля на ССГОКе:  
1 – отсос от тоннеля; 2 – отсос от телескопических желобов; 3 – уплотнительные фартуки;  
4 – угольный коагулятор с каплеуловителем; 5 – дымосос

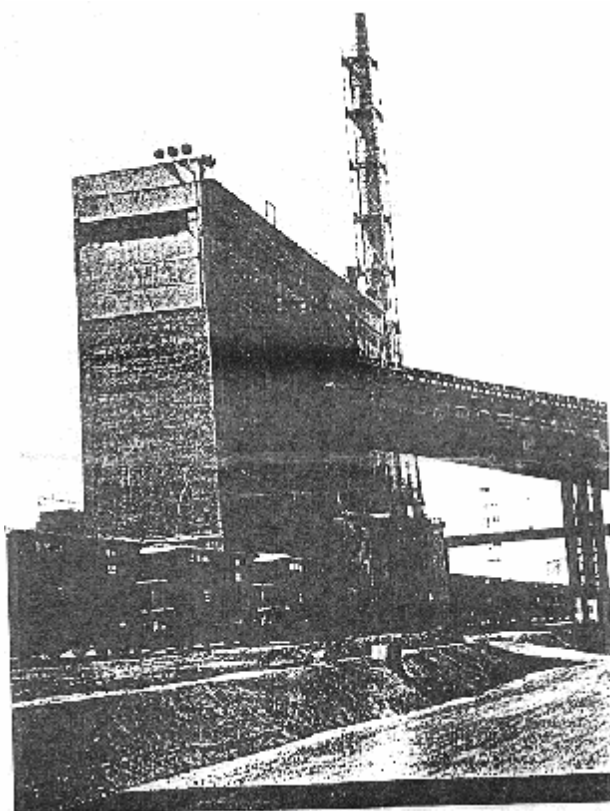
Локализация пылевыведений обеспечивается работой двух аспирационных установок: АТУ-1а и АТУ-1. Первая из них обеспечивает отсос воздуха от укрытий приводных барабанов пластинчатых конвейеров №51 и №52 и от бункера. Очистка аспирационного воздуха от пыли осуществляется в циклоне-промывателе СИОТ с установленным на входе уголкового коагулятором конструкции ВНИИБТГ.

Вторая установка (АТУ-1) обеспечивает работу местных отсосов погрузочных тоннелей и телескопических желобов (рис.5.80 – 5.82). Очистка воздуха осуществляется в пылеуловителе конструкции ВНИИБТГ, включающем уголкового коагулятор и пластинчатый каплеуловитель.

Промышленные испытания эффективности реконструированных аспирационных установок выполнены институтом ВНИИБТГ и лабораторией пылевых замеров ССГОКа.



*Рис. 5.81. Пылевыведение в момент загрузки окатышей в вагоны на погрузочном бункере № 2 ССГОКа:  
а – без укрытия; б – с укрытием тоннельного типа*



*Рис. 5.82. Общий вид аспирируемого тоннеля для погрузки окатышей в вагоны на ССГОКе*

Как показали испытания, производительность местных отсосов близка к объемам, рекомендованным институтом ВНИИБТГ. Уменьшение площадей неплотностей в укрытиях приводных барабанов пластинчатых конвейеров

№51,52 обеспечило устойчивое разрежение и полностью предотвратило выбивание пыли на рабочие места. Применение циклона-промывателя СИОТ с уголко-вым коагулятором института ВНИИБТГ обеспечивает достаточную степень очистки аспирационного воздуха. Рекомендованная институтом ВНИИБТГ аспирационная установка АТУ-1а обеспечивает нормальные санитарно-гигиенические условия труда машиниста конвейеров №51,52. Запыленность воздуха на рабочем месте снижена с 42 мг/м<sup>3</sup> до 2 мг/м<sup>3</sup>.

Результаты промышленных испытаний приведены в табл.5.38, 5.39.

В процессе пусконаладочных работ по АТУ-1 лаборатория малой механизации и надежности ССГОКа по рекомендациям института ВНИИБТГ установила в открытых торцевых проемах погрузочного тоннеля подвижные резиновые шторы, управляемые оператором (рис.5.83). Промышленные испытания эффективности уголкового коагулятора при пуске АТУ-1 выполнены лабораторией пылевых замеров ССГОКа, их результаты представлены в табл.5.40. Исследования выявили низкую степень очистки запыленного воздуха и большой вынос капельной влаги. Проектно-конструкторский отдел комбината совместно с институтом ВНИИБТГ разработал техническую документацию на реконструкцию каплеуловителя.

После реконструкции каплеуловителя промышленные испытания эффективности аспирационной установки АТУ-1 проведены институтом ВНИИБТГ.

Таблица 5.38

**Результаты промышленных испытаний местных отсосов АТУ-1а**

Наименование отсосов	Расход отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /ч	Расход отсасываемого воздуха до реконструкции, м <sup>3</sup> /ч	Разрежение в укрытии, Па	Концентрация пыли в отсасываемом воздухе, г/м <sup>3</sup>		Унос материала, кг/ч	
				до реконстр.	после реконст.	до реконструкции	после реконструкции
От укрытия приводного барабана конвейера № 51	<u>8000</u>	6000	<u>6</u>	5,6	1,1	34	13,0
	12000		9				
От бункера окатышей	<u>10000</u>	1700	<u>4</u>	47	6,7	80	72
	10800		20				
От укрытия приводного барабана конвейера № 52	<u>8000</u>	8300	<u>6</u>	41	1,6	340	21
	12900		13				
От бункера окатышей	<u>10000</u>	2100	<u>4</u>	54	7,0	113	54
	7700		13				

**Результаты испытаний двухступенчатой системы очистки  
с уголковым коагулятором и циклоном промывателем СИОТ**

1. Уголковый коагулятор							
Основные размеры, мм длина – 1380 ширина – 520 высота – 1400							
Производительность, м <sup>3</sup> /ч – 46000							
Гидравлическое сопротивление, Па – 950							
2. Циклон-промыватель СИОТ							
Основные размеры, мм диаметр циклона – 2256 диаметр выходного патрубка – 940							
Производительность, м <sup>3</sup> /ч – 46000							
Гидравлическое сопротивление, Па – 620							
3. Запыленность воздуха, мг/м <sup>3</sup>							
до очистки – 3800 после очистки – 100							
4. Дисперсный состав пыли, %							
до очистки							
Фракция	1,4	1,4-4,2	4,2-9,8	9,8-15	15-30	30-45	45-105
%	2,6	2,6	9,2	30,2	23	18	14,4
после очистки							
Фракция	1,4	1,4-4,2	4,2-9,8	9,8-15	15-30	30-45	45-105
%	9,7	4,7	23	0,8	48,4	13,4	–
5. Степень очистки – 97,5 %							

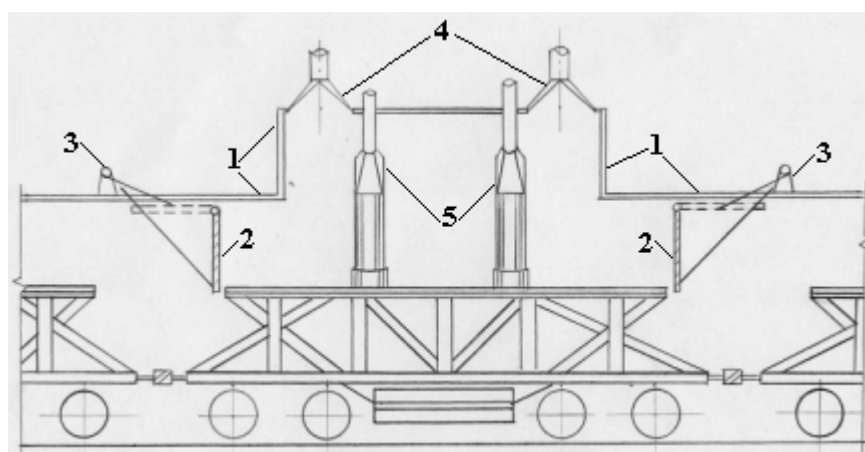


Рис. 5.83. Схема установки уплотнительных фартуков в погрузочном тоннеле:

- 1 – покрытие тоннельного типа; 2 – уплотнительный фартук; 3 – электропривод;  
4 – местные отсосы от тоннеля; 5 – местные отсосы от телескопических желобов

Результаты промышленных испытаний приведены в табл. 5.40 и 5.41. Как видно из представленных данных, суммарная производительность отсосов от телескопических желобов практически равна рекомендуемой. Общий объем ас-



пирации от укрытия тоннельного типа составляет 76000 м<sup>3</sup>/ч, что значительно ниже рекомендуемого 113000 м<sup>3</sup>/ч. Кратковременное выбивание пыли из вагона наблюдается в первоначальный момент пуска материала, а также при окончательной загрузке хоппера. Запыленность поступающего воздуха через разгрузочные люки вагона составляет 4,3 г/м<sup>3</sup>, а в местах прохода рамы телескопических желобов – 2,8 г/м<sup>3</sup>. Общая концентрация пыли до пылеуловителя составляет 6,8 г/м<sup>3</sup>. Остаточная запыленность выбрасываемого в атмосферу воздуха находится в пределах 0,12 – 0,16 г/м<sup>3</sup>. Эффективность пылеулавливания достигает 97,7 %.

Рекомендуемая схема аспирации погрузочного тоннеля и телескопических желобов при увеличении производительности АТУ-1 обеспечит полную локализацию пылевыведений при загрузке вагона окатышами.

Таблица 5.40

**Результаты испытаний уголкового коагулятора производительностью 120 тыс. м<sup>3</sup>/ч**  
(Основные размеры, мм: длина – 5200; ширина – 2400; высота – 2200;  
диаметр входного патрубка – 1430; диаметр выходного патрубка – 1430)

Производительность отсасываемого воздуха, м <sup>3</sup> /ч	Средняя концентрация пыли в аспирируемом воздухе, г/м <sup>3</sup>		Количество уносимого материала, кг/ч		Эффективность очистки, %
	до пылеуловителя	после пылеуловителя	поступающего в пылеуловитель	выбрасываемого в атмосферу	
$\frac{136600}{102000}$	$\frac{88,8}{6,82}$	$\frac{2,25}{0,16}$	$\frac{1213}{696}$	$\frac{308}{19}$	$\frac{75}{97,7}$

Примечание: В числителе приведены результаты испытаний установки до реконструкции каплеуловителя, а в знаменателе – после его реконструкции.

Таблица 5.41

**Характеристика местных отсосов погрузочного тоннеля**

Наименование местного отсоса	Производительность отсоса, м <sup>3</sup> /ч		Скорость воздуха в воздуховоде, м/с	Средняя концентрация пыли в аспирируемом воздухе, г/м <sup>3</sup>	Количество уносимого материала, кг/ч
	фактическая	рекомендуемая			
Отсос от левой части погрузочного тоннеля	29900	56500	12,9	0,59	17,6
Отсос от правой части погрузочного тоннеля	46200	56500	20,0	4,3	198,0
Итого:	76100	113000			215,6
Отсос от левого телескопического желоба	20000	13500	15,6	10,6	212
Отсос от правого телескопического желоба	10500	13500	8,1	12,0	126
Итого:	30500	27000			338

Таким образом, наиболее мощными источниками неорганизованных выбросов пыли на промышленных площадках фабрик окомкования являются узлы загрузки вагонов обожженными окатышами. Интенсивность выделения пыли определяется содержанием мелочи (класс – 5 мм), прочностными свойствами окатышей, их температурой и высотой ссыпания. Для снижения высоты падения окатышей, учитывая их хорошую «текучесть», можно использовать телескопические желоба.

Для локализации пылевыведений при загрузке окатышей в вагоны следует использовать либо аспирируемый тоннель, внутри которого размещаются загружаемые вагоны, либо аспирируемый вагон, оборудованный герметизирующей крышкой с телескопическими патрубками отсоса воздуха [216, 217].

Для исключения выброса пыли из погрузочного тоннеля необходимо предусмотреть противоточную схему аспирации телескопических желобов и отсос воздуха из верхней части тоннеля. При расчете необходимого объема воздуха, удаляемого из телескопических желобов, должны быть учтены эжекционные свойства потока окатышей, а при удалении воздуха из тоннеля следует учитывать тепловыделение от нагретых окатышей и воздействие ветра. Для снижения производительности аспирационных установок следует герметизировать торцевые проемы тоннеля подвижными щитами, а длину тоннеля выбирать так, чтобы в этих проемах находились вагоны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования направлены на совершенствование теоретических основ расчета местных отсосов аспирационных укрытий перегрузочных узлов сыпучих материалов – наиболее характерных и распространенных источников пылевыведения при переработке пылящих материалов. Основные результаты исследований и вытекающие из них выводы заключаются в следующем.

1. Потоки сыпучего материала в аэродинамическом отношении относятся к классу двухкомпонентных потоков, характеризующихся тем, что несущей средой является дискретная дисперсная среда из ускоренно падающих частиц, а несомой – псевдосплошная среда эжектируемого воздуха. Ускоренное движение несущей среды обуславливает асимптотический характер аэродинамических процессов эжектирования воздуха (рис. 3.11, 4.11), зависящих от геометрии транспортных каналов (желобов), от кинематики потока, от активности динамического взаимодействия компонентов, от распределения, крупности и состава частиц в потоке, от температуры и влажности материала (см. 1.3).

2. По физико-механическим свойствам поток сыпучего материала в наклонных желобах характеризуется несвязанным режимом ускоренного движения с экспоненциальным распределением частиц по высоте поперечного сечения канала (рис. 2.5), что в значительной степени изменяет условия динамического межкомпонентного взаимодействия, тепло- и массообмена по сравнению с физически одномерными моделями. По характеру распределения частиц потоки можно разделить на два класса (рис. 2.6): потоки с псевдоравномерным распределением частиц, когда преобладает сальтирующее движение частиц с невысоким градиентом

концентрации, и потоки со слоистым движением, в которых большая часть сталкивающихся между собой частиц находится у днища желоба и небольшая часть сальтирующих – над слоем частиц с большим градиентом концентрации.

3. Твердые частицы сыпучих материалов, полученных механическим дроблением, по геометрической форме близки к сжатым геометрически правильным телам (рис. 2.11), для которых численное значение геометрических формфакторов по поверхности и по площади миделева сечения практически совпадают. По аэродинамическому сопротивлению эти материалы следует разделить на две группы: первая – группа острозернистых частиц (железная руда, известняк, агломерат, гранит) характеризуется большим диапазоном изменения коэффициентов геометрической формы и сопротивления, вторая – группа частиц округлой формы (железорудные окатыши), для которых геометрический коэффициент формы близок к единице, а коэффициент сопротивления – к сопротивлению шара (табл. 2.1).

4. Обоснован и разработан простой способ экспериментального определения аэродинамического сопротивления падающих частиц в потоке без физического вмешательства в структуру последнего (2.149), (3.19). Основанный на измерении статических давлений на стенках закрытого желоба в момент пересыпки твердых частиц (рис. 3.2) этот метод позволил получить основную характеристику эжекционных свойств сыпучего материала – усредненный коэффициент аэродинамического сопротивления частиц в потоке. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что из-за поперечного градиента концентрации частиц усредненный коэффициент аэродинамического сопротивления уменьшается при увеличении объемной концентрации (3.29).

5. Показано, что усреднением в поперечном сечении канала скоростей, объемных концентраций и сил межкомпонентного взаимодействия может быть сформулирована одномерная задача о динамике потока частиц (3.37) и эжектируемого им воздуха (3.38) в закрытых желобах. Для коротких желобов ( $h < 0,3$ ) аэродинамические процессы с достаточной для практики точностью описываются уравнением (3.99) динамики равноускоренного потока частиц и равномерного движения эжектируемого воздуха (рис. 3.8). Объем эжектируемого воздуха из-за тормозящего действия потока частиц в начале желоба ограничен. С ростом числа Бутакова-Нейкова коэффициент скольжения компонентов (3.121), возрастая, стремится к асимптотическому значению, равному  $\varphi = (1 + n)/2$ .

6. Установлено, что интенсивность межкомпонентного теплообмена (3.182) из-за неравномерности распределения частиц в наклонном желобе на порядок меньше интенсивности теплообмена в вертикальном канале при равномерном распределении частиц (рис. 3.171). Противодействия, возникающие в результате теплообмена архимедовых сил, способствуют уменьшению эжектирующих свойств потока сыпучего материала (3.214). Направление и величина скорости воздуха в желобе при перегрузке нагретого материала определяются соотношением между тепловым и эжекционным давлениями. При перегрузке нагретых влажных материалов количество эжектируемого воздуха увеличивается за счет водяных паров, образующихся при испарении, и дополнительных сил межфазового давления (3.229, 3.232).

7. Теоретически показано, что при мгновенном пуске по желобу нагретого сыпучего материала рост эжекционного давления «жестко» связан с изменением расхода пересыпаемого материала (3.286), а изменение температуры из-за значительной «инертности» межкомпонентного теплообмена намного отстают от изменения количества перегружаемого материала (рис. 3.20). При плавном изменении расхода частиц в начале и в конце пересыпки материала наблюдаются повышенные («пиковые») давления по сравнению с установившимися величинами (рис. 3.21). Объясняется это наличием максимального значения эжекционного напора при определенной величине расхода материала (3.299, 3.300). Всплески давления не проявляются, если расход материала не достигает этой величины.

8. Показано, что динамика воздушных течений в струе свободно падающих частиц может быть описана уравнением пограничного слоя, причем динамика несущего (твердого) компонента в силу большой массы частиц практически не зависит от гидродинамического поля, что отличает эти потоки от газовых струй, несущих твердые примеси. Основными силами, вызывающими формирование струйных течений воздуха в потоке свободно падающих частиц, являются объемные силы межкомпонентного взаимодействия и силы турбулентной вязкости (4.67) и (4.68). Из-за действия сил межкомпонентного взаимодействия количество движения эжектируемой струи увеличивается (4.74), что отличает эти струи от свободных газовых струй.

9. Закономерности воздушных течений в осесимметричной свободной струе падающих частиц могут быть описаны уравнением автотельности (4.93) и (4.326), решения которого качественно и количественно согласуются с данными экспериментальных исследований (рис. 4.19, 4.20). При небольшой длине струи ( $h < 0,5$ ) силы турбулентной вязкости незначительны, и для определения объема эжектируемого воздуха можно использовать расчетные соотношения одномерной задачи. При большой длине струи ( $h > 1$ ) заметно сказываются силы вязкости, объем эжектируемого воздуха заметно возрастает за счет вовлечения в продольное движение окружающей воздушной среды (рис.4.22).

10. Показано, что ограждение свободной струи частиц непроницаемыми стенками затрудняет подтекание воздуха и, как следствие, в области  $1 < r < 2$  вызывает образование замкнутых циркуляционных течений. При приближении стенок к поверхности потока частиц ( $r \rightarrow 1$ ) длина этих вихрей и амплитуда колебаний скорости во внешнем течении уменьшается до нуля (рис.4.25, 4.27), а скорость течения в потоке частиц стремится к постоянной величине, равной начальной скорости. При удалении стенок канала длина вихрей возрастает, и при  $r > 2$  существует лишь возвратное внешнее течение, зона которого уменьшается с ростом  $r$ .

11. Показано, что для потока частиц, не заполняющего полностью поперечного сечения канала, можно на основании осредненных интегральных уравнений для пограничного слоя построить одномерные уравнения (4.469, 4.470), описывающие движение двухкомпонентного потока (внутреннее течение) и течение воздуха в полости, ограниченной поверхностью потока частиц и стенками канала (внешнее течение). Из общих решений этих уравнений, как частные случаи, можно получить решения одномерных задач для желоба с псевдоравномерным

распределением частиц и для свободной струи свободно падающих частиц, что создает базу для построения универсальной методологии расчета объемов эжектируемого воздуха.

12. При определении оптимальной производительности систем локализации пылевыведений и рациональных схем размещения аспирационных патрубков необходимо:

- для конвейерных перегрузок использовать комбинированную модель эжектирования воздуха – в приемной воронке желоба учитывать эжекцию воздуха свободным потоком материала, а в прямолинейных участках желоба – как результат действия последовательно расположенных эжекционных нагнетателей с постоянным расходом эжектируемого воздуха;
- для сложных узлов, например, при каскадном расположении технологического оборудования, учитывать аэродинамическую связь укрытий, а при переработке нагретых влажных материалов – величину теплового напора, интенсивность паровыведений и межфазовое давление;
- для быстроходного оборудования типа молотковых дробилок учитывать вентилирующую способность рабочих органов и предусматривать байпасирование зон с экстремальными значениями избыточных давлений.

13. Апробация разработанных методов расчета на промышленных предприятиях по переработке широкого класса сыпучих материалов (железная и полиметаллическая руды, гранит, известняк, магнезит, кокс, шихта, агломерат, окатыши) показала, что расчетные производительности местных отсосов удовлетворительно согласуются с данными натурных испытаний (приложение II). На этой основе разработаны и получили широкое использование при проектировании нормативные материалы по расчету и устройству систем аспирации для обогатительных, агломерационных и окомковательных фабрик. Опыт эксплуатации вентиляционных установок, построенных в соответствии с этими нормативными материалами на новых (Михайловский и Костомукшский ГОКи) и реконструируемых (Соколовско-Сарбайский, Лебединский и Южный ГОКи) фабриках показал, что при оптимальных режимах работы систем аспирации возможно снижение запыленности воздуха до уровня предельно допустимых концентраций.

14. Для сокращения валовых выбросов пыли необходимо применение технических средств снижения мощности пылевыведений на всех этапах пылеобразования (см. 5.2.10):

- в желобах – путем организации компактной массы перегружаемого материала, укладки высушенных порошков в слой влажного концентрата (степень снижения концентрации пыли 10-80%, объемов аспирации – 40-60%);
- в укрытиях – за счет фильтрации эжектируемого воздуха через зернистый слой, решетку намагниченных пластин, пенный слой (степень снижения концентрации пыли 60-90%, объемов аспирации – 50-70%);
- в пылеприемниках – за счет интенсификации инерционного осаждения в пылеотделителях циклонного типа или за счет фильтрации через тканевые насадки (степень очистки аспирационного воздуха 50-95%), что позволяет на 1-2 порядка уменьшить начальную концентрацию пыли, и на порядок –

объем очищаемого воздуха и осуществлять доочистку аспирационных выбросов по ПДВ в более компактных и высокоэффективных центральных пылеочистных аппаратах.

16. Для снижения самых мощных неорганизованных выбросов пыли можно использовать следующие технические средства:

- для открытых складов окатышей – аспирируемые шахты при свободном сыпани материала из надштабельной галереи (достигнутый уровень снижения валовых выбросов на ССГОКе 80%), встроенные местные отсосы и системы аспирации для штабелеукладчиков (достигнутый уровень снижения валовых выбросов на Костомукшском ГОКе 90%);

- для узлов загрузки обожженных окатышей в вагоны – аспирируемый тоннель с системой телескопических желобов (достигнутый уровень снижения выбросов пыли на ССГОКе 90%).

17. Накопленный опыт работы и выполненные обобщения позволяют предположить, что дальнейшее развитие теории и практики локализации и обеспыливания воздуха при переработке сыпучих материалов будет осуществляться в следующих направлениях:

- изучение динамики потока сыпучих материалов и разработка технических средств организации перегрузки сыпучего материала в связанном режиме движения частиц; т.е. создание «беспыльных» перегрузок;
- изучение режимов транспортирования запыленных потоков в воздуховодах и организация регулируемых процессов осаждения в них пылевых частиц с последующей разработкой пылесадительных систем аспирации для паро-пылевых смесей;
- разработка замкнутых систем аспирации, обеспечивающих рецикл запыленного воздуха и снижающих энергозатраты на вытяжную и приточную вентиляцию;
- создание автоматизированных систем аспирации как подсистемы технологических процессов переработки сыпучих материалов.

### **Библиографический список**

1. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1964. 303с.
2. Афанасьев И. И., Данченко Ф. И., Пирогов Ю. И. Обеспыливание на дробильных и обогатительных фабриках. М.: Недра, 1989. 198 с.
3. Афанасьев И. И. ... Логачев И. Н. и др. Обеспыливание воздуха на фабриках горнообогатительных комбинатов. М.: Недра, 1972. 184 с.
4. Барон Л. И. Горнотехнологическое породоведение. Предмет и способы исследований. М.: Наука, 1977. 324 с.
5. Барон Л. И. Кусковатость и методы ее измерения. М.: Изд. АН СССР, 1960. 124 с.
6. Барон Л. И., Андрианов Н. Ф., Черепанов Г. С. Поштучный обмер негабарита в карьерах. М. Ротопр. ИГД им. А. А. Скочинского, 1962. 47 с.
7. Бернштейн Р. С., Померанцев В. В., Шагалова С. Л. Обобщенный метод расчета аэродинамического сопротивления нагруженных сечений // Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных процессах / Под. ред. Кнорре. М.: Госэнергоиздат, 1958. С. 267-289.

8. Богаевский О. А., Бакиров У. Х. Увлечение воздуха падающим материалом // Оптимизация вентиляционных систем в горнорудной промышленности. – Свердловск: ЦНИПП, 1971. Вып. 3. 169-175 с.
9. Больцман Л. Лекции по теории газов. Гостехиздат, 1956.
10. Бошняков Е. Н. Вентиляция в цехах основных производств цветной металлургии. М.: Металлургия, 1985. 160 с.
11. Бошняков Е. Н. Метод расчета аспирационных воздухообменов // Водоснабжение и санитарная техника. 1965. № 11. 14-20 с.
12. Бувечич Ю. А. О сопротивлении движения частицы, взвешенной в турбулизованной среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 6. 182-183 с.
13. Бувечич Ю. А. Взаимодействие фаз в концентрированных дисперсных системах // ПМТФ. 1966. №3.
14. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975. 378 с.
15. Бутаков С. Е. Аэродинамика систем промышленной вентиляции. М.: Профиздат, 1949. 268 с.
16. Вахрушев И. А., Скобло А. И. Исследование теплоотдачи в восходящем потоке газозвеси // Труды ВНИИП. Вып. VIII. М.: Гостоптехиздат, 1959.
17. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабелян Г. З. Пашин М. М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974. 480 с.
18. Временные указания по расчету объемов аспирируемого воздуха от укрытий дробильного оборудования и оборудования, перерабатывающего нагретые влажные материалы. Алма-Ата: ГПИ Сантехпроект (А/о ГПИ Сантехпроект, ВНИИБТГ), 1973, 96 с.
19. Временные указания по расчету объемов аспирируемого воздуха от укрытий мест перегрузок при транспортировании пылящих материалов. АЗ-611. М.: Изд-во ГПИ Сантехпроект (ГПИ Сантехпроект, НИИрудвентиляция, ИПМ АН УССР). 1973, 31 с.
20. Гервасьев А. М., Олифер В. Д. Некоторые результаты исследования процессов, происходящих при перегрузке сыпучих материалов по вертикальным желобам // Обеспыливающая вентиляция / ВНИОТ. Свердловск, 1973. С.3-9.
21. Гервасьев А. М. Промышленная вентиляция. Свердловск: Металлургиздат, 1960. Вып. 9. С.13-20.
22. Глушков Л. А. Вентиляция дробильно-размольных отделений. Свердловск: Металлургиздат, 1956. 95 с.
23. Голышев А. М. Исследование местной вытяжной вентиляции при обжиге и грохочении железорудных окатышей. Дис. ... канд. техн. наук. Кривой Рог, 1981. 278 с.
24. Горбис З. Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергия, 1970. 424 с.
25. Горбис З. Р., Бахтиозин Р. А. Об аэродинамической характеристике графитовых частиц // Изв. вузов. Энергетика. 1961. №11.
26. Горбис З. Р. Теплообмен дисперсных сквозных потоков. М.; Л.: Энергия, 1964. 296 с.
27. Гращенков Н. Ф., Харьковский В. С., Цой Б. Определение объемов аспирации из укрытий в местах перегрузки сыпучих материалов на конвейер // Изв. вузов. Горный журнал. 1977. №10. 78-80 с.
28. Добромыслов А. Я. К вопросу теории расчета вертикальных трубопроводов в системе канализации зданий // Санитарная техника. Вып. 33. М.: Стройиздат, 1970. 64-78 с.
29. Журавлев В. П. Совершенствование гидрообеспыливания очистных и подготовительных угольных забоев (на примере Карагандинского бассейна): Дис. ... д-ра техн. наук., Караганда, 1973. 412 с.
30. Журавлев В. П., Демишева Е. Ф., Спирин Л. А. Аэродинамические методы борьбы с угольной пылью. Ростов: Изд-во Ростов. ун-та, 1988. 142 с.
31. Зайончковский Я. Обеспыливание в промышленности (пер. с польск.). М.: Стройиздат, 1969. 350 с.
32. Зильберберг Я. И. Исследование аспирации при обеспыливании перегрузочных узлов

- непрерывного транспорта. Автореф. ... дис. канд. техн. наук. Караганда, 1980. 22 с.
33. Зенков Р. Л. Механика насыпных грузов. М.: Машгиз, 1952.
  34. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1975. 559 с.
  35. Инструкция по комплексному улучшению условий труда на обогатительных фабриках металлургической промышленности. Л.: Механобр, 1984. 166 с.
  36. Исследование и изыскание эффективных методов обеспыливания перегрузок горячих материалов / Отчет НИИметаллургвентилиация. Шелектин А. В., Логачев И. Н. и др. Кривой Рог, 1965. 132 с.
  37. Камышенко М. Т. Обеспыливание мест перегрузки сыпучих материалов в дробильно-транспортных цехах. М.: Профиздат, 1955. 99 с.
  38. Карпов К. А. Таблицы функции  $\omega(z) = e^{-z^2} \int_0^z e^{x^2} dx$  в комплексной области. М.: Изд. АН СССР, 1954. 535 с.
  39. Килин П. И. Обеспыливание мест загрузки конвейеров на горнорудных предприятиях: Автореф. ... дис. канд. техн. наук. Свердловск, 1977.
  40. Килин П. И., Шапотайло В. И. Научные труды ин-тов охраны труда ВЦСПС. М.: Профиздат, 1975. Вып. 96. С.3-8.
  41. Куприн А. И., Глиняный Ю. В., Клешина Г. В., Пирогов Г. С., Тихонцов А. М. О критериях оценки формы частиц, перемещающихся в потоке жидкости. // Нерудные строительные материалы. Сб. трудов ВНИИнеруд. Вып. 28. Тольятти. 1970. С.17-25.
  42. Логачев И. Н. О циркуляции воздуха в желобах при перегрузках ненагретых сыпучих материалов // Безопасность труда в горнорудной промышленности. М.: Недра, 1987. С.39-45.
  43. Логачев И. Н., Черненко Л. М. Особенности эжекции воздуха в свободной струе слипающегося порошка // Повышение безопасности труда на горнорудных предприятиях. М.: Недра, 1989. С.65-69.
  44. Логачев И. Н., Задорожний С. И. и др. Исследование и разработка способов и средств обеспыливания открытых складов окатышей на фабриках окомкования ГОКов. Отчет ВНИИБТГ. Инв. №Б 728880. Кривой Рог, 1978. 149 с.
  45. Логачев И.Н., Задорожний С.И., Черненко Л.М. и др. Исследование и разработка основ локализации и удаления пыли при переработке руд и концентратов. Отчет ВНИИБТГ. Инв. № Б 911262. Кривой Рог. 1980. 240с.
  46. Логачев. И. Н. Тепловой напор при перегрузках горячих материалов // Вентиляция и очистка воздуха. № 4. М.: Недра, 1970. С.120-124.
  47. Логачев И. Н. Межкомпонентный теплообмен в потоке сыпучего материала при перегрузках в закрытых желобах // Материалы IV Республиканской межвузовской конференции по вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем. Одесса: ОГУ, 1969. 30 с.
  48. Логачев И. Н., Голышев А. М. Особенности динамического взаимодействия измельченного материала с воздухом в наклонных желобах // Обеспыливание технологических процессов в промышленности строительных материалов. М.: МИСИ; БТИСМ, 1984. С.10-19.
  49. Логачев И. Н. Аспирация перегрузок сыпучих материалов агломерационных фабрик // Местная вытяжная вентиляция. М.: МДНТИ, 1969. С.93-106.
  50. Логачев И. Н., Шумилов Р. Н. Движение насыпных материалов в наклонных желобах // Вентиляция и очистка воздуха: Сб. научных трудов НИИметаллургвентилиация. №4. М.: Недра, 1970. С.124-129.
  51. Логачев И. Н. Аэродинамика одномерного потока сыпучей среды в наклонных желобах // Материалы Всесоюзной межвузовской научной конференции по процессам в дисперсных сквозных потоках. Одесса: ОТИ им. М. В. Ломоносова, 1967. 23 с.
  52. Логачев И. Н. Исследование аспирации перегрузок горячих материалов. Дис. ... канд. техн. наук. Кривой Рог, 1969 (НИИрудвентиляция).



53. Логачев И. Н. Одномерный поток сыпучего материала в наклонных желобах // Вентиляция и очистка воздуха. Вып. 6. М.: Недра, 1970 (НИИрудвентиляция). С.121-128.
54. Логачев И. Н. Исследование аспирации перегрузок горячих материалов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Кривой Рог, 1971. 20 с.
55. Логачев И. Н. Снижение мощности пылевых выбросов при перегрузках сыпучих материалов на рудоподготовительных фабриках // Сб. докладов международной конференции. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1997. Ч.9. С.30-36.
56. Любимова А. П. Исследование параметров аспирационного обеспыливания перегрузочных узлов транспортирования и переработки угля на обогатительных фабриках: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Кемерово, 1977.
57. Лященко П. В. Гравитационные методы обогащения. М.: Гостоптехиздат, 1940.
58. Минко В. А. Основы промышленной вентиляции и пневмотранспорта. М.: МИСИ, БТИСМ, 1975. 129 с.
59. Минко В. А. и др. Обеспыливание в литейных цехах машиностроительных предприятий. М.: Машиностроение, 1987. 224 с.
60. Минко В. А. Некоторые вопросы аэродинамики гравитационного потока мелкодисперсного сыпучего материала // ИФЖ. Т. XVI, №6. 1969. С.1045-1051.
61. Минко В. А. Обеспыливание технологических процессов производства строительных материалов. Воронеж: ВГУ, 1981. 175 с.
62. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. М.: Стройиздат, 1964. 156с.
63. Местные отсосы и укрытия технологического оборудования рудоподготовительных фабрик (альбом). Кривой Рог; Алма-Ата: ВНИИБТГ; ГПИ Казсантехпроект, 1986.
64. Морозов Ю. И. Исследование теплообменников с падающим слоем: Дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1967.
65. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
66. Недин В. В., Нейков О. Д. Борьба с пылью на рудниках. М.: Недра, 1965. 200 с.
67. Нейков О. Д., Зильберберг Я. И. Исследование аэродинамики закрытых желобов при гравитационном движении в них порошковых материалов // Предупреждение внезапных воспламенений порошков и взрывов газодисперсных систем. Киев: Наукова думка, 1975. С.196-203.
68. Нейков О. Д., Логачев И. Н., Шумилов Р. Н. Аспирация паропылевых смесей при обеспыливании технологического оборудования. Киев: Наукова думка, 1974. 127 с.
69. Нейков О. Д., Логачев И. Н. Аспирация и обеспыливание воздуха при производстве порошков. М.: Metallurgia, 1981. 192 с.
70. Нейков О. Д., Логачев И. Н. Аспирация при производстве порошковых материалов. – М.: Metallurgia, 1973. 224 с.
71. Олифер В. Д. Исследование аспирации перегрузок сыпучих материалов по вертикальным желобам: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Свердловск, 1974.
72. Ординанц В. Эффективность отсоса запыленного воздуха из укрытий // Черные металлы (пер. с нем.). 1975. №4. С.24-25.
73. ОСТ 14-17-98-83. ССБТ. Подготовка металлургического сырья. Аспирация. Метод расчета производительности местных отсосов укрытий мест перегрузок сыпучих материалов. М.: МЧМ СССР, 1984. 31 с.
74. Павлов В. П. О гидродинамике и теплообмене в струе падающих частиц // Тепло- и массоперенос. Т. IX. Минск. С.278-296.
75. Платонов П. Н. Особенности движения зерновых потоков: Дис. ... д-ра техн. наук. М., 1969.
76. Платонов П. Н. Особенности движения сыпучих тел в желобах // Труды Одесского института инженеров мукомольной промышленности и элеваторного хозяйства. Т. II. 1948. С. 126-131.
77. Попов В. А. Труды ЛИИВТ, 1971. С.87-98.

78. Попов В. А. Обеспыливание процессов движения пылевых материалов на узлах пере­сыпки портовых транспортных установок. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Ленинград, 1972.
79. Рекомендации по проектированию отопления и вентиляции агломерационных фабрик черной металлургии. Методические материалы для проектирования. АЗ-500. М.: ГПИ Сантех­проект, 1971. 31 с.
80. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
81. Руководство по проектированию систем отопления и вентиляции окомковательных фаб­рик черной металлургии. Кривой Рог; Алма-Ата: ВНИИБТГ; ГПИ Сантехпроект; Механо­брчермет, 1985. 114 с.
82. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1965. 388 с.
83. Семенов А. С. Исследование аспирации перегрузок нагретых материалов по вертикаль­ным желобам. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Свердловск, 1975. 18 с.
84. Сербин А. Н., Красиков Н. И. и др. Исследование и разработка способов и средств обес­пыливания периодических перегрузок больших объемов. Отчет ВНИИБТГ, инв. № Б 266377 – Кривой Рог, 1973. 193 с.
85. Серенко А. С. Обеспыливание воздуха в огнеупорной промышленности. М.: Metallurg­издат, 1953. 144 с.
86. Серенко А. С., Проценко Г. А. Шелектин А. В. Обеспыливание воздуха на дробильно-сортировочных и обогатительных фабриках железной руды. М.: Metallurgиздат, 1957. 164 с.
87. Серенко А. С. Обеспыливание основных процессов переработки твердых материалов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1952.
88. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. II. М.: Изд-во технико-теоретической лит-ры, 1956. 328 с.
89. Соу С. Динамика заряженных суспензий // Реология суспензий, М.: Мир, 1975, 1975, С. 140-284.
90. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971, 536 с.
91. Справочник по обогащению руд. В 3 т. / Гл. ред. О.С. Богданов. Т. I. Подготовительные процессы. Отв. ред. В. А. Олевский. М.: Недра, 1972. 448 с.
92. Стежко С. А. и др. Улучшение условий труда на горнообогатительных комбинатах. М.: Недра, 1990. 172 с.
93. Указания по расчету объемов аспирируемого воздуха от укрытий грохотов и примы­кающего к ним оборудования при грохочении пылящих материалов. Кривой Рог: ВНИИБТГ, 1980. 47 с.
94. Указания по расчету и устройству аспирации в порошковой металлургии. Узлы перепа­дов пылящих материалов / Минчермет СССР. М., 1979. 105 с.
95. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. III. М.: Физматгиз, 1963. 382 с.
96. Фортъе А. Механика суспензий. М.: Мир, 1971. 264 с.
97. Фукс Н. А. Механика аэрозолей. М.: Из-во АН СССР, 1955. 352 с.
98. Хаппель Дж., Бренер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976.– 630 с.
99. Худяков Г. Н. О движении твердых частиц в газовой взвеси // Изв. АН СССР, ОТН. 1953. №7. С.1022-1034.
100. Чертоусов М. Л. Гидравлика. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
101. Чулаков П. Ч., Карабеков Н. Н., Салимжанов К. С. // Изв. вузов. Горный журнал. 1972. №9. С. 46-50.
102. Шелектин А. В., Определение объемов воздуха для аспирации оборудования дробильно-сортировочных фабрик // Борьба с силикозом. М.: Изд-во АН СССР. 1959. Т. II. С. 135-140.
103. Шидловский В. П. Введение в динамику разреженного газа. М.: Наука, 1965.
104. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1956. 526 с.
105. Ярембаш И. Ф. Очистка рудничной атмосферы после взрывных работ. М.: Недра, 1979. 191 с.

106. Anderson D. M. *Industr. Medicine und Syrgery*. 1964. №2, p. 68.
107. Degner B. *Bergbautechnik*, 1969, №7, p. 369.
108. Hath T. *Pact Huitiene Annee*, 1954, №6, p 425.
109. Hemeon W. C. L. *Plant and Process Ventilation*. N. Y.: The Industrial Press, 1955, 352 p.
110. Kruse C. W., Bianconi W. O. A. *Industr. Hygiene Association I.*, 1966, №3, p. 220-227.
111. Larson S. *Air Induction by Falling Material Basis for Exhaust Hood Design*. M. Sc. Thesis. Pittsburg, University of Pittsburg. 1952. – 16 p.
112. Morrison I. N. *Rock Prod*, 1970, №11, p. 67-71.
113. Pring R. T., Knudson I. F., Dennis R. – *Industri and Engin. Chem.*, 1949, v 41, p. 2242.
114. Reeks M. W. and Skyrme G. The dependance of particle deposition velocity on particle inertia in turbulent pipe flow. I. *Aerosol Science*, v 7., 1976, №6, p. 485-495.
115. Voegeli H. E. *Air Conditioning, Heating and Ventilation*. 1963, №8, p. 77-80.
116. Логачев И. Н., Афанасьев И. И. Теоретические основы расчета местных отсосов пылящего оборудования // *Вентиляция и очистка воздуха*. М.: Недра, 1972. Вып. 7. С.196-206.
117. Логачев И. Н., Афанасьев И. И. Теоретические основы расчета аспирации технологического оборудования // *Борьба с силикозом*. М.: Наука, 1974. Т. IX. С. 136-139.
118. Логачев И. Н., Стуканов В. И. Борьба с пылью при обогащении и окусковании полезных ископаемых // *Справочник по борьбе с пылью в горнодобывающей промышленности / Под ред. А. С. Кузьмича*. М.: Недра, 1982. 240 с.
119. Попова Н. П. Разработка методики расчета и средств аспирации шихтовых бункеров металлургических заводов. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1983. 23 с.
120. Дмитрук Е. А. Борьба с пылью на комбикормовых заводах. М.: Агропромиздат, 1987. 85с.
121. Нейков О. Д., Бошняков Е. Н. Исследование аспирации мест перегрузок материалов на лабораторной установке // *Сб. науч. трудов Криворожского филиала ИГД АН УССР*. М.: Госгортехиздат, 1962. Вып. 1. С. 145-154.
122. Калмыков А. В., Журбинский Л. Ф. Борьба с пылью и шумом на обогатительных фабриках. М.: Недра, 1984. 222 с.
123. Руденко К. Г., Калмыков А. В. Обеспыливание и пылеулавливание при обработке полезных ископаемых. М.: Недра, 1987. 264 с.
124. Бошняков Е. Н., Сербин А. Н. Исследование аспирируемых укрытий мест загрузки руды на конвейеры. // *Вентиляция и очистка воздуха*. М.: Недра, 1968. Вып. 2. С. 122-135.
125. Зенков Р. Л., Ивашков И. И., Колобов Л. Н. Машины непрерывного транспорта. М.: Машиностроение, 1980. 304 с.
126. Брук А. Д. и др. Центробежные вентиляторы / Под. ред. Т. С. Соломаховой. М., 1975. 416с.
127. Осокин В. П. Молотковые дробилки. М.: Энергия, 1980. 176 с.
128. Соломахова Т. С., Чебышева К. В. Центробежные вентиляторы. Аэродинамические схемы и характеристики. Справочник. М.: Машиностроение, 1980. 176 с.
129. Афанасьев И. И., Колесник А. П., Логачев И. Н. Расчет объемов аспирации дезинтеграторов и реверсивных молотковых дробилок // *Водоснабжение и санитарная техника*. 1969. №6. С.24-26.
130. Исследование аэродинамики и разработка конструкций местных отсосов перегрузок сыпучих материалов. Отчет / НИИрудвентиляция. Логачев И. Н., Минко В. А., Колесник А. П. Кривой Рог, 1970. 131 с.
131. Минко В. А., Абрамкин Н. Г. и др. Исследование по обеспыливанию технологического оборудования и рабочих мест при производстве силикатного кирпича и стекольных изделий с применением пенопылеподавления. Раздел 1. Исследование систем аспирации. Отчет по НИР Белгородского технологического института строительных материалов. Белгород, 1976. 290 с.
132. Бузунов Б. А. Исследование интенсивности пылевыделения при дроблении руд на золотоизвлекательных фабриках // *Труды ЦНИИПП*. Вып. 15. Свердловск, 1976.
133. Афанасьев И. И. и др. Исследование и разработка способов и средств обеспыливания

- конвейеров доставки руды из карьеров. Отчет / ВНИИБТГ, Кривой Рог, 1977. 154 с.
134. Калмыков А. В. Обеспыливание дробильных цехов. М.: Недра, 1976. 207 с.
135. Шелектин А. В., Афанасьев И. И., Шумилов Р. Н. Влияние влажности сырых шихтовых материалов и возврата на запыленность воздуха // Вентиляция и очистка воздуха: Сб. научных трудов. №3. М.: Недра, 1967. С. 21-26.
136. Силантьев В. А., Тимофеев Ю. В., Усманов Ф. Б. и др. Технический отчет по разработке нормативных материалов для расчета аспирации грохотов. Алма-Ата, 1974. 132 с.
137. Силантьев В. А., Тимофеев Ю. В., Усманов Ф. Б. и др. Натурные испытания и разработка рекомендаций по обеспыливанию технологического оборудования. Раздел 1 (дробильно-измельчительное оборудование) Отчет / АО ГПИ "Сантехпроект", Алма-Ата, 1972. 221 с.
138. Афанасьев И. И., Логачев И. Н. и др. Исследование эффективности применяемого оборудования для пылеподавления на фабрике окомкования ССГОКа. Отчет / ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1973. 236 с.
139. Афанасьев И. И., Логачев И. Н., Черненко Л. М. Таблицы дисперсного состава пыли в аспирируемом воздухе от укрытий перегрузочных узлов. Кривой Рог, 1973. 236 с.
140. Силантьев В. А., Нестеров Е. Д., Шарипов А. Я., Цицорин Н. С. и др. Натурные испытания по определению дисперсного состава и концентрации пыли в аспирируемом воздухе перегрузок сыпучих материалов. Раздел 2 // Отчет / АО ГПИ "Сантехпроект". Алма-Ата, 1972. – 99 с.
141. Афанасьев И. И. и др. Исследование и разработка способов и средств обеспыливания конвейеров доставки руды из карьеров. Отчет / ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1977. 154 с.
142. Афанасьев И. И., Маринченко В. М., Саплинов Л. К. и др. Исследование и разработка способов и средств предотвращения пылеобразования при дроблении и классификации железных руд // Отчет / ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1976. 146 с.
143. Афанасьев И. И., Логачев И. Н., Шумилов Р. Н. и др. Вентиляция и обеспыливание отделений возврата и подготовки сырья агломерационных фабрик железной руды // Отчет / НИИметаллургвентиляция. Кривой Рог, 1967. 185 с.
144. Логачев И. Н., Саплинов Л. К., Николина Т. Н., Афанасьев И. И. Аспирационное укрытие мест загрузки ленточных конвейеров. Авт. свидетельство. СССР № 559021. // Бюлл. изобрет. 1977. № 19.
145. Афанасьев И. И., Саплинов Л. К., Пирогов Ю. И. Устройство для очистки запыленного воздуха аспирационных укрытий. Авт. свидет. СССР № 591213 // Бюлл. изобрет. 1978. № 5.
146. Архипов А. В., Заверткин И. Н., Афанасьев И. И. и др. Пенная установка для обеспыливания при дроблении в молотковых дробилках // Бюлл. ЦНИИчермет. 1975. № 15. С. 57-58.
147. Афанасьев И. И., Шумилов Р. Н., Маринченко В. М., Коренной Л. Д., Черненко Л. М. Аспирационное укрытие ленточного конвейера. Авт. свидет. СССР № 477073 // Бюлл. изобрет. 1975. № 26.
148. Маринченко В. М., Петухов В. Л., Шумилов Р. Н. Устройство для отсоса пыли в узле загрузки конвейера. Авт. свидет. СССР № 588161 // Бюлл. изобрет. 1978. № 2.
149. Шумилов Р. Н., Маринченко В. М., Афанасьев И. И. и др. Аспирационное укрытие ленточного конвейера. Авт. свидет. СССР № 595517. // Бюлл. изобрет. 1978. № 8.
150. Исследование и разработка средств оптимизации аспирационных укрытий узлов перегрузки сыпучих материалов // Отчет / ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1982. 90 с.
151. Логачев И. Н., Шумилов Р. Н. Вентиляция трактов горячих и парящих материалов агломерационных фабрик // Сб. докладов на XI координационном совещании по промышленной вентиляции. М.: НИИОТ, 1969. С.29-32.
152. Авт. свидетельство 1105419 СССР. МКИ В65 G 47/22. Устройство для форматирования потока сыпучего материала на ленте конвейера. / Логачев И. Н., Черненко Л. М., Гольшев А. М. и др. /Открытия, Изобретения. 1984. № 28. С. 54.
153. Белецкий Р. К., Гричина Н. Н. Измерение параметров пылегазовых потоков в черной металлургии. М.: Металлургия, 1979. 80 с.
154. Внедрение комплекса средств снижения уноса материала в аспирационную сеть // Отчет

/ ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1982. 51 с.

155. Завертайло И. А. Изыскание средств снижения запыленности аспирационного воздуха при перегрузках сыпучих материалов: Дис. ... канд. техн. наук. Кривой Рог, 1993. 202 с.

156. Васильев Л. А. Теневые методы. М.: Наука, 1968. 400 с.

157. Холдер Л., Норт Р. Теневые методы в аэродинамике. М.: Мир, 1966. 179 с.

158. Ляховский Л. Н., Сыркин С. Н. Аэродинамика факела, вытекающего в струю другой плотности // Ж. Т. Ф. 1939. № 9,

159. Указания по расчету и устройству аспирации в порошковой металлургии. Узлы перепадов пылящих материалов. Челябинск, 1979. 84 с.

160. Ушаков С. Г., Зверев Н. И. Инерционная сепарация пыли. М.: Энергия, 1974. 168 с.

161. Богатых С. А. Циклонно-пенные аппараты. Л.: Машиностроение, 1978. 224 с.

162. Калинушкин М. П. Вентиляторные установки. М.: Высшая школа, 1967. 259 с.

163. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 847 с.

164. Ужов В. Н., Вальдберг А. Ю. Подготовка промышленных газов к очистке. М.: Химия, 1975. 216 с.

165. Пирумов А. И. Обеспыливание воздуха. М.: Стройиздат, 1981. 296 с.

166. Алешин В. М., Вальдберг А. Ю., Гордон Г. М. и др. Пылеулавливание в металлургии. М.: Металлургия, 1984. 336 с.

167. Логачев И. Н., Голышев А. М., Черненко Л. М. Снижение потерь пылевидного материала при аспирации в условиях фабрик окомкования железных руд // Горный журнал. 1985. № 3, С. 57-59.

168. Авт. свидет. 1458297 СССР. В65 G21/00.

169. Разработка эффективных местных отсосов пыли от шихтовых бункеров бентонита и известняка ЦПО ССГПО. Отчет / ВНИИБТГ. Логачев И. Н., Черненко Л. М. и др. Кривой Рог, 1989. 90 с.

170. Аспирационное укрытие места загрузки ленточного конвейера / Логачев И. Н., Задорожний С. И., Швец А. Я. и Ратошнюк А. Д. // Авт. свидет. СССР 1686185. 1991. Бюл. № 39.

171. Reclaimer at iron ore pellet terminal. – Mining Mag, 1969, v 120, № 3 p/ 191-193.

172. Соколов И. В. Оборудование для перевозки, складирования и подготовки железных руд и железорудных окатышей // Черная металлургия. Бюлл. ин-та "Черметинформация". 1966. №20. С. 58-59.

173. Бережной Н. Н., Булычев В. В., Костин А. А. Производство железорудных окатышей. М.: Недра, 1977. 240 с.

174. Исследование и разработка способов и средств обеспыливания открытых складов окатышей на фабриках окомкования ГОКОВ // Отчет / ВНИИБТГ, Кривой Рог, 1978. 149 с.

175. Проект средств пылевыделения при открытом складировании сыпучих материалов: Отчет / ГПИ Казсантехпроект. Алма-Ата, 1982. 93 с.

176. Указания по расчету рассеивания в атмосфере вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий, СН369-74. М.: Стройиздат, 1975. 41 с.

177. Монин А. С. О диффузии с конечной скоростью // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1955. №3.

178. Яглом А. М. О турбулентной диффузии в приземном слое атмосферы // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1972. № 6. С. 579-594.

179. Юдин М. И. К вопросу о рассеянии тяжелых частиц в турбулентном потоке // Метеорология и гидрология. 1946. № 5.

180. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1975. 448 с.

181. Проветривание промышленных площадок и прилегающих к ним территорий / В. С. Никитин, Н. Г. Максимкина, В. Т. Самсонова и др. М.: Стройиздат, 1980. 200 с.

182. Лейкин И. Н. Рассеивание вентиляционных выбросов химических предприятий (проектирование и расчет). М.: Химия. 1982. 224 с.

183. Эльтерман В. М. Вентиляция химических производств. М.: Химия, 1971.

184. Сеттон О. Г. Микрометеорология. Л.: Гидрометеиздат, 1958.

185. Бозанке и Пирсон (Bosanquet C., Pearson J.) The spread of smoke and gases from chimneys. Trans. Faraday Soc, vol. 32.
186. Детри Ж. Атмосфера должна быть чистой. М.: Прогресс, 1973. 378 с.
187. Уорк К., Уорнер С. Загрязнение воздуха. Источники и контроль. М.: Мир, 1980. 544 с.
188. Берлянд М. Е. Определение коэффициента турбулентного обмена по очертанию дыма от промышленных труб // Метеорология и гидрология. 1961. № 6. С.13-20.
189. Берлянд А. Е., Оникул Р. И. Физические основы расчета рассеивания в атмосфере промышленных выбросов // Тр. ГГО. 1968. Вып. 234. С. 3-27.
190. Справочник по спецфункциям с формулами, графиками и таблицами / Под ред. М. Абрамовича и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
191. К вопросу образования газозвеси при движении свободных гравитационных потоков сыпучих материалов. Нейков О. Д., Логачев И. Н., Васильева Г. И. // Предупреждение внезапных воспламенений порошков и взрывов газодисперсных систем. К.: Наукова думка, 1975. С. 28-32.
192. А. С. 901213 (СССР). Аспирируемая шахта для погрузки сыпучих грузов в штабель. И. Н. Логачев, В. В. Качанов, Л. Д. Коренной и др. – Оpubл. в Б. И., 1982, № 4.
193. Разработка методических указаний по определению и расчету неорганизованных выбросов пыли при отрывом складировании пылящих материалов на фабриках ГОКов. Отчет / ВНИИБТГ. Кривой Рог. 1982. 101 с.
194. Stacking, Blending, Reclaiming of Bulk Materials, Edited by R. H. Wohlbier / Series on Bulk Materials Handling, – V. 1 (1975/77), № 5.
195. The International journal of Storing, Handling Transporting Bulk. – Vol. 9, 1989, № 3.
196. Исследование способов нормализации воздушной среды в корпусах спекания фабрик окискования железной руды. Отчет/ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1970. 119 с.
197. Железнодорожные пути металлургических заводов. М.: Металлургия, 1975. 271 с.
198. Обеспыливание мест разгрузки окатышей и агломерата. Отчет/ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1973. 75 с.
199. Исследование способов обеспыливания воздуха и повышение безопасности труда на фабриках окискования железной руды. Опытнo-промышленная проверка эффективности аспирации основных источников выделения пыли в корпусах фабрик окомкования ССГОКа // Отчет/ВНИИБТГ. Кривой Рог, 1974. 236 с.
200. Исследование способов обеспыливания воздуха и повышение безопасности труда на фабриках окискования железной руды. Отчет/ВНИИБТГ. Кривой рог, 1975. 148 с.
201. Логачев И. Н., Качанов В. В., Мальцев Г. Н. Динамическое взаимодействие гравитационного потока материала и воздуха в телескопических желобах // Охрана труда и техника безопасности в горнорудной промышленности. М.: Недра, 1978. С. 64-68 (ВНИИБТГ).
202. Идельчик И. Е. Гидравлические сопротивления (физико-механические основы). М.: Госэнергоиздат, 1954. 316 с.
203. Бересневич П. В., Михайлов В. А., Филатов С. С. Аэрология карьеров. М.: Недра, 1990. 280 с.
204. Минко В. А., Абрамкин Н. Г. Определение дисперсного состава пыли в аспирационных воздуховодах перегрузочных узлов // Огнеупоры. 1974. № 8.
205. Минко В. А., Ильин В. И., Абрамкин Н. Г. Исследование по расчету максимального размера частиц пыли в аспирируемом воздухе перегрузочных узлов сыпучих материалов // Сборник трудов Московского инженерно-строительного института и Белгородского института строительных материалов. М., 1974. Вып. 6.
206. Логачев И. Н., Голышев А. М. и др. Эффективные способы локализации пылевыведений при перегрузке сыпучих материалов на горнорудных предприятиях. М. 1986 (Обзорная информация / Ин-т "Черметинформация". Серия "Общепромышленные вопросы". Вып. 2. 15 с.
207. Поиск новых средств локализации пылевыведений при перегрузках сыпучих материалов на фабриках ГОКов. Отчет / ВНИИБТГ. Кривой Рог. 1986. 87 с.
208. Местные отсосы и укрытия технологического оборудования рудоподготовительных

- фабрик (альбом, Логачев И. Н., Голышев А. М. и др. Кривой Рог; Алма-Ата, 1986. 87 с.
209. Красовицкий Ю. В., Малинов А. В., Дуров В. В. Обеспыливание промышленных газов в фаянсовом производстве. М.: Химия, 1994. 272 с.
210. Ужов В. Н., Вальдберг А. Ю. и др. Очистка промышленных газов от пыли. М.: Химия, 1981. 322 с.
211. Коузов П. А., Мальгин А. Д., Скрябин Г. М. Очистка от пыли газов и воздуха в химической промышленности. Л.: Химия, 1982. 256 с.
212. Цыцура А. А. Управление процессом очистки атмосферы от пыли на основе физико-химического подхода к рассмотрению механизмов взаимодействия пылевых аэрозолей с диспергированными жидкостями. Дис ... д-ра техн. наук. Караганда. 359 с.
213. Справочник по борьбе с пылью в горнодобывающей промышленности / Под ред. А. С. Кузьмича. М.: Недра, 1982. 240 с.
214. Добромислов А. Я. Расчет и конструирование систем канализации зданий. М.: Стройиздат, 1978. 120 с.
215. Анжеуров Н. М., Логачев И. Н. Оптимальные объемы аспирации перегрузок слипающихся порошков // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. Белгород, 2003. №6.
216. А. с. 1504188 (СССР). Устройство для перегрузки сыпучих материалов. В. В. Качанов, Ф. И. Данченко, И. Н. Логачев и др. – Оpubл. в Б. И. 1989. №32.
217. А. С. 544595 (СССР). Устройство для укрытия полувагонов при погрузке сыпучих материалов / В. С. Ващенко, В. В. Качанов, И. Н. Логачев и др. – Оpubл. в Б. И. 1977. №4.

ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ АЭРОДИНАМИКИ ПОТОКА  
СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

Предисловие .....	400
1. Феноменологический метод построения уравнений динамики двухкомпонентного потока .....	400
1.1. Межкомпонентное взаимодействие .....	401
1.2. Балансовые уравнения .....	404
2. Метод пространственно-временного осреднения балансовых уравнений .....	409
2.1. Уравнение переноса массы .....	410
2.2. Уравнение переноса импульса .....	412
2.3. Уравнение переноса энергии .....	413
Литература .....	415

**Предисловие**

Раскрыть механизм взаимодействия потока сыпучего материала и воздуха, а также сформулировать основные положения динамического подхода к решению задач об эжекции воздуха можно с помощью основных уравнений динамики гетерогенных сред.

В фундаментальных работах отечественных [70, 36, 27, 41, 33, 26, 47] и зарубежных ученых [57, 66, 20, 12], посвященных механике многокомпонентных потоков, раскрыт механизм взаимодействия компонентов, дано математическое описание закономерностей этого взаимодействия и проанализирован обширный класс практических задач. В теоретическом и экспериментальном отношении наиболее разработаны задачи, в которых несущей является сплошная среда (жидкость или газ), а перемещаемой или неподвижной – дискретная (твердые частицы, капли жидкости, пузырьки газа). Это потоки аэрозолей [70, 22, 23, 19], суспензий [66, 35, 12, 15, 16, 17, 18], газовзвесей [24, 25, 26, 71, 39, 21] и газожидкостных смесей [36, 27, 31, 43, 44, 45, 46, 47, 49, 58, 62, 61, 63, 65, 72], это псевдооживление [34, 6, 7, 8, 14], фильтрация в грунтах [52, 53, 47, 48], гидро- и пневмотранспорт [51, 55, 56, 64, 13], это струи с примесями [1, 2, 3, 4, 5, 37, 38, 11], наносы [67, 68, 69, 10, 9, 28, 29, 30] и метели [32, 33].

При описании механики многокомпонентных потоков используется два методических подхода: феноменологический метод, рассматривающий потоки гетерогенных сред как движение взаимопроникающих многоскоростных континуумов, и метод осреднения балансовых уравнений классической механики в пространственном и временном микромасштабах.

Рассматриваемые нами потоки сыпучего материала с воздухом являются двухкомпонентными потоками с твердыми частицами (для определенности обозначим их 1-м компонентом) и газообразной псевдосплошной средой (воздух 2-й компонент). Представление этих потоков как многокомпонентных оправдано в случае неоднородного потока твердых частиц, например, когда имеем поток частиц различной крупности. Не усложняя пока задачу, будем рассматривать двухкомпонентные потоки состоящие из твердых частиц с усредненными характеристиками (по размеру, форме и массе частиц).

**1. Феноменологический метод построения уравнений  
динамики двухкомпонентного потока**

Обладающий логической стройностью и эвристической силой феноменологический метод



основан на тех же положениях, что и механика однородной сплошной среды. Допускается, что в элементарном объеме смеси, так же, как и в элементарных объемах составляющих, несмотря на малость этих объемов, содержится достаточно большое число частиц, чтобы можно было в допустимом приближении применять статистическое осреднение физических параметров этих частиц по их множеству. При этом имеется два пути осреднения параметров, характеризующих  $i$ -й компонент, либо по всему объему, либо только по части этого объема, занимаемого  $i$ -м компонентом. Так, например, для плотности имеем в первом случае

$$\rho_{ip} = n_i m_i, \quad (1)$$

а во втором –

$$\rho_i = n_i m_i / \beta_i, \quad (2)$$

где  $n_i$  – число частиц  $i$ -го компонента в единице объема смеси,  $m_i$  – масса частиц  $i$ -го компонента,  $\beta_i$  – доля объема смеси, занятого частицами  $i$ -го компонента.

Таким образом, в первом случае мы имеем парциальную плотность, а во втором – истинную плотность частиц  $i$ -го компонента. Между ними существует очевидная связь:

$$\rho_{ip} = \beta_i \rho_i. \quad (3)$$

Для плотности двухкомпонентной смеси (для удобства записи знаком  $\sum$  обозначим суммирование от  $i = 1$  до  $i = 2$ ) имеем очевидное соотношение

$$\rho = \rho_{1p} + \rho_{2p} = \beta_1 \rho_1 + \beta_2 \rho_2 = \sum \beta_i \rho_i \quad ; \quad \beta_1 + \beta_2 = \sum \beta_i = 1, \quad (4)$$

а для среднемассовой (барицентрической) скорости этой смеси

$$\rho \vec{\vartheta} = \sum \beta_i \rho_i \vec{\vartheta}_i. \quad (5)$$

Для удобства иногда используют диффузионные скорости  $\omega_i$ , представляющие скорости компонентов относительно центра массы смеси в целом:

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}; \quad \vec{\omega}_2 = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}; \quad \left( \sum \beta_i \rho_i \vec{\omega}_i = 0 \right). \quad (6)$$

### 1.1. Межкомпонентное взаимодействие

Внешние поверхностные и массовые силы смеси определяются аналогичными соотношениями

$$\dot{\Pi} = \sum \beta_i \dot{\Pi}_i; \quad \rho \dot{M} = \sum \beta_i \rho_i \dot{M}_i. \quad (7)$$

В силу малой объемной концентрации твердых частиц в рассматриваемых потоках ( $\beta_1 \ll 1$ ) и пренебрежимо малого влияния давления газа на деформацию частиц соотношение для поверхностной силы можно значительно упростить:

$$\dot{\Pi} \approx \dot{\Pi}_2; \quad \left( \beta_1 \dot{\Pi}_1 = 0; \quad \beta_2 \dot{\Pi}_2 \approx \dot{\Pi}_2 \right). \quad (8)$$

Массовая сила в гравитационном поле Земли может быть представлена с учетом сил

Архимеда очевидными соотношениями:

$$\beta_1 \rho_1 \dot{M}_1 = \beta_1 (\rho_1 - \rho_2) \mathbf{g} \approx \beta_1 \rho_1 \mathbf{g}; \quad (\rho_1 \gg \rho_2), \quad (9)$$

$$\beta_2 \rho_2 \dot{M}_2 = \beta_2 (\rho_2 - \rho_0) \mathbf{g}, \quad (10)$$

где  $\rho_0$  – плотность воздуха вне потока частиц.

Удельную энергию смеси  $E$ , приходящуюся на единицу массы среды, рассматривают как сумму внутренней  $U$  и кинетической  $K$  энергии:

$$E = K + U. \quad (11)$$

При этом внутренняя энергия полагается аддитивной по массе

$$\rho U = \sum \beta_i \rho_i U_i, \quad (12)$$

а кинетическая энергия определяет лишь макроскопическое движение компонентов<sup>x)</sup>

$$\rho K = \sum \beta_i \rho_i \frac{\mathcal{G}_i^2}{2}. \quad (13)$$

Тогда удельная энергия смеси может быть представлена в виде

$$\rho E = \sum \beta_i \rho_i E_i, \quad (14)$$

$$E_i = U_i + \frac{\mathcal{G}_i^2}{2}. \quad (15)$$

Заметим, что

$$\rho K \neq \frac{1}{2} \rho \mathcal{G}^2, \quad (16)$$

ибо с учетом (5) и (6):

$$\rho K = \rho \frac{\mathcal{G}^2}{2} + \sum \beta_i \rho_i \frac{\omega_i^2}{2}, \quad (17)$$

т.е. кинетическая энергия многоскоростной среды определяется не только движением как целого со скоростью  $\mathcal{G}$ , но и скоростями относительного движения компонентов.

Внутренняя энергия компонентов связана с энтальпией известным соотношением:

$$e_i = U_i + \frac{P_i}{\rho_i}. \quad (18)$$

В силу несжимаемости твердых частиц по отношению к воздуху

<sup>x)</sup> В действительности имеются ещё мелкомасштабные (с характерным линейным размером порядка размера включений) течения, например, обратные токи несущей жидкости около твёрдых частиц из-за их относительного движения, хаотические движения включений. Кинетическая энергия такого движения в феноменологической теории механики смесей не учитывается.

$$P_1 = P_2 = P . \quad (19)$$

Основной проблемой в описании механики двухкомпонентных потоков является коррективный учет взаимодействия между компонентами. В общем случае при фазовых переходах межкомпонентное взаимодействие характеризуется обменом массой, импульсом и энергией. Фазовые превращения могут, например, возникать в результате испарения влаги с поверхности твердых частиц нагретого влажного материала. Если пренебречь в качестве первого приближения перекрестными эффектами, обмен массой при этом будет характеризоваться объемной интенсивностью испарения  $J$ , равной:

$$J = S_q n_q \alpha_m (T_1 - T_s) , \quad (20)$$

где  $T_1$  – температура поверхности частицы,  $T_s$  – температура насыщения,  $S_q$  – поверхность одной частицы,  $\alpha_m$  – коэффициент массообмена,  $n_q$  – концентрация частиц.

В силу закона сохранения массы,

$$J_{12} = -J_{21} = J . \quad (21)$$

Здесь индексами 12 (21) обозначено направление фазового перехода ( $1 \rightarrow 2$  – испарение;  $2 \rightarrow 1$  – конденсация).

Обмен массами при фазовых переходах приводит к обмену между компонентами импульсом и энергией. Основную роль в обмене импульсами играет силовое взаимодействие:

$$\dot{\mathbf{P}}_{12} = -\dot{\mathbf{P}}_{21} = \dot{\mathbf{F}}_{12} + J \dot{\mathcal{G}}_{12} . \quad (22)$$

Здесь  $F_{12}$  – сила воздействия со стороны твердых частиц на воздух

$$\mathbf{F}_{12} = n_q \mathbf{R}_{12} = \beta_1 \frac{\rho_1}{m_q} \mathbf{R}_{12} \quad (23)$$

представляет объемную силу, обусловленную аэродинамическим сопротивлением частиц из-за относительной скорости компонентов  $\dot{\mathcal{G}}_1 - \dot{\mathcal{G}}_2$ , ( $\mathbf{R}_{12}$  – аэродинамическое воздействие одной частицы на воздух,  $m_q$  – масса частицы). Скорость испаряющейся части газообразного компонента у поверхности частиц положим

$$\dot{\mathcal{G}}_{12} = \dot{\mathcal{G}}_1 . \quad (24)$$

Обмен энергией между компонентами ( $E_{12} = -E_{21}$ ) связан с передачей механической работы сил взаимодействия  $\dot{\mathbf{F}}_{12}$ , теплообменом и фазовыми переходами. Теплообмен аналогично массообмену может быть оценен через разность температур компонентов

$$Q_{12} = -Q_{21} = S_q n_q \alpha_m (T_1 - T_2) . \quad (25)$$

Изменение энергии компонентов при фазовых превращениях связано с тем, что при испарении во вторую компоненту переходит из первой масса  $J$ , несущая полную энергию

$$U_{12} + \frac{1}{2} g_1^2 .$$

Рассмотрим взаимодействие компонентов на конкретном примере потока влажных частиц, увлекающих ненагретый воздух ( $T_1 > T_2$ ). Установим вначале термодинамические характеристики этого потока. Пусть влага находится в физико-механической связи с материалом частиц (по классификации акад. П.А. Ребиндера), а воздух представляет смесь неконденсирующегося газа и паров воды (конденсирующийся газ). Таким образом, мы имеем поток из четырех составляющих, характеристики которых обозначим соответствующими нижними индексами: материал частиц –  $m$ , влага в частице –  $e$ , неконденсирующаяся часть воздуха –  $z$  и водяные пары в воздухе –  $n$ . Содержание влаги и паров будем оценивать влажностью ( $m$ ), связанной с широко используемым в инженерной практике влагосодержанием ( $d$ ) очевидными соотношениями

$$m_1 = \frac{d_1}{1+d_1} ; \quad m_2 = \frac{d_2}{1+d_2} ; \quad (26)$$

где

$$d_1 = \frac{\beta_e \rho_e}{\beta_m \rho_m} ; \quad d_2 = \frac{\beta_n \rho_n}{\beta_z \rho_z} . \quad (27)$$

Плотность, внутренняя энергия и энтальпия компонентов будут при этом определяться аддитивными соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 \rho_1 &= \beta_e \rho_e + \beta_m \rho_m ; & \beta_e + \beta_m &= \beta_1 ; \\ \beta_2 \rho_2 &= \beta_n \rho_n + \beta_z \rho_z ; & \beta_n + \beta_z &= \beta_2 ; \\ \beta_1 \rho_1 U_1 &= \beta_e \rho_e U_e + \beta_m \rho_m U_m ; & \beta_1 \rho_1 e_1 &= \beta_e \rho_e e_e + \beta_m \rho_m e_m ; \\ \beta_2 \rho_2 U_2 &= \beta_n \rho_n U_n + \beta_z \rho_z U_z ; & \beta_2 \rho_2 e_2 &= \beta_n \rho_n e_n + \beta_z \rho_z e_z . \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

## 1.2. Балансовые уравнения

Запишем балансовые соотношения массы, импульса и энергии для  $i$ -го компонента смеси, занимающей объем  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$  с внешней нормалью  $\vec{f}$ . Следует иметь в виду, что взаимодействие  $j$ -го компонента с  $i$ -м выступает при этом как внешнее воздействие ( $i=1,2; j=1,2; i \neq j$ ).

Для массы составляющих имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_m \rho_m dV &= - \int_S \beta_m \rho_m \mathfrak{G}_{1f} dS ; & \frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_e \rho_e dV &= - \int_S \beta_e \rho_e \mathfrak{G}_{1f} dS - \int_V J dV ; \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_z \rho_z dV &= - \int_S \beta_z \rho_z \mathfrak{G}_{2f} dS ; & \frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_n \rho_n dV &= - \int_S \beta_n \rho_n \mathfrak{G}_{2f} dS + \int_V J dV . \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

откуда, учитывая (28), получим для компонентов

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_1 \rho_1 dV = - \int_S \beta_1 \rho_1 \mathfrak{G}_{1f} dS - \int_V J dV ; \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_2 \rho_2 dV = - \int_S \beta_2 \rho_2 \mathfrak{G}_{2f} dS + \int_V J dV . \quad (31)$$

Здесь и в дальнейшем  $\mathcal{G}_{1f}$  и  $\mathcal{G}_{2f}$  – проекции вектора скорости компонент на внешнюю нормаль  $\mathbf{f}$  поверхности  $dS$ .

Для импульса с учетом (8), (22) и (24) имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_1 \rho_1 \mathbf{v}_1 dV = - \int_S \beta_1 \rho_1 \mathbf{g}_1 \mathcal{G}_{1f} dS + \int_V \beta_1 \rho_1 \mathbf{M}_1 dV - \int_V \mathbf{F}_{12} dV - \int_V J \mathbf{g}_1 dV ; \quad (32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_2 \rho_2 \mathbf{v}_2 dV = - \int_S \beta_2 \rho_2 \mathbf{g}_2 \mathcal{G}_{2f} dS + \int_V \beta_2 \rho_2 \mathbf{M}_2 dV + \int_S \mathbf{\Pi}_{2f} dS + \int_V \mathbf{F}_{12} dV + \int_V J \mathbf{g}_1 dV , \quad (33)$$

где  $\mathbf{\Pi}_{2f}$  – вектор поверхностных сил, приложенной к площадке с внешней нормалью  $\mathbf{f}$ .

При составлении энергетических соотношений воспользуемся законами сохранения энергии классической механики, сформулированными для механики сплошных сред акад. Л.И. Седовым [59]. Так, в соответствии с теоремой живых сил изменение кинетической энергии конечного объема сплошной среды равно сумме элементарных работ внешних массовых и поверхностных сил и внутренних массовых и поверхностных сил:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_1 \rho_1 \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} dV = - \int_S \beta_1 \rho_1 \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} \mathcal{G}_{1f} dS - \int_V J \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} dV + \int_V \beta_1 \rho_1 \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{g}_1 dV - \int_V \mathbf{F}_{12} \cdot \mathbf{g}_1 dV ; \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_2 \rho_2 \frac{\mathcal{G}_2^2}{2} dV = & - \int_S \beta_2 \rho_2 \frac{\mathcal{G}_2^2}{2} \mathcal{G}_{2f} dS + \int_V J \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} dV + \int_V \beta_2 \rho_2 \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{g}_2 dV + \int_V \mathbf{F}_{12} \cdot \mathbf{g}_2 dV + \\ & + \int_S \mathbf{\Pi}_{2f} \cdot \mathbf{g}_2 dS + \int_V N dV. \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь вторые интегралы правых частей уравнений представляют обмен кинетической энергией между компонентами за счет испарения, третьи – работу внешних массовых сил, четвертые – работу сил межкомпонентного взаимодействия, пятый интеграл в правой части уравнения (35) – работу внешних поверхностных сил, шестой – работу внутренних поверхностных сил. Величину  $N$  называют ещё мощностью внутренних сил, отнесенную к единице объема [41]. Явное выражение для  $N$  получают сравнением дифференциальных уравнений для кинетической энергии с одной стороны, записанных на основе теоремы живых сил, и с другой – полученного скалярным умножением дифференциального уравнения сохранения импульса на скорость.

Для уравнения сохранения внутренней энергии на основании известного в термодинамике закона изменения внутренней энергии за счет притока тепла (за вычетом работы внутренних сил) запишем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_1 \rho_1 U_1 dV = - \int_S \beta_1 \rho_1 U_1 \mathcal{G}_{1f} dS - \int_V J U_{ns} dV - \int_V Q_{12} dV - \int_V J P \left( \frac{1}{\rho_{ns}} - \frac{1}{\rho_e} \right) dV , \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \beta_2 \rho_2 U_2 dV = & - \int_S \beta_2 \rho_2 U_2 \mathcal{G}_{2f} dS + \int_V J U_{ns} dV + \int_V Q_{12} dV + \\ & + \int_V J P \left( \frac{1}{\rho_{ns}} - \frac{1}{\rho_n} \right) dV + \int_S q_f dS + \int_V W dV. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь вторые интегралы характеризуют обмен внутренней энергией из-за испарения,

третьи – обмен теплом между компонентами, четвертые – работу расширения испаряющейся влаги, пятый член правой части уравнения (37) – приток тепла извне за счет теплопроводности и шестой – работу внутренних сил, вызванную силовым взаимодействием компонентов. Явное выражение для  $W$  получим из сопоставления с балансовым соотношением для полной энергии смеси в целом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\beta_1 \rho_1 E_1 + \beta_2 \rho_2 E_2) dV = & - \int_S (\beta_1 \rho_1 E_1 \mathcal{G}_{1f} + \beta_2 \rho_2 E_2 \mathcal{G}_{2f}) dS + \\ & + \int_S \dot{\Pi}_{2f} \cdot \dot{\mathcal{G}}_2 dS + \int_V (\beta_1 \rho_1 \dot{M}_1 \cdot \dot{\mathcal{G}}_1 + \beta_2 \rho_2 \dot{M}_2 \cdot \dot{\mathcal{G}}_2) dV + \int_S q_{2f} dS. \end{aligned} \quad (38)$$

Интегральные соотношения после применения известной формулы Гаусса-Остроградского

$$\int_S A \mathcal{G}_f dS = \int_V \frac{\partial A \mathcal{G}_k}{\partial x_k} dV \quad (39)$$

преобразуются в соответствующие дифференциальные уравнения. Здесь и далее повторяющийся нижний индекс  $k$  означает суммирование по координатным осям  $ox_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ). Балансовые соотношения для массы (29), (30) и (31) в силу произвольности выбора объема  $V$  превращаются в дифференциальные уравнения неразрывности:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \beta_m \rho_m + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_m \rho_m \mathcal{G}_{1k} &= 0; & \frac{\partial}{\partial t} \beta_s \rho_s + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_s \rho_s \mathcal{G}_{1k} &= -J; \\ \frac{\partial}{\partial t} \beta_z \rho_z + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_z \rho_z \mathcal{G}_{2k} &= 0; & \frac{\partial}{\partial t} \beta_n \rho_n + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_n \rho_n \mathcal{G}_{2k} &= J; \\ \frac{\partial}{\partial t} \beta_1 \rho_1 + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_1 \rho_1 \mathcal{G}_{1k} &= -J; & \frac{\partial}{\partial t} \beta_2 \rho_2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_2 \rho_2 \mathcal{G}_{2k} &= J. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Соответственно для импульса

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \beta_1 \rho_1 \mathbf{G}_1 + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_1 \rho_1 \mathbf{G}_1 \mathcal{G}_{1k} &= \beta_1 \rho_1 \mathbf{M}_1 - \mathbf{F}_{12} - J \mathbf{G}_1; \\ \frac{\partial}{\partial t} \beta_2 \rho_2 \mathbf{G}_2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_2 \rho_2 \mathbf{G}_2 \mathcal{G}_{2k} &= \beta_2 \rho_2 \mathbf{M}_2 + \frac{\partial \Pi_{2k}}{\partial x_k} + \mathbf{F}_{12} + J \mathbf{G}_1. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

или с учётом (40)

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 \rho_1 \frac{d \mathbf{G}_1}{dt} &= \beta_1 \rho_1 \mathbf{M}_1 - \mathbf{F}_{12}; \\ \beta_2 \rho_2 \frac{d \mathbf{G}_2}{dt} &= \beta_2 \rho_2 \mathbf{M}_2 + \frac{\partial \Pi_{2k}}{\partial x_k} + \mathbf{F}_{12} + J(\mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2). \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Здесь и далее

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{G}_k \frac{\partial}{\partial x_k}$$

оператор субстанциональной производной,  $\overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k}$  – поверхностная сила, действующая на площадку, перпендикулярную оси  $x_k$ .

Явное выражение для  $\frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k}}{\partial x_k}$  – получим, полагая газообразную компоненту ньютоновской жидкостью с динамическим коэффициентом вязкости  $\mu^*$ , учитывающим помимо свойств несущей среды и свойства включений [60]. Для исключения в дальнейшем тройной индексации положим  $\overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k} \equiv \overset{\mathbf{r}}{P}_k; \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 \equiv \overset{\mathbf{r}}{u}$ .

Проекции поверхностной силы на оси координат на основе обобщенного закона Ньютона для вязкой жидкости связаны с проекциями скоростью среды известным соотношением [41]

$$P_{ij} = \begin{cases} \mu^* \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) & \text{при } j \neq i; i, j = 1, 2, 3; \\ -P + 2\mu^* \frac{\partial u_i}{\partial x_i} & \text{при } j = i. \end{cases}$$

В силу этого

$$\frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k}}{\partial x_k} \equiv \frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{P}_k}{\partial x_k} = -gradP + \mu^* \overset{\mathbf{r}}{l}_k \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \mu^* \nabla^2 \overset{\mathbf{r}}{u}. \quad (43)$$

Здесь  $\overset{\mathbf{r}}{l}_k$  – орт оси  $x_k$ , четырежды повторяющийся индекс  $k$  обозначает двойное суммирование по осям координат.

Умножая скалярно обе части уравнений (42) на вектор скорости компонентов, получим следующие соотношения для кинетической энергии

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 \rho_1 \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} &= \beta_1 \rho_1 \overset{\mathbf{r}}{M}_1 \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1 - \overset{\mathbf{r}}{F}_{12} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1; \\ \beta_2 \rho_2 \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{G}_2^2}{2} &= \beta_2 \rho_2 \overset{\mathbf{r}}{M}_2 \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 \cdot \frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k}}{\partial x_k} + \overset{\mathbf{r}}{F}_{12} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + J(\overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1 - \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2) \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 \end{aligned} \right\}; \quad (44)$$

Из балансовых соотношений (34) и (35) имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \beta_1 \rho_1 \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_1 \rho_1 \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} \mathcal{G}_{1k} &= -J \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} + \beta_1 \rho_1 \overset{\mathbf{r}}{M}_1 \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1 - \overset{\mathbf{r}}{F}_{12} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1; \\ \frac{\partial}{\partial t} \beta_2 \rho_2 \frac{\mathcal{G}_2^2}{2} + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_2 \rho_2 \frac{\mathcal{G}_2^2}{2} \mathcal{G}_{2k} &= J \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} + \beta_2 \rho_2 \overset{\mathbf{r}}{M}_2 \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + \overset{\mathbf{r}}{F}_{12} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + N. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

или с учетом (40)

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 \rho_1 \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{G}_1^2}{2} &= \beta_1 \rho_1 \overset{\mathbf{r}}{M}_1 \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1 - \overset{\mathbf{r}}{F}_{12} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_1, \\ \beta_2 \rho_2 \frac{d}{dt} \frac{\mathcal{G}_2^2}{2} &= \beta_2 \rho_2 \overset{\mathbf{r}}{M}_2 \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \overset{\mathbf{r}}{\Pi}_{2k} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + \overset{\mathbf{r}}{F}_{12} \cdot \overset{\mathbf{r}}{\mathcal{G}}_2 + J \frac{\mathcal{G}_1^2 - \mathcal{G}_2^2}{2} + N. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Сравнивая (44) и (46), найдём

$$N = -\Pi_{2k} \cdot \frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial x_k} - J \frac{(\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2)^2}{2}. \quad (47)$$

Для внутренней энергии компонент и полной энергии смеси на основании (36), (37) и (38) имеем:

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \beta_1 \rho_1 U_1 + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_1 \rho_1 U_1 \mathcal{G}_{1k} = -J U_{ns} - Q_{12} - JP \left( \frac{1}{\rho_{ns}} - \frac{1}{\rho_s} \right); \right\} \quad (48)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \beta_2 \rho_2 U_2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_2 \rho_2 U_2 \mathcal{G}_{2k} = J U_{ns} + Q_{12} + JP \left( \frac{1}{\rho_{ns}} - \frac{1}{\rho_n} \right) + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} + W; \right\} \quad (49)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\beta_1 \rho_1 E_1 + \beta_2 \rho_2 E_2) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\beta_1 \rho_1 E_1 \mathcal{G}_{1k} - \beta_2 \rho_2 E_2 \mathcal{G}_{2k}) = \\ = \frac{\partial}{\partial x_k} (\Pi_{2k} \cdot \mathcal{G}_2) + \beta_1 \rho_1 \mathbf{M}_1 \cdot \dot{\mathcal{G}}_1 + \beta_2 \rho_2 \mathbf{M}_2 \cdot \dot{\mathcal{G}}_2 + \frac{\partial q_k}{\partial x_k}. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

С другой стороны, складывая почленно уравнения (45), (48) и (49) и имея в виду (15), получим следующее уравнение для полной энергии смеси

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\beta_1 \rho_1 E_1 + \beta_2 \rho_2 E_2) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\beta_1 \rho_1 E_1 \mathcal{G}_{1k} - \beta_2 \rho_2 E_2 \mathcal{G}_{2k}) = \frac{\partial}{\partial x_k} (\Pi_{2k} \cdot \mathcal{G}_2) + \beta_1 \rho_1 \mathbf{M}_1 \cdot \dot{\mathcal{G}}_1 + \\ + \beta_2 \rho_2 \mathbf{M}_2 \cdot \dot{\mathcal{G}}_2 - F_{12} \cdot (\dot{\mathcal{G}}_1 - \dot{\mathcal{G}}_2) + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} + N - JP \left( \frac{1}{\rho_n} - \frac{1}{\rho_s} \right) + W. \end{aligned} \quad (51)$$

Сравнивая полученный результат с уравнением (50), найдём

$$W = F_{12} \cdot (\dot{\mathcal{G}}_1 - \dot{\mathcal{G}}_2) - N + JP \left( \frac{1}{\rho_n} - \frac{1}{\rho_s} \right). \quad (52)$$

С учетом полученного выражения для W, аддитивных соотношений (28), определения (18) и уравнений неразрывности (40), перепишем (48) и (49) в виде

$$\beta_s \rho_s \frac{dU_s}{dt} + \beta_m \rho_m \frac{dU_m}{dt} = -J(e_{ns} - e_s) - Q_{12}; \quad (53)$$

$$\beta_n \rho_n \frac{dU_n}{dt} + \beta_z \rho_z \frac{dU_z}{dt} = J(e_{ns} - e_n) + Q_{12} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} - N + F_{12} \cdot (\dot{\mathcal{G}}_1 - \dot{\mathcal{G}}_2) + JP \left( \frac{1}{\rho_n} - \frac{1}{\rho_s} \right). \quad (54)$$

или

$$\beta_1 \rho_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} = -J[c_n(T_1 - T_s) + r] - Q_{12}, \quad (55)$$



$$\beta_2 \rho_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} = Jc_n(T_s - T_2) + Q_{12} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k} - N + \mathbf{F}_{12} \cdot (\mathbf{g}_1 - \mathbf{g}_2) -$$

$$-J \frac{P}{\rho_6} + \frac{\partial}{\partial t} \beta_2 P + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_2 P g_{2k}. \quad (56)$$

В большинстве практических случаев диссипативными членами в силу их малости пренебрегают и для газообразного компонента изменение энтальпии описывают уравнением

$$\beta_2 \rho_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} = Jc_n(T_s - T_2) + Q_{12} + \frac{\partial q_k}{\partial x_k}. \quad (57)$$

В силу однородности второго компонента уравнение притока тепла

$$\dot{q} = -\lambda \text{grad} T, \quad (58)$$

$$\frac{\partial q_k}{\partial x_k} = -\lambda \nabla^2 T. \quad (59)$$

Заканчивая описание энергетических взаимодействий между компонентами, отметим здесь следующий результат. Как видно из уравнений (44), кинетическая энергия смеси

$$\beta_1 \rho_1 \frac{d}{dt} \frac{g_1^2}{2} + \beta_2 \rho_2 \frac{d}{dt} \frac{g_2^2}{2} = \beta_1 \rho_1 \mathbf{g} \cdot \dot{\mathbf{g}}_1 + \beta_2 \cdot (\rho_2 - \rho_0) \mathbf{g} \cdot \dot{\mathbf{g}}_2 + \dot{\mathbf{g}}_2 \cdot \frac{\partial \dot{\Pi}_k}{\partial x_k} -$$

$$- \dot{\mathbf{F}}_{12} \cdot (\dot{\mathbf{g}}_1 - \dot{\mathbf{g}}_2) - J(\dot{\mathbf{g}}_2 - \dot{\mathbf{g}}_1) \cdot \dot{\mathbf{g}}_2 \quad (60)$$

увеличивается за счет работы поверхностных и массовых сил и уменьшается за счет работы межкомпонентных сил и межфазовых превращений. Потери кинетической энергии за счет межкомпонентных взаимодействий идут на увеличение внутренней энергии смеси кинетической энергии мелкомасштабных течений внутри или около включений. Этот факт, как уже отмечалось, не был учтен в теоретических работах, в которых с позиции теоремы живых сил оценивалось движение воздуха, увлекаемого потоком твердых частиц.

## 2. Метод пространственно-временного осреднения балансовых уравнений

Приведенные результаты феноменологической теории механики гетерогенных сред не могут быть без соответствующих корректив применены для изучения движения потоков с крупными включениями, какими являются рассматриваемые нами потоки сыпучего материала и воздуха. Это ограничение связано со статистическим методом осреднения, требующим присутствия достаточно большого количества частиц в элементарном объеме. Сохраняя это требование в нашем случае, пришлось бы выбирать размеры этого объема соразмерными или большими характерных размеров потока (размера каналов, в которых происходит движение сыпучего материала). Единственно возможным выходом из этого положения, пожалуй, является применение пространство-временного осреднения, использованного впервые Ф.И. Франклем [67, 68] при изучении наносов и А.К. Дюниным [32, 33] при исследовании метелей, а затем нами для потока сыпучего материала в желобах [40, 42]. При этом осреднение переменных осуществим в макрообъеме  $V$  (ограниченном поверхностью  $S$ ), характерные размеры которого  $L_V, L_S$  во много раз превосходят размеры включений  $a$  (диаметр частиц, расстояние между ними и т. п.), но в то же время во много раз меньше характерного макроскопического размера задачи  $L$  (длина и диаметр канала):

$$L \gg L_V(L_S) \gg a \gg dx. \quad (61)$$

Поскольку объем частицы больше элементарного объема

$$V_q \gg dV, \quad (62)$$

не имеет смысла говорить об объемной концентрации частиц в микрообъеме. Взамен вводят признак существования компонента  $\gamma_i'$ , равный единице, если в объеме  $dV$  заключен только  $i$ -й компонент, или  $\gamma_i' = 0$ , если в объеме отсутствует этот компонент.

Запишем для двухкомпонентного потока уравнения переноса массы, импульса и энергии без фазовых превращений.

### 2.1. Уравнение переноса массы

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \gamma_i' \rho_i' dV = - \int_S \gamma_i' \rho_i' \mathcal{Q}_i' dS \quad (63)$$

Здесь проекции вектора мгновенных скоростей, как и признаки существования компонентов, не обязательно должны быть непрерывными функциями пространственных координат и времени. Дифференциальное уравнение переноса массы можно получить из интегрального равенства (63). При этом для обеспечения непрерывности входящих в равенство скалярных и векторных величин и их производных по пространственным координатам и времени произведем операцию осреднения, а затем совершим переход к бесконечно малому объему.

Осреднение всех скалярных и векторных величин произведем по пространственно-временному цилиндру  $2\omega\Delta t$ , т. е. в некоторой постоянной области  $\omega$  и в постоянном временном интервале  $2\Delta\tau$ , по формуле:

$$\bar{A}_i' \equiv A_i = \frac{1}{2\omega\Delta t} \int_{2\Delta\tau} \int_{\omega} A_i' d\omega d\tau. \quad (64)$$

Здесь и далее чертой над физической величиной  $A_i$  обозначаем операцию осреднения.

Осредненный таким образом признак существования компонентов будет представлять не что иное, как объемную концентрацию этих компонентов. Осреднение других физических величин (плотности, скорости и т.п.) будем производить не по всему объему  $\omega$ , а в той его части, которая занята рассматриваемым компонентом, используя для этого следующее соотношение, являющееся прототипом зависимостей, предложенных для этих целей Ф.И.Франклем:

$$A_i = \left( \frac{\overline{\gamma_i' A_i'}}{\beta_{i\omega}'} \right) = \frac{1}{2\Delta\tau} \int_{2\Delta\tau} \left( \frac{1}{\beta_{i\omega}'} \int_{\omega} A_i' d\omega_i' \right) d\tau, \quad (65)$$

где<sup>x)</sup>

---

<sup>x)</sup> Осреднение Ф.И. Франкля имеют вид  $A_i = \frac{\overline{\gamma_i' \cdot A_i'}}{\beta_i}$ , что  $\neq \left( \frac{\overline{\gamma_i' \cdot A_i'}}{\beta_{i\omega}'} \right)$ .

На эту некорректность впервые обращено внимание в работе [33].

$$\beta'_{i\omega} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} \gamma'_i d\omega ; (\beta'_{i\omega} \cdot \omega = \omega'_i)$$

$$d\omega'_i = \gamma'_i d\omega .$$

Осредненные таким образом величины и их производные по времени и координатам непрерывны, и, следовательно, можно к поверхностным интегралам применить преобразования Гаусса-Остроградского. Интегрируя обе части уравнения (63) в объеме  $2\Delta t\omega$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \int_{2\Delta t\omega} \gamma'_i \rho_i \omega d\tau \right) dV = - \int_S \left( \int_{2\Delta t\omega} \gamma'_i \rho'_i \mathcal{G}'_{if} d\omega d\tau \right) dS \quad (66)$$

и разделив обе части на  $2\Delta t\omega$ , получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \overline{\gamma'_i \rho'_i} dV = - \int_S \overline{\gamma'_i \rho'_i \mathcal{G}'_{if}} dS \quad (67)$$

или

$$\int_V \left( \frac{\partial}{\partial t} \overline{\gamma'_i \rho'_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\gamma'_i \rho'_i \mathcal{G}'_{ik}} \right) dV = 0 , \quad (68)$$

откуда, учитывая произвольность выбора объема  $V$ ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\gamma'_i \rho'_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\gamma'_i \rho'_i \mathcal{G}'_{ik}} = 0 . \quad (69)$$

Раскроем знаки осреднения. Воспользуемся при этом способом последовательных осреднений сначала в объеме  $\omega$ , а затем во временном интервале  $2\Delta t$ . Учитываем, что осредненные величины, их мгновенные и пульсационные значения для  $i$ -го компонента связаны очевидными соотношениями:

$$A'_i = A'_{i\omega} + A''_{i\omega} ; \int_{\omega} A''_{i\omega} d\omega'_i = 0 ; \quad (70)$$

$$A'_{i\omega} = A_i + A''_{i\tau} ; \int_{2\Delta t} A''_{i\tau} d\tau = 0 . \quad (71)$$

Откуда среднее в объеме (в данное мгновение)

$$A'_{i\omega} = \frac{1}{\beta'_{i\omega} \omega} \int_{\omega} A'_i d\omega'_i . \quad (72)$$

Для примера приведем осреднение произведения мгновенных величин  $\gamma'_i \rho'_i$  :

$$\overline{\gamma'_i \rho'_i} = \frac{1}{2\Delta t\omega} \int_{2\Delta t} \int_{\omega} \gamma'_i \rho'_i d\omega d\tau = \frac{1}{2\Delta t} \int_{2\Delta t} \left( \frac{\beta'_{i\omega}}{\omega \beta'_{i\omega}} \int_{\omega} \rho'_i d\omega'_i \right) d\tau = \frac{1}{2\Delta t} \int_{2\Delta t} \beta'_{i\omega} \rho'_{i\omega} d\tau$$

или

$$\overline{\gamma'_i \rho'_i} = \beta_i \rho_i + \frac{1}{2\Delta t} \int_{2\Delta t} \beta''_{i\tau} \rho''_{i\tau} d\tau = \beta_i \rho_i + \overline{\beta''_{i\tau} \rho''_{i\tau}} . \quad (73)$$

Таким образом,

$$\overline{\gamma'_i A'_i} = \beta_i A_i + \psi''(\gamma_i A_i). \quad (74)$$

где

$$\psi''(\gamma_i A_i) = \overline{\beta''_{i\tau} A''_{i\tau}}. \quad (75)$$

Аналогично найдем

$$\overline{\gamma'_i A'_i B'_i} = \beta_i A_i B_i + \psi''(\gamma_i A_i B_i), \quad (76)$$

где

$$\psi''(\gamma_i A_i B_i) = \overline{\beta_i A''_{i\tau} B''_{i\tau}} + \overline{\beta''_{i\tau} A_i B''_{i\tau}} + \overline{\beta''_{i\tau} A''_{i\tau} B_i} + \overline{\beta''_{i\tau} A''_{i\tau} B''_{i\tau}} + \overline{\gamma'_i A''_{i\omega} B''_{i\omega}}. \quad (77)$$

С учетом полученных соотношений осредненное уравнение переноса масс (69) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \beta_i \rho_i + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_i \rho_i \vartheta_{1k} = - \frac{\partial}{\partial t} \psi''(\gamma_i \rho_i) - \frac{\partial}{\partial x_k} \psi''(\beta_i \rho_i \vartheta_{1k}). \quad (78)$$

Легко заметить, что при неизменной плотности компонентов

$$\frac{\partial}{\partial t} \beta_i + \frac{\partial}{\partial x_k} \beta_i \vartheta_{1k} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\beta''_{i\tau} \vartheta''_{ik\tau}} \quad (79)$$

или

$$\frac{\partial}{\partial t} \beta_i + \frac{\partial}{\partial x_k} K_{\vartheta_k} \beta_i \vartheta_{1k} = 0, \quad (80)$$

где  $K_{\vartheta_k}$  – поправочный коэффициент, учитывающий пульсации объемной концентрации и скорости компонентов:

$$K_{\vartheta_k} = 1 + \overline{\beta''_{i\tau} \vartheta''_{ik\tau}} / (\beta_i \vartheta_{1k}). \quad (81)$$

## 2.2. Уравнение переноса импульса

Интегральное уравнение баланса импульса для  $i$ -го компонента имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \gamma'_i \rho'_i \mathbf{r}'_i dV = - \int_S \gamma'_i \rho'_i \mathbf{r}'_i \vartheta'_{if} dS + \int_V \gamma'_i \rho'_i \mathbf{M}'_i dV + \int_S \gamma'_i \mathbf{\Pi}'_{if} dS + \int_V \gamma'_i \mathbf{r}'_{ji} f'_\phi dV. \quad (82)$$

Здесь последнее слагаемое правой части уравнения учитывает силу взаимодействия между компонентами;  $\mathbf{r}'_{ji}$  – вектор силы воздействия среды на единицу поверхности частицы;  $f'_\phi$  – поверхность частицы в единице объема смеси:

$$\mathbf{r}'_{ji} = -\mathbf{r}'_{ji} = \frac{\mathbf{R}^{ji}}{S_q} = \frac{1}{S_q} \int_{S_q} \mathbf{\Pi}^{jis} dS_q; \quad f_\phi = \frac{dS_q}{dV}, \quad (83)$$

где  $\mathbf{\Pi}^{jis}$  – вектор силы на поверхности частицы с внешней нормалью  $\mathbf{f}_q$ . Выполнив осреднение интегрального соотношения (82), после некоторых преобразований получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{\gamma'_i \rho'_i \mathbf{r}} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\gamma'_i \rho'_i \mathbf{r}} \mathcal{G}_{ik} = \overline{\gamma'_i \rho'_i M'_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\gamma'_i \Pi'_{ik}} + \overline{\gamma'_i r'_{ji} f'_\phi} \quad (84)$$

или, раскрывая знаки осреднения,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\beta_i \rho_i \mathcal{G}_i + \psi''(\gamma_i \rho_i \mathcal{G}_i)] + \frac{\partial}{\partial x_k} [\beta_i \rho_i \mathcal{G}_i \mathcal{G}_{ik} + \rho_i \psi''(\gamma_i \mathcal{G}_i \mathcal{G}_{ik}) + \overline{\rho''_{i\omega} \gamma'_i \mathcal{G}'_i \mathcal{G}'_{ik}} + \overline{\rho''_{i\tau} \gamma'_i \mathcal{G}'_i \mathcal{G}'_{ik}}] = \\ = \beta_i \rho_i M_i + \psi''(\gamma_i \rho_i M_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} [\beta_i \Pi_{ik} + \psi''(\gamma_i \Pi_{ik})] + r_{ji} f_\phi + \Phi''(r_{ji} f_\phi), \end{aligned} \quad (85)$$

где

$$\Phi''(r_{ji} f_\phi) = \overline{r''_{j\omega} f_{\phi\omega}} + \overline{r''_{j\omega} f_{\phi\tau}} + \overline{r''_{j\tau} f_{\phi\omega}} + \overline{r''_{j\tau} f_{\phi\tau}}. \quad (86)$$

Введем поправочные коэффициенты, учитывающие пульсационные моменты

$$K_{\mathcal{G}} = 1 + \psi''(\gamma_i \rho_i \mathcal{G}_i) / (\beta_i \rho_i \mathcal{G}_i); \quad K_R = 1 + \Phi''(r_{ji} f_\phi) / (r_{ji} f_\phi); \quad (87)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{\mathcal{G}_{\mathcal{G}_k}} &= 1 + \frac{\rho_i \psi''(\gamma_i \mathcal{G}_i \mathcal{G}_{ik})}{\beta_i \rho_i \mathcal{G}_i \mathcal{G}_{ik}} + \frac{\overline{\rho''_{i\omega} \gamma'_i \mathcal{G}'_i \mathcal{G}'_{ik}} + \overline{\rho''_{i\tau} \gamma'_i \mathcal{G}'_i \mathcal{G}'_{ik}}}{\rho_i \beta_i \mathcal{G}_i \mathcal{G}_{ik}}, \\ K_M &= 1 + \frac{\psi''(\gamma_i \rho_i M_i)}{\beta_i \rho_i M_i}; \quad K_{\Pi} = 1 + \frac{\psi''(\gamma_i \Pi_{ik})}{\beta_i \Pi_{ik}}. \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

а усредненную силу взаимодействия компонентов выразим через силу сопротивления частицы и число частиц в единице объема

$$\begin{aligned} n_u &= \beta_1 / V_u; \quad f_\phi = n_u S_u = \beta_1 S_u / V_u; \\ r_{21} f_\phi &= \frac{\dot{R}_{21}}{S_u} \frac{\beta_1}{V_u} S_u = \frac{\beta_1}{V_u} \dot{R}_{21}. \end{aligned} \quad (89)$$

Тогда уравнение переноса импульса примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} K_{\mathcal{G}} \beta_i \rho_i \mathcal{G}_i + \frac{\partial}{\partial x_k} K_{\mathcal{G}_{\mathcal{G}_k}} \beta_i \rho_i \mathcal{G}_i \mathcal{G}_{ik} = K_M \beta_i \rho_i M_i + \frac{\partial}{\partial x_k} K_{\Pi} \beta_i \Pi_{ik} + K_R \frac{\beta_1}{V_u} \dot{R}_{ji}, \quad (90)$$

отличающийся от уравнения двухскоростной сплошной среды наличием поправочных коэффициентов.

### 2.3. Уравнение переноса энергии

Интегральное уравнение баланса кинетической энергии без учета мощности внутренних сил имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \gamma'_i \rho'_i \frac{(\mathcal{G}_i^2)'}{2} dV = - \int_S \gamma'_i \rho'_i \frac{(\mathcal{G}_i^2)'}{2} \mathcal{G}'_i dS + \int_V \gamma'_i \rho'_i M'_i \cdot \mathcal{G}'_i dV + \quad (91)$$

$$+\int_S \gamma'_i \dot{\Pi}'_{if} \cdot \dot{\mathcal{G}}'_i dS + \int_V \mathbf{r}_{ji} \cdot \bar{\mathcal{G}}'_i f'_\phi dV.$$

Выполнив, подобно тому как мы делали для уравнений переноса массы и импульса, операцию осреднения и ряд преобразований получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} K_{g^2} \beta_i \rho_i \frac{g_i^2}{2} + \frac{\partial}{\partial x_k} K_{g^2 g_k} \beta_i \rho_i \frac{g_i^2}{2} g_{ik} = \\ & = K_{M \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} \beta_i \rho_i M_i \cdot \mathbf{g}_i + \frac{\partial}{\partial x_k} K_{\Pi \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} \beta_i \Pi_{ik} \cdot \mathbf{g}_i + K_{R \cdot \mathbf{r}} \frac{\beta_1}{V_x} \mathbf{R}_{ji} \cdot \mathbf{g}_i, \end{aligned} \quad (92)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K_{g^2} &= 1 + \frac{\psi''\left(\gamma_i \rho_i \frac{g_i^2}{2}\right)}{\beta_i \rho_i \frac{g_i^2}{2}}; & K_{\Pi \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} &= 1 + \frac{\psi''\left(\gamma_i \Pi_{ik} \cdot \mathbf{g}_i\right)}{\beta_i \Pi_{ik} \cdot \mathbf{g}_i}; \\ K_{g^2 g_k} &= 1 + \frac{\rho_i \psi''\left(\gamma_i \frac{g_i^2}{2} g_{ik}\right) + \rho''_{i\omega} \gamma'_i \left(\frac{g_i^2}{2}\right)' g'_{ik} + \rho''_{ir} \gamma'_i \left(\frac{g_i^2}{2}\right)' g'_{ik}}{\beta_i \rho_i g_i^2 g_{ik} / 2}; \\ K_{g^2 g_k} &= 1 + \frac{\rho_i \psi''\left(\gamma_i \frac{g_i^2}{2} g_{ik}\right) + \rho''_{i\omega} \gamma'_i \left(\frac{g_i^2}{2}\right)' g'_{ik} + \rho''_{ir} \gamma'_i \left(\frac{g_i^2}{2}\right)' g'_{ik}}{\beta_i \rho_i g_i^2 g_{ik} / 2}. \end{aligned} \right\} \quad (93)$$

Для переноса тепла, пренебрегая диссипацией механической работы и притоком тепла за счет теплопроводности, запишем следующее соотношение

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \gamma'_i \rho'_i c'_i T'_i dV = - \int_S \gamma'_i \rho'_i c'_i T'_i \mathcal{G}'_{if} dS + \int_V q'_{ji} f'_\phi dV, \quad (94)$$

откуда

$$\frac{\partial}{\partial t} K_T \beta_i c_i \rho_i T_i + \frac{\partial}{\partial x_k} K_{T g_k} \beta_i c_i \rho_i T_i g_{ik} = K_q \frac{\beta_1}{V_q} Q_{ji}, \quad (95)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K_T &= 1 + \frac{\psi''(\gamma_i \rho_i T_i)}{\beta_i \rho_i T_i}; & K_q &= 1 + \frac{\Phi''(q_{ji} f_\phi)}{q_{ji} f_\phi}; \\ K_{T g_k} &= 1 + \frac{\rho'_i \psi''(\gamma_i T_i g_{ik}) + \rho''_{i\omega} \gamma'_i T'_i g'_{ik} + \rho''_{ir} \gamma'_i T'_i g'_{ik}}{\beta_i \rho_i T_i g_{ik}}; \\ q_{ji} f_\phi &= \beta_1 Q_{ji} / V_q. \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

Таким образом, поток материала и увлекаемый им воздух характеризуются, с одной стороны, макромасштабным процессом поступательного движения эжектируемого воздуха, с другой стороны – микромасштабными пульсациями компонентов, сложным в теоретическом описании механизмом межкомпонентного взаимодействия. Альтернативный путь состоит в построении приближенной, но в то же время достаточно эффективной теории аэродинамических процессов в гравитационном потоке сыпучего материала, которая совмещала бы в некотором смысле сравнительную простоту использования с достаточной строгостью и общностью. Именно такая теория предложена в данной работе. Полученные на ее основе выводы и результаты находятся в хорошем качественном и количественном согласии с экспериментом.

## Литература

1. Абрамович Г.Н. О влиянии примеси твердых частиц или капель на структуру турбулентной газовой струи // ДАН СССР. 1970. Т.190, №5. С.1052-1055.
2. Абрамович Г.Н., Бажанов В.И., Гиршович Т.А. Турбулентная струя с тяжелыми примесями // Изв. АН СССР, МЖГ. 1972. №6. С.41-49.
3. Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А. О диффузии тяжелых частиц в турбулентных потоках // ДАН СССР. 1973. Т.212, №33 С.573-576.
4. Абрамович Г.Н., Крашеников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнов И.П. Турбулентное смешение газовых струй. М.: Наука, 1974. 272 с.
5. Абрамович Г.И., Гиршович Т.А. Турбулентные струи, несущие твердые или капельно-жидкие примеси // Парожидкостные потоки. Минск, 1977. С.155-175.
6. Бабуха Г.Л., Шрайбер А.А. Влияние соударений частиц полидисперсного материала на движение и межфазовый теплообмен в вертикальном двухфазном потоке // ПМТФ. 1966. №4. С.23-29.
7. Бабуха Г.Л., Шрайбер А.А. О движении полидисперсного материала в вертикальном потоке // ПМТФ. 1967. №2. С.50-57.
8. Бабуха Г.Л., Шрайбер А.А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев: Наукова думка, 1972. 173 с.
9. Баренблатт Г.И. О движении взвешенных частиц в турбулентном потоке, занимающем полупространство, или плоский открытый канал конечной глубины // ПММ. 1955. Т.19. Вып.1. С.61-68.
10. Баренблатт Г.И. О движении взвешенных частиц в турбулентном потоке // ПММ. 1953. Т.17. Вып.3. С.53-61.
11. Борщевский Ю.Г., Федотин И.М., Колодин А.М. Двухфазные турбулентные струйные течения. Киев: Техника, 1972. 112 с.
12. Бреннер Г. Реология двухфазных систем // Реология суспензий: Сб. М.: Мир, 1975. С.11-67.
13. Бронштейн Б.И., Тодес О.М. Основы теории пневматического транспорта // ЖТФ. 1953. Т.ХХІІІ. Вып. I. С.110-126.
14. Буевич Ю.А. Двухжидкостная гидродинамика взвешенного слоя // Изв. АН СССР, МЖГ. 1966. №4. С.94-100.
15. Буевич Ю.А., Щелчкова И.Н. Реологические свойства однородных мелкодисперсных суспензий. Стационарные течения // ИФЖ. Т.ХХХІІІ, 1977. №5. С.872-879.
16. Буевич Ю.А., Марков В.Г. Реологические свойства однородных мелкодисперсных суспензий. Нестационарные течения // ИФЖ. Т. ХХХІV, №6. 1978. С.1007-1013.
17. Буевич Ю.А. Режимы ламинарных стационарных течений двухкомпонентных дисперсных систем. Вертикальные потоки // Изв. АН СССР МЖГ. 1968. №3. С.53-62.
18. Буевич Ю.А. Последовательные приближения в гидромеханике дисперсных систем // ПММ. 1971. Т.35. Вып.3. С.464-481.

19. Бурчаков А.С., Москаленко Э.М. Динамика аэрозолей в горных выработках. М.: Наука, 1965. 67 с.
20. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами. М.: Мир, 1975. 378 с.
21. Ванатоа В. Я. Поперечное движение частиц в трубах // Турбулентные двухфазные течения: Сб. / Под ред. М.К. Лаатса. Таллин: Изд-во АН Эст.ССР, 1979. С.72-77.
22. Волощук В.М. Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. М.: Гидрометеиздат, 1971. 208с.
23. Волощук В.М. Приближенное решение уравнения Фоккера-Планка для аэрозольных частиц // Изв. АН СССР, МЖГ. 1970. №2. С.155-162.
24. Горбис З.Р. Критериальные уравнения конвективного теплообмена в двухфазных потоках типа "газовзвесь" // Изв. АН СССР, ОТН. 1958. №9.
25. Горбис З.Р. Дифференциальные уравнения теплообмена дисперсных потоков типа "движущийся слой" // ИФЖ. 1962. №10.
26. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия, 1970. 424 с.
27. Дейч М.Л., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергия, 1968. 423 с.
28. Дементьев М.Л. О групповой гидравлической крупности // Изв. ВНИИГ. 1962. Т.71.
29. Дементьев М.А. Общие уравнения и динамическое подобие взвесенесущих потоков. Изв. ВНИИГ. 1963. Т.73.
30. Дементьев М.А. Динамическое уравнение и относительные скорости фаз двухфазных взвешенных потоков // Изв. ВНИИГ. 1978. Т.123. С.3-11.
31. Дорохов И.Н., Кафаров В.В., Нигматулин Р.И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных многокомпонентных смесей с химическими реакциями и процессами тепло- и массопереноса // ПММ. 1975. Т.39. Вып.3. С.485-495.
32. Дюнин А.К. Механика метелей. Новосибирск: Изд.-во СО АН СССР, 1963.
33. Дюнин А.К., Борщевский Ю.Т., Яковлев Н.А. Основы механики многокомпонентных потоков. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1965. 74 с.
34. Забродский С.С. Гидродинамика и теплообмен в псевдооживленном (кипящем) слое. Госэнергоиздат, 1963.
35. Крайко А.Н., Стернин Л.Е. К теории течений двускоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами // ПММ. 1965. Т.29 Вып.3. С.418-429.
36. Кутателадзе С.С., Стырикович М.А. Гидродинамика газожидкостных систем. М.: Энергия, 1976. 296 с.
37. Лаатс М.К., Фришман Ф.А. О допущениях, применяемых при расчете двухфазной струи // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. №2. С.186-191.
38. Лаатс М.К., Фришман Ф.А. Процессы турбулентного переноса в двухфазной струе // Процессы переноса в турбулентных течениях со сдвигом: Сб. Таллин, 1973. С.104-199.
39. Левшаков А.М. Феноменологическое уравнение для газозвесей // Физика аэродисперсных систем. Киев; Одесса, 1978. № 17. С.46-49.
40. Логачев И.Н. Гидродинамические уравнения потока сыпучего материала в желобах // Вентиляция и очистка воздуха (Тр. НИИрудвентиляция). М.: Недра, 1970. С.159-162.
41. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 849 с.
42. Нейков О.Д., Логачев И.Н. Аспирация при производстве порошковых материалов. М.: Metallurgy, 1973. 224 с.
43. Нигматулин Р.И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двускоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. №5. С.33-47.
44. Нигматулин Р.И. Некоторые вопросы гидромеханики двухфазных полидисперсных сред // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. №3. С.63-67.
45. Нигматулин Р.И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей // ПММ. 1970. Т.34. Вып.6. С.1097-1112.
46. Нигматулин Р.И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в



- гидромеханике многофазных сред // ПММ. 1971. Т.35. Вып.3. С.451-463.
47. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
  48. Николаевский В.Н., Баснев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970.
  49. Рахматулин Х.А. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ, 1956. Т. 20. Вып.2.
  50. Смолдырев А.Е. Тайлевский А.В. Пневматический транспорт штучных грузов. М.: Машиностроение, 1979. 158с.
  51. Слезкин Н.А. Дифференциальные уравнения движения пульпы // ДАН СССР. 1952. Т.86, №2.
  52. Слезкин Н.А. Основные уравнения движения деформируемой среды частиц с переменной массой // ДАН СССР. 1951. Т.79, №1.
  53. Слезкин Н.А. О дифференциальных уравнениях фильтрации // ДАН СССР. 1951. Т.79, №5.
  54. Смолдырев А.Е. Гидродинамические и кинематические характеристики движения неоднородных дисперсных систем в трубах // ДАН СССР. 1959. Т.129, №5.
  55. Смолдырев А.Е. Об основных закономерностях движения гидро- и аэросмесей в трубах // ДАН СССР. 1961. Т.137, №6.
  56. Смолдырев А.Е. Трубопроводный транспорт (элементы теории и основы расчета). М.: Недра, 1970. 271с.
  57. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М: Мир, 1971. 536 с.
  58. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
  59. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976. 535 с.
  60. Сафрай В.М., О применении ячеечной модели к расчету вязкости дисперсных систем // ПМТФ. 1970. №1.
  61. Телетов С.Г. Вопросы гидродинамики двухфазных систем // Вестник Московского университета. Сер. мат., мех., астрон., физ., хим. 1958. Вып.2.
  62. Телетов С.Г. Уравнения гидродинамики двухфазных жидкостей // ДАН СССР. 1945. Т.50. С.99-102.
  63. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.
  64. Успенский В. Пневматический транспорт материалов во взвешенном состоянии. М.: Metallurgizdat, 1952.
  65. Файзуллаев Д.Ф. Ламинарное движение многофазных сред в трубопроводах. Ташкент; ФАН СССР, 1966.
  66. Фортъе А. Механика суспензий. М.: Мир, 1971. 264 с.
  67. Франкль Ф.И. К теории движения взвешенных наносов // ДАН СССР. 1953. Т.92, №2. С.247-250.
  68. Франкль Ф.И. Уравнения энергии для движения жидкостей со взвешенными наносами // ДАН СССР. 1955. Т.102, №5. С.903-906.
  69. Франкль Ф.И. О системе уравнений движения взвешенных наносов // Исследование максимального стока, волнового воздействия и движения наносов, Сб. М.: Изд. АН СССР: 1960.
  70. Фукс Н.А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 352с.
  71. Худяков Г.Н. О движении твердых частиц в газозвеси // Изв. АН СССР, ОТН. 1953. №7. С.1022-1034.
  72. Циклаури Г.В., Данилин В.С., Селезнев Л.И. Адиабатные двухфазные течения. М.: Атомиздат, 1973. 447 с.

Технологические и аспирационные параметры перегрузочных узлов

1. Конвейерные перегрузки

Таблица 1.1. Расчетные и измеренные объемы аспирации промышленных узлов «конвейер-конвейер» . . . . .	419
Таблица 1.2. Технологические параметры перегрузочных узлов «конвейер-конвейер» . . . . .	421
Таблица 1.3. Расчетные параметры перегрузочных узлов «конвейер-конвейер» . . . . .	422

2. Узлы дробления

Таблица 2.1. Расчетные и замеренные объемы аспирации отдельно стоящих дробилок . . . . .	423
Таблица 2.2. Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов дробления . . . . .	424

3. Узлы грохочения

Таблица 3.1. Расчетные и измеренные объемы аспирации промышленных узлов грохочения ненагретых материалов . . . . .	427
Таблица 3.2. Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов грохочения ненагретых материалов . . . . .	427

4. Узлы сухой магнитной сепарации

Таблица 4.1. Расчетные и измеренные объемы аспирации промышленных узлов сухой магнитной сепарации железной руды . . . . .	430
Таблица 4.2. Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов сухой магнитной сепарации . . . . .	430

5. Каскад дробильно-сортировочного оборудования

Таблица 5.1. Расчетные и измеренные объемы аспирации промышленных каскадов пылящего оборудования . . . . .	433
Таблица 5.2. Исходные данные и расчетные величины промышленных каскадов пылящего оборудования . . . . .	433

6. Молотковые дробилки

Таблица 6.1. Расчетные и измеренные объемы аспирации молотковых дробилок . . . . .	437
Таблица 6.2. Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов измельчения в молотковых дробилках . . . . .	437

Таблица 1.1

## Рассчитанные и измеренные объемы аспирации промышленных узлов «конвейер-конвейер»

№ п/п	Наименование перегрузочного узла	Перегружаемый материал	$Q_{жс}$ м <sup>3</sup> /с	$Q_{из}$ м <sup>3</sup> /с	Объем аспирации $Q_a$ , м <sup>3</sup> /с			Запыленность воздуха, г/м <sup>3</sup>
					расчетный	замеренный	погрешность, %	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	ССГОК, ДОФ, перегрузка с конвейера № 11 на конвейер № 13	железная руда	1,67	0,47	2,14	2,08	+2,9	4,2
2	ССГОК, ДОФ, КСМД, перегрузка с конвейера № 13 на конвейер № 15	железная руда	1,39	0,61	2,00	1,84	+8,7	3,94
3	ССГОК, ДСФ, КСМС, перегрузка с конвейера № 19 на конвейер № 22	обогащенная железная руда	0,70	0,18	0,88	0,58	+57,7	0,11
4	ССГОК, ДОФ, КСМС, перегрузка с конвейера № 20 на конвейер № 28	бедная железная руда	0,30	0,09	0,39	0,26	+49,6	0,39
5	ССГОК, ДОФ, ККД, перегрузка с конвейера № 4 на конвейер № 6	железная руда	0,9	1,52	2,42	2,30	+5,2	0,10
6	ЮГОК, ККД, перегрузка с конвейера № 1а на конвейер № 2а	железная руда	1,59	0,82	2,41	2,49	-3,0	0,10
7	ЮГОК, ПУ № 3, перегрузка с конвейера № 7а на конвейер № 7	железная руда	1,84	0,58	2,42	2,02	+19,8	0,66
8	ЮГОК, ПУ № 4, перегрузка с конвейера № 16 на конвейер № 17	железная руда	1,97	0,75	2,72	3,28	-17,1	5,10
9	ССГОК, КСМД, перегрузка с конвейера № 12 на конвейер № 14	железная руда	1,31	0,68	1,99	2,00	-0,4	0,97
10	Тот же	железная руда	1,63	0,69	2,32	2,15	+7,9	1,87
11	ССГОК, КСМС, перегрузка с конвейера № 14 на конвейер № 16	железная руда	1,15	0,33	1,48	1,26	+17,3	0,29
12	ССГОК, КСМС, перегрузка с конвейера № 18 на конвейер № 22а	богатая железная руда	0,82	0,70	1,52	1,42	+7,0	1,11
13	ССГОК, КСМС, перегрузка с конвейера № 28 на конвейер № 30	бедная железная руда (хвосты)	0,36	0,12	0,48	0,41	+16,0	1,78
14	ССГОК, КСМС, перегрузка с конвейера № 30 на конвейер № 102	бедная железная руда (хвосты)	0,31	0,10	0,41	0,33	+23,1	0,10
15	ЗСМЗ, КИТ, перегрузка с конвейера ИТ-8 на конвейер БИ-1	кокс	0,68	0,01	0,69	0,86	-19,8	0,03
16	ПДЗ, перегрузка с дозаторного конвейера на распределительный конвейер	шихта	0,04	0,04	0,08	0,08	0,0	1,42
17	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 34 на конвейер № 35	известняк	1,92	0,05	1,27	1,24	+2,0	1,10
18	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 1 на конвейер № 3	аглоруда	0,70	0,30	1,00	0,83	+20,5	0,06

1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 2 на конвейер № 3	аглоруда	0,70	0,19	0,89	1,16	-21,6	0,07
20	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 3 на конвейер № 4	аглоруда	0,57	0,32	0,89	0,73	+21,9	0,01
21	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 17 на конвейер № 18	кокс	0,71	0,32	1,03	0,87	+18,4	0,07
22	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 18 на конвейер № 19	кокс	0,64	0,32	0,96	0,99	-3,0	0,07
23	ЮГОК, Аглофабрика, перегрузка с конвейера № 19 на конвейер № 20	кокс	0,35	0,14	0,49	0,56	-12,5	0,02
24	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 16 на конвейер № 19	магнезит	0,22	0,13	0,35	0,30	+16,7	2,59
25	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 19 на конвейер № 22а	магнезит	0,19	0,20	0,39	0,34	+14,7	2,38
26	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 22а на конвейер № 22	магнезит	0,25	0,22	0,47	0,38	+23,7	0,74
27	Магнезит, ЦПМ, перегрузка с конвейера № 2 на конвейер № 6	магнезит	0,11	0,18	0,29	0,38	-23,7	0,81
28	Магнезит, ЦПМ, перегрузка с конвейера № 6 на конвейер № 8	магнезит	0,08	0,21	0,29	0,35	-17,1	2,63
29	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 15 на конвейер № 18	магнезит	0,21	0,30	0,51	0,43	+18,6	22,0
30	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 17 на конвейер № 20а	магнезит	0,20	0,05	0,25	0,26	-3,8	8,27
31	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 18 на конвейер № 21а	магнезит	0,29	0,19	0,48	0,46	+4,3	21,7
32	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 20а на конвейер № 20	магнезит	0,18	0,10	0,28	0,33	-15,2	10,5
33	Магнезит, ДСО, перегрузка с конвейера № 21а на конвейер № 21	магнезит	0,25	0,22	0,47	0,40	+17,5	9,95

Условные обозначения: ССГОК – Соколовско-Сарбайский ГОК; ЮГОК – Южный ГОК; ЗСМЗ – Западно-Сибирский металлургический завод; ПДЗ – Первоуральский динасовый завод; Магнезит-Саткинский завод «Магнезит»; ДОФ – дробильно-обогащительная фабрика; ДСФ – дробильно-сортировочная фабрика; КСМД – корпус среднего и мелкого дробления; КСМС – корпус сухой магнитной сепарации; ККД – корпус крупного дробления, ПУ – перегрузочный узел; ЦПМ – цех подготовки масс; КИТ – корпус измельчения топлива.

## Технологические параметры перегрузочных узлов «конвейер-конвейер»

№ узла	$G_1$ кг/с	$\rho_1$ кг/м <sup>3</sup>	$\rho_{1н}$ кг/м <sup>3</sup>	$v_l$ м/с	$R$ м	$S_{жк}$ м <sup>2</sup>	$H$ м	$l_i$ м	$\Theta_i$ град	$d$ мм	$F_{ин}$ м <sup>2</sup>	$\zeta_{жк}$ б/р	$P_2$ Па	$F_{нк}$ м <sup>2</sup>
1	444	3600	2200	1,67	0,5	0,50	3	2	90	10	0,58	2,5	11	0,17
2	444	3600	2200	1,82	0,6	0,52	3,4	1,3 2,0 0,6	90 55 55	10	0,42	2,5	10	0,23
3	360	3800	2300	1,67	0,6	0,30	4,3	0,9 3,2 0,2	90 75 50	8,8	0,39	2,5	1,6	0,17
4	43	3200	1850	1,35	0,4	0,26	3,9	2,0 2,0	90 50	13,2	0,35	2,5	1,4	0,09
5	708	3600	2300	2,22	0,6	0,36	3,1	2,3 0,5 0,4	90 45 90	40	1,75	2,5	6,4	0,72
6	622	3400	2300	1,67	0,8	0,99	3,5	2,4 0,5 0,5	90 45 90	100	0,80	2,5	7,8	0,35
7	722	3400	2300	1,67	0,65	1,27	3,2	2,0 1,5	90 50	30	1,25	2,5	3,2	0,39
8	722	3400	2300	1,67	0,80	0,59	2,2	1,6 1,0	90 45	12,3	1,0	2,5	17	0,22
9	255	3600	2300	1,9	0,5	0,38	4,4	0,9 3,0	90 50	10	1,69	2,5	10	0,26
								1,0	60					
10	425	3600	2300	1,9	0,5	0,38	4,4	1,0	60	10	1,62	2,5	19	0,19
11	275	3600	2300	2,27	0,64	0,38	5,5	2,0 2,2 2,0	90 60 60	10	0,87	2,5	4,0	0,20
12	366	3800	2300	1,62	0,5	0,27	3,0	1,8 1,0 0,6	90 50 60	8,8	1,12	2,5	13, 2	0,23
13	43	3200	1850	1,38	0,4	0,20	3,2	0,6 1,6 1,9	90 60 45	13,2	0,55	2,5	4,0	0,07
14	76	3200	1850	1,67	0,5	0,21	3,2	0,8 0,8 2,1	90 55 50	13,2	0,38	2,5	2,0	0,10
15	12	1400	865	1,22	0,3	1,66	2,3	0,8 1,5	90 90	1,1	0,42	1,5	4,0	0,006
16	16	2600	1550	0,8	0,24	0,09	2,7	1,7 1,2	90 60	1,3	0,08	2,5	2,0	0,036
17	78	2600	1400	1,25	0,3	0,47	6,0	3,0 3,0	90 90	2,1	1,00	1,5	2,8	0,037
18	51	3700	2100	1,25	0,25	0,52	1,9	1,0	90	1,25	0,38	1,5	7,0	0,138
19	72	3700	2100	1,15	0,25	0,63	2,7	0,9 1,8	90 90	1,25	0,35	1,5	7,2	0,083
20	42	3700	2100	1,25	0,40	0,52	2,0	1,0 1,0	90 90	1,25	0,37	1,5	4,8	0,175
21	30	1400	750	1,43	0,3	0,57	2,0	1,0 1,0	90 90	1,69	0,30	1,5	10	0,123
22	29	1400	750	1,05	0,25	0,33	4,0	1,0	90	1,69	0,30	1,5	10	0,123
23	12	1400	750	1,43	0,3	0,47	3,0	1,5 1,5	90 90	1,69	0,33	1,5	20	0,123

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
24	6,75	3550	1750	1,0	0,3	0,10	3,1	1,4 0,8 0,01 1,5	90 45 90 50	1,11	0,38	2,5	10	0,05
25	6,75	3550	1760	0,8	0,4	0,12	2,4	1,3 1,1	90 90	1,11	0,27	1,5	3,3	0,13
26	6,75	3550	1750	0,8	0,25	0,12	1,7	1,0 0,7	90 90	1,11	0,15	1,5	9,0	0,089
27	12,9	3550	1480	0,67	0,3	0,051	3,6	2,1 1,8	90 60	0,27	0,41	2,5	7,0	0,08
28	13,2	3550	1480	0,67	0,25	0,03	3,0	1,2 2,0	90 60	0,27	0,26	2,5	10, 0	0,08
29	6,6	3550	1480	1,25	0,3	0,10	2,3	1,0 1,3	90 90	0,27	0,27	1,5	5,8	0,15
30	3,6	3550	1480	1,09	0,4	0,10	2,4	1,6 0,8	90 90	0,27	0,28	1,5	4,7	0,03
31	7,4	3550	1480	1,1	0,4	0,12	2,6	1,6 1,0	90 90	0,27	0,23	1,5	8,4	0,08
32	3,6	3550	1480	1,25	0,22	0,11	1,7	0,9 0,8	90 90	0,27	0,21	1,5	4,0	0,06
33	7,4	3550	1480	1,25	0,22	0,12	1,7	1,0 0,7	90 90	0,27	0,22	1,5	6,9	0,10

Таблица 1.3

## Расчетные параметры перегрузочных узлов «конвейер-конвейер»

№ п/п	$\frac{S_0^*}{S_{жс}}$	$v_{1к}$	$n$	$a_k$	$\Sigma\zeta$	$Eu$	$S_c$	$\beta_r \cdot 10^3$	$\psi^*$	$v^*$	$\varphi/Q_c$	$P/Q_0$	$Bu$	$\varphi_{жс}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,24	6,4	0,80	5,2	4,3	0,103	–	42,8	0,55	–	–	–	5,87	0,52
2	0,21	6,6	0,93	5,2	6,2	0,060	–	37,0	0,60	–	–	–	4,42	0,40
3	0,31	7,6	0,98	4,4	3,9	0,011	–	41,6	0,48	–	–	–	11,6	0,30
4	0,066	6,4	–	–	–	–	0,055	76,9	0,54	2,45	0,58/0,20	0,47/0,10	–	–
5	0,39	4,6	0,79	9,8	2,6	0,193	–	134	1,07	–	–	–	3,92	0,55
6	0,16	4,8	–	–	–	–	0,326	233	1,37	1,42	0,51/0,80	1,44/0,79	–	–
7	0,15	6,0	–	–	–	–	0,442	160	0,84	3,1	0,62/1,65	2,51/0,19	–	–
8	0,32	5,2	0,82	4,4	3,3	0,308	–	75,8	0,50	–	–	–	7,9	0,64
9	0,15	6,9	–	–	–	–	0,225	91,4	0,32	2,68	0,60/0,93	0,44/0,38	–	–
10	0,26	6,9	0,86	6,0	2,6	0,249	–	48,4	0,51	–	–	–	10,4	0,62
11	0,14	7,5	–	–	–	–	0,211	96,9	0,31	3,15	0,62/0,98	1,83/0,17	–	–
12	0,36	4,5	0,8	6,0	2,6	0,403	–	87,8	0,26	–	–	–	4,56	0,67
13	0,08	4,9	–	–	–	–	0,050	110	0,43	1,63	0,52/0,13	0,08/0,23	–	–
14	0,12	5,1	–	–	–	–	0,072	129	0,38	1,85	0,53/0,19	0,36/0,12	–	–
15	0,01	6,7	–	–	–	–	0,034	75	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$7,5 \cdot 10^{-5}$	0,01/0,002	0,0/0,68	–	–
16	0,14	6,3	–	–	–	–	0,033	58,3	$4,6 \cdot 10^{-5}$	$1,55 \cdot 10^{-3}$	0,08/0,006	0,008/0,034	–	–
17	0,09	10,8	–	–	–	–	0,212	26,0	0,02	0,63	0,40/0,92	1,22/0,25	–	–
18	0,04	6,1	–	–	–	–	0,066	69,0	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	0,015/0,004	0,00/0,70	–	–

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
19	0,05	7,3	–	–	–	–	0,108	49,4	$7,1 \cdot 10^{-5}$	0,003	0,043/0,034	0,014/0,66	–	–
20	0,03	6,3	–	–	–	–	0,036	101	$9 \cdot 10^{-7}$	$5,5 \cdot 10^{-5}$	0,005/0,001	0,00/0,58	–	–
21	0,05	6,3	–	–	–	–	0,094	73,2	$2 \cdot 10^{-4}$	0,0065	0,062/0,036	0,021/0,68	–	–
22	0,11	8,8	–	–	–	–	0,146	32,1	0,004	0,125	0,22/0,28	1,25/0,36	–	–
23	0,02	7,7	–	–	–	–	0,044	50,0	$9,3 \cdot 10^{-4}$	0,031	0,13/0,044	0,026/0,31	–	–
24	0,04	4,3	–	–	–	–	0,011	81,6	$7,8 \cdot 10^{-7}$	$2,05 \cdot 10^{-5}$	0/0	0/0,22	–	–
25	0,04	6,9	–	–	–	–	0,007	75,9	$1,3 \cdot 10^{-6}$	$8 \cdot 10^{-5}$	0,01/0,001	$5 \cdot 10^{-6}$ /0,19	–	–
26	0,04	5,8	–	–	–	–	0,010	57,1	$3,1 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	0,01/0,001	0/0,25	–	–
27	0,26	7,2	0,76	6,0	2,5	0,088	–	11,3	$3,2 \cdot 10^{-10}$	–	–	–	$5,9 \cdot 10^{-8}$	0,30
28	0,44	6,5	0,65	6,0	2,5	0,155	–	23,3	$2 \cdot 10^{-14}$	–	–	–	$5,7 \cdot 10^{-12}$	0,39
29	0,04	6,7	–	–	–	–	0,011	51,1	$3,6 \cdot 10^{-21}$	$5,8 \cdot 10^{-19}$	0,00/0	0/0,21	–	–
30	0,02	6,9	–	–	–	–	0,005	64,1	$1 \cdot 10^{-23}$	$2,5 \cdot 10^{-21}$	0/0	0/0,20	–	–
31	0,04	7,1	–	–	–	–	0,010	59,4	$8,8 \cdot 10^{-23}$	$1,75 \cdot 10^{-20}$	0/0	0/0,29	–	–
32	0,02	5,8	–	–	–	–	0,007	50,6	$4,6 \cdot 10^{-21}$	$5,5 \cdot 10^{-19}$	0/0	0/0,18	–	–
33	0,03	5,8	–	–	–	–	0,014	50,4	$5,17 \cdot 10^{-21}$	$6,0 \cdot 10^{-19}$	0/0	0/0,25	–	–

Таблица 2.1

## Расчетные и замеренные объемы аспирации отдельно стоящих дробилок

№ уз-ла	Наименование узла	Перегружаемый материал	Наименование укрытия	Объем аспирации, м <sup>3</sup> /с		
				расчетный	замеренный	погрешность, %
1	2	3	4	5	6	7
А. Конусные дробилки						
1	ЮГОК, ДФ, перегрузка с конвейера через дробилку КСД – 2200 на конвейер	железная руда	укрытие дробилки укрытие конвейера	0,40 1,46	0,38 1,42	+5,3 +2,8
2	ЮГОК, ДФ, перегрузка с конвейера через дробилку КМД – 2200 на конвейер	железная руда	укрытие нижнего конвейера	1,10	1,15	-4,3
3	НКГОК, АФ, перегрузка с конвейера через дробилку КМД – 1750 на конвейер	кокс	укрытие дробилки укрытие конвейера	0,77 1,02	0,81 0,96	-4,9 +6,3
4	КООФ, ККД, перегрузка с пластинчатого питателя через дробилку ККД 900/130 на конвейер	полиметаллическая руда	укрытие дробилки укрытие конвейера	0,81 2,43	0,72 2,44	+12 -0,4

1	2	3	4	5	6	7
<b>Б. Щековые дробилки</b>						
5	КМЗ, перегрузка с пластинчатого питателя через дробилку СМ 16А 600*900 на конвейер	полиметаллическая руда	укрытие питателя укрытие конвейера	0,74 0,85	0,64 0,89	+15 -4,5
6	РУ им. Ильича, ш. Южная, перегрузка с конвейера через дробилку ЦЕМАГ 600*900 на конвейер	железная руда	укрытие верхнего конвейера укрытие нижнего конвейера	0,65 0,66	0,63 0,67	+3,2 -1,5
7	ЗСК, ДСФ, перегрузка с пластинчатого питателя через дробилку фирмы Тельман 1500*2100 на конвейер	полиметаллическая руда	Укрытие питателя укрытие конвейера	1,35 2,85	1,26 2,72	+7,1 +4,8
<b>В. Четырехвалковые дробилки</b>						
8	НКГОК, АФ, перегрузка с конвейера через дробилку ДГ – 900*700 на конвейер	кокс	укрытие нижнего конвейера	1,28	1,15	+11,3
9	ЖМЗ, АФ, перегрузка с конвейера через дробилку ДГ – 900*700 на конвейер	кокс	укрытие нижнего конвейера	1,72	1,89	-9,0
10	НКГОК, АФ, перегрузка с конвейера через дробилку ДГ – 900*700 на конвейер	кокс	укрытие нижнего конвейера	1,21	1,19	+1,7
11	ЮГОК, АФ, перегрузка с вибропитателя через дробилку ДГ – 900*700 на конвейер	кокс	укрытие нижнего конвейера	1,48	1,35	+9,6

Условные обозначения: ЮГОК – Южный ГОК, НКГОК – Ново-Криворожский ГОК, КООФ – Кентаусская объединенная обогатительная фабрика комбината «Ачполиметалл» (г. Кентау), КМЗ – комбинат «Майкаинзолото» (п. Майкаин), ЗСК – Зырянский свинцовый комбинат (г. Зырянск), ЖМЗ – Ждановский металлургический завод, ДФ – дробильная фабрика, АФ – агломерационная фабрика, РУ – рудоуправление.

Таблица 2.2

## Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов дробления

Обозначения величин	Размерность	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4	Узел 5	Узел 6	Узел 7	Узел 8	Узел 9	Узел 10	Узел 11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Исходные величины</b>												
$G_1$	кг/с	110	41,6	5,6	133	22,5	32,3	132	4,6	3,9	4,2	5,0
$\rho_1$	кг/м <sup>3</sup>	3500	3500	1700	3600	4000	3500	2950	1700	1700	1700	1700
$d'$	мм	77	30	10	125	500	200	500	5	13	6	8
$d''$	мм	30	10	2,4	55	62	37	48	2,2	2,2	1,5	1,6
$S'_{ж}$	м <sup>2</sup>	0,47	0,16	0,36	0,90	о.ж.	0,80	3,0	0,64	0,36	0,70	0,57
$S''_{ж}$	м <sup>2</sup>	0,56	0,96	0,95	0,90	о.ж.	0,30	1,23	0,27	0,60	0,35	0,41
$l'_i$	м	0,7; 1,1; 0,7	1	2,7; 3,6	2,1; 2,8	о.ж.	1,5	1,8	0,8	1,2	0,6	0,0
$\Theta'_i$	град	90; 45; 90	90	90; 45	90; 45	о.ж.	90	90	90	90	90	90



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$l_i''$	м	2; 1,2; 1	1; 1,8; 0,8	2,2; 0,4	1,4; 0,6	о.ж.	1,1; 1; 0; 0,5	1,0	0,5; 2	2,7	1,6	2,3
$\Theta_i''$	град	90; 45; 90	90; 45; 90	90; 60	90; 65	о.ж.	90; 45; 90; 50	90	90; 90	90	90	90
$F_{нп}$	м <sup>2</sup>	1,0	0,67	1,34	0,72	0,46	0,69	0,45	о.у.	0,88	о.у.	о.у.
$F_{нд}$	м <sup>2</sup>	0,14	0,26	0,36	0,70	0,19	0,11	1,30	0,08	0,10	0,10	0,67
$F_{нб}$	м <sup>2</sup>	0,20	0,25	0,10	0,20	0,10	0,16	0,26	0,08	0,18	0,10	0,67
$F_{нк}$	м <sup>2</sup>	0,23	0,18	0,17	0,51	0,21	0,23	0,76	0,17	0,37	0,5	0,4
$P_1$	Па	0,9	0,2	0,4	о.д.	2,5	1,2	2,5	0	1	о.д.	о.д.
$P_2$	Па	3,3	0,7	1,8	1,5	2,5	1,2	2,5	0,5	5	о.д.	о.д.
$P_3$	Па	о. д.	3,4	о.д.	о.д.	7,9	1,5	9,8	о.д.	10	о.д.	о.д.
$P_4$	Па	6,2	4,0	8,3	6,3	7,9	3,6	6,8	12,0	9,2	2,0	3,5
$b_0$	мм	30	6	9	130	100	100	250	2,5	2,5	2,0	2,0
$n_{нв}$	об/с								3,12	1,93	3,32	3,11
$R_n$	м	0,4	0,25	0,4					0,2	0,2	0,2	
$v_n$	м/с	1,6	1,6	1,35					0,17	0,8	0,8	
Расчетные величины												
$(S_c^*)'$	м <sup>2</sup>		0,0113						0,03	0,0054	0,00583	
$h'$	м		0,053						0,087	0,0368	0,038	
$S_c'$	м <sup>2</sup>		0,052				0,24	1,26	0,045	0,0117	0,00976	
$v'_{1к}$	м/с	4,56	4,43	7,17	6,32		5,46	5,99	3,96	4,85	3,43	
$n'$	б.р.	0,58		0,72	0,72							
$a'_T$	м/с <sup>2</sup>	9,8		3,46	3,46							
$(\beta \cdot 10^3)'$	б.р.	18,6	103	1,48	7,55		14,1	11,95	30,4	80,86	147,6	
$(\psi^*)'$	б.р.	1,63	0,98	1,45	1,73		1,74	1,78	0,25	0,52	0,047	
$(v^*)'$	б.р.		1,24				0,063	0,029	0,228	1,45	0,26	
$\varphi'_c$	б.р.		0,50				0,17	0,125	0,29	0,50	0,30	
$\zeta'_{жс}$	б.р.	2,5	1,5	1,5	1,5		1,5	1,5	2,4	2,5	2,4	
$(\Sigma \zeta)'$	б.р.			6,16	11,25							
$Bu'$	б.р.	0,33		0,67	0,138							
$Eu'$	б.р.	0,088		0,019	0,0055							
$\varphi'$	б.р.	0,044		0,288	0,158							
$Q'_c$	м <sup>3</sup> /с		0,115				0,223	0,936	0,052	0,028	0,01	
$R_{нп}$	кг/м <sup>7</sup>	1,44	3,2	0,80	2,78	6,8	3,02	7,11		1,86		
$Q_{нп}$	м <sup>3</sup> /с	0,736				0,606	0,63	0,597		0,434		
$R'_0$	кг/м <sup>7</sup>		77,16				2,87	0,297	4,068	12,36	3,022	
$P_2$	Па		0,70				1,026	1,65	0,3	2,3	0,46	1,2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$P_1$	Па	0,78	0,13	0,43	2,24					0,34		
$Q'_0$	м <sup>3</sup> /с		0,087				0,246	1,692	0,272	0,398	0,39	
$Q'_{жс}$	м <sup>3</sup> /с	0,736	0,202	0,74	0,899		-0,023	-0,756	0,324	0,426	0,40	
$R_{нд}$	кг/м <sup>7</sup>	73,47	21,2	11,1	2,94	39,9	119	0,852	225	144	144	3,2
$Q_{нд}$	м <sup>3</sup> /с	0,212	0,182	0,40	0,720	0,250	0,093	1,391	0,037	0,126	0,056	0,610
$f_0$	м <sup>2</sup>	0,275	0,193	0,134	0,375	0,047	0,047	0,262	0,069	0,23	0,30	0,25
$R_0$	кг/м <sup>7</sup>	11,1	22,4	46,8	5,97	370	372	12,19	290	26,09	13,33	22,08
$v''_{1к}$	м/с	5,80	5,18	5,04	5,54		3,09	4,43	11,28	9,09	10,9	11,06
$n''$	б.р.	0,64			0,86		0,74		0,83			
$a''_T$	м/с <sup>2</sup>	9,80			6,80		4,36		9,80			
$S''_c$	м <sup>2</sup>		0,387	0,268				0,525		0,285	0,169	0,243
$(\beta \cdot 10^3)''$	б.р.	11,8	11,86	4,88	7,97		11,44	38,4	0,97	1,77	2,67	2,19
$(\psi^*)''$	б.р.	1,46	0,97	0,34	1,64		1,53	1,43	0,80	0,61	0,25	0,34
$(v^*)''$	б.р.		0,59	0,34				0,43		0,77	1,03	1,09
$\varphi''_c$	б.р.		0,40	0,33				0,36		0,43	0,47	0,475
$\zeta''_{жс}$	б.р.	2,5	2,5	1,5	2,5		2,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
$B''_u$	б.р.	0,97			0,60		0,54		4,21			
$P''_{жс}$	Па	50,46			46,03		14,32		114,5			
$P_3$	Па	6,60	4,0	8,25	5,45		2,85	6,58	39,7	10,2	3,7	9,3
$Q_0$	м <sup>3</sup> /с	0,545	0,384	0,371	0,813	0,120	0,07	0,635	0,368	0,551	0,459	0,606
$R_{нб}$	кг/м <sup>7</sup>	36	23,0	144	36	144	56,25	21,3	225	42,73	144	144
$Q_{нб}$	м <sup>3</sup> /с	0,429	0,416	0,238	0,390	0,234	0,223	0,556	0,422	0,232	0,160	0,254
$Q''_c$	м <sup>3</sup> /с		0,800	0,446			0,838		1,114	0,866	1,277	
$R''_0$	кг/м <sup>7</sup>		4,57	1,94			1,811		9,07	27,47	32,27	
$Q''_0$	м <sup>3</sup> /с		0,0	0,161			0,349		0,332	-0,249	-0,424	
$Q''_{жс}$	м <sup>3</sup> /с	0,976	0,800	0,607	1,203		0,293	1,191	0,789	0,782	0,617	0,853
$Q_{нк}$	м <sup>3</sup> /с	0,480	0,302	0,411	1,232	0,495	0,366	1,663	0,494	0,942	0,593	0,628

Примечания. 1. В таблице приняты следующие обозначения:

$F_{нп}$  – площадь неплотностей укрытия питателя;  $F_{нд}$  – площадь неплотностей укрытия дробилки;  $F_{нб}$  – площадь неплотностей бункера;  $F_{нк}$  – площадь неплотностей укрытия конвейера;  $n_{нг}$  – число оборотов нижних валков дробилок;  $V_n$  – скорость ленты питателя; о.ж. – отсутствует желоб; о.у. – отсутствует укрытие; о.д. – отсутствуют данные (величина не измерялась).

2. Узел 5 представляет собой щековую дробилку, загрузочная часть которой имеет с пластинчатым питателем общее емкое укрытие. Загрузочный и разгрузочный желоба отсутствуют, роль полости бункера дробленого материала играет укрытие конвейера. При расчете объемов аспирации учитывалось лишь перетекание воздуха через дробилку из верхнего укрытия в нижнее, причем полагалось  $P_2 = P_1$  и  $P_3 = P_4$ .

3. Загрузка четырехвалковой дробилки узла 11 осуществляется вибропитателем с малой высотой перепада материала. Поэтому при расчете объемов аспирации эжекция воздуха потоком материала в загрузочной части дробилки не учитывалась.

Таблица 3.1

**Расчетные и измеренные объемы аспирации промышленных узлов грохочения ненагретых материалов**

№ узла	Наименование узла	Сортируемый материал	Наименование аспирируемого оборудования	Объем аспирации, м <sup>3</sup> /с		
				расчетный	замеренный	погрешность, %
1	2	3	4	5	6	7
1	ССГОК, КДФ, перегрузка с конвейера через грохот СМ – 653Б на конвейеры	вскрышная порода	грохот	1,49	1,58	-5,7
			конвейер №2	0,81	0,68	+19,1
			конвейер №3	0,77	0,66	+16,7
2	РУ им. Кирова, ш. Артем – II, ДСФ, перегрузка с вибропитателя через грохот 172-Гр №11 на конвейеры	железная руда	грохот	0,68	0,66	+3,0
			конвейер №2	0,90	0,85	+5,9
			конвейер №3	1,00	0,88	+13,6
3	Там же, перегрузка с ленточного питателя через грохот 172-Гр №12 на конвейеры	железная руда	грохот	0,91	0,93	-2,2
			конвейер №2	0,92	0,85	+8,2
			конвейер №3	1,16	0,97	+19,6
4	ЮГОК, КМД №1, перегрузка из бункера через грохот 173-Гр на конвейеры	железная руда	конвейер №2	1,08	0,93	+16,1
			конвейер №3	1,02	0,98	+4,1
5	ЧПО «Фосфор», перегрузка с элеватора через грохот ГИЛ-32А на конвейеры	кварцит	элеватор	0,32	0,33	-3,0
			грохот	0,82	0,75	+9,3
			конвейер №2	0,32	0,29	+10,3
			конвейер №3	0,48	0,56	-14,3
6	ЧПО «Фосфор», перегрузка с элеватора через грохот ГИЛ-42 на конвейеры	кокс	грохот	1,20	1,40	-14,3
			конвейер №2	0,63	0,54	+16,7
			конвейер №3	0,37	0,33	+12,1
7	КДФ ЗСМЗ, перегрузка с вибропитателя через грохот 173-Гр на конвейеры	известняк	грохот	2,37	2,58	-8,1
			конвейер №2	1,98	2,04	-2,9
			конвейер №3	1,30	1,25	+4,0

Условные обозначения: ССГОК – Соколовско-Сарбайский ГОК, ЮГОК – Южный ГОК, ЧПО «Фосфор» Чимкентское производственное объединение «Фосфор», ЗСМЗ – Западно-Сибирский металлургический завод, КДФ – камнедробильная фабрика, КМД – корпус мелкого дробления, ДСФ – дробильно-сортировочная фабрика.

Таблица 3.2

**Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов грохочения ненагретых материалов**

Обозначения величин	Размерность	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4	Узел 5	Узел 6	Узел 7
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Исходные величины								
$G_1$	кг/с	139	58	58	о.ж.	33,3	12,5	45,6
$G_2$	кг/с	33	23	23	33	32,5	10,6	28,9
$G_3$	кг/с	106	35	35	14	0,8	1,9	16,7
$\rho_m$	кг/м <sup>3</sup>	1930	2600	2600	3500	2800	1700	2700
$\rho_{mh}$	кг/м <sup>3</sup>	1350	1820	1820	2450	1600	900	1500
$S_{ж1}$	м <sup>2</sup>	0,45	0,46	0,4	о.ж.	0,28	0,22	о.ж.
$S_{ж2}$	м <sup>2</sup>	0,53	1,71	1,71	0,73	0,16	0,25	2,9
$S_{ж3}$	м <sup>2</sup>	1,03	2,16	2,16	0,52	0,20	0,20	2,3
$l_{li}$	м	2,8; 2,2; 0; 0,5	0,9	1,7	о.ж.	1,6; 0,6	1,3; 0,6; 1,2	о.ж.
$\Theta_{li}$	град	90; 45; 90; 60	90	90	о.ж.	90; 40	90; 45; 90	о.ж.

Продолжение табл. 3.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{2i}$	м	1,9; 0; 1,1	0,4; 2,4	0,4; 2,4	2,05	0,2; 0,3	2,4; 1,1; 0,5	2,6
$\Theta_{2i}$	град	55; 90; 50	90;45	90; 45	90	90; 40	90; 45; 90	90
$l_{3i}$	м	2,5	2,4	2,4	2,1; 2,0; 0,74	1,7; 1,8	1,9; 0,9; 0,6	2,9
$\Theta_{3i}$	град	90	90	90	90; 65; 90	90; 60	90; 50; 90	90
$d_1$	мм	32	44	44	о.ж.	25	14	4,2
$d_2$	мм	58	51	51	42	27	18	6,3
$d_3$	мм	21	6,7	6,7	10	2,5	3,0	1,0
$F_{\text{нп}}$	м <sup>2</sup>	0,60	0,64	о.у.	о.п.	0,55	0,30	0,16
$F_{\text{нг}}$	м <sup>2</sup>	0,68	0,71	1,06	0,67	0,70	0,86	0,24
$F_{\text{нк2}}$	м <sup>2</sup>	0,17	0,10	0,10	0,22	0,09	0,07	0,56
$F_{\text{нк3}}$	м <sup>2</sup>	0,108	0,10	0,10	0,23	0,09	0,07	0,46
$P_1$	Па	1,5	1,0	о.у.	о.п.	2,0	3,2	43,4
$P_{\Gamma}$	Па	4,4	5,3	3,6	2,7	2,5	4,2	43,4
$P_2$	Па	6,0	11,0	10,3	7,3	4,2	7,0	17,5
$P_3$	Па	6,5	9,6	10,5	6,0	7,3	6,0	14,5
$a$	м	1,75	1,5	1,5	1,75	1,25	1,5	1,75
$b$	м	3,5	3,0	3,0	3,5	3,0	3,75	3,50
$f_y$	м <sup>2</sup>	11,2	8,0	8,0	8,8	7,0	7,4	8,5
$v_{\text{лп}}$	м/с	1,0	1,0	1,0		1,1	0,75	
$R_{\text{лп}}$	м			0,225				
$\alpha$	град	25	30	30	30	15	15	28
$c_{\Gamma}$	г/м <sup>3</sup>	0,494	0,044	0,347		0,802	1,200	0,925
$c_2$	г/м <sup>3</sup>	0,081	0,233	0,266	0,620	2,870	4,140	1,240
$c_3$	г/м <sup>3</sup>	0,048	0,186	0,146	0,150	5,600	1,450	0,350
Расчетные величины								
$v_{1к}$	м/с	6,53	4,15	5,77		3,30	5,63	о.ж.
$n_1$	б.р.	0,80	0,77			0,85	0,51	о.ж.
$v_{2к}$	м/с	4,0	4,53	4,53	6,35	1,6	5,03	7,14
$n_2$	б.р.	0,64				0,625	0,78	
$v_{3к}$	м/с	7,0	6,86	6,86	8,05	6,42	5,4	7,54
$n_3$	б/р	0,72	0,85	0,85	0,88	0,69	0,77	0,75
$(\beta \cdot 10^3)_1$	б/р	27,2	13,2	85		25,7	7,86	
$\Psi_1^*$	б/р	1,34	1,55	1,23		1,6	1,26	
$\Sigma \zeta_1$	б/р	3,85	5,2			2,5	3,78	
$Bu_1$	б/р	4,34	0,339			2,11	0,69	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N_1$	б/р	0,0447	0,099			0,0306	0,058	
$\varphi_1$	б/р	0,439	0,349			0,36	0,29	
$Q_{ж1}$	м <sup>3</sup> /с	1,289	0,666	0,757		0,334	0,354	
$(\beta \cdot 10^3)_2$	б/р	10	47,4	47,4	35,3	91,9	5,57	10
$\psi_2^*$	б/р	1,60	1,41	1,41	1,40	0,95	1,42	0,73
$\Sigma \zeta_2$	б/р	4,62	2,5	2,5	20,0	2,5	2,5	2,4
$Bu_2$	б/р	0,263				1,58	0,606	
$N_2$	б/р	0,036				0,443	0,074	
$\varphi_2$	б/р	0,22				0,66	0,327	
$Q_{ж2}$	м <sup>3</sup> /с	0,464	0,62	0,653	0,631	0,269	0,412	
$(\beta \cdot 10^3)_3$	б/р	8,86	0,98	0,98	1,91	0,48	1,17	0,41
$\psi_3^*$	б/р	1,40	1,40	1,38	1,40	1,09	0,94	0,57
$\Sigma \zeta_3$	б/р	39,4	125	125	16,9	2,5	2,5	240
$Bu_3$	б/р	0,022	0,0108	0,0108	0,0785	0,398	0,0198	0,004
$N_3$	б/р	0,00181	0,0012	0,002	0,00456	0,078	0,0412	-0,00094
$\varphi_3$	б/р	0,075	0,05	0,06		0,21	0,208	-0,01
$Q_{ж3}$	м <sup>3</sup> /с	0,54	0,74	0,889	0,442	0,275	0,225	-0,173
$Q_{нр}$	м <sup>3</sup> /с	1,197	1,371	1,688	1,053	0,929	1,479	2,210
$Q_{нк2}$	м <sup>3</sup> /с	0,349	0,278	0,269	0,453	0,155	0,220	1,97
$Q_{нк3}$	м <sup>3</sup> /с	0,230	0,260	0,272	0,576	0,204	0,144	1,47
$S_{н3}$	м <sup>2</sup>	4,5	3,38	3,38				4,38
$h$	м	1,2	0,65	0,65				1,25
$u_{cx}$	м/с		0,36	0,36	0,32			0,125
$(S_c^*)_2$	м <sup>2</sup>		0,035	0,035	0,042			0,15
$(S_c)_2$	м <sup>2</sup>		0,0875	0,0875	0,084			0,30
$(v^*)_2$	б/р		1,372	1,372	0,90			1,13
$(\varphi_c)_2$	б/р		0,5	0,5	0,46			0,5
$(Q_c)_2$	м <sup>3</sup> /с		0,198	0,198	0,245			1,07
$(R_0)_2$	кг/м <sup>7</sup>		32,3	32,3	28,7			23,04
$(Q_0)_2$	м <sup>3</sup> /с		0,42	0,455	0,386			-1,06
$(S_c^*)_1$	м <sup>2</sup>			0,0319				
$h_1$	м			0,089				
$(S_c)_1$	м <sup>2</sup>			0,091				
$(v^*)_1$	б/р			1,52				

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$(\varphi_c)_1$	б/р			0,51				
$(Q_c)_1$	м <sup>3</sup> /с			0,268				
$(R_0)_1$	кг/м <sup>7</sup>			15,08				
$(Q_0)_1$	м <sup>3</sup> /с			0,489				
$P_r$	Па				3,0			

Примечания. 1. В таблице приняты следующие обозначения: о.у. – отсутствует укрытие; о.ж. – загрузочный желоб узла №4 находится «под завалом»; о.п. – питателем для узла №4 служит желоб;  $C_r$  – концентрация пыли в воздухе, отсасываемом от укрытия грохота;  $C_2, C_3$  – концентрация пыли в воздухе местного отсоса конвейера №2 и №3 соответственно.

2. Высокое сопротивление желобов 2 и 3 для первых четырех узлов объясняется тем, что в конце желоба имеется днище с отверстием для прохода материала, сечение которого намного меньше расчетных сечений  $S_{ж2}$  и  $S_{ж3}$ .

3. Грохот узла 7 имеет общее укрытие с вибропитателем.

Таблица 4.1

Расчетные и измеренные объемы аспирации промышленных узлов сухой магнитной сепарации железной руды

№ узла	Наименование узла	Наименование аспирируемого оборудования	Объем аспирации, м <sup>3</sup> /с			Запыленность воздуха, г/м <sup>3</sup>
			расчетный	замеренный	погрешность, %	
1	Богословское РУ, ДОФ ш. Северо-Песчанская. Перегрузка с вибропитателя через сепаратор 189-СЭ(№4) на конвейеры	сепаратор конвейер №2 конвейер №3	0,64	0,61	+5,9	0,20 0,18 0,08
			1,24	1,33	-6,8	
			0,73	0,67	+8,9	
2	ССГОК, ДОФ, КСМС, перегрузка с вибропитателя через сепаратор 168-СЭ на конвейеры	сепаратор конвейер №2 конвейер №3	0,083	0,075	+10,7	0,01 3,80 0,33
			0,99	0,87	+13,8	
			0,44	0,48	-8,3	
3	ССГОК, ДОФ, КСМС, перегрузка с магнитного питателя через сепаратор 189-СЭ на конвейеры	сепаратор конвейер №2 конвейер №3	0,08	0,07	+14,3	0,02 10,1 2,26
			1,20	1,08	+11,1	
			0,63	0,57	+10,5	
4	ССГОК, ДОФ, КСМС, перегрузка с ленточного питателя через сепаратор 189-С7 на конвейеры	питатель конвейер №2 конвейер №3	0,69	0,78	-11,5	0,06 23,6 2,60
			1,06	0,94	+12,8	
			0,70	0,65	+7,6	

Условные обозначения: ССГОК – Соколовско-Сарбайский ГОК; ДОФ – дробильно-обогащительная фабрика; РУ – рудоуправление; КСМС – корпус сухой магнитной сепарации.

Таблица 4.2

**Исходные данные и расчетные величины  
промышленных узлов сухой магнитной сепарации**

Обозначения величин	Размерность	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4
1	2	3	4	5	6
Исходные данные					
$G_1$	кг/с	41,5	36,7	63,5	73
$\rho_1$	кг/м <sup>3</sup>	4400	3600	3600	3600
$\rho_{1н}$	кг/м <sup>3</sup>	2700	2210	2210	2210

1	2	3	4	5	6
$G_2$	кг/с	22,4	18,9/9,4	54,2	55
$\rho_2$	кг/м <sup>3</sup>	4800	3800	3800	3800
$\rho_{2н}$	кг/м <sup>3</sup>	3200	2300	2300	2300
$G_3$	кг/с	19,1	7,4	4,65/4,65	18
$\rho_3$	кг/м <sup>3</sup>	3800	3200	3200	3200
$\rho_{3н}$	кг/м <sup>3</sup>	2300	1850	1850	1850
$S_{ж1}$	м <sup>2</sup>	0,89	о.ж.	0,67	о.ж.
$S_{ж2}$	м <sup>2</sup>	0,22	0,144/0,114	0,24	0,36
$S_{ж3}$	м <sup>2</sup>	0,17	0,15	0,13/0,20	0,27
$l_{1i}$	м	4,86	о.ж.	0,8	о.ж.
$\Theta_{1i}$	град	90	о.ж.	90	о.ж.
$l_{2i}$	м	3,36; 1,13	1,5; 1/2,79	1,5; 2,8	2,0; 1,85
$\Theta_{2i}$	град	90; 45	50; 90/50	90; 90	90; 75
$l_{3i}$	м	0,8; 2,34; 0,32	0,77; 2,23; 0,44	1,34; 1,34 5,0/3,0	2,0; 3,68
$\Theta_{3i}$	град	90; 55; 90	90; 50; 90	90/90 42,5/90	90; 42,5
$d_1$	мм	12	10	10	10,2
$d_2$	мм	10	8,8	8,8	9
$d_3$	мм	14	13	13	13
$F_{нп}$	м <sup>2</sup>	о.у.	0,44	о.у.	0,71
$F_{нс}$	м <sup>2</sup>	0,1	0,04	0,10	0,15
$F_{нб}$	м <sup>2</sup>	0,17	0,3	0,2	0,3
$F_{нк2}$	м <sup>2</sup>	0,09	0,13	0,14	0,10
$F_{нк3}$	м <sup>2</sup>	0,06	0,10	0,12	0,158
$P_1$	Па	о.у.	2,7	о.у.	3,8
$P_c$	Па	4,9	2,7	2,3	3,8
$P_2$	Па	25,0	7,0	10,5	12,0
$P_3$	Па	16,0	2,0	2,8	10,0
$v_n$	м/с	0,2		0,5	0,1
$F_c$	м <sup>2</sup>	0,732	0,732	0,732	0,732
$n_{нб}$	об/с	0,817	0,417	0,817	0,817
$D_б$	м	0,6	0,9	0,6	0,6
Расчетные величины					
$v_{1к}$	м/с	9,76		3,96	
$S_{1с}^*$	м <sup>2</sup>	0,077		0,0575	
$S_c$	м <sup>2</sup>	0,154		0,108	
$(\beta \cdot 10^3)_1$	б/р	12,55		82,49	

1	2	3	4	5	6
$\psi_1^*$	б.р.	1,058		0,35	
$\Sigma\zeta_1$	б.р.	17,0		2,4	
$v_1^*$	б.р.	2,02		0,866	
$\varphi_c$	б.р.	0,56		0,45	
$Q_{c1}$	м <sup>3</sup> /с	0,842		0,192	
$R_{01}$	кг/м <sup>7</sup>	11,89		4,56	
$Q_{01}$	м <sup>3</sup> /с	0,642		0,710	
$Q_{ж1}$	м <sup>3</sup> /с	1,484	0,607	0,902	1,162
$R_c$	кг/м <sup>7</sup>	1,612	1,612	1,612	1,612
$P_{\bar{o}}$	Па	6,6	3,24	3,75	4,64
$Q_c$	м <sup>3</sup> /с	1,027	0,579	0,049	
$Q_{nc}$	м <sup>3</sup> /с	0,186	0,055	0,127	0,245
$R_{\bar{o}}$	кг/м <sup>7</sup>	49,83	16	36	16
$Q_{н\bar{o}}$	м <sup>3</sup> /с	0,365	0,450	0,323	0,539
$v_{2к}$	м/с	7,0	5,9/7,1	10	9,06
$n_2$	б/р	0,9	0,68/0,725	0,68	0,79
$a_{2Г}$	м/с <sup>2</sup>	3,46	9,8/4,36	9,8	8,2
$(\beta \cdot 10^3)_2$	б/р	3,19	6,97/3,54	7,07	5,23
$\psi_2^*$	б/р	1,305	1,05/1,23	1,04	1,39
$\Sigma\zeta_2$	б/р	2,5	2,5/2,5	8,64	20
$Bu_2$	б/р	3,5	1,49/2,95	1,25	0,525
$N_2$	б/р	0,261	0,072/0,050	0,013	0,00743
$Q_{ж2}$	м <sup>3</sup> /с	0,864	0,345/0,360	0,819	0,771
$Q_{нк2}$	м <sup>3</sup> /с	0,378	0,289	0,381	0,291
$v_{3к}$	м/с	6,7	6,47	7,12/10,2	6,98
$n_3$	б/р	0,86	0,73	0,63/0,66	0,73
$a_{3Г}$	м/с <sup>2</sup>	5,22	4,36	3,07/3,8	3,07
$(\beta \cdot 10^3)_3$	б/р	4,75	2,75	1,93/0,858	3,45
$\psi_3^*$	б/р	1,36	1,58	1,49/1,58	1,56
$\Sigma\zeta_3$	б/р	2,5	2,5	7,5/15,0	15,5
$Bu_3$	б/р	2,3	1,67	0,356/0,092	0,55
$N_3$	б/р	0,146	-0,02	-0,0025/ -0,00102	0,0118
$Q_{ж3}$	м <sup>3</sup> /с	0,529	0,323	0,202/0,249	0,490
$Q_{нк3}$	м <sup>3</sup> /с	0,201	0,119	0,168	0,212

*Примечание.* В таблице приняты следующие обозначения: о.ж. – отсутствует желоб; о.у. – отсутствует укрытие. Нижними индексами 1,2 и 3 обозначены параметры для желоба №1, №2 и №3 (желоб №1 – загрузочный; желоб №2 – загрузочный желоб для концентрата; желоб №3 (их может быть два) – желоб для хвостов,  $N_i$  – число Эйлера для  $i$ -го желоба.



Таблица 5.1

**Расчетные и измеренные объемы аспирации  
промышленных каскадов пылящего оборудования**

№ узла	Наименование узла	Перерабатываемый материал	Наименование аспирируемого оборудования	Объемы аспирации, м <sup>3</sup> /с			Запыленность воздуха, г/м <sup>3</sup>
				расчетный	замеренный	погрешность, %	
1	КМЗ, перегрузка с конвейера через колосниковый грохот и конусную дробилку КСД-1200 на конвейер	полиметаллическая руда	питатель дробилка конвейер	0,27	0,25	+8,0	0,31
				0,39	0,37	+5,4	0,30
				1,24	1,15	+7,8	4,48
2	КМЗ, перегрузка с конвейера через гирационный грохот ГГТ-32 и конусную дробилку КМД - 1200 на конвейер	полиметаллическая руда	питатель дробилка конвейер	0,64	0,63	+1,5	0,40
				0,50	0,46	+8,7	0,80
				0,92	0,82	+12,2	5,98
3	ЦОФ РУ им. Ильича, перегрузка с пластинчатого питателя через колосниковый грохот и щековую дробилку СМ-16Б 600*900 на конвейер	железная руда	питатель конвейер	0,54	0,53	+1,9	0,43
				1,31	1,39	-5,8	2,57
4	ССГОК, ДОФ, перегрузка с ленточного питателя через инерционный грохот, конусную дробилку КСД-2200, инерционный грохот 173-Гр, конусную дробилку КМД-2200 на конвейер	железная руда	бункер КСД-2200 КМД-2000 конвейер	1,52	1,78	-14,6	19,8
				0,48	0,45	+6,7	0,02
				1,26	1,07	+17,8	4,03

Условные обозначения: КМЗ – комбинат "Майкаинзолото" (п. Майкаин); ССГОК Соколовско-Сарбайский ГОК; ДОФ – дробильно-обогащительная фабрика; РУ – рудоуправление; ЦОФ – центральная обогащительная фабрика.

Таблица 5.2

**Исходные данные и расчетные величины  
промышленных каскадов пылящего оборудования**

Обозначения величин	Размерность	Узел №1	Узел №2	Узел №3	Узел №4	
					верх	низ
1	2	3	4	5	6	7
Исходные данные						
$G_1$	кг/с	22,3	22,5	21,1	75,0	75,0
$G_2$	кг/с	16,7	14,5	13,7	57,0	41,7
$G_3$	кг/с	5,6	8,0	7,4	18,0	33,3
$G_4$	кг/с	о.ж.	о.ж.	13,7		75,0
$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	4000	4000	3000	3600	3600
$\rho_n$	кг/м <sup>3</sup>	3000	3000		3000	2500
$S_{ж1}$	м <sup>2</sup>	о.ж.	о.ж.	о.ж.	2,74	0,4
$S_{ж2}$	м <sup>2</sup>	0,41	0,60	о.ж.	0,28	0,16
$S_{ж3}$	м <sup>2</sup>	0,19	0,13	0,4	0,48	0,3
$S_{ж4}$	м <sup>2</sup>	о.ж.	о.ж.	1,51		1,02
$l_{li}$	м	о.ж.	о.ж.	о.ж.	1,6	$\frac{6,7;1,15}{3}$ 0,6;1

1	2	3	4	5	6	7
$\Theta_{1i}$	град	о.ж.	о.ж.	о.ж.	90	$\frac{90;45}{90}$ 45;90
$l_{2i}$	м	0,6; 1,6; 1,5	1,6	о.ж.	1,6; 3,0; 1,0	0,4; 1,4; 1,2
$\Theta_{2i}$	град	90; 45; 65	60	о.ж.	90; 40; 90	90; 45; 90
$l_{3i}$	м	1,3; 4,1	2,3; 3,5	1,56; 1,1; 2,0	6,7	5,3; 3,3
$\Theta_{3i}$	град	90; 65	90; 50	90; 45; 90	90	90; 35
$l_{4i}$	м	о.ж.	о.ж.	3,3		$\frac{2,7;0,6}{5,2;3,8}$ 0,5
$\Theta_{4i}$	град	о.ж.	о.ж.	50		$\frac{90;45}{90;35}$ 90
$d_1$	мм				39	16
$d_2$	мм	98	28		53	26
$d_3$	мм	12	6,7	39	5	5,5
$d_4$	мм			80	19	9,7
$F_{нп}$	м <sup>2</sup>	1,0	1,20	0,19	0,6	
$F_{нз}$	м <sup>2</sup>				0,13	0,26
$F_{нд}$	м <sup>2</sup>	0,28	0,29	0,73	0,02	0,26
$F_{нб}$	м <sup>2</sup>			0,1	0,1	0,15
$F_{нк}$	м <sup>2</sup>	0,14	0,12	0,23		0,1
$P_n$	Па	1,4	1,8	2		
$P_\Gamma$	Па	1,4	1,8	2	4,0	2,4
$P_\partial$	Па	2,0	3,0	2	5,0	2,2
$P_\delta$	Па	6,3	8,0		12,6	
$P_\kappa$	Па	6,3	8,0	7,5		9,2
$v_{лп}$	м/с	1,0			0,085	
$R_{лп}$	м	0,3			0,5	
$a_\Gamma$	м	0,8	1,25	1,5	1,5	1,75
$b_\Gamma$	м	1,6	3,0	2,0	3,0	3,5
$f_{уг}$	м <sup>2</sup>		5,25			
$\alpha_\Gamma$	град	45	35	45	40	20
$b_0$	м	0,03	0,012	0,1	0,03	0,01
Расчетные величины						
$S_{c1}^*$	м <sup>2</sup>	0,0074	0,0186		0,294	
$h$	м				0,54	
$S_{c1}$	м <sup>2</sup>	0,022	0,056		0,441	
$v_{к1}$	м/с	5,94	4,4		5,6	6,54

1	2	3	4	5	6	7
$n_1$	б/р					0,74
$(\beta \cdot 10^3)_1$	б/р	63,9	29,4		16,87	9,15
$\psi_1^*$	б/р	1,55	1,27		1,49	1,28
$\Sigma \zeta_1$	б/р	41,0	25,6		1,5	2,5
$v_1^*$	б/р	0,98	0,8		0,39	
$Bu_1$	б/р					1,67
$N_1$	б/р					-0,134
$\varphi_{c1}$	б/р	0,47	0,44		0,35	
$Q_{c1}$	м <sup>3</sup> /с	0,061	0,108		0,864	
$R_{01}$	кг/м <sup>7</sup>	163,4	51,9		0,17	
$P_n$	Па				7,34	
$P_r$	Па				7,38	3,99
$Q_{01}$	м <sup>3</sup> /с	0,06	0,152		0,485	
$Q_{ж1}$	м <sup>3</sup> /с	0,12	0,26		1,349	0,584
$R_{нп}$	кг/м <sup>7</sup>				4,0	
$R_{нр}$	кг/м <sup>7</sup>				51,1	21,3
$Q_{ин}$	м <sup>3</sup> /с	0,993	1,351		1,355	
$Q_{нр}$	м <sup>3</sup> /с				0,380	0,433
$v_{к2}$	м/с				5,04	5,5
$n_2$	б/р				0,48	0,47
$(\beta \cdot 10^3)_2$	б/р				15,16	17,9
$\psi_2^*$	б/р				1,58	1,34
$\Sigma \zeta_2$	б/р				2,5	2,5
$Bu_2$	б/р				0,52	1,26
$N_2$	б/р				0,0558	-0,0394
$P_\delta$	Па				9,51	
$Q_{ж2}$	м <sup>3</sup> /с	0,12	0,26		0,463	0,273
$Q_{н\delta}$	м <sup>3</sup> /с	0,608	0,421	1,092	0,068	0,322
$P_\delta$	Па			7,45		2,51
$f_\delta$	м <sup>2</sup>	0,15	0,074	0,045	0,276	0,19
$R_\delta$	кг/м <sup>7</sup>	37,33	153,3	414,8	10,99	23,3
$Q_\delta$	м <sup>3</sup> /с	0,34	0,181	0,114	0,531	0,115
$v_{к3}$	м/с	8,76	7,55	7,1	10,1	6,69
$n_3$	б/р	0,52	0,68	0,48	0,93	0,87
$(\beta \cdot 10^3)_3$	б/р	1,107	2,43	1,17	1,06	4,92

1	2	3	4	5	6	7
$\psi_3^*$	б/р	1,51	1,18	1,71	1,24	0,87
$\Sigma \zeta_3$	б/р	2,5	2,5	10,0	5,0	10,0
$Bu_3$	б/р	0,73	2,83	0,0294	1,5	3,06
$N_3$	б/р	0,0686	0,0725	0,0182	0,0171	-0,0055
$Q_{ж3}$	м <sup>3</sup> /с	0,60	0,451	0,438	1,272	0,744
$Q_{нб}$	м <sup>3</sup> /с			0,227	0,300	0,198
$v_{к4}$	м/с			5,33		5,35
$n_4$	б/р					0,81
$(\beta \cdot 10^3)_4$	б/р			19,04		4,22
$\psi_4^*$	б/р			1,63		1,23
$\Sigma \zeta_4$	б/р			6,0		18,0
$Bu_4$	б/р					0,118
$N_4$	б/р					0,0216
$Q_{ж4}$	м <sup>3</sup> /с	0,94	0,632	0,783		1,007
$Q_{нк}$	м <sup>3</sup> /с	0,295	0,285	0,529		0,254
$v_4^*$	б/р			0,47		
$\varphi_{с4}$	б/р			0,37		
$Q_{с4}$	м <sup>3</sup> /с			0,177		
$R_{04}$	кг/м <sup>7</sup>			1,784		
$Q_{04}$	м <sup>3</sup> /с			0,168		

*Примечания:* 1. Узлы 1 и 2 имеют общее укрытие питателя и грохота. Расчетные величины желоба, по которому осуществляется загрузка надгрохотного материала в конусные дробилки, помечены для этих узлов нижним индексом 1. Поэтому  $Q_{ж1}$  и  $Q_{ж2}$  тождественно равны, общее количество воздуха, поступающего через неплотности питателя и грохота, указано в строчке для  $Q_{ин}$ . Подрешетный продукт поступает в укрытие нижнего конвейера по отдельному желобу. Дробленый материал непосредственно разгружается (без желоба) на этот конвейер. Общий расход воздуха, поступающего по желобу подрешетного продукта ( $Q_{ж3}$ ) и через дробилку ( $Q_0$ ), указан в строчке для  $Q_{ж4}$ .

2. Узел 3 имеет общее емкое укрытие питателя, грохота и верхней части щековой дробилки. Объем воздуха, просасываемого через неплотности этого укрытия, указан в строчке для  $Q_{но}$ . Дробленый материал, как и подгрохотный продукт, поступает в укрытие нижнего конвейера по отдельным желобам, расчетные величины этих желобов обозначены соответственно нижними индексами 4 и 3. Общий объем воздуха, поступающего по желобам в укрытие, указан в строчке для  $Q_{ж4}$ .

3. Схема узла 4 представлена на рис. 5.13. Верхняя его часть включает питатель, колосниковый грохот и дробилку КСД-2200, нижняя – грохот 183 Гр., дробилку КМД-2200 и нижний, принимающий, конвейер.

4.  $N_i$  – число Эйлера для  $i$ -го желоба. Номера желобов приняты по аналогии с аэродинамической схемой узла 4 (рис.5.13).

Таблица 6.1

### Расчетные и измеренные объемы аспирации молотковых дробилок

№ узла	Наименование узла	Перерабатываемый материал	Наименование аспирируемого оборудования	Объемы аспирации, м <sup>3</sup> /с			Запыленность воздуха, г/м <sup>3</sup>
				Расчетный	Замеренный	Погрешность, %	
1	НКГОК, АФ, перегрузка с вибропитателя через реверсивную молотковую дробилку ДМРИЭ 1450*1300 на ленточный конвейер	известняк	питатель	2,85	2,68	+6,3	7,25
2	НКГОК, АФ, перегрузка с барабанного питателя через реверсивную молотковую дробилку ДМРИЭ 1450*1300 на ленточный конвейер	известняк	питатель	2,38	2,53	-5,9	4,20
3	НКГОК, АФ, перегрузка с барабанного питателя через реверсивную молотковую дробилку ДМРИЭ 1450*1300 на ленточный конвейер	известняк	питатель	2,81	2,61	+7,7	34,6
4	ЦГОК, ФОК, перегрузка с ленточного питателя через нереверсивную молотковую дробилку М 13-16 на ленточный конвейер.	известняк	питатель конвейер	1,28 1,88	1,25 1,94	+2,4 -3,1	7,31 30,1

Условные обозначения: НКГОК – Ново-Криворожский ГОК; ЦГОК – Центральный ГОК; АФ – агломерационная фабрика; ФОК – фабрика окомкования.

Таблица 6.2

### Исходные данные и расчетные величины промышленных узлов измельчения в молотковых дробилках

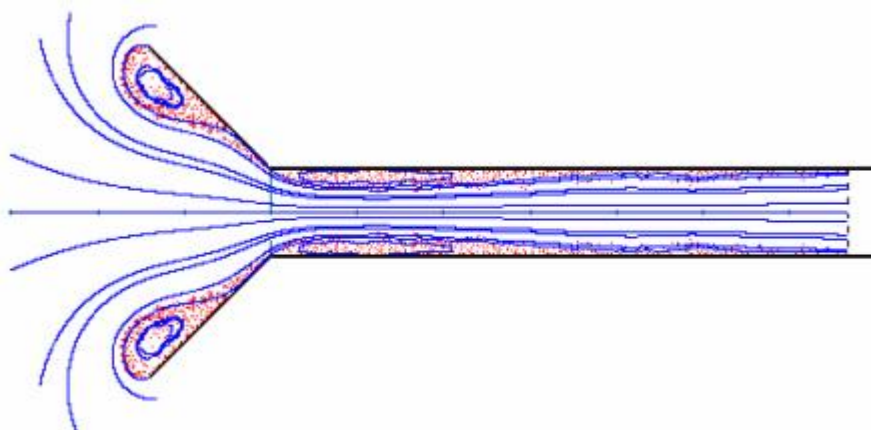
Обозначения величин	Размерность	Узел №1	Узел №2	Узел №3	Узел №4
1	2	3	4	5	6
Исходные данные					
$S_{ж1}$	м <sup>2</sup>	0,39	0,35	0,39	0,9
$S_{ж2}$	м <sup>2</sup>	0,41	0,41	0,41	0,84
$S_{жпр}$	м <sup>2</sup>	-	-	-	0,3
$F_{нп}$	м <sup>2</sup>	0,57	0,36	0,33	0,32
$F_{нк}$	м <sup>2</sup>	0,17	0,27	0,20	0,54
$P_n$	Па	12,5	12,8	30,5	22,8
$P_k$	Па	-	-	-	17,3
$n$	об/с	12,25	12,25	12,25	12,3
$\sigma_p$	б/р	0,1	0,1	0,1	0,1
$D_m$	м	1,45	1,45	1,45	1,3

1	2	3	4	5	6
$m_p$	-	10	10	10	6
$m_D$	-	11	11	11	20
$l_m$	м	0,075	0,075	0,075	0,055
$l_p$	м	1,3	1,3	1,3	1,6
$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	1,2	1,2	1,2	1,2
Расчетные величины					
$\varphi_{\partial p}$	б/р	0,056	0,056	0,056	0,056
$c_{\partial p}$	б/р	0,0032	0,0032	0,0032	0,0032
$c_p$	б/р	0,355	0,355	0,355	0,231
$c_Q$	б/р	0,0203	0,0203	0,0203	0,013
$a$	б/р	200	200	200	200
$\bar{P}_{\max}$	б/р	0,0533	0,0533	0,0533	0,029
$P_{\max}$	Па	199,2	199,2	199,2	87,8
$\zeta_{ж1}$	б/р	2,5	2,5	2,5	1,5
$\zeta_{ж2}$	б/р	2,5	1,5	1,5	1,5
$\Sigma\zeta$	б/р	17,4	7,63	13,0	2,8
$R_{ж}$	кг/м <sup>7</sup>	68,6	37,37	51,3	2,38
$\xi$	кг/м <sup>7</sup>	88,0	88,0	88,0	136,2
$Q_{ж}$	м <sup>3</sup> /с	1,16	1,30	1,28	0,77
$Q_{ни}$	м <sup>3</sup> /с	1,69	1,08	1,53	1,28
$Q_{нк}$	м <sup>3</sup> /с	-	-	-	1,88
$\zeta_{пер}$	б/р	-	-	-	2,5
$R_{пер}$	кг/м <sup>7</sup>	-	-	-	9,375
$Q_{пер}$	м <sup>3</sup> /с	-	-	-	0,77

Примечания: Узел 4 оборудован двумя местными отсосами: верхним – от укрытия питателя и нижним – от укрытия нижнего конвейера. Полости укрытий соединены желобом для просыпи материала сечением  $S_{жпер} = 0,4\text{м}^2$ , имеющим к.м.с.  $\zeta_{пер} = 2,5$ . При определении объемов аспирации учтено количество воздуха, перетекаемого по этому желобу за счет большого разрежения в верхнем укрытии  $Q_{пер} = 0,77\text{м}^3/\text{с}$ .

## Часть 2

# АЭРОДИНАМИКА ПЫЛЕВОЗДУШНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВБЛИЗИ ВСАСЫВАЮЩИХ ОТВЕРСТИЙ



## Основные условные обозначения

МКО – метод конформных отображений

МНП – метод наложения потоков

Метод ГИУ – метод граничных интегральных уравнений

МДВ – метод дискретных вихрей

ДСК – декартова система координат

ГДСК – глобальная декартова система координат

ЛДСК – локальная декартова система координат

ЛКСК – локальная косоугольная система координат

$v_n(x)$  – скорость воздуха в направлении вектора  $\mathbf{n}$  в точке  $x$

$v_x, v_y, v_z$  – составляющие скорости

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости

$\mu$  – коэффициент динамической вязкости

$\mathbf{a} \{a_1, a_2, a_3\}$  – вектор  $\mathbf{a}$  с координатами  $a_1, a_2, a_3$

$M(x, y, z)$  – точка  $M$  с координатами  $x, y, z$

$\mathbf{\omega}$  – вектор завихренности

$\rho$  – плотность среды

$g$  – ускорение свободного падения

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – орты ГДСК

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  – скалярное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$

$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  – векторное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$

$Q$  – объемный расход воздуха

$\mathbf{r}(x)$  – радиус-вектор точки  $x$

$\mathbf{e}_1 \{e_{11}, e_{12}, e_{13}\}; \mathbf{e}_2 \{e_{21}, e_{22}, e_{23}\}; \mathbf{e}_3 \{e_{31}, e_{32}, e_{33}\}$  – орты локальной системы

координат

$J$  – якобиан отображения

$c^{pk} (c_1^{pk}, c_2^{pk}, c_3^{pk})$  – координаты центра тяжести  $p$ -го треугольника в системе координат  $k$ -го треугольника

$\mathbf{n}^p$  – единичный вектор внешней нормали к  $p$ -му граничному элементу

$\mathbf{n}^{pk}$  – единичный вектор внешней нормали к  $p$ -му граничному элементу в системе координат  $k$ -го граничного элемента

$\varphi$  – потенциал течения

$q(\xi)$  – интенсивность источника (стока) в точке  $\xi$

$q^p$  – интенсивность источников (стоков) на  $p$ -м граничном элементе

$\Gamma^k$  – циркуляции  $k$ -го вихря



## ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных причин профессиональных заболеваний рабочих являются выбросы пыли, вредных веществ, теплоты и водяного пара, которые сопровождают технологические процессы в металлургической, горнодобывающей, химической промышленности, в производстве строительных материалов и других отраслях. Уровень содержания вредных примесей в атмосфере производственных помещений, как правило, на порядок выше, чем в атмосфере территорий, прилегающих к ним. При этом негативному воздействию на рабочих местах подвергается огромное количество людей, составляющих активную трудоспособную часть населения.

Сохранение здоровья рабочих важно не только с социальной, но и с экономической стороны. Лечение профессиональных заболеваний рабочих обходится государству значительно дороже, чем внедрение вентиляционных систем. Кроме того, проникая в движущие части оборудования, пыль способствует его преждевременному износу и, как следствие, ухудшению эксплуатационных показателей и качества выпускаемой продукции.

Наиболее надежным способом борьбы с выбросами вредных примесей является применение местной вытяжной вентиляции. Несмотря на непрерывный рост затрат на изготовление, монтаж и эксплуатацию систем местной вентиляции, эффективность их часто остается неудовлетворительной. Правильный выбор параметров местных отсосов предполагает снижение запыленности в рабочей зоне ниже допустимой концентрации при минимальных объемах удаляемого воздуха, что напрямую связано с энергопотреблением системы вытяжной вентиляции. Последний факт в эпоху энергетического кризиса приобретает особое значение. Поэтому увеличение дальности всасывающих факелов местных отсосов является важной научно-технической проблемой, решение которой даст значительный экономический и социальный эффект: локализация выбросов загрязняющих веществ будет осуществляться при минимальных энергозатратах.

Правильный выбор конструкции местного отсоса и места его размещения зависит не только от технологии производства, но и методов расчета пылегазовых потоков вблизи всасывающих отверстий. Можно выделить три этапа в развитии этих методов расчета.

1. Построение эмпирических зависимостей и спектров всасывания.
2. Вывод аналитических формул для несложных границ подтекания воздуха к отсосу.
3. Численное моделирование течений у местных отсосов.

Первый этап связан с исследованиями В.В.Батурина, А.Ф.Бромлея, А.С.Прузнера, Della Valle, Engels, Koop, Willert и др. [1-11].

Della Valle для расчета прямоугольных и круглых сечений всасывающего патрубка предложил эмпирическую зависимость

$$Q = (10x^2 + A)v_x,$$

где  $Q$  – объемный расход;  $A$  – площадь всасывающего отверстия;  $v_x$  – осевая скорость воздуха в точке, удаленной от всасывающего отверстия на расстояние  $x$ .

Для таких же отверстий с фланцем

$$Q = 0,75(10x^2 + A)v_x,$$

где отношение площади отверстия к площади фланца может изменяться от 1:2 до 1:2,5.

Коор получил для круглого всасывающего патрубка зависимость

$$v_x = v_o \cdot e^{-3,2 \cdot x/d},$$

где  $d$  – диаметр всасывающего отверстия;  $v_o$  – скорость отсоса воздуха.

Для прямоугольного отверстия предложена формула

$$v_x = v_o \cdot e^{-3,2 \cdot \frac{xU}{4A}},$$

где  $U$  – периметр.

Engels и Willert получили для круглого и прямоугольного отверстия комбинированную зависимость

$$\begin{cases} \frac{v_x}{v_o} = \frac{(x/r_H)^{-1,6}}{1 + (x/r_H)^{-1,6}}, & x/r_H \leq 2, \\ \frac{v_x}{v_o} = \frac{(x/r_H)^{-1,7}}{1 + (x/r_H)^{-1,7}}, & x/r_H > 2, \end{cases}$$

где  $r_H = A/U$  – гидравлический радиус.

Для тех же патрубков с фланцем

$$\begin{cases} \frac{v_x}{v_o} = \frac{1,35(x/r_H)^{-1,45}}{1 + 1,35(x/r_H)^{-1,45}}, & x/r_H \leq 2, \\ \frac{v_x}{v_o} = \frac{2(x/r_H)^{-1,9}}{1 + 2(x/r_H)^{-1,9}}, & x/r_H > 2. \end{cases}$$

Площадь отверстия относится к площади фланца как 1:2,3.

В результате обработки экспериментальных данных инженер А.С. Прузнер [4] предложил свои эмпирические формулы. Для квадратных и круглых отверстий при  $x/r_H \leq 2$

$$\frac{v_x}{0,95 \cdot v_{cp} - v_x} = 0,8 \left( \frac{x}{r_H} \right)^{-1,4},$$

где  $v_{cp}$  – средняя скорость во всасывающем отверстии. Для прямоугольных отверстий

$$\begin{cases} \frac{v_x}{v_{cp} - v_x} = 0,8 \left( \frac{x}{r_H} \right)^{-1,4}, & x / r_H \leq 2, \\ \frac{v_x}{v_{cp} - v_x} = \left( \frac{x}{r_H} \right)^{-1,7}, & x / r_H > 2. \end{cases}$$

Для круглых отверстий

$$\frac{v_x}{v_{cp}} = \left( \frac{x}{r_H} \right)^{-2}, \quad x / r_H > 2.$$

Для квадратных отверстий

$$\frac{v_x}{v_{cp}} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{x}{r_H} \right)^{-2}, \quad x / r_H > 2.$$

Для круглого отверстия с острыми кромками посредством экспериментального снятия поля скоростей построен спектр всасывания М.Ф.Бромлеем [5]. Спектры всасывания для прямоугольных отверстий с острыми кромками различных вытяжных шкафов приведены в книге В.В.Батурина [6] и в работе [7]. Спектр всасывания, в сфере действия которого находится плоскость, изучен в статье [8].

Накопленные за рассматриваемый период экспериментальные данные были использованы по прошествии более 50 лет в работах [9-10], где аппроксимировалось экспериментальное поле скоростей, найденное М.Ф.Бромлеем. В результате математической обработки эксперимента (обрабатывались данные по 435 точкам) построена модель спектра всасывания местного отсоса камнерезной машины, в сфере его действия находится плоскость выпиливаемого камня, которая была учтена путем наложения друг на друга спектра модели и ее зеркального отображения.

Основой для обработки экспериментальных данных может служить выражение, являющееся частным решением уравнения Лапласа:

$$\Phi = e^{ax+by+cz} \text{ при } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0,$$

где  $\Phi$  – потенциал скорости, что и было использовано в [2].

Рассмотренные методы можно распространить на узкий класс простых всасывающих отверстий, исследовавшихся экспериментально. Помещение во всасывающий факел более сложных тел, чем плоскость, вызывает значительные трудности при определении искомого поля скоростей.

Среди экспериментальных методов выделяется метод электрогидродинамической аналогии (ЭГДА), который можно назвать полуаналитическим методом, позволяющим рассчитывать плоские потенциальные течения при любых границах подтекания воздуха. Этот метод был применен профессором И.Н.Логачевым для построения поля скоростей во всасывающих факелах местных отсосов от промышленных ванн [11]. На электропроводной бумаге вычерчивалась геометрически подобная модель промышленной ванны и прилегающих к ней ограждающих конструкций (стен, пола и т.д.). Определенным образом реализовывались граничные условия и определялась скорость потока  $v(x,y)$  в искомой точке модели  $(x,y)$ :

$$v(x,y) = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\varphi_{\infty}} v_{\infty},$$

где  $\Delta\varphi$  – максимальное приращение потенциала в окрестности точки с координатами  $(x,y)$ ;  $\Delta\varphi_{\infty}$  – максимальное приращение потенциала в окрестности любой точки невозмущенного потока;  $v_{\infty}$  – скорость невозмущенного потока.

С помощью ЭГДА были получены поправочные коэффициенты на установку промышленных ванн при расчете бортовых отсосов. Этим же методом найдены составляющие скорости при обтекании цилиндра.

Второй исторический этап связан с именами И.И.Коньшева, Г.Д.Лившица, И.Н.Логачева, Г.М.Позина, В.Н.Посохина, Э.В.Сазонова, В.Н.Талиева, И.А.Шепелева и других ученых, применявших для расчета местных отсосов методы конформных отображений, наложения потоков, магнитной и вихревой аналогии, обобщенный метод наложения потоков, а также непосредственное интегрирование уравнения Лапласа методом Фурье [12-51].

Наибольшие трудности при реализации метода конформных отображений (см. разделы 1, 2) возникают при нахождении отображающей функции, которая не всегда определяется (например, для многосвязных областей). Однако при удачном прохождении этого этапа несложные задачи можно решать, не используя мощные ЭВМ, а применяя калькулятор. К сожалению, МКО позволяет решать лишь плоские задачи.

Для описания плоских потенциальных течений воздуха использовался графический метод [12], основанный на методе наложения потоков, когда сложное течение представляется в виде суммы простых. Вначале строятся линии тока составляющих течений. Для этого интегрируется уравнение

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}.$$

Налагая одно семейство линий тока на другое, получим сетку, в которой стороны клеток в определенном масштабе изображают векторы скорости.

Диагональ любой клетки в том же масштабе изображает величину вектора скорости результирующего потока.

Графическим методом в [18] рассчитано поле скоростей вблизи щелевого патрубка при наличии двух взаимно перпендикулярных ограждающих поверхностей, где течение заменялось системой стоков, являющихся симметричными отображениями основного стока относительно поверхностей. Безусловно, графический метод уступает в точности МКО.

Для приближенного вычисления скоростей в рассматриваемых точках как плоских, так и пространственных течений использовался метод источников (стоков) [6; 12]. Основан он на том, что на значительном удалении от местного отсоса величина скорости изменяется согласно закономерности стока:

$$v = \frac{L}{4\pi r^2},$$

где  $L$  – расход отсасываемого воздуха;  $r$  – расстояние от центра отсоса до рассматриваемой точки.

Для плоского случая выражение для скорости примет вид

$$v = \frac{L}{2\pi r}.$$

Результаты вычислений по методу стоков могут значительно отличаться от экспериментальных данных.

Методы вихревой и магнитной аналогии [27; 52] применены для расчета всасывающих патрубков в неограниченном пространстве. Основа этих методов есть отождествление поля скоростей воздуха полю магнитной индукции полубесконечного соленоида или полубесконечной «вихревой пленки». И.И.Конышев, используя закон Био-Савара, получил формулы для расчета осевой скорости воздуха для круглого, прямоугольного, треугольного и для круглого переменного сечения полубесконечных отсасывающих патрубков. Для круглого патрубка радиуса  $r$  со скоростью отсоса  $v_o$  на удалении  $z$  от всасывающего проема получена формула

$$v = \frac{v_o}{2} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right),$$

для прямоугольного патрубка размером  $2a \times 2b$  –

$$v = \frac{2v_o}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{ab}{z\sqrt{a^2 + b^2 + z^2}},$$

а для патрубка в виде правильного треугольника со стороной  $b$  –

$$v = \frac{3v_o}{\pi} \operatorname{arctg} \left[ \sqrt{3} \frac{\sqrt{\frac{1}{3}b^2 + z^2} - z}{\sqrt{\frac{1}{3}b^2 + z^2} + 3z} \right].$$

С использованием метода наложения потоков (см. п.1.4) путем интегрирования стоков по всасывающему отверстию в работах [28-32] получены формулы для расчета осевой скорости у вытяжных отверстий, встроенных в плоскую безграничную стенку. За рубежом методом наложения потоков было рассмотрено поле скоростей у прямоугольного всасывающего отверстия [44]. Здесь не были получены такие простые формулы, как у И.А.Шепелева. Интегрирование источников проводилось суммированием 100 единичных стоков. Изучалось течение стесненными стенками (одной, двумя и тремя взаимно перпендикулярными стенками), описанное с использованием зеркального отображения и графического суммирования. Этим же методом рассмотрена задача в плоскости [45] для одного точечного стока, одного точечного источника и плоскопараллельного течения.

На основании формул В.Н.Посохина, И.А.Шепелева, М.И.Гримитлина [49] и методики [48] Э.В.Сазоновым [50; 51] были предложены новые расчетные формулы для определения вылета зонта-козырька и необходимых объемов аспирации для удаления выбивающихся газов в момент загрузки и выгрузки электрических печей.

При всей простоте метода наложения потоков довольно сложно определить, каким образом необходимо наложить элементарные потоки, чтобы получить картину интересующего нас течения, особенно когда речь идет о местных отсосах в стесненных условиях. В работе Н.Я.Фабриканта [53] изложен обобщенный метод наложения потоков, который позволяет решить указанную задачу. Принцип этого метода описан в разделах 4, 5. Отметим лишь, что он сводится к решению граничных интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода. Поэтому за рубежом этот метод получил название метода граничных интегральных уравнений, или метода граничных элементов [54-57; 59], основанного на разработках русского математика С.Г.Михлина [58]. Обобщенный метод наложения потоков есть частный случай метода ГИУ, поскольку последний охватывает более широкий класс задач, в том числе и задачи теории упругости.

Обобщенный метод наложения потоков, называемый иногда в аэродинамике методом «особенностей», применен Г.Д.Лившицем и его учениками [33-38, 128] для расчета круглого, квадратного и кольцевого полубесконечных патрубков, свободно расположенных в пространстве. Известны похожие исследования и за рубежом [46; 47]. Расчет течений со сложными границами произведен не был.

Третий исторический этап развития методов расчета местных отсосов связан с мощным развитием компьютерной техники и реализацией на ЭВМ численных

методов аэрогидромеханики и математического анализа. Здесь заметен вклад В.К.Хруща, Н.Н.Беляева, В.Г.Шапталы, Г.Л.Окуновой, В.Н.Посохина, И.Л.Гуревича, Р.Х.Ахмадеева, И.И.Коньшева и других ученых [60-78].

В работе [60] исследован щелевой отсос от осесимметричных диффузионных источников (кольцевой отсос от круглой ванны). Решалось уравнение неразрывности потенциального потока в цилиндрической системе координат  $r, z$ :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0,$$

где  $\psi$  – функция тока.

Для аппроксимации этого уравнения использовался пятиточечный шаблон, и оно решалось итерационным методом Зайделя в сочетании с методом верхней релаксации. После этого по разностным аналогам вычислялись составляющие скорости.

И.И.Коньшев предложил алгоритм расчета осесимметричных задач путем численного интегрирования уравнения Лапласа, записанного в сферической системе координат методом конечных разностей.

В [61] рассмотрено осесимметричное течение у круглого патрубка с фланцем. Поле скоростей строилось также на основании численного интегрирования уравнения Лапласа.

Плоские течения воздуха в производственном помещении при его вентиляции струями смоделированы в работах [70-71]. Здесь использовалось уравнение переноса и диффузии вихря, полученное из уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска, а также уравнение Пуассона для функции тока:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \nabla(\bar{v}\Omega) = \frac{1}{\text{Re}_t} \Delta \Omega,$$

$$\Delta \psi = -\Omega,$$

где  $\bar{v}$  – усредненное по времени безразмерное значение скорости воздуха. Вихрь скорости

$$\Omega = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}.$$

Горизонтальная и вертикальная составляющие скорости

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x},$$

где  $\psi$  – функция тока. Число Рейнольдса определялось из соотношения

$$\text{Re}_t = 5 \frac{v_1 H}{\nu l} \sqrt[3]{\frac{HD}{l^2}},$$

где  $v_1 = 1 \text{ м/с}$ ;  $H, D$  – высота и ширина помещения;  $l$  – основной масштаб турбулентности.

Для решения уравнения переноса вихря применялась явная консервативная схема Аракавы. Для решения уравнения Пуассона методом установления использовалась схема последовательной верхней релаксации.

Моделирование распределения воздушных потоков, температуры и концентрации примесей в производственном помещении произведено в [72; 75; 76] на основе уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска-Обербека, уравнений теплопереноса и конвективной диффузии примесей. На основе численного решения этих же уравнений методом релаксации исследована аспирационная система выбивного отделения литейного цеха, включающая в себя местную вытяжку и общеобменный приток воздуха [73; 74].

Разработанный В.К.Хрущом и Н.Н.Беляевым комплекс программ (КП) «Аспирация» определяет оптимальное место расположения местных отсосов и объемы аспирируемого воздуха [77; 78], которые позволяют обеспечить наибольшую концентрацию примесей в отсасываемом воздухе. КП «Аспирация» основан на базе численного интегрирования уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u \varphi}{\partial x} + \frac{\partial v \varphi}{\partial y} + \frac{\partial (w - w_s) \varphi}{\partial z} + \sigma \varphi = \\ & = \operatorname{div}(\mu \nabla \varphi) + \sum_{i=1}^N q_i(t) \delta(r - r_i(t)) - \sum_{j=1}^M \varphi Q_j(t) \delta(r - r_j), \end{aligned}$$

где  $q_i(t)$  – интенсивность точечного источника выброса загрязняющего вещества;  $r_i(x_i, y_i, z_i)$  – декартовы координаты указанного источника;  $Q_j$  – расход воздуха удаляемым местным отсосом, который в модели представлен в виде пространственного точечного стока;  $\delta(r - r_i)$ ,  $\delta(r - r_j)$  – дельта функции Дирака;  $\varphi$  – концентрация загрязнения;  $u, v, w$  – проекции скорости воздуха;  $w_s$  – скорость гравитационного оседания вредностей.

Наиболее перспективным [16, 117, 126, глава 3] на данный момент является метод дискретных вихрей [79, 112, 113], широко применяемый в аэродинамике для расчетов несущих поверхностей, турбулентных струй и следов. Приложение этого метода к задачам о течениях воздуха вблизи всасывающих отверстий позволяет не только учесть образование вихревых нестационарных зон, но и исследовать взаимодействие приточных струй и всасывающих факелов.



# 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ МЕТОДАМИ КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ И НАЛОЖЕНИЯ ПОТОКОВ

## 1.1. Безотрывные течения

### 1.1.1. Общие сведения о методе конформных отображений

Отображение области  $z$  на область  $\omega$ , задаваемое функцией  $\omega = f(z)$ , называется конформным, если оно обладает свойствами постоянства растяжений и углов поворота. Это означает, что любой бесконечно малый элемент в области  $z$  изменяется в одно и то же количество раз при отображении  $\omega = f(z)$ , причем коэффициент линейного растяжения  $|f'(z)|$ . Кривая в области  $z$  поворачивается на один и тот же угол  $\alpha = \arg f'(z)$  в одном и том же направлении при отображении  $\omega = f(z)$ . Метод конформных отображений применяется для расчета потенциальных течений газа. Течение называется потенциальным, если существует такая функция  $\varphi$ , называемая потенциалом, для которой справедливо равенство

$$\dot{v} = \text{grad } \varphi, \quad (1.1)$$

где  $\dot{v}$  – скорость течения.

Горизонтальная и вертикальная составляющие скорости определяются соответственно по формулам:

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (1.2)$$

Уравнение неразрывности для плоского потенциального течения газа сводится к уравнению Лапласа относительно потенциала

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (1.3)$$

Линия, на которой  $\varphi = \text{const}$ , называется эквипотенциалью.

Кроме потенциала, вводится функция тока  $\psi$ :

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (1.4)$$

которая также удовлетворяет уравнению неразрывности.

Линия, на которой функция  $\psi$  постоянна, называется линией тока. Вектор скорости направлен по касательной в каждой точке линии тока. Эквипотенциали и линии тока взаимно перпендикулярны.

Комплексным потенциалом течения называется функция

$$w = \varphi + i\psi. \quad (1.5)$$

Если известна функция  $w$  в плоскости течения  $z$ , то, определив комплексную скорость

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = v_x - i v_y, \quad (1.6)$$

можно найти вертикальную и горизонтальную составляющие скорости в любой точке области течения.

Определим, например, комплексный потенциал течения в верхней полуплоскости с точечным источником интенсивности  $Q$ , расположенным в начале координат (рис.1.1).

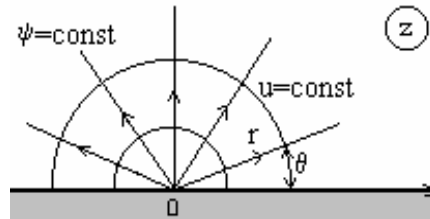


Рис. 1.1. Точечный источник в полуплоскости

В этом случае линии тока – это лучи, исходящие из точки 0, а эквипотенциали – полуокружности. Скорость вдоль линии тока

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{Q}{\pi r}, \quad (1.7)$$

откуда  $\varphi = \int \frac{Q}{\pi r} dr = \frac{Q}{\pi} \ln r + C$ . Пусть  $\varphi = 0$  при  $r = 1$ , тогда  $C = 0$ . Для того чтобы определить функцию тока, вычислим ее частную производную:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = v_x = v_r \cos \theta = \frac{Qx}{\pi r^2}. \quad (1.8)$$

Для первого квадранта угол  $\theta = \arctg \frac{y}{x}$ , а для второго  $\theta = \pi + \arctg \frac{y}{x}$ . Поэтому  $\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{x}{r^2}$ . Так как  $\frac{d\psi}{d\theta} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta} = \frac{Q}{\pi}$ , то  $\psi = \frac{Q}{\pi} \theta$  (const=0, так как выбираем  $\psi = 0$

при  $\theta = 0$ ), и комплексный потенциал примет вид  $w = \frac{Q}{\pi} \ln r + i \frac{Q}{\pi} \theta = \frac{Q}{\pi} \ln z$ .

Если точечный источник находится в точке  $z_0$ , то

$$w = \frac{Q}{\pi} \ln(z - z_0). \quad (1.9)$$

В случае точечного стока

$$w = -\frac{Q}{\pi} \ln(z - z_0). \quad (1.10)$$

Алгоритм расчета поля скоростей газа в заданной плоскости течения, называемой физической, состоит из следующих этапов.

1. Определение отображения физической плоскости течения  $z$  на верхнюю полуплоскость  $t$  (геометрическая плоскость течения, в качестве которой можно использовать и любую другую область с известным комплексным потенциалом):

$$z = f(t). \quad (1.11)$$

2. Задание точки  $z_0$ , в которой необходимо определить скорость течения, и вычисление параметра  $t_0$  из формулы (1.11).

3. Вычисление комплексной скорости

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz}, \quad (1.12)$$

откуда определяются координаты вектора скорости.

Наиболее трудоемким является первый этап. Кроме того, определение отображения (1.11) невозможно для многосвязных областей, не сводящихся к односвязным, и поэтому метод конформных отображений для таких задач не применим.

Важным свойством конформных отображений является принцип симметрии. Если некоторая прямая делит физическую область течения на две симметричные подобласти, то одну из них можно отбросить и произвести расчет поля скоростей для оставшейся подобласти. Полученные результаты расчета поля скоростей будут справедливы и для симметричных точек отброшенной подобласти.

Рассмотрим часто используемое в инженерной практике [89] отображение верхней полуплоскости на внутренность многоугольника (рис.1.2; 1.3).

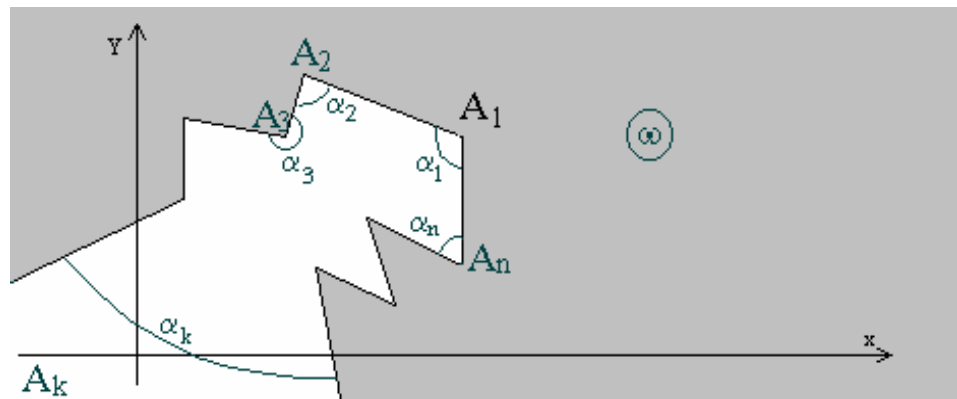


Рис.1.2. Многоугольная область

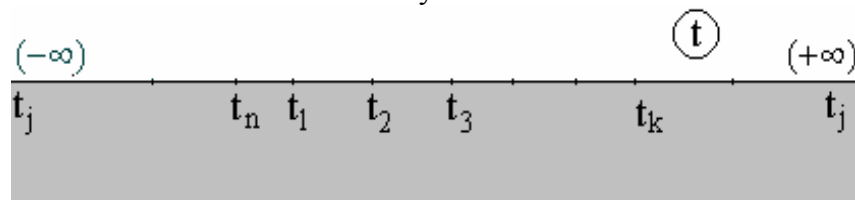


Рис.1.3. Верхняя полуплоскость

Направление обхода области выбрано так, что она все время находилась слева, если двигаться по границе области против часовой стрелки. Отображение верхней полуплоскости на многоугольную область осуществляется с помощью формулы Кристоффеля-Шварца:

$$\omega = C_1 \int_{t_k}^t (t-t_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi}-1} (t-t_2)^{\frac{\alpha_2}{\pi}-1} \dots (t-t_n)^{\frac{\alpha_n}{\pi}-1} dt + C_2, \quad (1.13)$$

где  $t_1, t_2, \dots, t_n$  –  $n$  независимых параметров;  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$  –  $(n-1)$  независимых параметров, причем  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{n-1} + \alpha_n = (n-2)\pi$ ;  $C_1, C_2$  – комплексные постоянные, а значит, 4 независимых параметра. Всего имеем  $2n+3$  независимых параметра. Заметим, что если  $t_j$  находится в  $\infty$ , то член  $(t-t_j)^{\frac{\alpha_j}{\pi}-1}$  в интеграле отсутствует. При отображении с помощью формулы Кристоффеля-Шварца при сохранении направления обхода можно произвольно задавать абсциссы трех точек в плоскости  $t$ , остальные необходимо определять. Реперная точка  $t_k$  задается таким образом, чтобы легко определить постоянную  $C_2$ .

### 1.1.2. Расчет осевой скорости воздуха у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве

Направим ось  $OX$  по оси симметрии щелевого отверстия шириной  $2B$  со скоростью отсоса воздуха на  $\infty$ , равной 1 (рис.1.4). Определим скорость воздуха на оси  $OX$ .

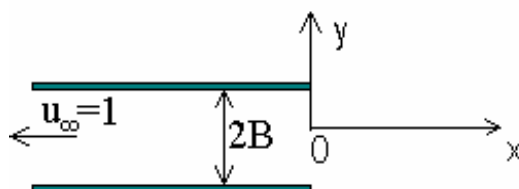


Рис. 1.4. Щелевой отсос, свободно расположенный в пространстве

Поскольку данная область симметрична относительно оси абсцисс, то нижнюю часть рисунка можно отбросить.

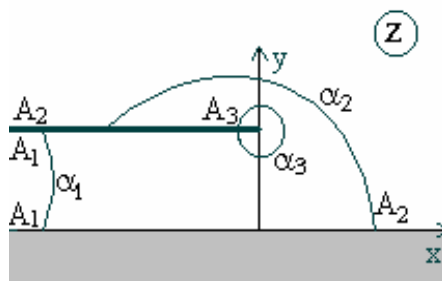


Рис. 1.5. Физическая плоскость течения

Отобразим верхнюю полуплоскость (рис.1.6) на полученную треугольную область (рис.1.5). Точки  $A_1, A_2, A_3$  отображаются соответственно на  $t_1, t_2, t_3$ .

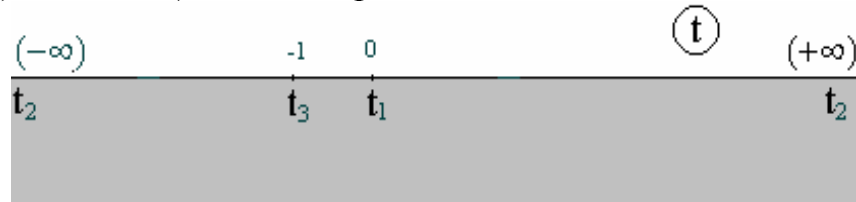


Рис. 1.6. Геометрическая плоскость течения

Углы  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_3 = 2\pi$ . Так как  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \pi \Rightarrow \alpha_2 = \pi - 2\pi = -\pi$ .

Интеграл Кристоффеля-Шварца для данного отображения примет вид

$$z = C_1 \int_{t_k}^t (t-0)^{0-1} (t+1)^{\frac{2\pi-1}{\pi}} dt + C_2. \quad (1.14)$$

В качестве реперной точки  $t_k$  лучше выбрать ту, которая дает возможность легко определить постоянную  $C_2$ . В данном случае  $t_k = t_3 = -1$ . Тогда

$$z = C_1 \int_{-1}^t \frac{t+1}{t} dt + C_2. \quad (1.15)$$

Если принять  $t = -1$ , то  $z = iB$  и  $C_2 = iB$ . Константу  $C_1$  определим из соответствия точек  $A_1$  и  $t_1$ . Воспользуемся тем обстоятельством, что при переходе через точку  $t_1$  по бесконечно малой окружности радиусом  $\varepsilon$  с луча  $t_1 t_2$  на отрезок  $t_1 t_3$  происходит скачок на величину  $iB$  с  $A_1 A_2$  на  $A_1 A_3$  в плоскости  $z$ , т.е.

$$z(+\varepsilon) - z(-\varepsilon) = 0 - iB = -iB. \quad (1.16)$$

Взяв интеграл (1.15), получим

$$z = C_1(t+1 + \ln t - i\pi) + iB.$$

Вычислим значения функции  $z$  в точках  $\varepsilon$  и  $-\varepsilon$  при стремлении  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} z(\varepsilon) &= C_1(\varepsilon+1 + \ln \varepsilon - i\pi) + iB, \\ z(-\varepsilon) &= C_1(-\varepsilon+1 + \ln \varepsilon + i\pi - i\pi) + iB. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (z(\varepsilon) - z(-\varepsilon)) = -i\pi C_1.$$

Используя (1.16), определяем

$$-iB = -i\pi C_1 \Rightarrow C_1 = B/\pi.$$

Таким образом, искомое отображение имеет вид

$$z = \frac{B}{\pi}(t+1 + \ln t). \quad (1.17)$$

На геометрической плоскости течения (рис.1.6) имеем точечный сток в точке  $t_1$ . Поэтому комплексный потенциал этого течения  $w = -\frac{Q}{\pi} \ln t$ .

Комплексная скорость в физической плоскости (рис.1.5)

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} = -\frac{1}{t+1}$$

Таким образом, алгоритм расчета осевой скорости у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве, состоит из четырех этапов (табл.1.1).

1. Задается начальная координата  $x=0$ .

2. Из формулы  $x = \frac{B}{\pi}(1+t+\ln t)$ , например, методом половинного деления определяется параметр  $t$ .

3. По формуле  $u_x = -\frac{1}{t+1}$  рассчитывается осевая скорость воздуха в точке  $x$ .

4. Производится шаг  $x = x + \Delta x$  и возврат к пункту 2. Расчет выполняется до заданной точки.

Таблица 1.1

Величины осевой скорости подтекания воздуха к щелевому отсосу в неограниченном пространстве

$x/B$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$u$	0,78	0,56	0,38	0,27	0,2	0,16	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08

### 1.1.3. Расчет осевой скорости воздуха у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку

Так же, как и в подразделе 1.2, полагаем, что ширина щелевого отверстия  $2B$ , скорость отсоса  $u_\infty = 1$  (рис.1.7). Определим скорость подтекания воздуха на оси абсцисс.

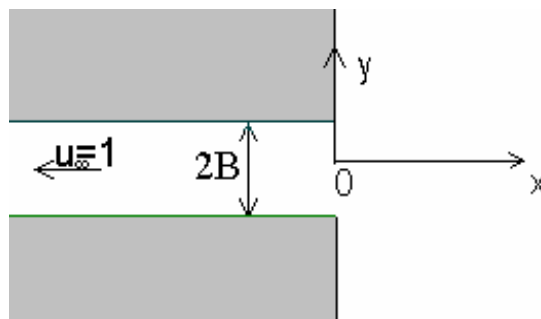


Рис. 1.7. Щелевой отсос, встроенный в плоскую безграничную стенку

В силу симметрии области течения отбросим нижнюю полуплоскость (рис.1.8).

Отображение геометрической плоскости течения (рис.1.9) на физическую осуществляется при помощи формулы Кристоффеля-Шварца:

$$z = C_1 \int_0^t \frac{\sqrt{t}}{t-1} dt + C_2. \quad (1.18)$$

Постоянная  $C_2 = iB$ , так как  $z = iB$  при  $t = 0$ . Проинтегрировав в выражении (1.18), получим

$$z = C_1 \left[ 2\sqrt{t} + \ln \left( \frac{\sqrt{t}-1}{\sqrt{t}+1} \right) - i\pi \right] + iB. \quad (1.19)$$

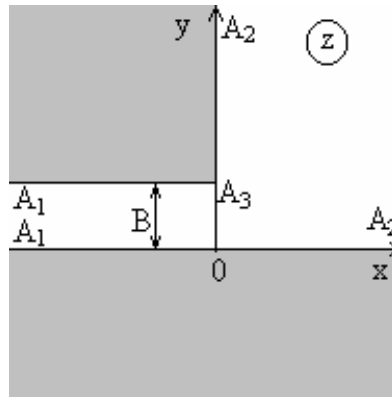


Рис. 1.8. Физическая плоскость течения

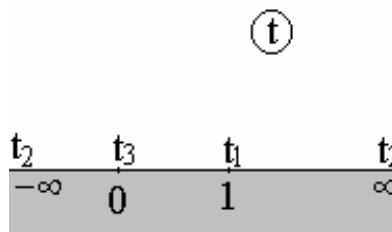


Рис. 1.9. Геометрическая плоскость течения

Постоянная  $C_1$  определяется из соответствия точек  $t_1$  и  $A_1$ . При обходе точки  $t_1$  по полуокружности радиуса  $\varepsilon \rightarrow 0$  с луча  $t_1 t_2$  на отрезок  $t_3 t_1$  происходит скачок в физической плоскости на  $\Delta z = -iB$ .

Так как  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [z(1+\varepsilon) - z(1-\varepsilon)] = -C_1 \cdot i\pi \Rightarrow C_1 = \frac{B}{\pi}$ , то искомое отображение примет вид

$$z = \frac{B}{\pi} \left[ 2\sqrt{t} + \ln \frac{\sqrt{t}-1}{\sqrt{t}+1} \right]. \quad (1.20)$$

Комплексный потенциал течения на геометрической плоскости  $w = -\frac{Q}{\pi} \ln(t-1)$ , поэтому комплексная скорость

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} = -\frac{1}{\sqrt{t}}. \quad (1.21)$$

Алгоритм расчета состоит из следующих шагов.

1. Задается начальная координата  $x=0$ .

2. Из формулы  $x = \frac{B}{\pi} \left( \sqrt{t} + \ln \frac{\sqrt{t}-1}{\sqrt{t}+1} \right)$  определяется параметр  $t$ .

3. По формуле  $u_x = -\frac{1}{\sqrt{t}}$  рассчитывается осевая скорость воздуха в точке  $x$ .

4. Производится шаг по  $x = x + \Delta x$  и возврат к пункту 2. Расчет выполняется до заданной точки.

Из результатов расчета (табл.1.1; 1.2) видно, что осевая скорость у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку, выше, чем у отсоса, свободно расположенного в пространстве; это объясняется влиянием границ подтекания газа. В первом случае область подтекания меньше, чем во втором. Заметим, что если скорость отсоса воздуха  $u_\infty \neq 1$ , то все полученные результаты необходимо умножить на эту величину.

Таблица 1.2

**Величины осевой скорости подтекания воздуха к щелевому отсосу, встроенному в плоскую безграничную стенку**

$x/B$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$u$	0,83	0,65	0,48	0,37	0,29	0,24	0,2	0,18	0,16	0,14	0,13

#### 1.1.4. Расчет осевой скорости воздуха у щелевого отсоса-раструба

В практике локализующей вентиляции нашли широкое применение местные отсосы-зонты. Представляет интерес нахождение оптимальной длины и угла наклона раструба зонта, обеспечивающих максимальную дальнобойность всасывающего факела местного отсоса. Под дальнобойностью всасывающего факела будем понимать расстояние от входа в отсос до точки, где осевая скорость принимает заданную величину.

Рассмотрим течение воздуха вблизи щелевого отсоса шириной  $2B$ , имеющего фланец (козырек) длиной  $l$ , установленный под углом  $\alpha l$  ( $-1 < \alpha < 1$ ) к его оси (рис.1.10). Найдем зависимость осевой скорости  $v_\xi$  от угла  $\alpha l$  и длины фланца  $l$ .



Отображение верхней полуплоскости  $z$  на физическую плоскость  $\omega$  с указанным на рис.1.10 и 1.11 соответствием точек осуществляется при помощи формулы Кристоффеля-Шварца:

$$\omega = \frac{Bm^\alpha}{\pi b} \int_{-1}^z \left( \frac{t+1}{t+m} \right)^\alpha \left( \frac{t+b}{t} \right) dt + Bi. \quad (1.22)$$

Комплексный потенциал течения в верхней полуплоскости (сток в точке  $a_1$ , источник в точке  $a_2$ )

$$w = -\frac{Q}{\pi} \ln z, \quad (1.23)$$

где  $Q = v_\infty B$  – расход воздуха, а комплексная скорость

$$\frac{dw}{dz} = -\frac{Q}{\pi z}. \quad (1.24)$$

Комплексную скорость в области  $\omega$  находим из равенства  $v(\omega) = \frac{dw}{d\omega} = \frac{dw}{dz} \frac{dz}{d\omega}$  и формулы (1.22):

$$v(\omega) = -\frac{Qb(z+m)^\alpha}{Bm^\alpha(z+1)^\alpha(z+b)}. \quad (1.25)$$

Осевую скорость щелевого отсоса (на  $0\xi$ ) определяем из равенства

$$-\frac{v_\xi}{v_\infty} = \frac{b}{m^\alpha} \left( \frac{x+m}{x+1} \right)^\alpha \frac{1}{x+b}. \quad (1.26)$$

Соотношения (1.22) и (1.26) формально являются решением поставленной задачи.

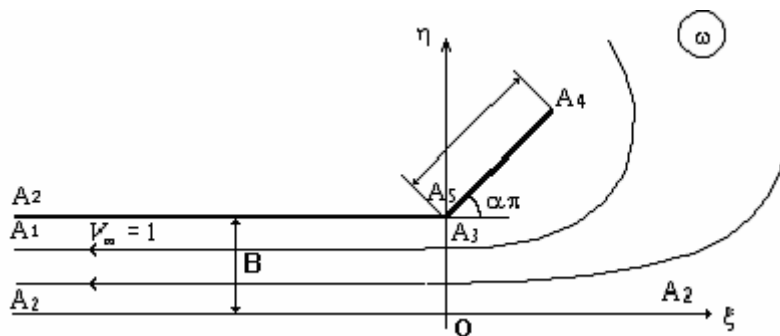


Рис. 1.10. Подтекание воздуха к свободно расположенному в пространстве щелевому патрубку с фланцем

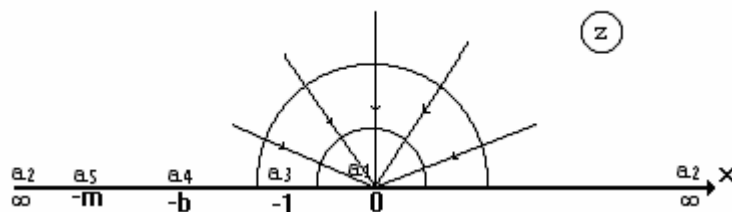


Рис. 1.11. Сток в верхней полуплоскости

Неизвестные параметры  $m, b$  в (1.22) определяем из соответствия точек  $A_4, A_5$  и  $a_4, a_5$  (рис.1.10 и 1.11), задавая величины длины фланца  $l/B$  и угла  $\alpha$ :

$$\int_1^m \left( \frac{t-1}{m-t} \right) dt - b \int_1^m \left( \frac{t-1}{m-t} \right)^\alpha \frac{dt}{t} = 0, \quad (1.27)$$

$$\frac{l\pi b}{Bm^\alpha} = \int_1^b \left( \frac{t-1}{m-t} \right)^\alpha \frac{b-t}{t} dt. \quad (1.28)$$

Интегралы в (1.27) и (1.28) вычислялись по квадратурным формулам Гаусса. Однако трудности в решении поставленной задачи этим далеко не исчерпываются. Интеграл (1.22) является сходящимся лишь в смысле главного значения (интеграл типа Коши). Численное нахождение такого интеграла затруднительно. Поэтому сведем (1.22) к виду, более подходящему для численного интегрирования.

Поскольку нас интересуют лишь точки на оси отсоса, то  $z = x$  в выражении (1.22), интеграл в котором преобразуем так:

$$J = \int_{-1}^x \left( \frac{t+1}{t+m} \right)^\alpha \frac{t+b}{t} dt = bJ_1 + (1-b)J_2,$$

где  $J_2 = \int_{-1}^x \left( \frac{t+1}{t+m} \right)^\alpha dt$  – сходящийся интеграл при  $\alpha > -1$ , а интеграл

$$J_1 = \int_{-1}^x \frac{(t+1)^{\alpha+1}}{(t+m)^\alpha} \frac{dt}{t} \text{ разобьем на три: } J_1 = \int_{-1}^{-\varepsilon} + \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} + \int_{\varepsilon}^x, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Пути интегрирования первого и третьего интегралов представляют собой прямолинейные отрезки действительной оси и являются определенными интегралами от действительной функции. Второй интеграл будем интегрировать по полуокружности радиуса  $r = \varepsilon$  с центром в точке  $a_1$  (см. рис.1.11):

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{(t+1)^{\alpha+1}}{(t+m)^\alpha} \frac{dt}{t} = \int_{\pi}^0 \frac{(re^{i\varphi} + 1)^{\alpha+1}}{(re^{i\varphi} + m)^\alpha} \frac{ire^{i\varphi}}{re^{i\varphi}} d\varphi = \{r = \varepsilon \rightarrow 0\} = \frac{-\pi i}{m^\alpha}.$$

Используя формулу интегрирования по частям, определим

$$J_1 = \frac{(1+x)^\alpha}{(m+x)^\alpha} (1+x) \ln x + \alpha(1-m) \int_{-1}^x \left( \frac{1+t}{m+t} \right)^\alpha \frac{\ln|t|}{m+t} dt - \int_{-1}^x \left( \frac{1+t}{m+t} \right)^\alpha \ln|t| dt - \frac{\pi i}{m^\alpha}$$

и, подставляя полученное значение  $J_1$  в выражение (1.22), будем иметь

$$\omega = \frac{Bm^\alpha}{\pi b} \left[ b \frac{(1+x)^{\alpha+1}}{(m+x)^\alpha} + b\alpha(1-m)I_1 - bI_2 + (1-b)I_3 \right], \quad (1.29)$$

где  $I_1 = \int_{-1}^x \left( \frac{1+t}{m+t} \right)^\alpha \frac{\ln|t|}{m+t} dt$ ,  $I_2 = \int_{-1}^x \left( \frac{1+t}{m+t} \right)^\alpha \ln|t| dt$ ,  $I_3 = \int_{-1}^x \left( \frac{t+1}{t+m} \right)^\alpha dt$ .

Интегралы  $I_1, I_2, I_3$  являются сходящимися несобственными интегралами при  $\alpha > -1$ .

Алгоритм нахождения осевой скорости состоит из четырех шагов.

1. Задается величина длины фланца  $l/B$ , угол наклона фланца  $\alpha$ , координаты точки, лежащей на оси щели  $\xi/B$  (при этом каждый раз отсчет расстояния ведется от кромки фланца – от абсциссы точки  $A$ , т.е. при  $0,5 < \alpha < 0,5$  координаты точки  $\xi/B + l/\cos\alpha$ ).

2. Вычисляют параметры  $m$  и  $b$  из (1.27; 1.28).

3. Определяют параметр  $x$  из (1.29).

4. Находят осевую скорость  $v_\xi/v_\infty$  из (1.26).

Результаты расчета показали, что осевая скорость у всасывающей щели с фланцем конечной длины имеет три экстремума (рис.1.12) при изменении угла наклона фланца  $-1 < \alpha < 1$ , из них два максимума при  $\alpha = 0,5$  и  $\alpha = -0,5$ .

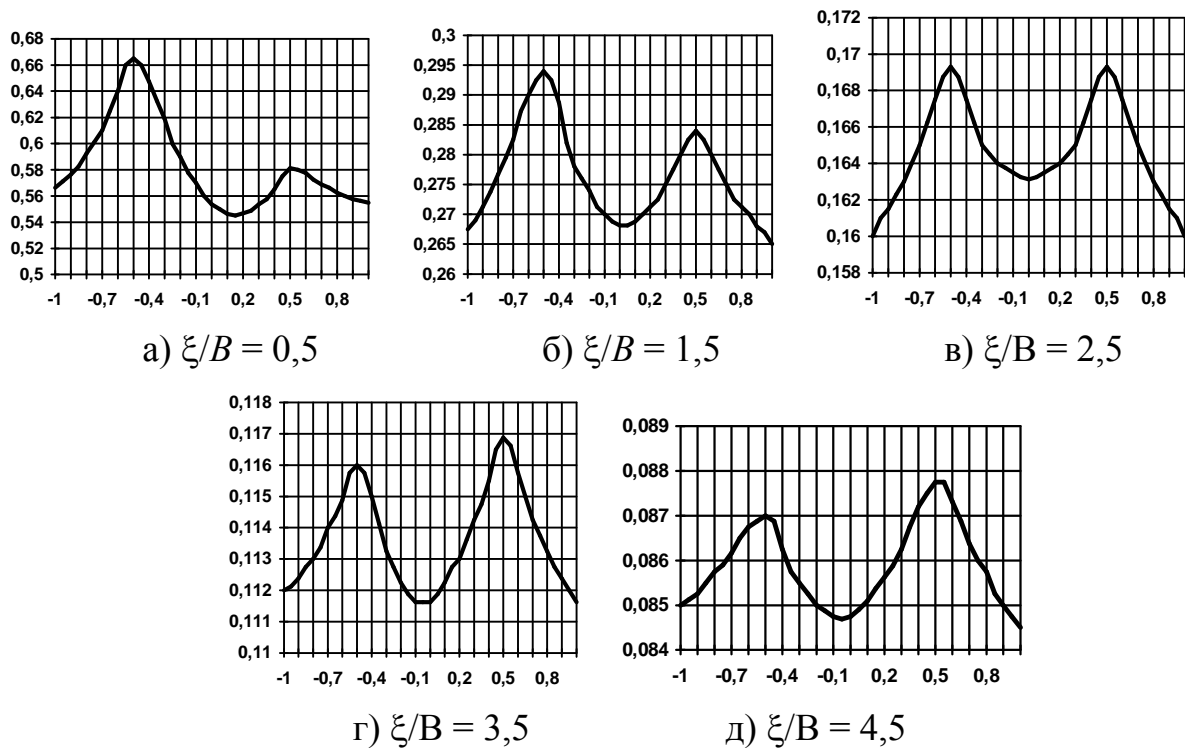


Рис. 1.12. Изменение осевой скорости  $v_\xi/v_\infty$  (ось ординат) в зависимости от угла наклона фланца  $\alpha$  (ось абсцисс) в фиксированной точке  $\xi/B$

При этом наибольшее значение осевой скорости наблюдается на удалении  $0 < \xi/B < 2,5$  от входного сечения при  $\alpha = -0,5$ , а в области  $\xi/B > 2,5$  при  $\alpha = 0,5$ .

Дальнобойность всасывающего факела возрастает с увеличением длины фланца (рис.1.13). В области  $\xi/B < 3$  осевая скорость уже при  $l/B = 3$  практически достигает своего предельного значения (соответствующего случаю  $l/B \rightarrow \infty$ ).

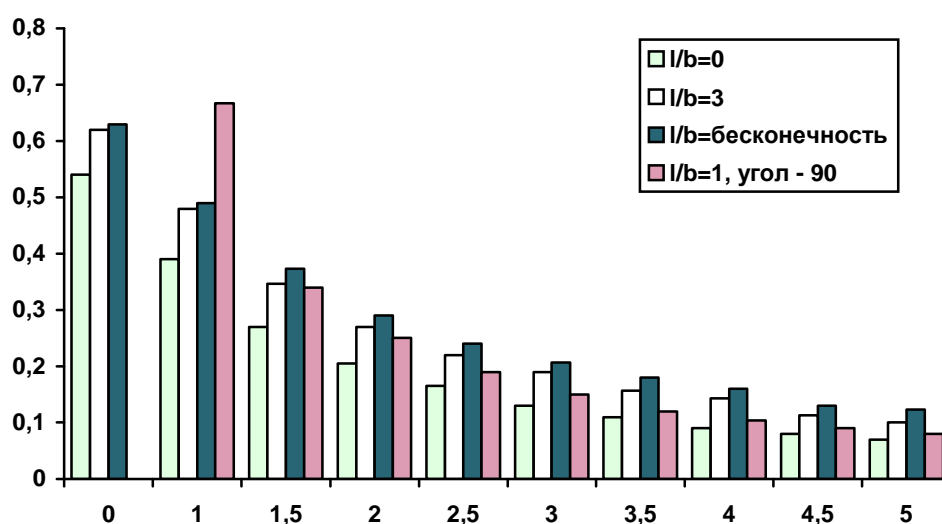


Рис. 1.13. Изменение осевой скорости  $v_{\xi}/v_{\infty}$  (ось ординат) в зависимости от удаленности от входа в отсос  $\xi/B$  (ось абсцисс)

Полученные результаты подтверждают известный факт о доминирующей роли границ течения. В нашем случае границами являются фланец и стенки отсасывающего канала. Роль первого существенна для течения вблизи всасывающего сечения, а при значительном удалении большее влияние оказывают стенки отсасывающего канала. Закономерность изменения осевой скорости в последнем случае подчиняется закону линейного стока.

Несмотря на то, что наибольшее значение осевой скорости в области  $\xi/B < 2,5$  наблюдается при  $\alpha = -0,5$ , устанавливать фланец под отрицательным углом наклона нецелесообразно из-за увеличения энергозатрат при неизбежном в этом случае росте скорости входа воздуха в отсасывающий канал.

Таким образом, построена зависимость осевой скорости щелевого отсоса открытого типа от длины и угла наклона его козырька (фланца). Наименьшее затухание осевой скорости достигается при установке фланца под прямым углом к оси щели, оптимальная длина которого составляет три калибра (калибр – полуширина щели).

## 1.2. Отрывные течения

### 1.2.1. Общие сведения о методе Н.Е. Жуковского

Примем следующие классические допущения, применяемые для расчета всасываемых воздушных течений [16; 89]: жидкость невесома, несжимаема, вихри отсутствуют, течение стационарное. Нормальная составляющая скорости на твердых стенках и неизвестных свободных линиях тока (образующихся при срыве потока) равна нулю. Кроме того, на свободных линиях тока модуль скорости  $u_0$  постоянен. В излагаемом подходе свободная линия тока – это граница между вихревой областью, возникающей у стенок, и потенциальным течением, которое будем исследовать. Отсюда следует, что течение определено, если известен потенциал скоростей  $w(z)$ , где  $z = x + iy$  – физическая плоскость течения воздуха.

Функция Жуковского имеет вид

$$\begin{aligned}\omega &= -\ln \frac{dw}{u_0 dz} = -\ln \frac{u_x - iu_y}{u_0} = -\ln \frac{u(\cos\theta - i\sin\theta)}{u_0} = \\ &= -\ln \left( \frac{u}{u_0} e^{-i\theta} \right) = -\ln \frac{u}{u_0} + i\theta,\end{aligned}\quad (1.30)$$

где  $\theta$  – угол наклона вектора скорости  $\vec{u}$  к положительному направлению оси  $Ox$ .

Необходимо плоскость функции Жуковского  $\omega$  отобразить на параметрическую плоскость  $t$ , где известен комплексный потенциал течения, затем связать физическую плоскость  $z$  с этой параметрической плоскостью  $t$ . Если отображение  $\omega = \omega(t)$  известно, то из выражения  $\omega(t) = -\ln \frac{dw}{u_0 dz}$  определяем,

что

$$z = \frac{1}{u_0} \int e^{\omega(t)} \frac{dw}{dt} dt. \quad (1.31)$$

Воспользовавшись этой формулой, можно найти искомую комплексную скорость:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} = u_0 e^{-\omega(t)}. \quad (1.32)$$

### 1.2.2. Расчет течения воздуха у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку

Пусть воздух из полупространства  $x > 0$  поступает в щелевое отверстие шириной  $2B$ . С кромок отсоса происходит отрыв потока. Задача состоит в

определении ширины потенциального течения  $2\delta$  при  $x \rightarrow -\infty$  и скорости воздуха на оси  $Ox$  (рис.1.14).

В силу симметрии области течения отбросим нижнюю полу плоскость (рис.1.15).

На линии  $A_1A_2$  скорость изменяется от 0 до  $u_0$ , а угол наклона  $\theta = -\pi/2$  постоянен. Действительная часть функции Жуковского  $\text{Re}\omega$  при этом убывает от  $\infty$  до 0, мнимая часть  $\text{Im}\omega = -\pi/2$ . На  $A_2A_3$  скорость постоянна и равна  $u_0$ , а угол наклона  $\theta$  скорости изменяется от  $-\pi/2$  до  $-\pi$ , т.е.  $\text{Re}\omega = 0$  и  $\text{Im}\omega$  уменьшается от  $-\pi/2$  до  $-\pi$ . На прямой  $A_3A_1$  скорость убывает от  $u_0$  до 0 ( $\text{Re}\omega$  увеличивается от 0 до  $\infty$ ), а угол  $\theta = \text{Im}\omega = -\pi$  постоянен. Таким образом, область функции Жуковского – полуполоса (рис.1.16).

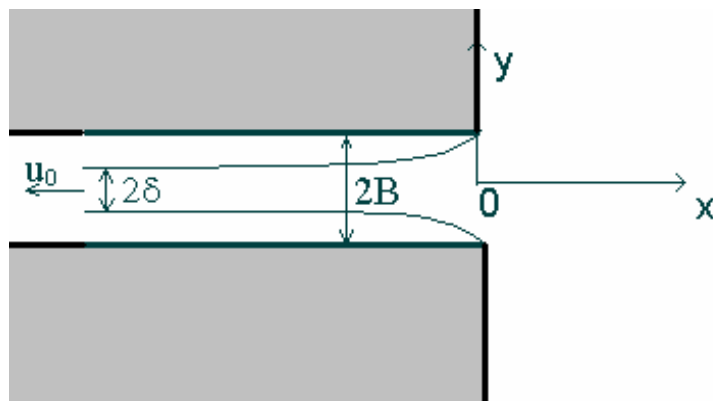


Рис. 1.14. Отрывное течение воздуха у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку

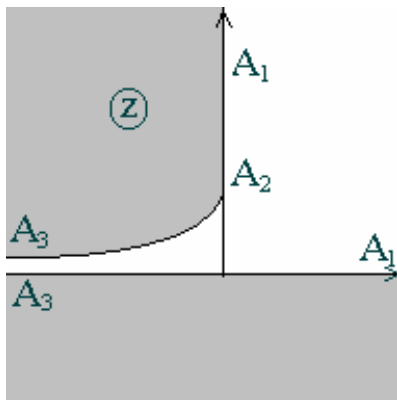


Рис. 1.15. Физическая плоскость течения

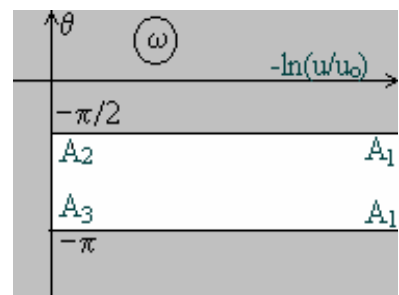


Рис. 1.16. Плоскость функции Жуковского

Отобразим область функции Жуковского на параметрическую плоскость  $t$  (рис.1.16) при помощи формулы Кристоффеля-Шварца:

$$\omega = C_1 \int_{-1}^t \frac{dt}{\sqrt{t+1}\sqrt{t}} + C_2, \quad (1.33)$$

где  $C_2 = -\pi/2 \cdot i$ , так как при  $t = -1 \Rightarrow \omega = -\pi/2 \cdot i$ .

Проинтегрировав, получим  $\omega = C_1 \left( 2 \ln(\sqrt{t+1} + \sqrt{t}) - i\pi \right) - \pi / 2 \cdot i$ . Постоянную  $C_1$  определим из соответствия точки  $A_3$ . При  $t = 0$  функция  $\omega = -i\pi$ , поэтому  $C_1 = 1/2$  и

$$\omega = \ln(\sqrt{t+1} + \sqrt{t}) - i\pi. \quad (1.34)$$

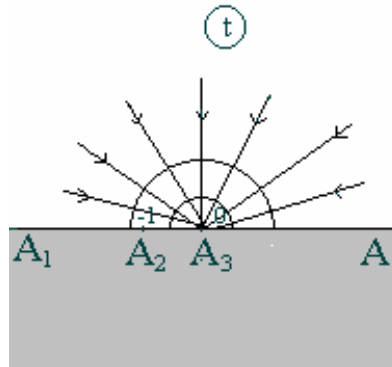


Рис. 1.17. Параметрическая плоскость

Воспользовавшись формулой (1.31), найдем связь между физической плоскостью  $z$  и параметрической  $t$ :

$$z = \frac{1}{u_0} C_1 \int_{-1}^t e^{\ln(\sqrt{t+1} + \sqrt{t}) - i\pi} \frac{dw}{dt} dt + C_2. \quad (1.35)$$

Так как в плоскости  $t$  находится точечный сток в точке  $A_3$ , то комплексная скорость  $\frac{dw}{dt} = -\frac{Q}{\pi t} = -\frac{u_0 \delta}{\pi t}$ , поэтому после несложных преобразований формулы (1.35) получим

$$z = C_1 \frac{\delta}{\pi} \int_{-1}^t \left( \frac{\sqrt{t+1}}{t} + \frac{1}{\sqrt{t}} \right) dt + C_2, \quad (1.36)$$

где  $C_2 = iB$ , так как при  $t = -1 \Rightarrow z = iB$ .

Проинтегрировав, получим

$$z = C_1 \frac{\delta}{\pi} \left[ 2(\sqrt{t+1} + \sqrt{t}) + \ln \frac{\sqrt{t+1} - 1}{\sqrt{t+1} + 1} - i(\pi + 2) \right] + iB. \quad (1.37)$$

Постоянную  $C_1$  определим из соответствия точки  $A_3$  в плоскости  $t$  и  $z$ . При  $t = \varepsilon \rightarrow 0$  функция  $z = -\infty$  (рис.1.15; 1.17). Тогда, подставляя в (1.37), получим

$$-\infty = C_1 \frac{\delta}{\pi} [2 - \infty - i(\pi + 2)] + iB. \quad (1.38)$$

Приравнивая мнимые части, найдем  $C_1 = \frac{B\pi}{(\pi + 2)\delta}$ . Осталось определить полуширину струи на бесконечности  $\delta$ . При  $t = -\varepsilon \rightarrow 0$  функция  $z = -\infty + i\delta$  (рис.1.15; 1.17). Из (1.37) получим

$$-\infty + i\delta = C_1 \frac{\delta}{\pi} [2 - \infty + i\pi - i(\pi + 2)] + iB. \quad (1.39)$$

Из равенства мнимых частей найдем  $\delta = \frac{B\pi}{\pi + 2C_1}$ , используя выражение для  $C_1$ , окончательно определим  $C_1 = 1$ ,  $\delta = B \frac{\pi}{\pi + 2}$ , и, подставляя в (1.37), имеем

$$z = \frac{B}{\pi + 2} \left[ 2(\sqrt{t+1} + \sqrt{t}) + \ln \frac{\sqrt{t+1} - 1}{\sqrt{t+1} + 1} \right]. \quad (1.40)$$

Комплексная скорость в плоскости  $z$

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} = -\frac{u_0}{(\sqrt{t+1} + \sqrt{t})}. \quad (1.41)$$

Алгоритм расчета осевой скорости у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку, состоит из следующих шагов.

1. Задается начальная координата  $x=0$ .

2. Из формулы  $x = \frac{B}{\pi + 2} \left[ 2(\sqrt{t+1} + \sqrt{t}) + \ln \left( \frac{\sqrt{t+1} - 1}{\sqrt{t+1} + 1} \right) \right]$  определяется параметр  $t$ .

3. По формуле  $u_x = -\frac{u_0}{\sqrt{t+1} + \sqrt{t}}$  рассчитывается осевая скорость воздуха в точке  $x$ .

4. Производится шаг по  $x = x + \Delta x$  и возврат к пункту 2, пока не будет достигнута заданная точка.

Если скорость отсоса воздуха задать  $u_0 = 1$ , то осевая скорость примет значения, приведенные в табл. 1.3.



**Величины осевой скорости отрывного подтекания воздуха  
к щелевому отсосу, встроенному в плоскую безграничную стенку**

$x/B$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$u$	0,65	0,45	0,31	0,23	0,18	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08

**1.2.3. Расчет течения воздуха у щелевого отсоса  
в безграничном пространстве**

Пусть воздух из безграничного пространства поступает в отсасывающую щель шириной  $2B$  (рис.1.18). Ширина струи на бесконечности  $2\delta$ . Необходимо определить величину скорости на оси  $OX$ .

В силу симметрии области течения (рис. 1.18) нижнюю её часть отбрасываем (рис.1.19).

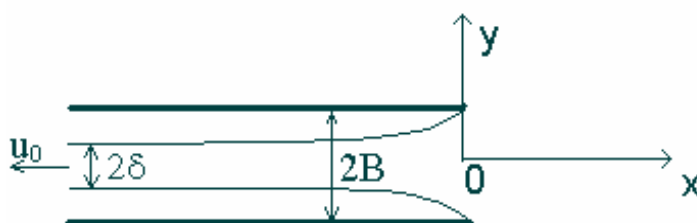


Рис. 1.18. Отрыв струи у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве

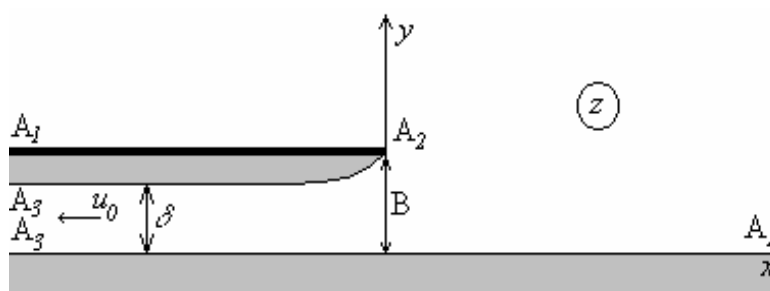


Рис. 1.19. Физическая плоскость течения

На луче  $A_1A_2$  величина скорости изменяется от 0 до  $u_0$ , а действительная часть функции Жуковского  $\text{Re}\omega$  уменьшается от  $\infty$  до 0. Направление скорости не изменяется, угол наклона с осью  $OX$   $\theta = 0$  и соответственно  $\text{Im}\omega = 0$ . На линии  $A_2A_3$  скорость равна  $u_0$  и  $\text{Re}\omega = 0$ ; мнимая часть функции Жуковского  $\text{Im}\omega$  изменяется от 0 до  $-\pi$ . На прямой  $A_3A_1$   $\text{Re}\omega$  увеличивается от 0 до  $\infty$ , а  $\text{Im}\omega = -\pi$ . Таким образом, область функции Жуковского – полуполоса (рис.1.20).

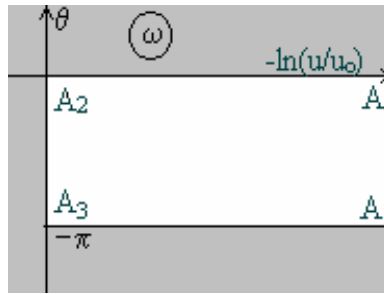


Рис.1.20. Область функции Жуковского

Отображение области  $\omega$  на параметрическую плоскость  $t$  (см. рис.1.17) осуществляется при помощи формулы Кристоффеля-Шварца:

$$\omega = C_1 \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{t}\sqrt{t+1}} + C_2. \quad (1.42)$$

Постоянная  $C_1$  определяется из соответствия  $t = 0 \Rightarrow \omega = -i\pi \Rightarrow C_1 = -i\pi$ . Проинтегрировав (1.42) и используя соответствие  $t = -1 \Rightarrow \omega = 0$ , определим  $C_1 = 1$ . Таким образом,

$$\omega = 2 \ln(\sqrt{t} + \sqrt{t+1}) - i\pi. \quad (1.43)$$

Используя (1.31), найдем связь между физической плоскостью течения и параметрической:

$$z = C_1 \frac{\delta}{\pi} \int_{-1}^t \frac{(\sqrt{t} + \sqrt{t+1})^2}{t} dt + C_2, \quad (1.44)$$

где  $C_1 = iB$ , так как при  $t = -1 \Rightarrow z = iB$ .

Интегрируя (1.44) и используя соответствия  $t = +\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow z = -\infty$  и  $t = -\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow z = -\infty + i\delta$ , получим  $C_1 = 1$ ,  $\delta = B/2$ , поэтому

$$z = \frac{B}{2\pi} \left[ (\sqrt{t} + \sqrt{t+1})^2 + 1 + \ln t + 2 \ln(\sqrt{t} + \sqrt{t+1}) \right]. \quad (1.45)$$

Комплексная скорость

$$\frac{dw}{dz} = -\frac{u_0}{(\sqrt{t} + \sqrt{t+1})^2}. \quad (1.46)$$

Тогда алгоритм расчета осевой скорости у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве, состоит из четырех этапов:

1. Задается начальная координата  $x = 0$ .

2. Из формулы  $x = \frac{B}{2\pi} \left[ (\sqrt{t} + \sqrt{t+1})^2 + 1 + \ln t + 2 \ln(\sqrt{t} + \sqrt{t+1}) \right]$  определяется параметр  $t$ .

3. По формуле  $u_x = -\frac{u_0}{(\sqrt{t} + \sqrt{t+1})^2}$  рассчитывается осевая скорость воздуха в точке  $x$ .

4. Производится шаг по  $x = x + \Delta x$  и возврат к пункту 2. Расчет выполняется до заданной точки.

Из результатов расчета при  $u_0 = 1$  (табл.1.3; 1.4) видно, что, как и для безотрывной модели течения, более эффективен отсос, встроенный в плоскую стенку.

Таблица 1.4

**Величины осевой скорости отрывного подтекания воздуха к щелевому отсосу в неограниченном пространстве**

$x/B$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$u$	0,64	0,39	0,23	0,16	0,11	0,09	0,07	0,06	0,05	0,04	0,039

### 1.2.3. Расчет течения воздуха в щелевых неплотностях аспирационных укрытий

При проектировании систем локализирующей вентиляции расход воздуха, удаляемого из укрытия, выбирается таким образом, чтобы обеспечить эффективное улавливание вредностей от источника их образования. В этом случае скорость воздуха, поступающего через неплотности и рабочие проемы, должна быть по всему живому сечению равна или больше нормируемой, т.е. минимальной скорости, препятствующей выносу вредностей из укрытия. Для выполнения этого условия при неравномерном поле скоростей необходимо увеличивать объемы аспирации, что ведет к увеличению энергозатрат. Уменьшая площади неплотностей, можно снизить энергоемкость аспирационных систем, однако в силу технологических причин это возможно лишь до определенного предела.

Скорость воздуха в открытых проемах неодинакова, что связано с формой границ течения до входа в проем и конструктивным оформлением отверстий. Впервые количественно деформация потока была оценена в работе [88], в которой проанализирована зависимость минимальной скорости в неплотности укрытия от места расположения отсоса и от конструкции кромок входа в укрытие. Исследования проводили методом конформных отображений без учета отрыва струи.

За счет эффекта отрыва струи возможно уменьшить площадь проема, работающего на всасывание воздуха. Отношение данной площади к общей площади неплотности в аэродинамике принято называть коэффициентом сжатия

струи  $k$ . Таким образом, чем меньше  $k$ , тем меньше ширина щели, работающей на всасывание. Минимальная скорость воздуха в проеме при этом очевидно должна увеличиваться, соответственно объемы аспирации можно снизить.

Исследование динамики воздушных течений в открытых проемах укрытия удобно производить в плоскости, что оправдано наиболее часто встречающимися в практике щелевыми неплотностями.

Согласно подразделам 1.2.2 и 1.2.3 (см. также [16; 89]), значение коэффициента сжатия струи на бесконечности  $\delta_\infty/\delta$  ( $\delta$  – ширина щели) и на срезе щели  $k$  увеличивается при возрастании угла наклона стенки щели к ее оси от 0 до  $\pi/2$ :  $0,5 < \delta_\infty/\delta < \pi/(\pi+2)$  и  $0,775 < k < 1$  соответственно.

Таким образом, для уменьшения ширины щели, работающей на всасывание, необходимо к стенке  $AB$  укрытия установить фланец  $CB$  под прямым углом (рис.1.21). Определим его оптимальную длину  $m$ .

Высота укрытия по сравнению с шириной проема  $\delta$  достаточно велика, поэтому точку  $A$  устремим в  $\infty$  по оси  $OY$ . В точке  $C$  происходит срыв потока. На свободной линии  $CD$  скорость постоянна и равна  $v_\infty$ .

Исследуем влияние длины фланца  $m$  на коэффициент сжатия струи и распределение скорости воздуха на срезе щели.

Пусть на одной линии тока  $AD$  функция  $\psi = 0$ , а на другой граничной линии  $AHBCD$   $\psi = Q$ . При движении вдоль линии тока потенциал скоростей  $\phi$  изменяется от  $-\infty$  до  $\infty$ . Таким образом, областью изменения комплексного потенциала  $w = \phi + i\psi$  является полоса шириной  $Q$  (рис.1.22).

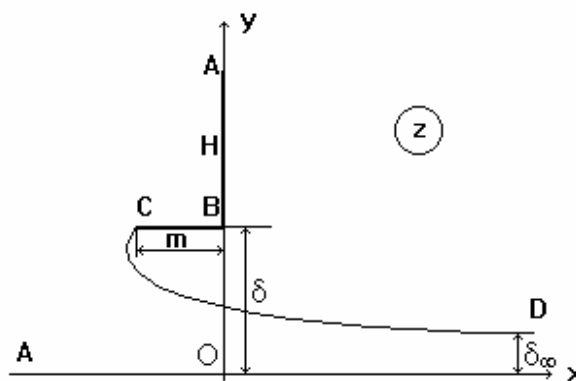


Рис. 1.21. Течение воздуха в физической плоскости

Рассмотрим область изменения  $\omega$ : вдоль линии тока  $AD$  скорость изменяется от 0 до  $v_\infty$ , угол  $\theta=0$ ; на  $DC$  угол  $\theta$  изменяется от 0 до  $-\pi$ , скорость  $v$  остается постоянной и равной  $v_\infty$ ; на фланце  $CB$   $v$  изменяется от  $v_\infty$  до 0,  $\theta = -\pi$ ; на  $BHA$  скорость  $v$  изменяется от 0 до  $v_h$  (скорость в точке  $H$ ) и вновь падает до 0,  $\theta = -\pi/2$ . Таким образом, область изменения  $\omega$  представляет собой полуполосу с вырезом (рис.1.23).

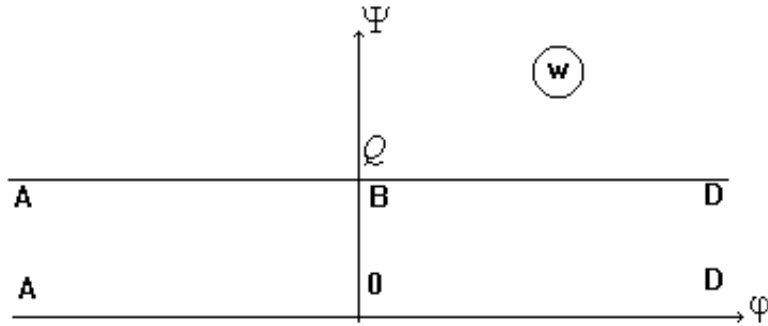


Рис. 1.22. Область изменения комплексного потенциала

Выразим обе функции  $w$  и  $\omega$  через параметрическое переменное  $t$ , которое изменяется в верхней полуплоскости. Зная  $\omega(t)$  и  $w(t)$ , можно рассчитать интересные нас геометрические элементы течения и линии тока в физической плоскости  $z$ . Отображение верхней полуплоскости  $t$  на  $\omega$  с соответствием точек, указанном на рис.1.23 и 1.24, найдем при помощи формулы Кристоффеля-Шварца:

$$\omega = C_1 \int_{-h}^t \frac{t+h}{t(t+1)\sqrt{t+l}} dt + C_2 . \tag{1.47}$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  находим из соответствия точек  $H$  и  $A$  в плоскости  $t$  и  $\omega$ , подставляя которые в (1.47), получим

$$\omega = -\frac{\sqrt{l}}{2h} \int_{-h}^t \frac{(t+h)}{t(t+1)\sqrt{t+l}} dt + \xi - \frac{\pi}{2}i . \tag{1.48}$$

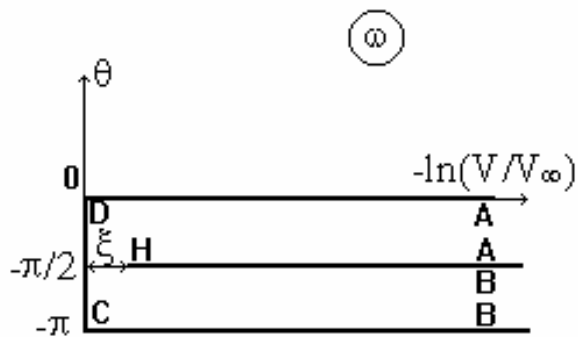


Рис. 1.23. Область изменения функции Жуковского

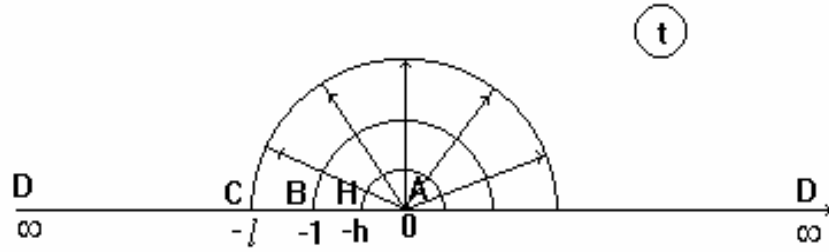


Рис. 1.24. Течение воздуха в верхней полуплоскости

Интегрируя, получим

$$\omega = -\frac{\sqrt{l}}{2h} \left( \frac{h}{\sqrt{l}} \ln \frac{\sqrt{t+l} - \sqrt{l}}{a(\sqrt{t+l} + \sqrt{l})} + \frac{1-h}{\sqrt{l-1}} \ln \frac{\sqrt{t+l} - \sqrt{l-1}}{b(\sqrt{t+l} + \sqrt{l-1})} \right) + \xi - \frac{\pi}{2}i, \quad (1.49)$$

где

$$a = \frac{\sqrt{l-h} - \sqrt{l}}{\sqrt{l-h} + \sqrt{l}}, \quad b = \frac{\sqrt{l-h} - \sqrt{l-1}}{\sqrt{l-h} + \sqrt{l-1}}.$$

Из соответствия границ плоскостей  $t$  и  $\omega$  (точка  $B$  и точка  $C$ ) установим еще два важных равенства:

$$\frac{h}{\sqrt{l}} = \frac{1-h}{\sqrt{l-1}}, \quad (1.50)$$

$$\xi = -\frac{1}{2} \left( \ln \left| \frac{\sqrt{l-h} - \sqrt{l}}{\sqrt{l-h} + \sqrt{l}} \right| + \ln \frac{\sqrt{l-h} - \sqrt{l-1}}{\sqrt{l-h} + \sqrt{l-1}} \right). \quad (1.51)$$

В плоскости  $t$  имеем источник в точке  $A$  и сток на бесконечности (в точке  $D$ ). Комплексный потенциал такого течения

$$w = \frac{Q}{\pi} \ln t. \quad (1.52)$$

Используя формулы (1.50)–(1.52), а также (1.31), найдем

$$z = \frac{Q}{\pi \cdot v_\infty} \int_{t_k}^t \frac{\sqrt{t+l} + \sqrt{l}}{\sqrt{t}} \frac{\sqrt{t+l} + \sqrt{l-1}}{\sqrt{t+1}} \frac{dt}{t} + z_k. \quad (1.53)$$

Здесь за реперную точку удобно взять  $B$  ( $t_k = -1$ ,  $z_k = \delta i$ ).

Интеграл (1.53) аналитически не берется. Сведем его к интегралам от действительных функций. Для этого воспользуемся тем обстоятельством, что

линии тока в физической плоскости  $z$  переходят в лучи, исходящие из точки  $A$  в плоскости  $t$ . Поскольку подынтегральное выражение представляет собой аналитическую функцию, то ее интегрирование не зависит от пути интегрирования. Удобно интегрировать по окружности радиуса 1 с центром в точке  $A$  ( $t=0$ ), затем по лучу до заданной точки  $t = re^{i\alpha}$ .

Разделяя мнимую и вещественную часть подынтегральной функции  $T$  в (1.53), имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} T = \frac{1}{r\sqrt{r\rho}} & \left( mo \cdot \sin\left(ar - \frac{3\alpha + \varphi}{2}\right) + \sqrt{mo}(\sqrt{l-1} + \sqrt{l}) \cdot \sin\left(\frac{ar - 3\alpha - \varphi}{2}\right) - \right. \\ & \left. - \sqrt{l-1}\sqrt{l} \cdot \sin\left(\frac{3\alpha + \varphi}{2}\right) \right), \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} T = \frac{1}{r\sqrt{r\rho}} & \left( mo \cdot \cos\left(ar - \frac{3\alpha + \varphi}{2}\right) + \sqrt{mo}(\sqrt{l-1} + \sqrt{l}) \cdot \cos\left(\frac{ar - 3\alpha - \varphi}{2}\right) + \right. \\ & \left. + \sqrt{l}\sqrt{l-1} \cdot \cos\left(\frac{3\alpha + \varphi}{2}\right) \right), \end{aligned} \quad (1.55)$$

где  $mo = \sqrt{r^2 + 2rl \cos \alpha + l^2}$ ;  $ar = \arg(r \cos \alpha + l + i \cdot r \sin \alpha)$ ;  
 $\rho = \sqrt{r^2 + 2r \cos \alpha + 1}$ ;  $\varphi = \arg(r \cos \alpha + 1 + i \cdot r \sin \alpha)$ .

Переходя к экспоненциальной форме записи комплексного числа  $t = re^{i\alpha}$  в интеграле (1.53) и обозначая через

$$A = \cos \alpha \cdot \operatorname{Re} T - \sin \alpha \cdot \operatorname{Im} T \quad \text{и} \quad B = \cos \alpha \cdot \operatorname{Im} T + \sin \alpha \cdot \operatorname{Re} T, \quad (1.56)$$

можно получить выражения для определения абсциссы и ординаты точки в плоскости  $z$ :

$$x = \frac{Q}{\pi v_\infty} \left[ - \int_{\pi}^{\beta} B d\alpha + \int_1^R A dr \right]; \quad (1.57)$$

$$y = \frac{Q}{\pi v_\infty} \left[ \int_{\pi}^{\beta} A d\alpha + \int_1^R B dr \right] + \delta, \quad (1.58)$$

где  $\beta$  и  $R$  – полярные координаты заданной точки в плоскости  $t$ , интегралы в выражениях (1.57) и (1.58) действительные. Осталось лишь установить зависимость  $l$  и  $m$ . Поскольку для точки  $C$   $r=l$ ,  $\beta=\pi$ , из (1.57) имеем:

$$m = - \frac{Q}{\pi v_\infty} \int_1^l A dr. \quad (1.59)$$

Скорость воздуха в точке с координатами  $(x, y)$  определяем из выражения

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} = v_{\infty} \frac{\sqrt{t}\sqrt{t+1}}{(\sqrt{t+l} + \sqrt{l})(\sqrt{t+l} + \sqrt{l-1})}. \quad (1.60)$$

Разделяя мнимую и вещественную часть (1.60), получим

$$v_x = \frac{v_{\infty} \cdot \operatorname{Re}V}{(\operatorname{Re}V)^2 + (\operatorname{Im}V)^2}, \quad (1.61)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}V &= \frac{1}{\sqrt{r\rho}} \left( m\omega \cdot \cos\left( ar - \frac{\alpha + \varphi}{2} \right) + \sqrt{m\omega} \cdot (\sqrt{l-1} + \sqrt{l}) \cdot \cos\left( \frac{ar - \alpha - \varphi}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{l}\sqrt{l-1} \cos\left( \frac{\alpha + \varphi}{2} \right) \right); \\ \operatorname{Im}V &= \frac{1}{\sqrt{r\rho}} \left( m\omega \cdot \sin\left( ar - \frac{\alpha + \varphi}{2} \right) + \sqrt{m\omega} \cdot (\sqrt{l-1} + \sqrt{l}) \cdot \sin\left( \frac{ar - \alpha - \varphi}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{l}\sqrt{l-1} \sin\left( \frac{\alpha + \varphi}{2} \right) \right). \end{aligned}$$

Таким образом, для того, чтобы построить линии тока и поле скоростей в физической плоскости  $z$  для различных значений длины фланца  $m/\delta$ , необходимо выполнить следующие операции.

1. Найти толщину струи на бесконечности  $\delta_{\infty}$ .

Для этого в выражении (1.58) полагаем  $Q = v_{\infty}\delta$ ,  $\beta = \pi$ ,  $R = \infty$  (в наших расчетах 100 000) и после несложных преобразований находим

$$\delta_{\infty} = \frac{\delta}{1 - \frac{1}{\pi} \left[ \int_1^{\infty} Bdr \right]}. \quad (1.62)$$

2. Вычислить  $m$  для задаваемого значения  $l$  (1.59).

3. Задать угол  $\beta$  от 0 до  $\pi$ .

4. Изменяя  $R$ , начиная от 1, найти координаты точек  $(x, y)$  линии тока (2.28; 2.29).

5. Определить скорость воздуха в данной точке (1.61).

Интегралы вычислялись численно по квадратурным формулам Гаусса.

По данному алгоритму было найдено влияние длины фланца  $m$  на коэффициент сжатия струи  $k$  (рис. 1.25). Увеличение значения  $m/\delta$  больше чем на единицу практически не имеет смысла, поскольку исследуемые параметры



достаточно близки к предельным значениям (при  $m \rightarrow \infty$   $\delta_\infty = 0,5\delta$ ;  $k = 0,775$ ). Заметим, что результаты наших исследований удовлетворительно согласуются с частными результатами (при  $m \rightarrow \infty$  и  $m = 0$ ), полученными проф. В.Н. Посохиным [16].

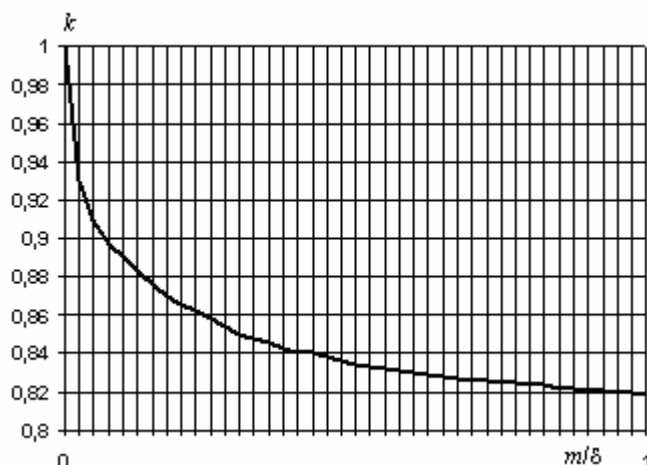


Рис. 1.25. Влияние длины фланца ( $m/\delta$ ) на коэффициент сжатия струи на срезе щели ( $k$ )

При  $m/\delta = 1$  построены линии тока и найдено распределение скоростей на срезе щели (рис.1.26) и коэффициент сжатия струи  $k \approx 0,81$ . Скорость  $\bar{v} = v / v_\infty$  изменяется от 0,57 до 0,65. На входе в укрытие скорость практически постоянна и близка к 1 по всему сечению, работающему на всасывание.

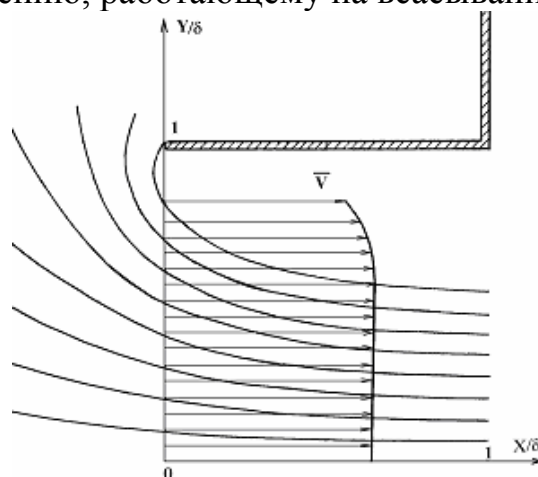


Рис. 1.26. Линии тока и распределение скоростей на срезе щели при  $m/\delta = 1$

Таким образом, с использованием метода Н.Е. Жуковского построена математическая модель динамики воздушных течений в щелевых неплотностях аспирационных укрытий с учетом отрыва струй. Разработан алгоритм и программа построения линий тока для таких границ течения, где отображающие функции не могут быть найдены аналитически (могут быть лишь представлены в виде неберущихся интегралов). Произведенные расчеты линий тока и поля скоростей показывают, что оптимальным для обеспечения минимальных подсосов воздуха в аспирационное укрытие является установка в щелевых неплотностях козырька (фланца) длиной в один калибр.

### 1.3. Расчет течения на входе в щелевой отсос-раструб

В данном параграфе изложены некоторые результаты исследования течения у щелевого «длинного» отсоса-раструба, т.е. имеющего две последовательно расположенные вихревые зоны (рис.1.27). Подробное изложение вывода расчетных соотношений приведено в серии статей [124].

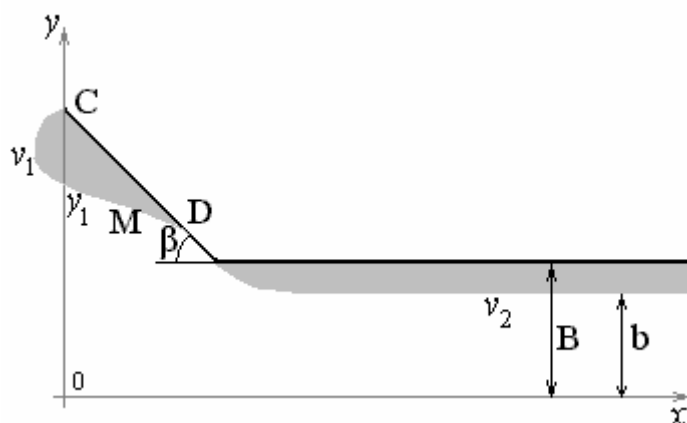


Рис.1.27. Щелевой отсос-раструб с двумя вихревыми зонами

#### 1.3.1. Расчетные соотношения

Система уравнений, необходимая для расчета, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\beta}{K\pi} = \frac{(n-h)(h-m)}{\sqrt{(h+1)(h-e)(h-d)h(1-h)}}; \quad K = \frac{\sqrt{2(1-e)(1-d)(1-h)}}{(1-n)(1-m)}; \\ \beta = K \int_{-1}^e \frac{(t-n)(t-m)}{(t+1)(e-t)(d-t)|t|(t-h)(t-1)} dt; \\ \ln \frac{v_1}{v_2} = -K \int_e^d \frac{(t-n)(t-m)}{(t+1)(t-e)(d-t)|t|(t-h)(t-1)} dt; \\ l = \frac{L}{\pi v_2} \int_0^h \frac{e^{-\operatorname{Re}\chi(t)}}{1-t^2} dt; \\ \operatorname{Re}\chi(t) = K \int_0^\zeta \frac{(t-n)(t-m)}{\sqrt{(t+1)(t-e)(t-d)t(t-h)(t-1)}} dt + \ln \frac{v_1}{v_2}; \\ \frac{L}{\pi v_2} \operatorname{Im} \int_0^e \frac{e^{-\chi(t)}}{t^2-1} dt = -l \sin \beta; \quad \frac{L}{\pi v_2} \operatorname{Re} \int_0^e \frac{e^{-\chi(t)}}{t^2-1} dt = -l \cos \beta; \\ B = \frac{L}{2v_1} \left( \frac{1-h}{h} \right)^{-\beta/\pi} e^{-\chi_1(1)} \left[ \frac{1}{2} + \frac{\beta}{\pi} \frac{1}{1-h} + \chi'(1) \right], \end{array} \right.$$

где  $h, d, m, n, e$  – параметры отображения;

$$\chi_1(1) = \int_0^1 \left[ Kf(t) + \frac{\beta}{\pi f(h)} \frac{f(t) - f(h)}{t - h} + \frac{1}{f(1)} \frac{f(t) - f(1)}{t - 1} \right] dt;$$

$$\chi'(1) = Kf(t) + \frac{\beta}{\pi f(h)} \frac{f(1) - f(h)}{t - h} + \frac{f'(1)}{f(1)};$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{t(t-e)(t-d)(t+1)}}; \quad f'(1) = -\frac{1}{2} \frac{2(1-d)(2-e) + (1-e)(3-d)}{[2(1-e)(1-d)]^{3/2}}.$$

Данная система уравнений может быть сведена к решению двух уравнений для двух неизвестных  $e, d$ :

$$\begin{cases} f_1(e, d) = \sin\beta - (\text{int } 1 \cdot \sin\beta + \text{int } 2) / \text{int } 3 = 0, \\ f_2(e, d) = \cos\beta - (\text{int } 1 \cdot \cos\beta + \text{int } 4) / \text{int } 3 = 0, \end{cases} \quad (1.63)$$

где

$$\begin{aligned} \text{int } 1 &= \int_e^d \exp \left[ K \int_e^t f(\tau) d\tau \right] \frac{dt}{1-t^2}, \quad \text{int } 2 = \exp(S_2) \cdot \int_d^0 \sin \left( \beta - K \cdot \int_d^t f(\tau) d\tau \right) \frac{dt}{1-t^2}, \\ S_2 &= K \int_e^d f(t) dt, \quad \text{int } 3 = \exp(S_2) \int_0^h \exp \left[ -K \int_0^t f(\tau) d\tau \right] \frac{dt}{1-t^2}, \\ \text{int } 4 &= \exp(S_2) \cdot \int_d^0 \cos \left( \beta - K \cdot \int_d^t f(\tau) d\tau \right) \frac{dt}{1-t^2}, \\ K &= \frac{\beta + B_1 \int_{-1}^e \frac{dt}{(t-h)(t-1)r(t)} - A_1 \int_{-1}^e \frac{tdt}{(t-h)(t-1)r(t)}}{\int_{-1}^e \frac{dt}{r(t)}}, \quad (1.64) \\ m &= \frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A^2}{4} + B}, \quad n = \frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + B}, \quad r(t) = \sqrt{|t(t+1)(t-e)(t-d)|}, \\ f(t) &= \frac{(t-n)(t-m)}{(t-h)(t-1)r(t)}, \quad A = 1 + h - \frac{A_1}{K}, \quad B = \frac{B_1}{K} - h, \\ B_1 &= \frac{\beta}{\pi} r(h) + h \cdot r(1), \quad A_1 = \frac{\beta}{\pi} r(h) + r(1). \end{aligned}$$

Интегралы в системе (1.63) в основном имеют особенности порядка  $(x - a)^{1/2}$  (т.е. знаменатель подынтегральной функции обращается в нуль при  $x = a$ ), а значит являются сходящимися несобственными интегралами.

Интегралы вида  $\int_a^b \frac{f(y)}{\sqrt{b-y}} dy$ ,  $\int_a^b \frac{f(y)}{\sqrt{(y-a)(b-y)}} dy$  вычисляются по квадратурным формулам Лобатто [123]:

$$\int_a^b \frac{f(y)}{\sqrt{b-y}} dy = \sqrt{b-a} \sum_{i=1}^{n/2} 2 A_i f(y_i), \quad (1.65)$$

где  $y_i = a + (b-a)(1 - x_i^2)$ ,  $x_i$  – узлы квадратурной формулы Гаусса (положительные члены),  $n$  – их количество (четное),  $A_i$  – весовые множители (соответствуют положительным узлам  $x_i$ );

$$\int_a^b \frac{f(y) dy}{\sqrt{(y-a)(b-y)}} = \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \cdot \cos \frac{(2i-1)\pi}{2n}\right). \quad (1.66)$$

Интегралы без особенностей вычислялись по квадратурным формулам Гаусса

$$\int_a^b f(y) dy = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n A_i f(y_i), \quad (1.67)$$

где  $y_i = (a+b)/2 + (b-a)/2 \cdot x_i$ ,  $x_i$  – узлы квадратурной формулы Гаусса,  $n$  – их количество,  $A_i$  – весовые множители.

В наших вычислениях количество узлов  $n$  в квадратурных формулах (1.65), (1.67) – 96 (а иногда еще и промежуток интегрирования разбивался на 10 - 500 частей для повышения точности вычислений), а в квадратурной формуле (1.66) – 40.

Параметр  $K$  вычисляется по формуле

$$K = \frac{\beta + B_1 \cdot S_1 - A_1 \cdot S_2}{S_3}, \quad (1.68)$$

где интегралы  $S_1, S_2, S_3$  определяются следующим образом:

$$S_1 = \int_{-1}^e \frac{dt}{(t-h)(t-1)\sqrt{t(t+1)(t-e)(t-d)}} =$$

$$= \int_{-1}^e \frac{1}{(t-h)(t-1)\sqrt{(t(t-d))(\sqrt{(e-t)(t+1)})}} dt = \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{(t_i-h)(t_i-1)\sqrt{t_i(t_i-d)}},$$

где  $t_i = \frac{e-1}{2} + \frac{e+1}{2} \cos \frac{(2i-1)\pi}{2n}$ ;

$$S_2 = \int_{-1}^e \frac{tdt}{(t-h)(t-1)\sqrt{|t(t+1)(t-e)(t-d)|}} = \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{(t_i-h)(t_i-1)\sqrt{|t_i(t_i-d)|}};$$

$$S_3 = \int_{-1}^e \frac{dt}{\sqrt{|t(t+1)(t-e)(t-d)|}} = \frac{\pi}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{|t_i(t_i-d)|}}.$$

Рассмотрим вычисление интегралов в системе (1.63).

Внутренний интеграл

$$\int_e^t f(\tau) d\tau = \int_e^t \frac{(\tau-n)(\tau-m)d\tau}{(\tau-h)(\tau-1)\sqrt{|\tau(\tau+1)(\tau-e)(\tau-d)|}} = \{\text{особенность при } \tau = e\} =$$

$$= \int_e^t \frac{g(\tau)}{\sqrt{\tau-e}} d\tau = \int_{2e-t}^e \frac{g(2e-\tau)}{\sqrt{e-\tau}} d\tau = \sqrt{t-e} \sum_{j=1}^{n/2} 2A_j g(2e-\tau_j),$$

где  $\tau_j = (2e-t) + (t-e)(1-x_j^2)$ .

Внешний интеграл

$$\text{int 1} = \frac{d-e}{2} \sum_{i=1}^n A_i \frac{\exp \left[ K \sqrt{t_i - e} \sum_{j=1}^{n/2} 2A_j g(2e - \tau_j) \right]}{1 - t_i^2},$$

где  $t_i = \frac{d+e}{2} + \frac{d-e}{2} x_i$ ,  $\tau_j = (2e-t_i) + (t_i-e)(1-x_j^2)$ ,

$$S_2 = K \int_e^d \frac{(t-n)(t-m)dt}{(t-h)(t-1)\sqrt{|t(t+1)|} \cdot \sqrt{(t-e)(d-t)}} = \frac{\pi}{n} K \sum_{i=1}^n \frac{(t_i-n)(t_i-m)}{(t_i-h)(t_i-1)\sqrt{|t_i(t_i+1)|}},$$

где  $t_i = \frac{d+e}{2} + \frac{d-e}{2} \cos \frac{(2i-1)\pi}{2n}$ .

Интеграл

$$\text{int 2} = \exp(S_2) \cdot \int_d^0 \sin\left(\beta - K \cdot \int_d^t f(\tau) d\tau\right) \frac{dt}{1-t^2}.$$

Внутренний интеграл

$$\int_d^t f(\tau) d\tau = \{\text{см. п. 1.3.1}\} = \sqrt{t-d} \sum_{j=1}^{n/2} 2A_j g(2d - \tau_j),$$

где  $\tau_j = (2d - t) + (t - d)(1 - x_j^2)$ .

Внешний интеграл

$$\text{int 2} = \exp(S_2) \cdot \frac{(-d)}{2} \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{1-t_i^2} \cdot \sin\left(\beta - K \sqrt{t_i - d} \sum_{j=1}^{n/2} 2A_j g(2d - \tau_j)\right),$$

где  $t_i = \frac{d}{2}(1 - x_i)$ ,  $\tau_j = (2d - t_i) + (t_i - d)(1 - x_j^2)$ .

Аналогично вычисляется интеграл int4.

$$\text{Интеграл int 3} = \exp(S_2) \int_0^h \exp\left[-K \int_0^t f(\tau) d\tau\right] \frac{dt}{1-t^2}.$$

Внутренний интеграл имеет особенность при  $\tau = 0$  и вычисляется следующим образом

$$\begin{aligned} \int_0^t f(\tau) d\tau &= \int_0^t \frac{(\tau - n)(\tau - m)d\tau}{(\tau - h)(\tau - 1)\sqrt{|\tau(\tau + 1)(\tau - e)(\tau - d)|}} = \\ &= \int_0^t \frac{g(\tau)}{\sqrt{\tau}} d\tau = \int_{-t}^0 \frac{g(-\tau)}{\sqrt{0 - \tau}} d\tau = \sqrt{t} \sum_{j=1}^{n/2} 2A_j g(-\tau_j), \end{aligned}$$

где  $\tau_j = -t \cdot x_j^2$ .

Искомый интеграл определяется следующим образом

$$\text{int 3} = \exp(S_2) \cdot \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{1-t_i^2} \cdot \exp\left(-K \sqrt{t_i} \sum_{j=1}^{n/2} 2A_j g(-\tau_j)\right),$$

где  $t_i = h(x_i + 1) / 2$ ,  $\tau_j = -t_i \cdot x_j^2$ .

Система уравнений (1.63) не линейна и решается с использованием метода половинного деления следующим оригинальным способом.

Для удобства вычислений запишем решаемую систему уравнений в следующем виде:

$$\begin{cases} f_1(e, d) - f_2(e, d) = 0, \\ f_2(e, d) = 0. \end{cases}$$

Алгоритм определения корней следующий.

1. Задаем промежуток, на котором находится корень  $e$ :  $[niz_e, ver_e]$ .
2. Вычисляем среднее значение  $e_c = (niz_e + ver_e) / 2$ .
3. Отделяем промежуток  $[niz, ver]$ , на котором находится корень  $d$  уравнения  $f_1(niz_e, d) - f_2(niz_e, d) = 0$ .

Для этого организуем цикл по  $d$  и выполняем его до тех пор, пока не выполнится неравенство

$$[f_1(niz_e, d) - f_2(niz_e, d)] \cdot f_1(niz_e, d + \Delta d) - f_2(niz_e, d + \Delta d) < 0.$$

Тогда  $niz = d$ ,  $ver = d + \Delta d$ , если  $d$  станет положительным (в противном случае корней нет, так как по условию задачи  $d > 0$ ).

4. Уточнение значения  $d$ , для которого  $f_1(niz_e, d) - f_2(niz_e, d) = 0$ . Для этого организуем цикл, который выполняется пока  $|f_1(niz_e, d) - f_2(niz_e, d)| > \varepsilon$  ( $\varepsilon$  - заданная точность). Вычисляется  $d = (niz + ver) / 2$ . Обозначим  $d_1 = f_1(e, niz)$ ,  $d_2 = f_2(e, niz)$ ,  $d_3 = f_1(e, d)$ ,  $d_4 = f_2(e, d)$ . Если  $(d_1 - d_2)(d_3 - d_4) < 0$ , то приравниваем  $ver = d$ , иначе  $niz = d$ .

5. Вычисляем значение  $e_1 = f_2(niz_e, d)$ .

6. Определяем корень  $d$ , при котором  $f_1(e_c, d) - f_2(e_c, d) = 0$ . Это делается так же, как и в п.3.-4, где вместо  $niz_e$  используется  $e_c$ .

7. Если  $e_1 \cdot f_2(e_c, d) < 0$ , то  $ver_e = e_c$ , иначе  $niz_e = e_c$ , и осуществляется переход к п.2. Данный итерационный процесс заканчивается, когда выполнится неравенство  $|niz_e - ver_e| < \varepsilon$ .

Если на первой же итерации  $e_1 \cdot f_2(e_c, d) > 0$ , то корней нет и вычисления заканчиваются.

В наших расчетах погрешность вычисления  $\varepsilon = 0,00001$ .

Вычислим скорость на оси течения .

Для этого вначале вычислим параметр  $x_0$ , необходимый для расчета скорости,

$$x_0 = -\frac{2}{\pi v_1} \int_0^{\infty} \exp\{K \cdot \Gamma_1(t)\} \cdot \sin[\pi + \beta + K \cdot \Gamma_2(t)] \frac{dt}{1+t^2} =$$

$$= \left\{ t = -\frac{x-1}{x}, \quad x = \frac{1}{1+t}, \quad dt = -\frac{dx}{x^2} \right\} =$$

$$= -\frac{2}{\pi \nu_1} \int_0^1 \exp \left\{ K \cdot \Gamma_1 \left( \frac{1-x}{x} \right) \right\} \cdot \sin \left[ \pi + \beta + K \cdot \Gamma_2 \left( \frac{1-x}{x} \right) \right] \frac{dt}{x^2 + (x-1)^2},$$

где

$$\Gamma_1 \left( \frac{1-x}{x} \right) = \int_0^{\frac{1-x}{x}} \frac{L_1(\tau)}{\sqrt{\tau}} \sin L_2(\tau) d\tau = \left\{ t = -\tau, \quad d\tau = -dt \right\} = \int_{\frac{x-1}{x}}^0 \frac{L_1(t)}{\sqrt{0-t}} \sin L_2(t) dt.$$

Последний интеграл вычисляется по квадратурной формуле (1.65). Здесь введены следующие обозначения:

$$L_1(t) = \sqrt{\frac{(t^2 + m^2)(t^2 + n^2)}{(t^2 + h^2)(t^2 + 1)\sqrt{(t^2 + e^2)(t^2 + d^2)(t^2 + 1)}}},$$

$$L_2(t) = \left[ \arccos \frac{-n}{\sqrt{t^2 + n^2}} + \arccos \frac{-m}{\sqrt{t^2 + m^2}} - \arccos \frac{-h}{\sqrt{t^2 + h^2}} - \arccos \frac{-1}{\sqrt{t^2 + 1}} \right] -$$

$$- \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi}{2} + \arccos \frac{-d}{\sqrt{t^2 + d^2}} + \arccos \frac{-e}{\sqrt{t^2 + e^2}} + \arccos \frac{1}{\sqrt{t^2 + 1}} \right].$$

Введем обозначения

$$\Pi_1(\xi) = \exp \left( -K \int_{-1}^{-\infty} f(t) dt + K \int_{\frac{1}{\xi}}^{\infty} f(t) dt \right), \quad 1 < \xi < \infty,$$

$$\Pi_2(\xi) = \exp \left( -K \int_{-1}^{-\infty} f(t) dt - K \int_{-\infty}^{\frac{1}{\xi}} f(t) dt \right), \quad -\infty < \xi < -1.$$

Покажем, что  $\Pi_1(\xi)$  и  $\Pi_2(\xi)$  равны. Действительно, интегралы

$$\int_{\frac{1}{\xi}}^{\infty} f(t) dt = \left\{ \tau = \frac{1}{t}, \quad dt = -\frac{d\tau}{\tau^2} \right\} = -\int_{\frac{1}{\xi}}^0 f \left( \frac{1}{\tau} \right) \frac{d\tau}{\tau^2},$$



$$\int_{-\infty}^{\xi} f(t)dt = \left\{ \tau = \frac{1}{t}, \quad dt = -\frac{d\tau}{\tau^2} \right\} = \int_{\frac{1}{\xi}}^0 f\left(\frac{1}{\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau^2}.$$

Таким образом,  $\int_{\xi}^{\infty} f(t)dt = -\int_{-\infty}^{\frac{1}{\xi}} f(t)dt$ .

Отсюда следует  $\Pi_1(\xi) = \Pi_2(\xi) = \Pi(\xi)$ .

Аналогично рассуждая, можно показать, что  $\int_{\xi}^{\infty} \Pi(t) \frac{dt}{t^2 - 1} = -\int_{-\infty}^{\frac{1}{\xi}} \Pi(t) \frac{dt}{t^2 - 1}$ .

Таким образом, искомое соответствие точек при  $|\xi| > 1$  будет определяться из соотношения

$$x(\xi) = x_0 - \frac{2}{\pi\nu_2} \int_{\xi}^{\infty} \Pi(\tau) \frac{d\tau}{\tau^2 - 1},$$

где для удобства вычислений интеграл представим в следующем виде

$$\int_{\xi}^{\infty} \Pi(\tau) d\tau = \left\{ \tau = \frac{1}{t} \right\} = \int_0^{\frac{1}{\xi}} \Pi\left(\frac{1}{t}\right) \frac{dt}{1-t^2}.$$

Подынтегральная функция

$$\Pi\left(\frac{1}{t}\right) = \exp(-K \cdot S_1) \cdot \exp\left(K \cdot \int_{\frac{1}{t}}^{\infty} f(\tau) d\tau\right), \quad S_1 = \int_{-1}^{-\infty} f(t) dt.$$

Для того чтобы избавиться от бесконечно больших пределов интегрирования, преобразуем интегралы следующим образом

$$\int_{\frac{1}{t}}^{\infty} f(\tau) d\tau = \int_0^t f\left(\frac{1}{\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau^2} = \int_0^t \frac{(1-\tau n)(1-\tau m) d\tau}{(1-h\tau)(1-\tau) \sqrt{|(1+\tau)(1-e\tau)(1-d\tau)|}} = S_2(t).$$

Учитывая вышеизложенное, окончательно получим

$$x(\xi) = x_0 - \frac{2e^{-KS_1}}{\pi v_2} \int_0^{\frac{1}{\xi}} \exp(K \cdot S_2(t)) \frac{dt}{t^2 - 1} \text{ при } |\xi| > 1.$$

Скорость на оси течения определяется из формулы

$$v_x = \frac{v_2}{\Pi(\xi)}, \quad |\xi| > 1,$$

где

$$n(\xi) = \exp[-K \cdot \{S_1 + S_2(\xi)\}], \quad S_2(\xi) = \int_{1/\xi}^0 f\left(\frac{1}{\tau}\right) \frac{d\tau}{\tau^2}.$$

Таким образом,

$$v_x = v_2 \cdot \exp[K \cdot \{S_1 + S_2(\xi)\}], \quad |\xi| > 1.$$

Координаты точек первой свободной линии тока (CMD) определяются из выражений

$$x = -\frac{2}{\pi v_1} \int_0^{\xi} \frac{J_1(t) dt}{t^2 - 1}, \quad y = -\frac{2}{\pi v_1} \int_0^{\xi} \frac{J_2(t) dt}{t^2 - 1} + 1 + l \cdot \sin \beta.$$

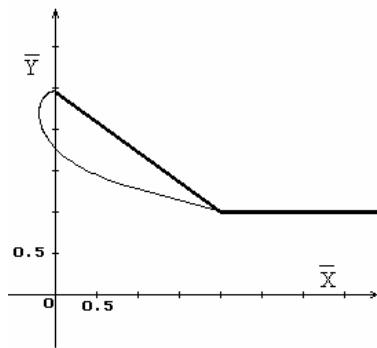
Здесь введены следующие обозначения

$$J_1(t) = \cos \left[ K \int_0^t f(\tau) d\tau - \beta \right], \quad J_2(t) = \sin \left[ K \int_0^t f(\tau) d\tau - \beta \right].$$

Интегралы вычислялись по квадратурным формулам Гаусса.

### 1.3.2. Результаты расчета

Некоторые результаты расчета, не вошедшие в серию статей [124], приведены на рис.1.28-1.39.

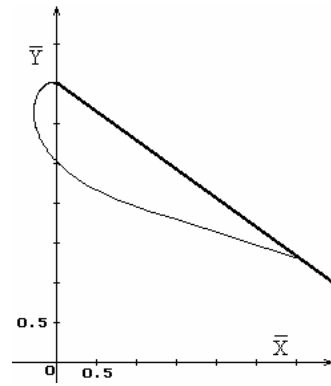


a)

$$e = -0,99919; d = -0,99906;$$

$$m = -0,9946; n = 0,462; h = 0,405;$$

$$l = 2,474; v_1 = 0,818; v_2 = 1,209.$$



б)

$$e = -0,99985; d = -0,99935;$$

$$m = -0,9941; n = 0,497; h = 0,44;$$

$$l = 4,279; v_1 = 0,570; v_2 = 1,250.$$

Рис. 1.28. Форма первой свободной линии тока при угле раскрытия раструба  $36^\circ$

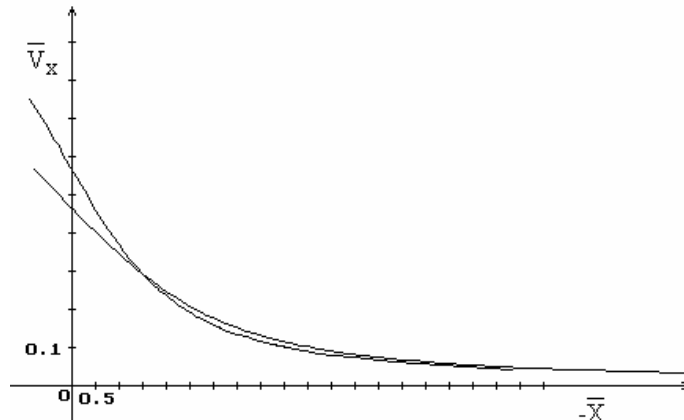
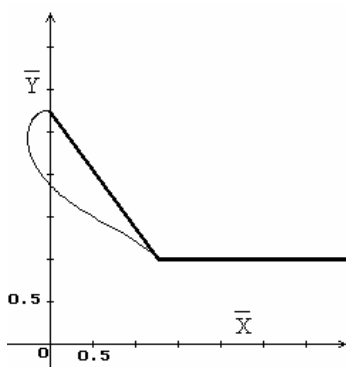


Рис. 1.29. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входного отверстия для случаев а, б рис.1.28 (соответственно сверху вниз)

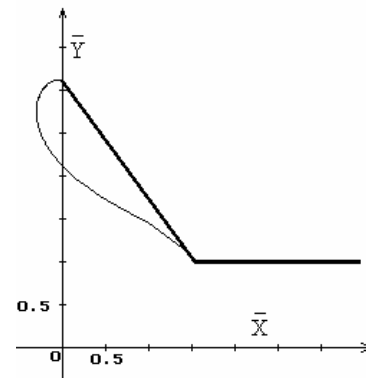


a)

$$e = -0,995; d = -0,993; m = -0,975;$$

$$n = 0,382; h = 0,3; l = 2,143;$$

$$v_1 = 0,704; v_2 = 1,341;$$

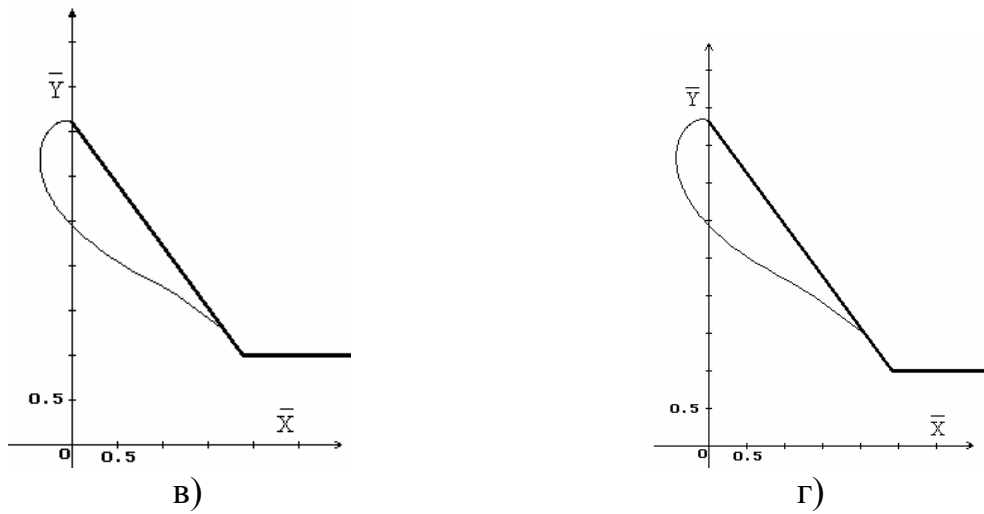


б)

$$e = -0,997; d = -0,994; m = -0,975;$$

$$n = 0,393; h = 0,31; l = 2,596;$$

$$v_1 = 0,618; v_2 = 1,358;$$



$$e = -0,998; d = -0,994; m = -0,975;$$

$$n = 0,403; h = 0,32; l = 3,214;$$

$$v_1 = 0,531; v_2 = 1,371;$$

$$e = -0,999; d = -0,995; m = -0,975;$$

$$n = 0,413; h = 0,33; l = 4,108;$$

$$v_1 = 0,442; v_2 = 1,378;$$

Рис. 1.30. Форма первой свободной линии тока при угле раскрытия раструба  $54^\circ$

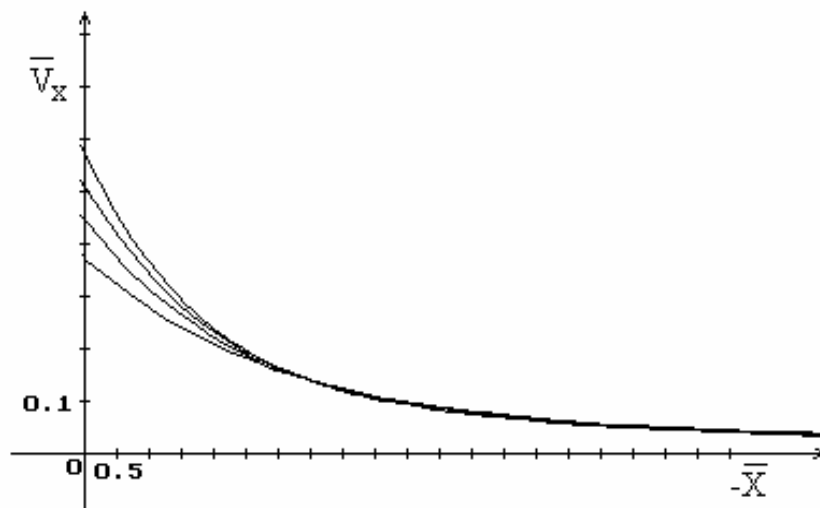
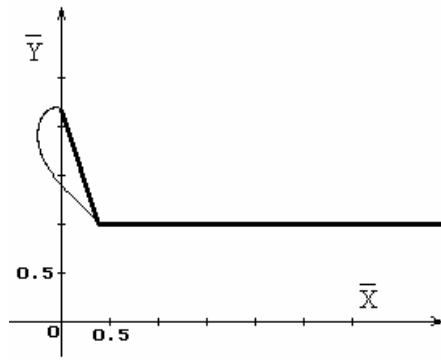


Рис. 1.31. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входного отверстия для случаев а,б,в,г рис.1.30 (соответственно сверху вниз)

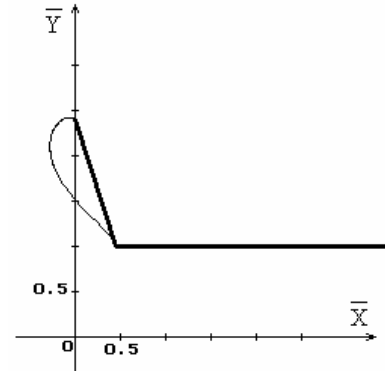


a)

$$e = -0,97; d = -0,968; m = -0,936;$$

$$n = 0,301; h = 0,202; l = 1,235;$$

$$v_1 = 0,835; v_2 = 1,435;$$

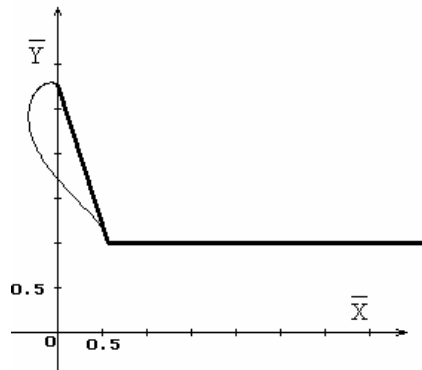


б)

$$e = -0,975; d = -0,971; m = -0,936;$$

$$n = 0,310; h = 0,21; l = 1,470;$$

$$v_1 = 0,747; v_2 = 1,446;$$

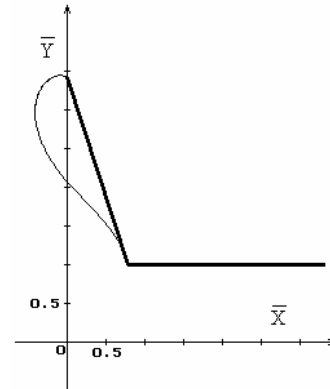


в)

$$e = -0,983; d = -0,975; m = -0,938;$$

$$n = 0,321; h = 0,22; l = 1,854;$$

$$v_1 = 0,64; v_2 = 1,461;$$



г)

$$e = -0,990; d = -0,979; m = -0,939;$$

$$n = 0,334; h = 0,232; l = 2,533;$$

$$v_1 = 0,513; v_2 = 1,476;$$

Рис. 1.32. Форма первой свободной линии тока при угле раскрытия раструба  $72^\circ$

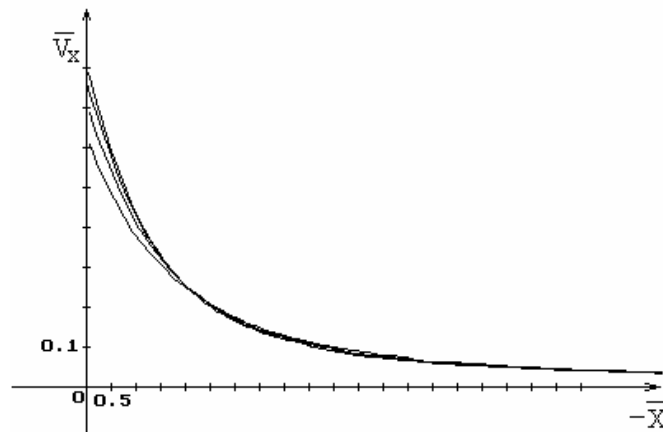
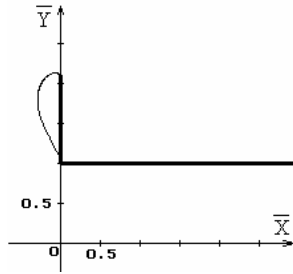
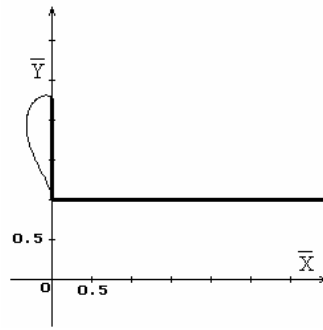


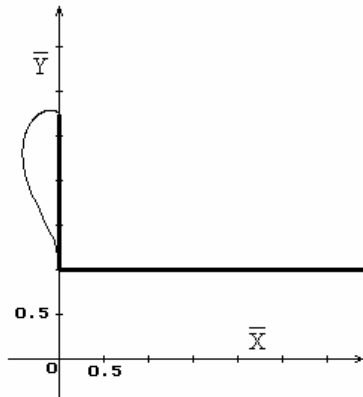
Рис. 1.33. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входного отверстия для случаев а,б,в,г рис.1.32 (соответственно сверху вниз)



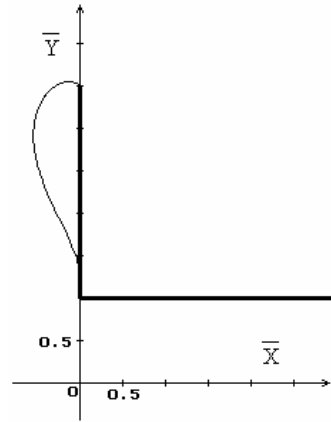
a)  
 $e = -0,934; d = -0,926; m = -0,871;$   
 $n = 0,255; h = 0,145; l = 1,096;$   
 $v_1 = 0,771; v_2 = 1,546;$



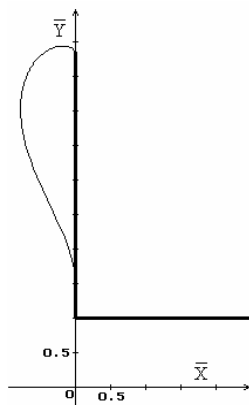
б)  
 $e = -0,944; d = -0,932; m = -0,874;$   
 $n = 0,261; h = 0,15; l = 1,27;$   
 $v_1 = 0,700; v_2 = 1,554;$



в)  
 $e = -0,962; d = -0,942; m = -0,880;$   
 $n = 0,274; h = 0,16; l = 1,738;$   
 $v_1 = 0,564; v_2 = 1,564;$



г)  
 $e = -0,976; d = -0,949; m = -0,856;$   
 $n = 0,286; h = 0,17; l = 2,483;$   
 $v_1 = 0,434; v_2 = 1,563;$



д)  
 $e = -0,988; d = -0,954; m = -0,890;$   
 $n = 0,298; h = 0,18; l = 3,843;$   
 $v_1 = 0,307; v_2 = 1,548;$

Рис. 1.34. Форма первой свободной линии тока угле раскрытия раструба  $90^\circ$

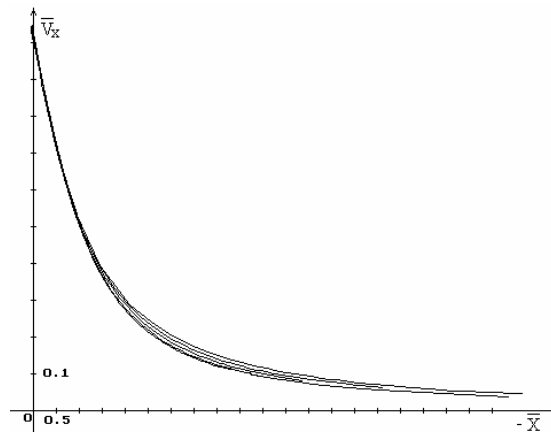
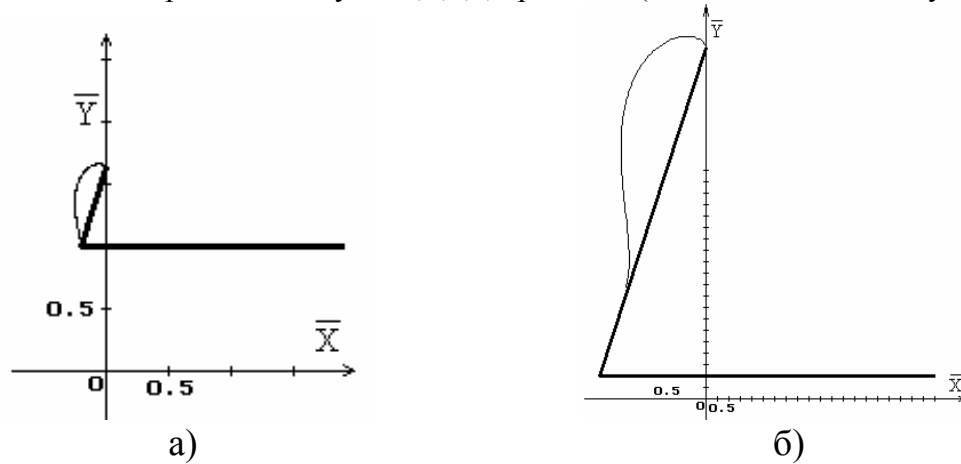


Рис. 1.35. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входного отверстия для случаев а,б,в,г,д рис.1.34 (соответственно снизу вверх)



а)  
 $e = -0,834; d = -0,828; m = -0,763;$   
 $n = 0,200; h = 0,090; l = 0,66;$   
 $v_1 = 0,917; v_2 = 1,636;$

б)  
 $e = -0,995; d = -0,919; m = -0,829;$   
 $n = 0,271; h = 0,14; l = 15,079;$   
 $v_1 = 0,075; v_2 = 1,209;$

Рис. 1.36. Форма первой свободной линии тока  $108^\circ$

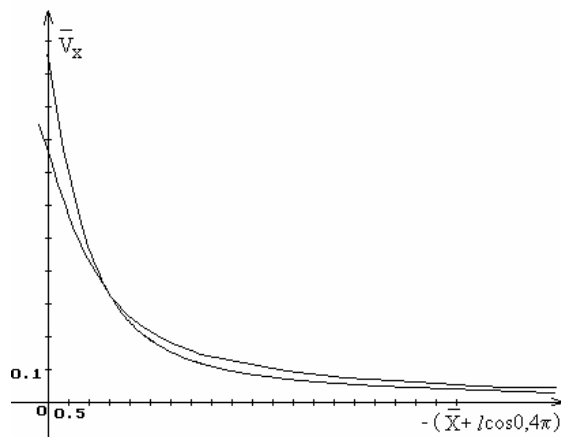
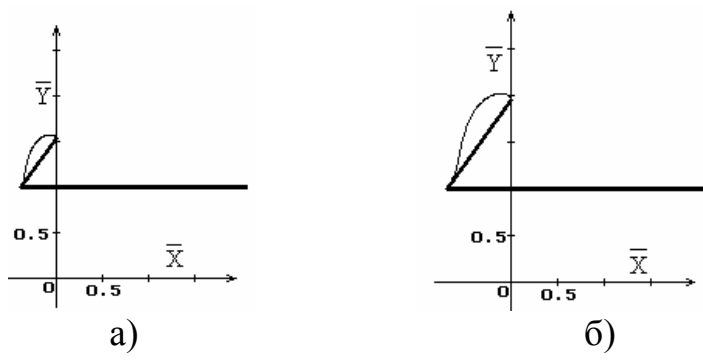


Рис. 1.37. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входного отверстия для случаев а,б рис.1.36 (соответственно верхняя и нижняя линия)



$$\begin{aligned}
 e = -0,760; d = -0,739; m = -0,653; & \quad e = -0,843; d = -0,790; m = -0,689; \\
 n = 0,171; h = 0,06; l = 0,653; & \quad n = 0,189; h = 0,07; l = 1,174; \\
 v_1 = 0,790; v_2 = 1,714; & \quad v_1 = 0,534; v_2 = 1,674;
 \end{aligned}$$

Рис. 1.38. Форма первой свободной линии тока угле раскрытия раструба  $126^\circ$

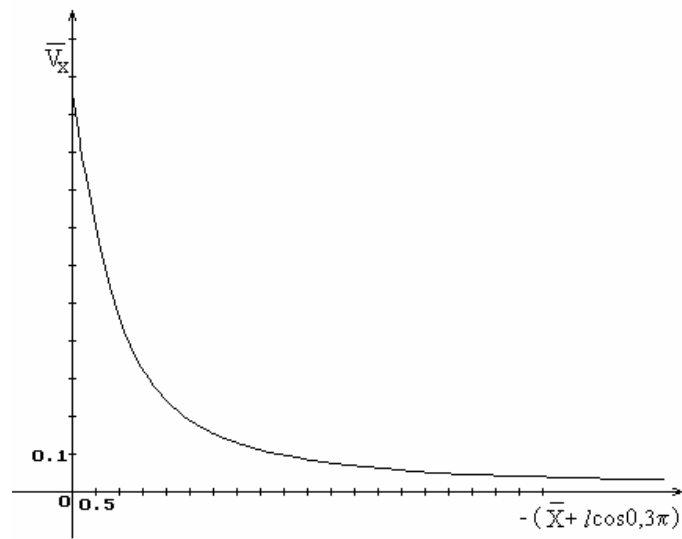


Рис. 1.39. Изменение безразмерной осевой скорости при удалении от входного отверстия для случая б) рис.1.38



## 1.4. Расчет течений на основе метода наложения потоков

Метод наложения потоков основывается на том, что вектор скорости сложного потенциального потока несжимаемой жидкости может быть представлен в виде суммы векторов скорости составляющих его потоков [53]:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 + \dots + \mathbf{v}_n, \quad (1.69)$$

где  $n$  – количество складываемых потоков.

Это же утверждение справедливо для функций тока и потенциала сложного потока.

В инженерной практике [16; 29] встречается также иная модификация метода наложения потоков, не имеющего строгого математического и физического обоснования, но иллюстрирующая неплохое согласие с экспериментальными данными для задач о воздушно-струйных течениях. Квадрат (куб) составляющих вектора скорости результирующего потока равен сумме квадратов (кубов) соответствующих составляющих векторов скоростей складываемых потоков:

$$v_i^2 = v_{i_1}^2 + v_{i_2}^2 + \dots + v_{i_n}^2, \quad (1.70)$$

$$v_i^3 = v_{i_1}^3 + v_{i_2}^3 + \dots + v_{i_n}^3, \quad (1.71)$$

где  $v_i$  –  $i$ -координата вектора скорости.

### 1.4.1. Расчет осевой скорости воздуха у всасывающих отверстий, встроенных в плоскую стенку

Изменение геометрической формы вытяжного отверстия приводит к изменению скорости во всасывающем факеле, увеличение которой приводит к уменьшению производительности системы аспирации и соответственно – снижению энергозатрат. Используя метод наложения потоков, определим форму отверстия, имеющего наибольшую дальность.

Предполагаем, что скорость воздуха во всех точках, равновеликих по площади вытяжных отверстий, постоянна и равна  $V_0$ .

Определим осевую скорость  $V_z$  у всасывающего отверстия в виде правильного  $n$ -угольника площадью  $S$  (рис. 1.40).

Вычислим скорость  $V_{zOAB}$  в некоторой точке  $M$ , лежащей на оси  $OZ$ , вызываемой действием треугольного всасывающего отверстия  $OAB$ . Так как угол

$\angle BOA = \frac{\pi}{n}$ , то площадь многоугольника  $S = \frac{1}{2} \cdot |OB|^2 \cdot n \cdot \sin \frac{2\pi}{n}$  и длина

$$|OA| = |OB| \cdot \cos \frac{\pi}{n} = \sqrt{\frac{S}{n} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}}.$$

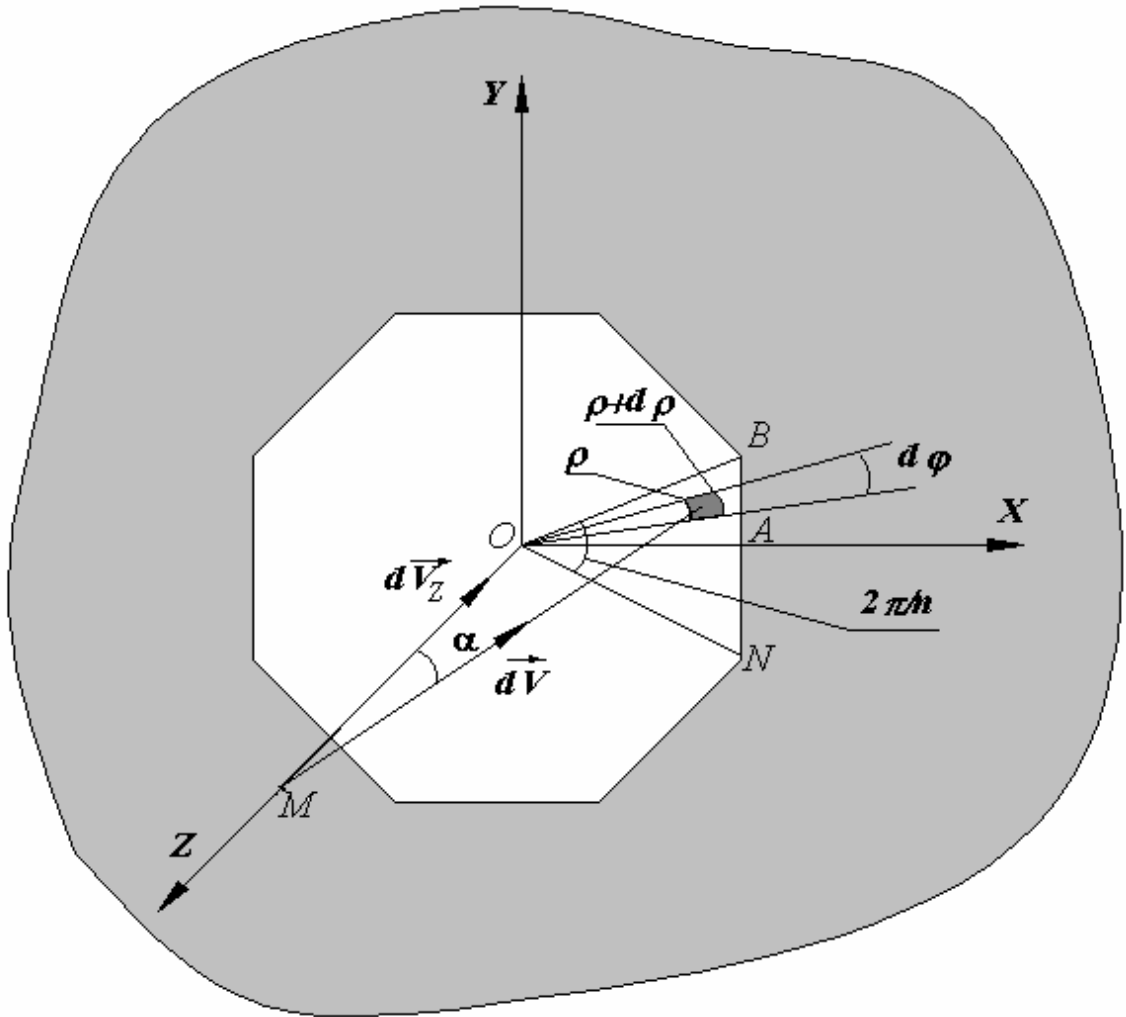


Рис. 1.40. Правильный многоугольник, встроенный в плоскую безграничную стенку

Воспользуемся полярной системой координат (полярная ось совпадает с  $OX$ ) и выделим элементарную площадку  $\rho d\rho d\varphi$  в плоскости  $\triangle OAB$ , считая что на ней действует точечный сток. Тогда элементарный расход

$$dL = V_0 \rho d\rho d\varphi, \text{ скорость } dV_z = dV \cos \alpha = \frac{dL}{2\pi(\rho^2 + Z^2)} \frac{z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \text{ и}$$

$$V_{z \text{ OAB}} = \frac{V_0 Z^n}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\cos \varphi}} d\varphi \int_0^{|OA|} \frac{\rho \cdot d\rho}{(\rho^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (1.72)$$

Интегрируя (1.72) и умножая полученный результат на количество таких треугольников  $2n$ , получим зависимость для осевой скорости у правильного многоугольника:

$$V_z = \frac{nV_0}{\pi} \left[ \frac{\pi}{n} - \arcsin \frac{Z \cdot \sin \frac{\pi}{n}}{\sqrt{\frac{S}{n} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} + Z^2}} \right]. \quad (1.73)$$

Устремляя  $n \rightarrow \infty$ , получим известную формулу для расчета осевой скорости у круглого всасывающего отверстия [29]:

$$V_z = V_0 \left[ 1 - \frac{Z}{\sqrt{R^2 + Z^2}} \right], \quad (1.74)$$

где  $R$  – радиус круга.

При  $n = 4$  имеем формулу для расчета скорости у квадратного отверстия, полученную И. А. Шепелевым:

$$V_z = \frac{2V_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{A^2 / 4}{\sqrt{A^2 / 2 + Z^2}}, \quad (1.75)$$

где  $A$  – длина стороны квадрата.

Приведем также формулы [12 - 29] для расчета осевых скоростей воздуха: у прямоугольного отверстия размером  $2A \times 2B$

$$V_z = \frac{2V_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{B \cdot A}{Z \sqrt{B^2 + A^2 + Z^2}}, \quad (1.76)$$

у кольцевого отверстия с внутренним радиусом  $R_1$  и внешним  $R_2$

$$V_z = ZV_0 \left( \frac{1}{\sqrt{R_1^2 + Z^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + Z^2}} \right) \quad (1.77)$$

и у эллиптического отверстия

$$V_z = \frac{2V_0}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left[ 1 - \frac{Z}{\sqrt{\frac{a^2 \cdot \epsilon^2}{\epsilon^2 \cos^2 \varphi + a^2 \sin^2 \varphi} + Z^2}} \right] d\varphi, \quad (1.78)$$

где  $a$  – большая,  $\epsilon$  – малая полуоси эллипса.

Анализ изменения осевой скорости (при  $V_0 = 1$ ) у правильных многоугольников, круга и кольца (табл.3.1) приводит к выводу, что наиболее дальнобойным является круглое отверстие.

Таблица 3.1

**Осевая скорость воздуха у правильных фигур**

$Z$	$n$	3	4	6	10	Круг	Кольцо
0,25		0,8343	0,8414	0,8433	0,8437	0,8437	0,1065
0,5		0,6825	0,6944	0,6977	0,6982	0,6982	0,1823
1		0,4478	0,4609	0,4646	0,4652	0,4652	0,2256
5		0,4592	0,4637	0,0464	0,0464	0,0464	0,0409
10		0,01221	0,01225	0,01225	0,01225	0,01225	0,0112

Примечание.  $Z$  – удаленность от отсоса в абсолютных единицах длины;  
 $n$  – количество сторон многоугольника

Преобразование круглого отверстия в эллиптическое (рис.1.41), а квадратного в прямоугольное (рис.1.42) не дает эффекта, дальнобойность снижается.

В некоторых инженерных публикациях ошибочно сделан вывод о большей дальнобойности щелевого вытяжного устройства, чем круглого, [97] или большей дальнобойности квадратного вытяжного отверстия, нежели круглого [6]. В первом случае производилось сравнение щелевого и круглого отсосов, встроенных в плоскую безграничную стенку, имеющих одинаковую скорость всасывания, но разные расходы, что и привело к ошибочному выводу. Во втором случае сравнение некорректно, поскольку удаление от отсоса измерялось в относительных единицах – долях от гидравлических диаметров. Гидравлический радиус круга больше, чем квадрата, поэтому сравнение скоростей производилось в разных точках.

Представляет интерес исследование влияния площади круглого всасывающего отверстия при одном и том же расходе отсасываемого воздуха на осевую скорость воздуха.

Скорость  $V_z$  в (1.74) является функцией от  $Z$  и  $R$ . Зафиксируем  $Z$ . Так как  $V_0\pi R^2 = L$ , где  $L$  – расход воздуха, то (1.74) преобразуется к виду

$$V_z = \frac{L}{\pi R^2} \left( 1 - \frac{Z}{(R^2 + Z^2)^{\frac{1}{2}}} \right). \quad (1.79)$$

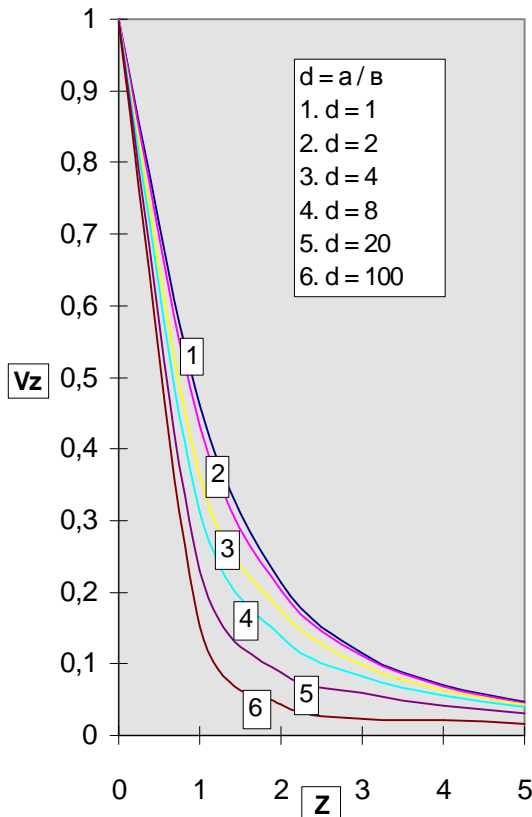


Рис. 1.41. Осевая скорость воздуха у эллиптических отверстий

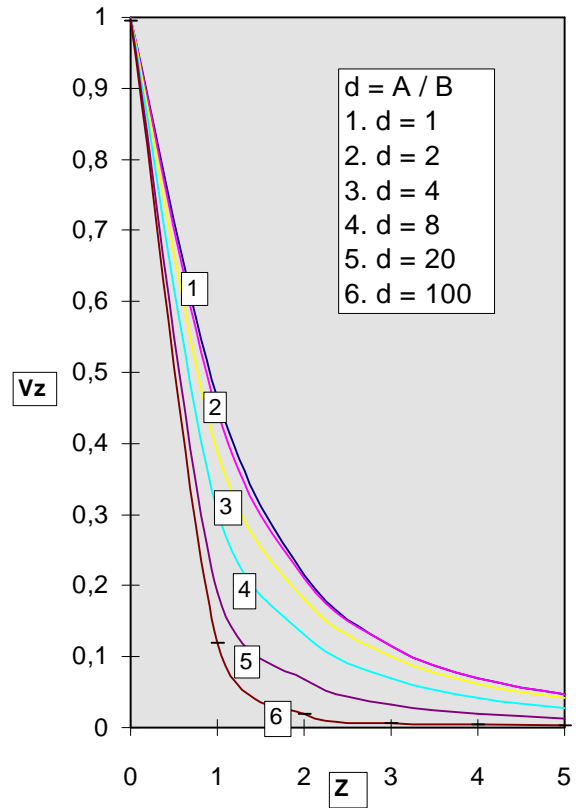


Рис. 1.42. Осевая скорость воздуха у прямоугольных отверстий

Дифференцируя (1.79) по  $R$  и приравнявая к 0, найдем значения  $R$ , подозрительные на экстремум:

$$\frac{dV_z}{dR} = \frac{L}{\pi R} \left[ \frac{-2(R^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}} + 2Z(R^2 + Z^2) + Z \cdot R^2}{R^2(R^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}} \right] = 0. \quad (1.80)$$

Раскладывая числитель на множители, получим

$$(Z - t)(-Z^2 - Zt + 2t^2) = 0, \quad (1.81)$$

где  $t = \sqrt{R^2 + Z^2}$ .

Выражение (1.79) имеет один действительный корень, удовлетворяющий физической постановке задачи,  $Z = t \Rightarrow R = 0$ . Экстремумов нет. Скорость на оси отсоса падает при увеличении радиуса круга и стремится к нулю при  $R \rightarrow \infty$

(рис.1.43). Таким образом, всегда дальнобойнее круглое всасывающее отверстие меньшего радиуса и большей скорости всасывания, чем круг большего радиуса и меньшей скорости (расходы в обоих случаях одинаковы), что подтверждается и расчетами.

Однако в реальности уменьшение радиуса отверстия возможно до определенного предела. Кроме того, при малых отверстиях значительно возрастает влияние сил вязкости, которые не учтены в расчетах.

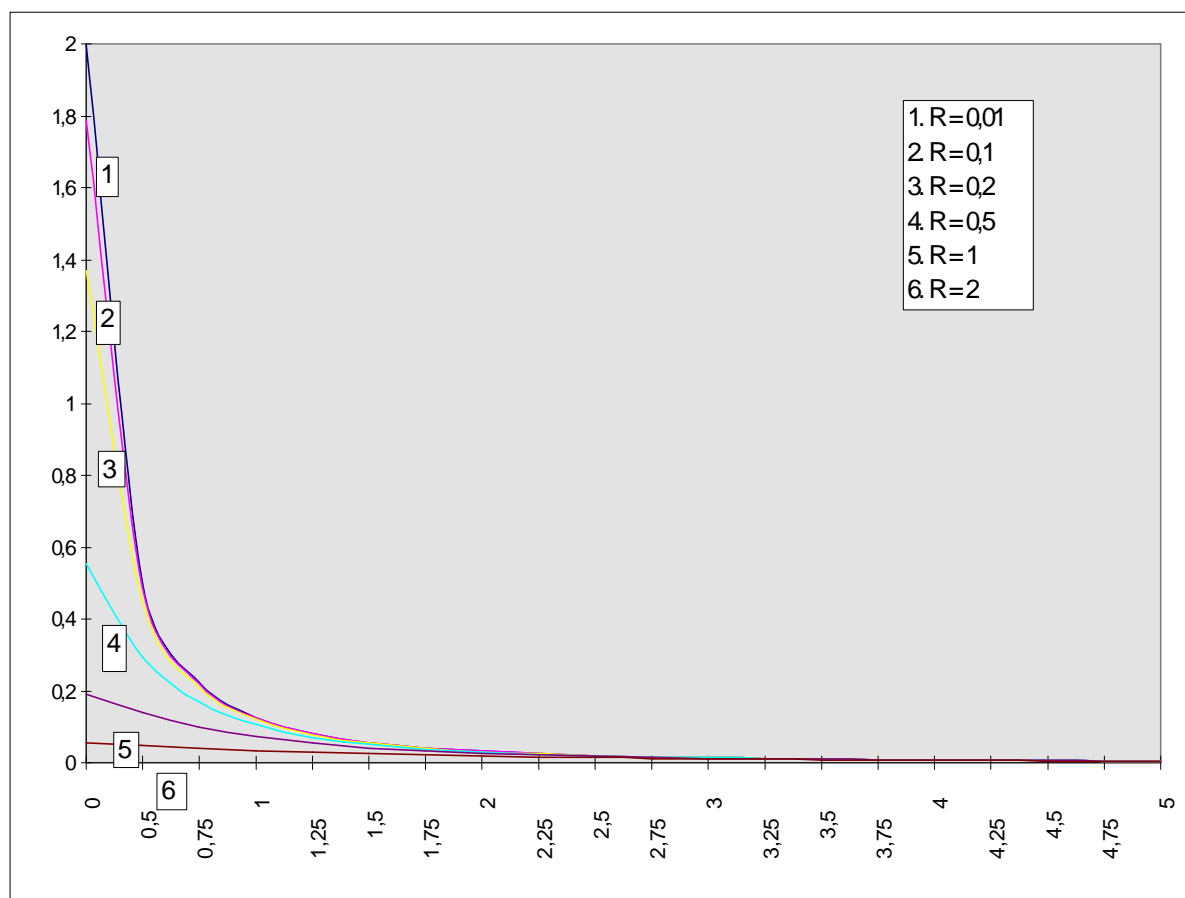


Рис. 1.43. Изменение скорости на оси круглого отверстия при изменении его радиуса  $R$  и фиксированном расходе  $L = 1$

Следует иметь в виду, что в реальных условиях чаще всего всасывающий спектр «обслуживает» некоторую экологически неблагоприятную область, а не точку с максимальным выбросом вредных примесей.

В этом случае при оценке дальнобойности факела удобнее оперировать средней скоростью

$$V_{\text{cp}} = Q_x / S_0, \quad (1.82)$$

где  $Q_x$  – расход воздуха через площадку, удаленную на расстояние  $X$  и имеющую ту же площадь, что и всасывающее отверстие  $S_0$ .

## 1.4.2. Экранирование местного отсоса приточными струями

Рассмотрим вначале плоскую задачу. Поместим сток производительностью  $Q_0$  в начало системы координат, а струи в точках  $(0, -a)$  и  $(0, a)$  (рис.1.44).

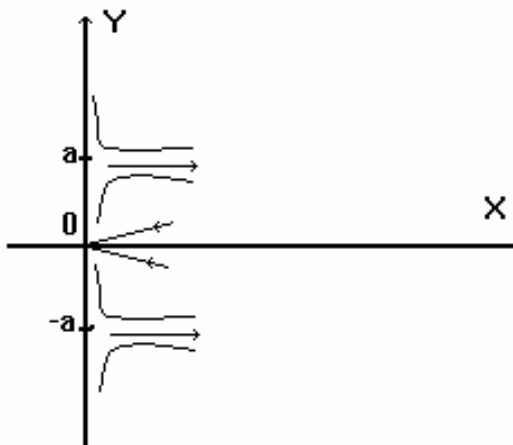


Рис. 1.44. Схема истечения двух затопленных струй в точках  $(0, a)$  и  $(0, -a)$  и стока в точке  $(0, 0)$

Для стока функция тока

$$\psi = -\frac{Q_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad (1.83)$$

а для плоских ламинарных струй [95]

$$\psi = A \sqrt[3]{x} \operatorname{th} \left( B \frac{y \sqrt{ma}}{\sqrt[3]{x^2}} \right), \quad (1.84)$$

где

$$A = 1,651 \sqrt[3]{\frac{\nu J_0}{\rho}}; \quad B = 0,2752 \sqrt[3]{\frac{J_0}{\rho \nu^2}};$$

$\rho$  – плотность воздуха,  $\text{кг/м}^3$ ;

$\nu$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $J_0$  – начальный импульс струи, определяющийся из выражения

$$J_0 = \frac{Q_c^3 \rho}{\nu \cdot 3,3019^3 \cdot x}, \quad (1.85)$$

где  $Q_c$  – секундный объемный расход в сечении струи, удаленном на расстояние  $x = 1\text{ м}$  от начала координат. В наших расчетах  $Q_c = 0,001\text{ м}^2/\text{с}$ . Малая величина  $Q_c$  связана с вычислительными трудностями при ее увеличении.

Введем в рассмотрение  $n$  вертикальных линий, на которых расположены стоки и струи (рис.1.45).

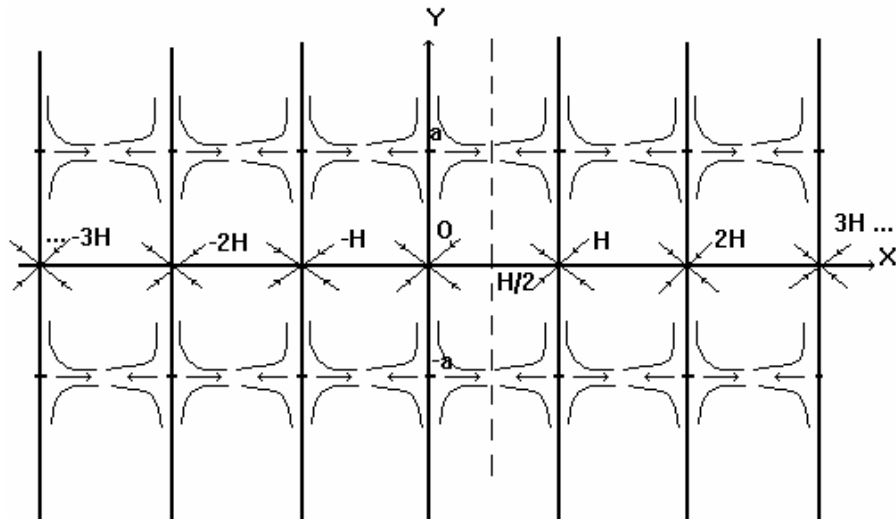


Рис. 1.45. Цепочка стоков и затопленных струй

Такое расположение линейных стоков и затопленных струй даст возможность при неограниченном возрастании  $n$  получить непроницаемую линию при  $x = H/2$ , которая будет моделью «стола», и при  $x = 0$  – моделью потолка. Функция тока при этом будет описываться уравнением

$$\psi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( -\frac{Q_0}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x - Hn} + A \sqrt[3]{x - Hn} \cdot \operatorname{th} \left( B \frac{y - a}{\sqrt[3]{(x - Hn)^2}} \right) + A \sqrt[3]{x - Hn} \cdot \operatorname{th} \left( B \frac{y + a}{\sqrt[3]{(x - Hn)^2}} \right) \right), \quad (1.86)$$

а горизонтальная составляющая скорости воздуха следующим соотношением:

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{AB}{(x - Hn)^{1/3} \operatorname{ch}^2 \left( \frac{B(y - a)}{(x - Hn)^{2/3}} \right)} + \frac{AB}{(x - Hn)^{1/3} \operatorname{ch}^2 \left( \frac{B(y + a)}{(x - Hn)^{2/3}} \right)} - \frac{Q_0(x - Hn)}{\pi \left( (x - Hn)^2 + y^2 \right)} \right). \quad (1.87)$$

В частности, при  $n = 0$  осевая скорость воздуха (на оси  $OX$ ) определяется очевидным соотношением



$$v_{ox} = \frac{2AB}{x^{1/3} \cdot \operatorname{ch}^2\left(\frac{Ba}{x^{2/3}}\right)} - \frac{Q_0}{\pi x}, \quad (1.88)$$

из которого следует, что при ограничении стока двумя затопленными струями в неограниченном пространстве дальнобойность стока падает (рис.1.46). Более наглядно это видно при рассмотрении двух затопленных струй без линейного стока (рис.1.47), в этом случае осевая скорость положительна. Возвратного течения между струями не возникает. Дальнобойность стока, помещенного между ними, не может быть увеличена.

При рассмотрении  $n$  затопленных струй, расположенных на  $n$ -вертикальных линиях, видно, что при натекании струи на непроницаемую линию  $x = H/2$  («стол») возникает возвратное течение воздуха (рис.1.48), причем на любой прямой, параллельной  $OY$ , имеется три экстремума скорости  $v_x$ , один максимум (по оси струи) и два минимума.

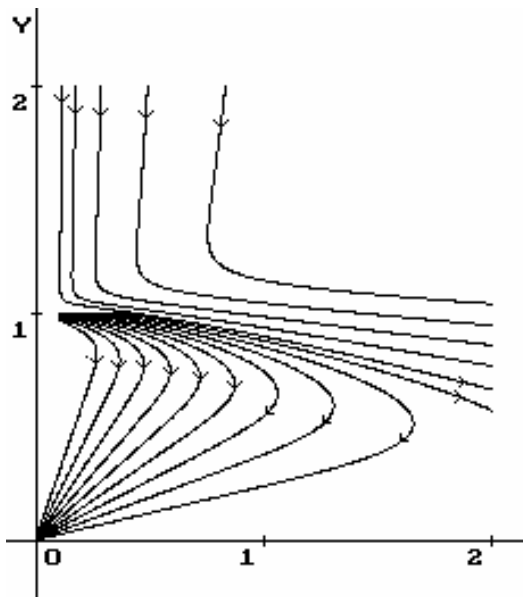


Рис. 1.46. Линии тока от стока и двух затопленных струй, расположенных в точках (0, 1) и (0, - 1)

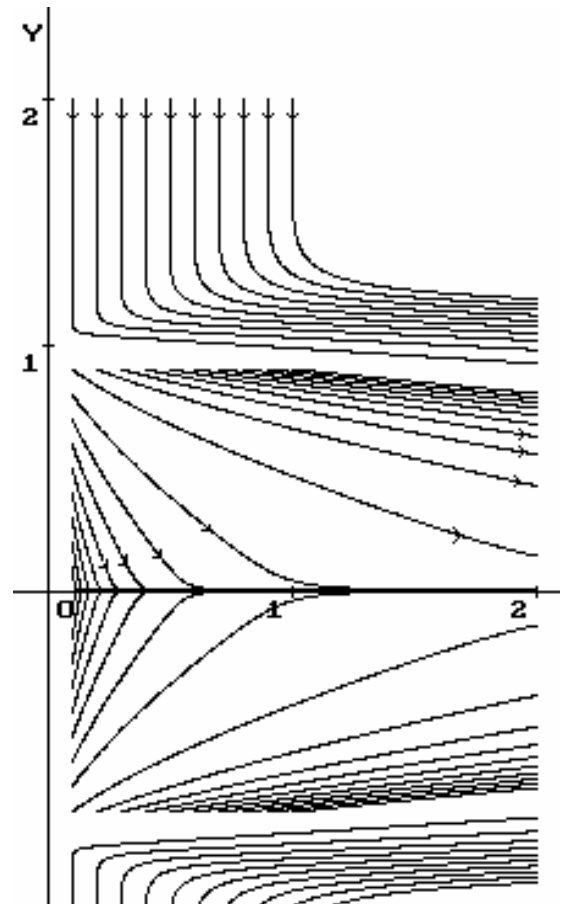


Рис. 1.47. Линии тока от двух симметричных плоских струй, истекающих из точек (0, 1) и (0, - 1)

Рассмотрим  $n$  струй, находящихся на неограниченном количестве вертикальных линий, истекающих из точек пересечения этих линий с осью

абсцисс  $OX$ . Очевидно, для семейства экстремальных точек будем иметь следующее уравнение:

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{-2AB^2 \operatorname{sh}\left(\frac{By}{(x-Hn)^{2/3}}\right)}{(x-Hn) \cdot \operatorname{ch}^3\left(\frac{By}{(x-Hn)^{2/3}}\right)} = 0. \quad (1.89)$$

Решая уравнение (1.89), можно найти точки экстремумов, в том числе при фиксированном значении  $x$  определить такую ординату  $a$ , при которой имеем наибольшую скорость возвратного течения  $v_x$  (рис.1.48).

Заметим, что чем больше расход струи  $Q_c$ , тем ближе точки наибольшего возвратного течения к оси струи (при фиксированной абсциссе  $x$  и удалении  $H$ ), т.е. величина  $a$  обратно пропорциональна расходу  $Q_c$ . При увеличении расстояния до «потолка»  $H/2$  (при постоянном расходе  $Q_c$  и фиксированной абсциссе  $x$ ) эти точки отдаляются от оси струи. И наконец, при постоянных  $Q_c$  и  $H$  точки минимума приближаются к  $OX$  при уменьшении  $x$  от  $H/2$  до 0.

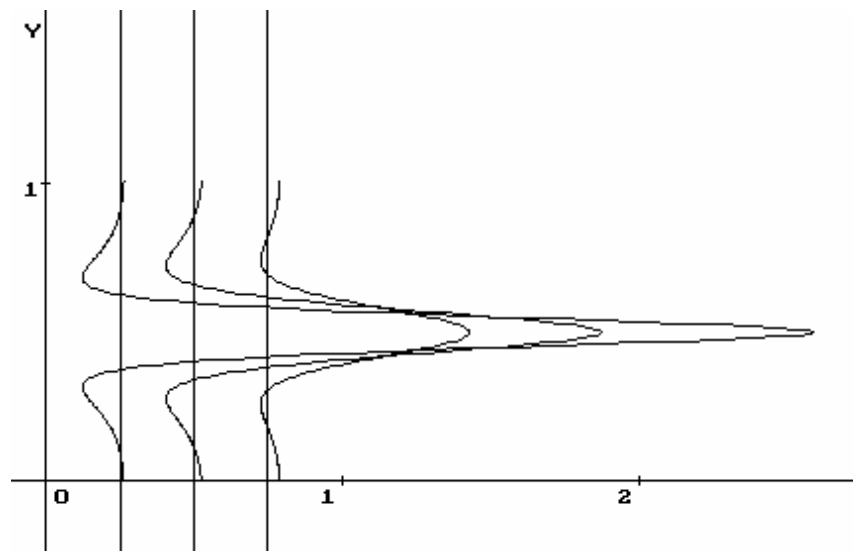


Рис. 1.48. Годограф скорости  $v_x$  в различных сечениях ( $x = 0,25; x = 0,5; x = 0,75$ ), вызываемой струями интенсивностью  $Q_c = 0,001 \text{ м}^2/\text{с}$ , расположенными в точках  $(\pm H \cdot n; 0,5)$ , где  $H = 2, n = 1, 2, \dots, 15\ 000$

Таким образом, величина ординаты наибольшего значения скорости возвратного течения зависит от трех величин:

$$a = f\left(\frac{Hx}{Q_c}\right). \quad (1.90)$$

Заметим, что при решении реальных задач о локализации пылевыведений, отсос максимально (насколько позволяет технологический процесс) приближают к столу (фиксируется  $H$ ) и определяют характерную точку с максимальным пылевыведением, в которой необходимо обеспечить требуемую скорость течения воздуха (например, при сварке это точка с наибольшей скоростью развития конвективного потока).

Пусть, например, стол находится от местного отсоса на расстоянии 1 м, характерная точка удалена от стола на 0,2 м. Расход симметричных относительно  $OX$  струй  $Q_c = 0,001 \text{ м}^2/\text{с}$ . Удалив струи на расстояние  $a = 0,24 \text{ м}$  (определенное при численном решении уравнения (1.89)) от оси симметрии, получим вихрь, способствующий увеличению дальнобойности стока, расположенного в точке 0 (рис.1.48).

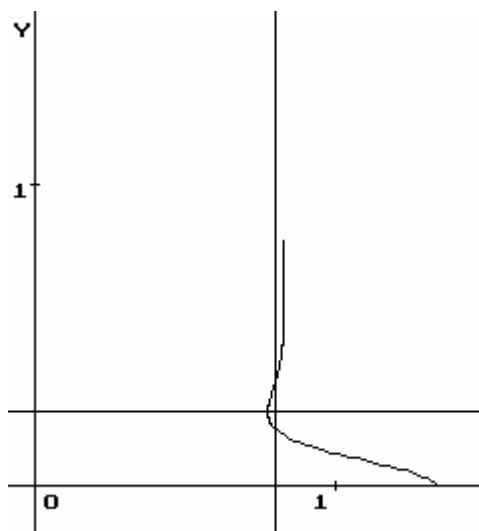


Рис. 1.48. Профиль скорости по прямой  $x = 0,8 \text{ м}$  при истечении струи из точек  $(x-nH, 0)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 30\ 000$

В точке  $x = 0,8 \text{ м}$  при действии только стока интенсивностью  $Q_0 = 0,001 \text{ м}^2/\text{с}$  имеем скорость  $v_{ox} = -0,00016 \text{ м/с}$ , а при экранировании его струями  $v_{ox} = -0,00032 \text{ м/с}$ . Т. е. дальнобойность в исследуемой точке повышается в 2 раза.

Рассмотрим теперь более сложный случай осесимметричного течения. Воспользуемся формулой [29] для определения скорости воздуха в произвольной точке компактной изотермической струи:

$$u = \frac{u_0 \sqrt{F_0}}{\sqrt{\pi c x}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r}{cx} \right)^2}, \quad (1.91)$$

где  $u_0$  – скорость истечения компактной струи, которая равномерна по всему приточному отверстию площадью  $F_0$ ;  $r$  – расстояние от оси струи до произвольной точки пространства;  $x$  – удаленность от плоскости истечения струи;  $c = 0,082$  – экспериментальная постоянная.

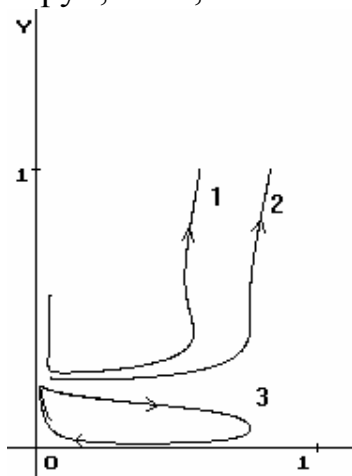


Рис. 1.48. Линии тока от симметричных относительно  $OX$  струй, расположенных на 60 000 вертикальных линиях, удаленных друг от друга на  $H = 2 \text{ м}$ :

1 -  $\psi = 0,000202$ ; 2 -  $\psi = 0,0003212$ ; 3 -  $\psi = -0,00000765$

Для определения выражения для расчета осевой скорости кольцевой струи в неограниченном пространстве используем часто применяемый в инженерной практике прием (1.70):

$$u_x^2 = \frac{u_0^2}{x^2 \pi c^2} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} e^{-\left(\frac{r}{cx}\right)^2} r dr d\beta = u_0^2 \left[ e^{-\left(\frac{R_1}{cx}\right)^2} - e^{-\left(\frac{R_2}{cx}\right)^2} \right], \quad (1.92)$$

где  $R_1$  – внутренний,  $R_2$  – внешний радиусы кольца.

Пусть струя, находящаяся в начале координат, действует в направлении оси  $Ox$ . Все струи, находящиеся левее, действуют в том же направлении, правее – в противоположном. Расстояние между плоскостями истечения струи –  $H$ . При неограниченном возрастании количества таких плоскостей имеем модель движения воздуха в кольцевой струе, истекающей из «потолка» и натекающей на «пол», расстояние между которыми  $H$ . Тогда

$$u_x = u_0 \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{e^{-\left(\frac{R_1}{c(x+iH)}\right)^2} - e^{-\left(\frac{R_2}{c(x+iH)}\right)^2}} - \sqrt{e^{-\left(\frac{R_1}{c(x-iH)}\right)^2} - e^{-\left(\frac{R_2}{c(x-iH)}\right)^2}} \right\} + \\ + u_0 \sqrt{e^{-\left(\frac{R_1}{cx}\right)^2} - e^{-\left(\frac{R_2}{cx}\right)^2}}. \quad (1.93)$$

Определим величины  $R_1$  и  $R_2$ , при которых на оси кольцевой струи, натекающей на непроницаемую поверхность, возникает возвратное течение воздуха с наибольшей скоростью.

Для этого рассмотрим взаимодействие неограниченного числа компактных струй, расположенных аналогично вышеописанным кольцевым. Скорость в этом случае

$$u = \frac{u_0 \sqrt{F_0}}{\sqrt{\pi c}} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x - iH} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r}{c(x-iH)} \right)^2}. \quad (1.94)$$

Задаваясь значениями  $x = 0,8$  м,  $H = 2$  м и  $u_0 = 1$  м/с, построим годограф скорости (рис.1.48), из которого видно, что возвратное течение наблюдается в области  $a < y < b$ . Естественно предположить, что при рассмотрении кольцевой струи с радиусами  $R_1 = a$ ,  $R_2 = b$  получим наибольшую скорость возвратного течения. Расчеты показали, что  $R_1 = 0,0945$  м,  $R_2 = 0,243$  м и  $u_x = -0,1125$  м/с. После серии вычислительных экспериментов сделано заключение, что внешний радиус  $R_2$  нуждается в небольшой корректировке. Так, при  $R_2 = 0,2$  м имеем наибольшую скорость  $u_x = -0,1199$  м/с. Расход воздуха при этом  $L_1 = u_0 \cdot \pi (R_2^2 - R_1^2) = 0,0976$  м<sup>3</sup>/с.

Определим, какой эффект дает полученное возвратное течение при экранировании отсасывающего отверстия круглой формы с  $R = 0,05$  м кольцевой струей.

Осевая скорость движения воздуха у круглого отверстия, встроенного в плоскую безграничную стенку, определяется соотношением (1.74).

В ограниченном пространстве между «потолком» и «полом»

$$u_x = u_0 \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{|x - iH|}{\sqrt{(x - iH)^2 + R^2}} - \frac{|x + iH|}{\sqrt{(x + iH)^2 + R^2}} \right) - u_0 \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right). \quad (1.95)$$

В этом случае при вышеуказанных параметрах  $u_x = -0,0011$  м/с,  $L_2 = u_0 \pi r^2 = 0,007854$  м<sup>3</sup>/с.

При рассмотрении вытяжного отверстия с расходом  $L_1 + L_2$  получим скорость на оси отсоса  $-0,0152$  м/с, т.е. при экранировании кольцевой струей над столом дальнобойность всасывающего факела в точке  $x=0,8$  м возрастает в  $0,1199/0,0152 \approx 8$  раз.

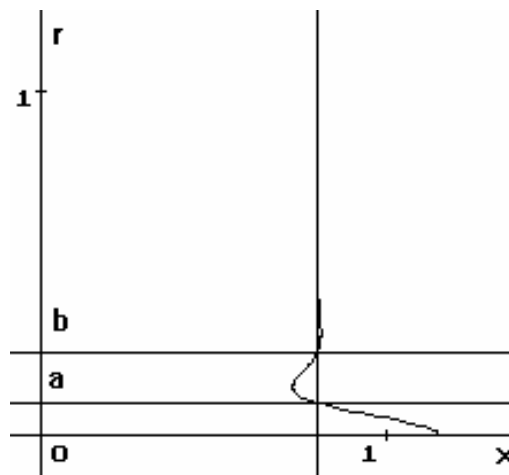


Рис. 1.48. Годограф скорости при встречном натекании 20 000 компактных струй, удаленных друг от друга на 2 м в сечении  $x = 0,8$  м

Произведенный расчет экранированного местного отсоса методом наложения потоков имеет существенный недостаток: не учитывается образование вихревых зон. При взаимодействии двух параллельных струй, истекающих в неограниченное пространство, согласно экспериментальным исследованиям, возникает зона обратных токов газа, которая в рамках модели потенциального течения не образуется (см. рис.1.47). Образующаяся вихревая зона также способствует повышению эффективности вытяжного патрубка при определенном расположении приточных отверстий. Определение поля скоростей в указанной вихревой области изложено в рамках модели вязкого несжимаемого газа в главе 3 и на основе метода дискретных вихрей (п.4.5).

## 2. РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

### 2.1. Плоские течения в многосвязных областях без особенностей

#### 2.1.1. Вывод основных соотношений и построение этапов решения

Обобщенный метод наложения потоков или «особенностей» [37; 53], названный позднее методом граничных интегральных уравнений, или непрямым методом граничных элементов [54 - 59; 90], основывается на теореме, выведенной Г. Ламбом: «...всякий вообще потенциальный поток может быть получен от определенной системы источников и стоков, распределенных по границе области». Решение уравнения Лапласа, записанного в интегральном виде, при заданных граничных условиях дает возможность такую систему определить.

Пусть дана некоторая область  $A$  течения воздуха, ограниченная контуром  $S$  (рис.2.1). Источники и стоки внутри области отсутствуют. На границе  $S$  задана нормальная составляющая скорости  $\dot{v}_n(\xi)$ , где  $\xi$  – произвольная точка  $S$  (на твердых участках границы области течения нормальная составляющая скорости равна 0, т.е. задано условие непроницаемости).

Необходимо определить скорость воздуха во внутренних точках области вдоль любого заданного направления  $\dot{v}_n(x)$ ,  $x \in A$ .

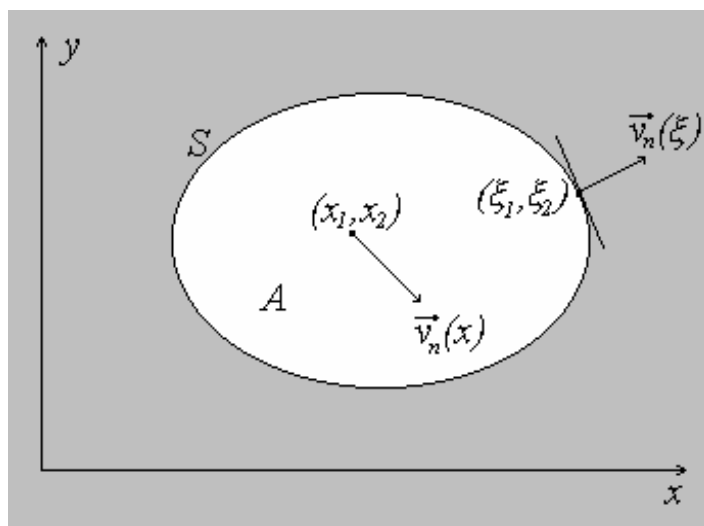


Рис. 2.1. Схема течения воздуха в области  $A$

Для потенциала  $\varphi$  справедливо уравнение Лапласа, которое запишем в полярной системе координат:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} = 0, \quad (2.1)$$

где  $r$ ,  $\psi$  – полярные радиус и угол.

В случае, когда потенциал не зависит от угла  $\psi$  (круговая симметрия), уравнение (2.1) упростится:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right) = 0. \quad (2.2)$$

Дважды проинтегрировав (2.2), имеем

$$\varphi = C_1 \ln r + C_2. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) в курсах математической физики при  $C_1 = -1$  и  $C_2 = 0$  называется фундаментальным решением уравнения Лапласа в плоскости.

Если полюс полярной системы координат поместить в точку  $(x_1, x_2)$ , а в точку  $(\xi_1, \xi_2)$  – источник (сток) интенсивностью  $q(\xi)$ , в качестве постоянных в (2.3) принять  $C_1 = q(\xi)/2\pi$ ,  $C_2 = 0$ , то уравнение (2.3) преобразуется к виду

$$\varphi(x) = \frac{q(\xi)}{2\pi} \ln r, \quad (2.4)$$

где расстояние между точками  $x$  и  $\xi$ :  $r = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}$ .

Таким образом, фундаментальное решение уравнения Лапласа (с точностью до постоянной) представляет собой значение потенциала в произвольной точке  $x$ , который обусловлен действием в некоторой точке  $\xi$  источника (стока) интенсивностью  $q(\xi)$ .

Величина скорости воздуха  $v_n$  в точке  $(x_1, x_2)$  вдоль любого заданного направления  $\dot{n} \{n_1, n_2\}$ , вызываемой действием источника (стока) в точке  $(\xi_1, \xi_2)$ , определяется из следующего выражения:

$$v_n = \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{n}} = v_1 n_1 + v_2 n_2 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} n_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} n_2 = \frac{q(\xi)}{2\pi r^2} [n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)]. \quad (2.5)$$

Пусть на границе  $S$  исследуемой области  $A$  распределены источники (стоки) неизвестной интенсивностью  $q(\xi)$ ,  $\xi \in S$ . Проинтегрировав их действие, получим величину скорости воздуха во внутренней точке  $(x_1, x_2)$  области  $A$  вдоль заданного направления  $\dot{n}$ :

$$v_n(x) = \int_S q(\xi) F(x, \xi) dS(\xi), \quad (2.6)$$

где  $F(x, \xi) = \frac{1}{2\pi r^2} [n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)]$ .

Для того чтобы определить неизвестную величину интенсивности  $q(\xi)$ , устремим точку  $x(x_1, x_2)$  к точке  $x_0$  границы  $S$  в направлении единичного вектора внешней нормали  $\dot{n}$ . Тогда уравнение (2.6) примет вид:

$$v_n(x_0) = \int_S q(\xi) F(x_0, \xi) dS(\xi), \quad (2.7)$$

где интеграл является интегралом в смысле главного значения, так как функция  $F(x_0, \xi)$  неограниченно возрастает при стремлении  $x_0$  к  $\xi$ . Для того чтобы избавиться от этой особенности, окружим точку  $\xi$  (рис.2.2) полуокружностью

радиуса  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Тогда интеграл в (2.7) можно представить в виде суммы двух интегралов:

$$\int = \int_{S-S_\varepsilon} + \int_{S_\varepsilon},$$

где первый интеграл берется по контуру  $S$  без указанной полуокружности, второй – интеграл по дуге  $S_\varepsilon$  полуокружности.

Интегрируя по дуге полуокружности  $S_\varepsilon$  и предполагая, что величина  $q(\xi)$  на этой дуге постоянна, получим

$$\begin{aligned} \int_{S_\varepsilon} F(x_0, \xi) dS &= \frac{1}{2\pi} \int_{S_\varepsilon} \frac{(x_{01} - \xi_1)n_1 + (x_{02} - \xi_2)n_2}{r^2} dS = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} x_{01} - \xi_1 = \varepsilon \cos\theta, \quad x_{02} - \xi_2 = \varepsilon \sin\theta, \quad r = \varepsilon \\ n_1 = -\cos\theta, \quad n_2 = -\sin\theta, \quad dS = \varepsilon d\theta. \end{array} \right\} = -\frac{1}{2}, \end{aligned}$$

и соответственно (2.7) можно записать в виде

$$v_n(x_0) = -\frac{1}{2}q(x_0) + \int_S q(\xi)F(x_0, \xi)dS(\xi). \quad (2.8)$$

Первое слагаемое (2.8) соответствует случаю, когда  $x_0$  совпадает с  $\xi$ , второе слагаемое – интеграл в обычном смысле, контур интегрирования которого не содержит точку  $\xi = x_0$ .

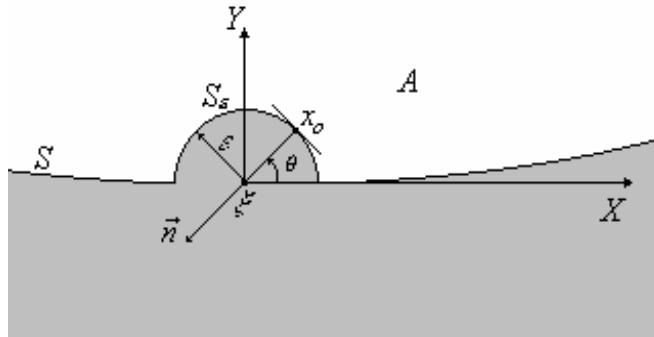


Рис. 2.2. Граница области без точки  $\xi$

Если бы интеграл в (2.8) вычислялся аналитически, то, разрешая данное уравнение относительно  $q(\xi)$  и подставляя эту величину в (2.6), получили бы решение поставленной задачи. Однако в реальных задачах таких случаев практически нет и необходимо численное решение уравнения (2.8).

Разобьем границу  $S$  на  $N$  прямолинейных отрезков. Предполагаем, что на каждом из полученных отрезков, например  $k$ -м, интенсивность источников (стоков) постоянна и равна  $q^k$ . Суммируя действия всех таких источников на центр  $p$ -го отрезка, получим дискретный аналог уравнения (2.8):

$$v_n(x_0^p) = -\frac{1}{2}q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k \int_{S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k), \quad (2.9)$$



где  $\xi^k$  – произвольная точка  $k$ -го отрезка.

Интегралы в (2.9) берутся по  $k$ -отрезкам ( $S^k$ ). Скорость  $v_n(x_0^p)$  известна из граничных условий поставленной задачи. Изменяя  $p$  от 1 до  $N$ , получим систему  $N$  линейных уравнений с  $N$  неизвестными. Решая полученную систему (2.9), найдем  $q^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . Скорость во внутренней точке  $x$  вдоль заданного направления определяется по формуле

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k \int_{S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k). \quad (2.10)$$

Таким образом, алгоритм решения плоской задачи состоит из трех этапов.

1. Разбиение границы (дискретизация) исследуемой области течения воздуха на прямолинейные отрезки (граничные элементы).
2. Решение системы линейных уравнений (2.9) и определение интенсивности источников  $q^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ .
3. Определение по формуле (2.10) скорости воздуха в интересующей нас точке.

### 2.1.2. Дискретизация границы области

Дискретизация границы  $S$  области на граничные элементы осуществляется набором прямолинейных отрезков (рис.2.3), заданных в глобальной прямоугольной декартовой системе координат. Каждый граничный отрезок имеет свой номер и координаты начала “ $a$ ” и конца “ $b$ ”. Причем “ $a$ ” и “ $b$ ” выбираются так, чтобы единичный вектор нормали к данному отрезку был направлен вне области.

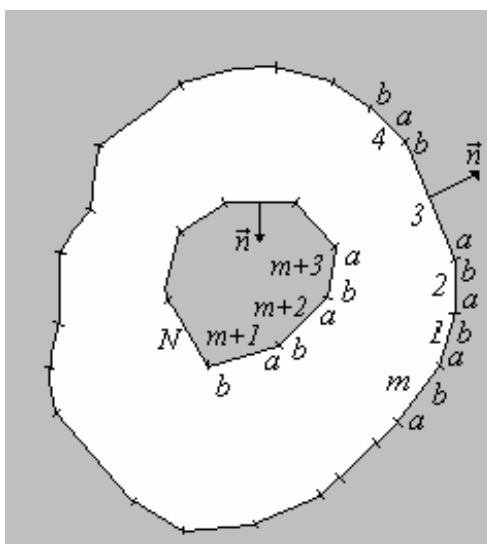


Рис. 2.3. Дискретизация границы области на  $N$  прямолинейных отрезков

### 2.1.3. Расчет интенсивностей источников (стоков)

Для того чтобы определить интенсивность источников (стоков), необходимо вначале сформировать матрицу  $F = (F^{pk}) = \left( \int_{S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) \right)$ , составленную из коэффициентов при неизвестных  $q^k$  в системе линейных алгебраических уравнений (2.9), где  $p = 1, 2, \dots, N$  и  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Интегралы  $F^{pk}$  вычисляются аналитически. Пусть центр  $p$ -го отрезка – точка  $x^p$  задана в ГДСК  $XOY$ , центр  $k$ -го отрезка  $[a, b]$  – точка  $c^k$  также задана в ГДСК. Построим локальную прямоугольную декартову систему координат с центром в точке  $c^k$ , ось ординат  $\xi_2$  направим по вектору  $\vec{ab}$ , а ось абсцисс  $\xi_1$  расположим так, чтобы полученная система координат была правой (рис.2.4). ЛДСК  $\eta_1\eta_2$  получается из  $\xi_1\xi_2$  параллельным переносом в точку  $x^p$ .

В ЛДСК  $\eta_1\eta_2$  для координат произвольной точки  $\xi^k$   $k$ -го отрезка справедливы равенства  $\eta_1 = h$ ,  $\eta_2 = h \operatorname{tg} \theta$ , а для точки  $x^p$ :  $\eta_1 = 0$ ,  $\eta_2 = 0$ . Обозначая  $\{n_1, n_2\}$  координаты единичного вектора внешней нормали к  $p$ -му отрезку в системе координат  $\eta_1\eta_2$ , получим для  $F(x_0^p, \xi^k)$  следующее выражение:

$$F(x_0^p, \xi^k) = \frac{(0-h)n_1 + (0-h \operatorname{tg} \theta)n_2}{2\pi((0-h)^2 + (0-h \operatorname{tg} \theta)^2)} = -\frac{n_1 + n_2 \operatorname{tg} \theta}{2\pi h} \cos^2 \theta.$$

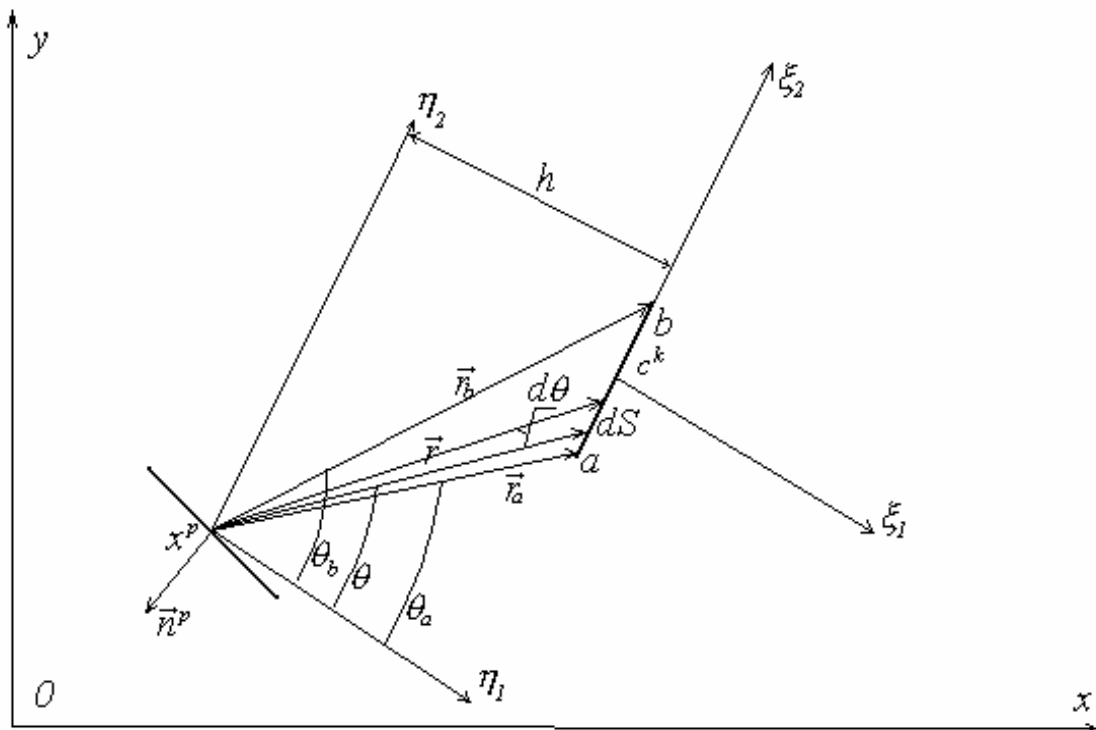


Рис. 2.4. К построению локальных систем координат

Поэтому интеграл

$$F^{pk} = \int_{S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = \left\{ dS = d\eta_2 = \frac{h}{\cos^2 \theta} d\theta \right\} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\theta_a}^{\theta_b} (n_1 + n_2 \cdot \operatorname{tg} \theta) d\theta.$$

Проинтегрировав, получим

$$F^{pk} = -\frac{1}{2\pi} \left[ n_1(\theta_b - \theta_a) + n_2 \cdot \ln \frac{r_b}{r_a} \right], \quad (2.11)$$

где  $r_b, r_a$  – длины соответствующих радиусов-векторов концов “ $a$ ” и “ $b$ ”  $k$ -го отрезка.

Рассмотрим более подробно вычисление параметров формулы (2.11).

Пусть даны координаты в ГДСК отрезка  $[a, b]$ :  $a(a_1, a_2); b(b_1, b_2)$ . Построим на этом отрезке ЛДСК, как показано на рис.2.4, и вычислим координаты ортов полученной системы координат. Так как

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{b} - \mathbf{a}}{|\mathbf{b} - \mathbf{a}|},$$

где  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  – радиусы-векторы точек “ $a$ ” и “ $b$ ” в ГДСК, то

$$\begin{cases} e_{2x} = \frac{b_1 - a_1}{\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}}, \\ e_{2y} = \frac{b_2 - a_2}{\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}}. \end{cases} \quad (2.12)$$

Координаты орта оси абсцисс найдем из условий перпендикулярности векторов  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$  и равенства вектора  $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$  орту  $\mathbf{k}$  ГДСК, так как ЛДСК правая

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 &= e_{1x} \cdot e_{2x} + e_{1y} \cdot e_{2y} = 0, \\ |\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2| &= e_{1x} \cdot e_{2y} - e_{1y} \cdot e_{2x} = 1. \end{aligned}$$

Откуда получим

$$e_{1x} = e_{2y}, e_{1y} = -e_{2x}. \quad (2.13)$$

Пусть известны координаты некоторого вектора  $\mathbf{m} = \{m_1, m_2\}$  в ГДСК. Определим его координаты в ЛДСК. В глобальной прямоугольной декартовой системе координат

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = e_{1x} \mathbf{i} + e_{1y} \mathbf{j}, \\ \mathbf{e}_2 = e_{2x} \mathbf{i} + e_{2y} \mathbf{j}. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} \mathbf{i} = e_{1x} \mathbf{e}_1 + e_{2x} \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{j} = e_{1y} \mathbf{e}_1 + e_{2y} \mathbf{e}_2. \end{cases}$$

Вектор

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= m_1 \mathbf{i} + m_2 \mathbf{j} = m_1 (e_{1x} \mathbf{e}_1 + e_{2x} \mathbf{e}_2) + m_2 (e_{1y} \mathbf{e}_1 + e_{2y} \mathbf{e}_2) = \\ &= (m_1 e_{1x} + m_2 e_{1y}) \mathbf{e}_1 + (m_1 e_{2x} + m_2 e_{2y}) \mathbf{e}_2. \end{aligned}$$

Таким образом, координаты вектора  $\mathbf{m}$  в ЛДСК

$$\begin{cases} m'_1 = m_1 e_{1x} + m_2 e_{1y}, \\ m'_2 = m_1 e_{2x} + m_2 e_{2y}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Пусть задана точка  $(a_1, a_2)$  в ГДСК. Определим ее координаты в ЛДСК  $\eta_1 \eta_2$ . При повороте глобальной системы координат таким образом, чтобы ось ординат стала сонаправленной с  $\mathbf{e}_2$ , координаты точки преобразуются к виду

$$\begin{cases} a'_1 = a_1 e_{1x} + a_2 e_{1y}, \\ a'_2 = a_1 e_{2x} + a_2 e_{2y}. \end{cases} \quad (2.15)$$

При параллельном переносе начала координат в точку  $x^p (x_1^p, x_2^p)$  координаты точки  $a$  станут соответственно

$$\begin{cases} a''_1 = a'_1 - x_1^p, \\ a''_2 = a'_2 - x_2^p. \end{cases} \quad (2.16)$$

Тогда с использованием формул (2.12 - 2.16) алгоритм вычисления  $F^{pk}$  будет состоять из следующих этапов.

1. Задается начальный номер  $p$ -го отрезка:  $p=1$ .
2. Вычисляются глобальные координаты ортов ЛДСК, построенной на  $p$ -м отрезке:

$$\begin{aligned} e_{2x}^p &= \frac{b_1^p - a_1^p}{\sqrt{(b_1^p - a_1^p)^2 + (b_2^p - a_2^p)^2}}, \quad e_{2y}^p = \frac{b_2^p - a_2^p}{\sqrt{(b_1^p - a_1^p)^2 + (b_2^p - a_2^p)^2}}, \\ e_{1x}^p &= e_{2y}^p, \quad e_{1y}^p = -e_{2x}^p. \end{aligned}$$

Тогда единичный вектор внешней нормали к  $p$ -му отрезку  $\mathbf{n}^p = \mathbf{e}_1^p$ , если  $\mathbf{e}_1^p$  направлен вне области течения, т.е. в случае, когда при прохождении от “ $a$ ” к “ $b$ ” область течения находится слева. Если “ $a$ ” и “ $b$ ” выбраны таким образом, что при обходе по границе от “ $a$ ” к “ $b$ ” область находится справа, то  $\mathbf{n}^p = -\mathbf{e}_1^p$ .

3. Задается начальный номер  $k$ -го отрезка:  $k = 1$ .
4. Если  $p=k$ , то  $F^{pk} = -0,5$ , и осуществляется переход к пункту 10.
5. Для нормального вектора  $\mathbf{n}^p$  вычисляются его координаты в ЛДСК  $k$ -го отрезка. Для этого сначала определяются орты:

$$e_{2x}^k = \frac{b_1^k - a_1^k}{\sqrt{(b_1^k - a_1^k)^2 + (b_2^k - a_2^k)^2}}, \quad e_{2y}^k = \frac{b_2^k - a_2^k}{\sqrt{(b_1^k - a_1^k)^2 + (b_2^k - a_2^k)^2}},$$

$$e_{1x}^k = e_{2y}^k, \quad e_{1y}^k = -e_{2x}^k, \quad (2.17)$$

а затем вычисляются искомые координаты:

$$n_1^{pk} = n_1^p e_{1x}^k + n_2^p e_{1y}^k, \quad n_2^{pk} = n_1^p e_{2x}^k + n_2^p e_{2y}^k.$$

6. Вычисляются координаты радиуса-вектора центра  $p$ -го отрезка в ГДСК:

$$x_1^p = \frac{a_1^p + b_1^p}{2}, \quad x_2^p = \frac{a_2^p + b_2^p}{2}$$

и определяются его координаты в ЛДСК  $k$ -го отрезка:

$$x_1^{pk} = x_1^p e_{1x}^k + x_2^p e_{1y}^k, \quad x_2^{pk} = x_1^p e_{2x}^k + x_2^p e_{2y}^k.$$

7. Вычисляются координаты вершин  $k$ -отрезка  $a^k, b^k$  в системе координат  $p$ -го отрезка ( $\eta_1 \eta_2$  на рис. 2.4):

$$\begin{cases} a_1^{kp} = a_1^k e_{1x}^k + a_2^k e_{1y}^k - x_1^{pk}, \\ a_2^{kp} = a_1^k e_{2x}^k + a_2^k e_{2y}^k - x_2^{pk}, \\ b_1^{kp} = b_1^k e_{1x}^k + b_2^k e_{1y}^k - x_1^{pk}, \\ b_2^{kp} = b_1^k e_{2x}^k + b_2^k e_{2y}^k - x_2^{pk}. \end{cases} \quad (2.18)$$

8. Определяются длины радиусов-векторов точек  $a^k, b^k$  в системе координат  $p$ -го отрезка:

$$r_a = \sqrt{(a_1^{kp})^2 + (a_2^{kp})^2}, \quad r_b = \sqrt{(b_1^{kp})^2 + (b_2^{kp})^2} \quad (2.19)$$

и углы

$$\theta_a = \begin{cases} \arctg \frac{a_2^{kp}}{a_1^{kp}}, & \text{если } a_1^{kp} \neq 0; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } a_1^{kp} = 0, \end{cases} \quad \theta_b = \begin{cases} \arctg \frac{b_2^{kp}}{b_1^{kp}}, & \text{если } b_1^{kp} \neq 0; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } b_1^{kp} = 0. \end{cases} \quad (2.20)$$

9. Вычисляется элемент матрицы

$$F^{pk} = -\frac{1}{2\pi} \left[ n_1^{pk} (\theta_b - \theta_a) + n_2^{pk} \ln \frac{r_b}{r_a} \right].$$

10. Шаг по  $k$ :  $k = k + 1$  и переход к пункту 4 до тех пор, пока  $k \leq N$ .

11. Шаг по  $p$ :  $p = p + 1$  и переход к пункту 2 до тех пор, пока  $p \leq N$ .

После формирования элементов матрицы  $(F^{pk})$  решается система уравнений:

$$\begin{cases} F^{11}q^1 + F^{12}q^2 + \dots + F^{1N}q^N = v^1, \\ F^{21}q^1 + F^{22}q^2 + \dots + F^{2N}q^N = v^2, \\ \dots \\ F^{N1}q^1 + F^{N2}q^2 + \dots + F^{NN}q^N = v^N, \end{cases}$$

откуда определяются неизвестные интенсивности источников (стоков)  $q^1, q^2, \dots, q^N$ , распределенные по  $N$ -граничным отрезкам. Граничные значения нормальной составляющей скорости  $v^1, v^2, \dots, v^N$  заданы при постановке задачи.

#### 2.1.4. Расчет скорости воздуха внутри области течения

Для того чтобы определить скорость воздуха в произвольной точке  $x(x_1, x_2)$  области течения  $A$  вдоль любого заданного направления  $\dot{n} = \{n_1, n_2\}$ , необходимо выполнить следующие шаги.

1. Задать  $k = 1$ .

2. Вычислить координаты векторов  $\mathbf{e}_1^k, \mathbf{e}_2^k$  по формуле (2.17), а затем координаты вектора  $\dot{n}$  в ЛДСК  $k$ -го отрезка:

$$n_1^k = n_1 e_{1x}^k + n_2 e_{1y}^k, \quad n_2^k = n_1 e_{2x}^k + n_2 e_{2y}^k.$$

3. Вычисляются координаты точки  $x$  в ЛДСК  $k$ -го отрезка:

$$x_1^k = x_1 e_{1x}^k + x_2 e_{1y}^k, \quad x_2^k = x_1 e_{2x}^k + x_2 e_{2y}^k.$$

4. Определяются координаты точек  $a^k, b^k$  в ЛДСК с центром в точке  $x$  и ортами  $\mathbf{e}_1^k, \mathbf{e}_2^k$  по формуле (2.18).

5. Находятся величины  $r_a, r_b$  по формулам (2.19) и углы  $\theta_a, \theta_b$  по формуле (2.20).

6. Вычисляется величина

$$f^k = -\frac{1}{2\pi} \left[ n_1^k (\theta_b - \theta_a) + n_2^k \ln \frac{r_b}{r_a} \right].$$

7. Шаг по  $k$ :  $k = k + 1$ , и осуществляется переход к пункту 2 до тех пор, пока  $k \leq N$ .

8. Вычисление скорости

$$v_n(x) = f^1 q^1 + f^2 q^2 + \dots + f^N q^N.$$

По приведенному алгоритму можно произвести расчет линий тока. Для этого необходимо задать точку, с которой будет начинаться расчет линии тока; вычислить горизонтальную  $v_x$  и вертикальную  $v_y$  составляющие скорости течения в выбранной ГДСК; определить направление скорости течения  $\dot{v}$ ; сделать шаг в данном направлении и вновь выполнить изложенный порядок вычисления. Расчет прекращается, когда достигается заданное сечение

(например, линия отсоса воздуха). Данный алгоритм расчета линий тока соответствует методу Эйлера решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ):

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}$$

при заданных начальных условиях. Заметим, однако, что расчет линий тока можно произвести и более точными методами решения ОДУ (например, методом Рунге-Кутты).

### 2.1.5. Тестовая задача: расчет осевой скорости воздуха у щелевых отсосов

Для выяснения точности расчетов методом ГИУ, а также для определения наиболее экономичного способа разбиения границы области на граничные отрезки произведен расчет осевой скорости воздуха у щелевых отсосов, свободно расположенных в пространстве и встроенных в плоскую безграничную стенку, рассмотренных в разделе 1. Область течения в этом случае будет иметь вид, представленный на рис.2.5.

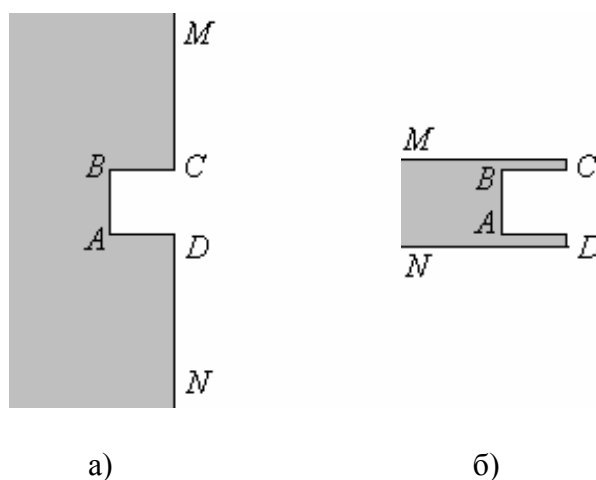


Рис. 2.5. Область течения:  
а – у щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку;  
б – у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве

Одним из граничных условий является условие непроницаемости, т.е. равенство нулю нормальной составляющей скорости на границе (ломаные  $BCM$  и  $ADN$ ). Вторым условием является величина скорости в щели на отрезке  $AB$  (скорость на «бесконечности»):  $v_\infty = 1$ . Бесконечное сечение в этом случае приближено на расстояние одного калибра от входа в щель ( $AB=AD$ ). Дискретизация области на граничные отрезки производилась следующим образом. Отрезки  $AB$ ,  $BC$ ,  $AD$  разбиты одинаково. У краев чаще, чем вблизи центра. Закономерность следующая:  $0,001i$ , где  $i = 1,2,4,8,\dots$  до тех пор, пока

конец граничного элемента не пересечет середину отрезка. Часть граничного элемента отсекается, за его крайнюю точку будет принята середина разбиваемого отрезка. Аналогично разбивается отрезок с другого конца. Закон разбиения лучей  $CM$  и  $DN$  такой же:  $0,001i$ , где  $i = 1,2,4,8,\dots$  до тех пор, пока точки  $M$  и  $N$  не удалятся от  $D$  на расстояние более 10 калибров. При описанной дискретизации области получилось 88 граничных элементов.

Сопоставление расчетов по методу ГИУ и по методу конформных отображений (МКО) показало, что относительная погрешность

$$\varepsilon = 100\% \cdot (v_{\text{ГИУ}} - v_{\text{МКО}}) / v_{\text{МКО}},$$

где  $v_{\text{ГИУ}}$ ,  $v_{\text{МКО}}$  – скорости, рассчитанные по методу ГИУ и МКО соответственно, не превышают 5% (табл. 2.1).

Таблица 2.1

**Сравнение расчетных значений осевой скорости воздуха  
по методу конформных отображений и граничных интегральных уравнений**

У щелевого отсоса в неограниченном пространстве			
$x/B$	$v_{\text{ГИУ}}$	$v_{\text{МКО}}$	$\varepsilon, \%$
0,5	0,545	0,557	-2,15
1,0	0,378	0,378	0
1,5	0,272	0,269	1,12
2,0	0,207	0,203	1,97
2,5	0,165	0,161	2,48
3,0	0,136	0,133	2,26
3,5	0,116	0,112	3,57
4,0	0,100	0,097	3,09
4,5	0,089	0,085	4,71
5,0	0,079	0,076	3,95
У щелевого отсоса, встроенного в плоскую безграничную стенку			
0,5	0,631	0,645	- 2,17
1,0	0,470	0,471	- 0,21
1,5	0,362	0,365	- 0,08
2,0	0,290	0,290	0
2,5	0,240	0,240	0
3,0	0,205	0,202	1,49
3,5	0,176	0,176	1,14
4,0	0,158	0,155	1,94
4,5	0,141	0,139	1,44
5,0	0,128	0,125	2,40

Примечание:  $x$  – удаление от входа в отсос,  $B$  – полуширина всасывающей щели.

### 2.1.6. Обеспыливание процесса обработки прокатных валков

При механической обработке чугунных прокатных валков наибольшие выделения пыли возникают в процессе обдирочных работ по литейной корке. Объясняется это высокой твердостью поверхностного слоя, наличием раковин,



шлаковых включений и пригаров. Основные источники пылевыведений – зона резания и тракт перемещения стружки. На интенсивность выделения пыли существенное влияние оказывает высокое содержание графита в чугунных валках и температурный фактор. Процесс распространения пыли от зоны резания определяется особенностями работы вальцетокарных станков, главной из которых является небольшое число оборотов заготовок. В связи с этим основную роль в процессе играют конвективные потоки, образующиеся за счет перехода в тепло механической энергии деформации и трения при резании. Запыленность воздуха на рабочих местах вальцетокарей при черновой обработке валков составляет 7-30 мг/м<sup>3</sup> при ПДК, равной 2 мг/м<sup>3</sup>. Наибольшая концентрация пыли наблюдается в зоне резания 1700-3200 мг/м<sup>3</sup>. Вне зоны резания запыленность воздуха резко снижается до 60 мг/м<sup>3</sup>, достигая на определенном расстоянии величины фоновой концентрации в цехе.

Для локализации пылевыведений предлагается на суппорте станка установить местный отсос-укрытие, снабженный откидным щитком, предотвращающим конвективный вынос пыли (рис.2.6).

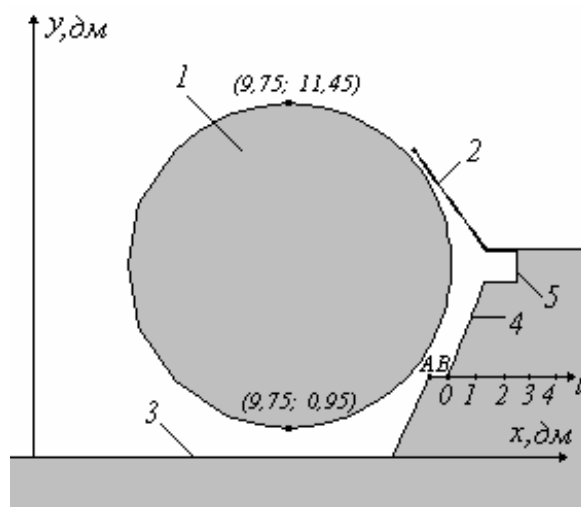


Рис. 2.6. Схема вальцетокарного станка с местным отсосом-укрытием:  
1 – валок; 2 – откидной щиток; 3 – станина; 4 – суппорт; 5 – местный отсос

Пусть отсос воздуха осуществляется со скоростью  $u_0 = 1$  м/с. Определим скорость воздуха в характерных областях, в которых наблюдается интенсивное выделение пыли: под валком пыль появляется в результате конвективных токов воздуха от накапливающейся на станине стружки, над валком – в результате конвективных токов воздуха от зоны резания и падающей стружки.

Дискретизация границы области осуществляется набором 280 прямолинейных отрезков. Около изломов границы разбиение на отрезки более частое. Валок разбит гуще вблизи местного отсоса и щитка.

Рассмотрим случай, когда радиус валка  $R = 525$  мм. Отход суппорта станка осуществляется вдоль оси  $l$ . Будем считать, что длина отхода суппорта  $l = 0$ , когда длина отрезка  $AB$  (рис.2.6) равна 60 мм, что соответствует началу черновой

обработки валка радиусом 525 мм при стандартном положении резца (расстояние от валка до входа во всасывающую щель – 110 мм). Наименьшее расстояние между щитком и валком 20 мм. Длина щитка 400 мм. За единицу длины отхода суппорта принято 100 мм, т.е. если  $l = 1$ , то  $|AB| = 160$  мм, если  $l = 2$ , то  $|AB| = 260$  мм и т.д.

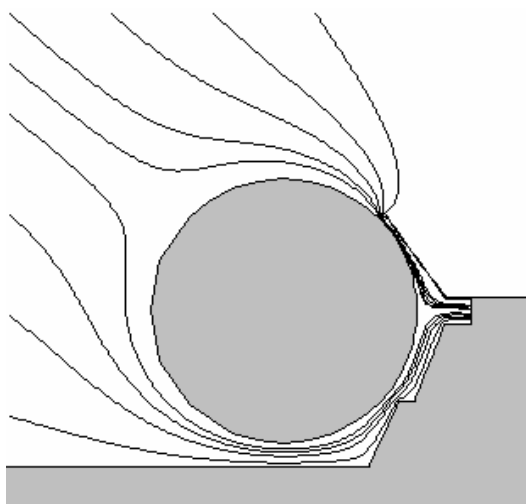


Рис. 2.7. Линии тока при обтекании валка радиуса 525 мм и длине отхода суппорта  $l = 0$

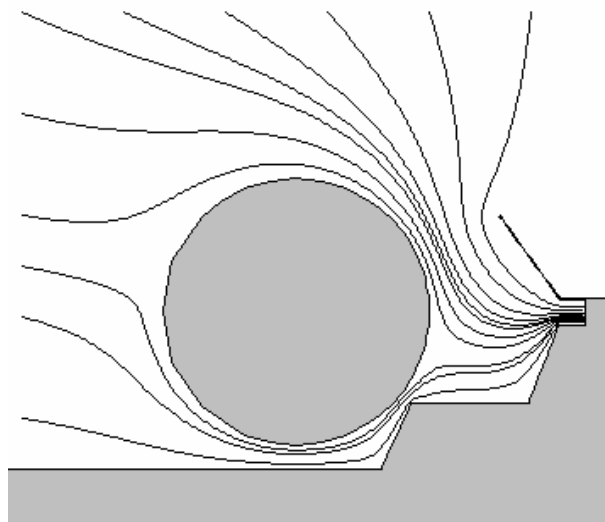


Рис. 2.8. Линии тока при обтекании валка радиуса 525 мм и длине отхода суппорта  $l = 4$

Из построенных на ЭВМ линий тока обтекания валка видна картина течения (рис. 2.7; 2.8). При отходе суппорта задняя критическая точка (точка разветвления линий тока) смещается против часовой стрелки вниз.

Из расчета профиля горизонтальной составляющей скорости (рис. 2.9) видна качественная и количественная картина течения. Скорость под валком имеет величины значительно большие, чем над ним, так как в первом случае имеем поток воздуха, ограниченный станиной и валком, а во втором – поток имеет лишь нижнюю границу, верхняя уходит в бесконечность.

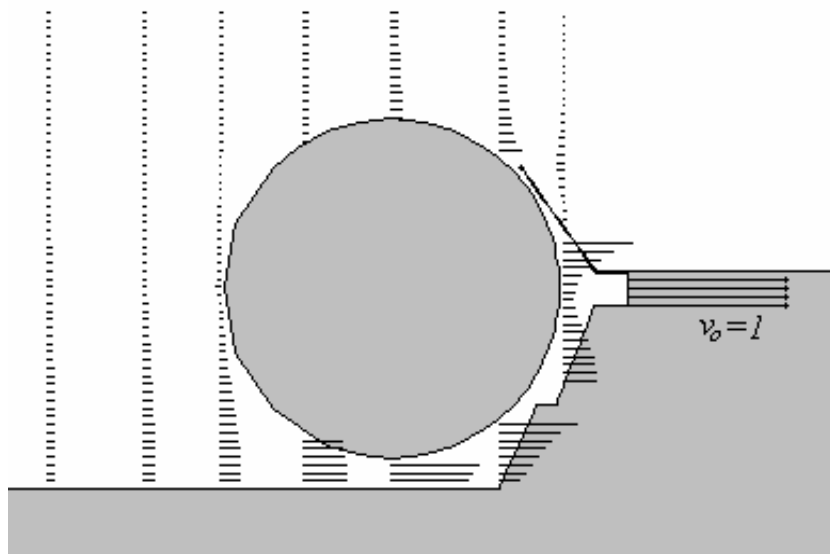


Рис. 2.9. Профиль скорости при обтекании валка радиуса 525 мм и длине отхода суппорта  $l = 0$

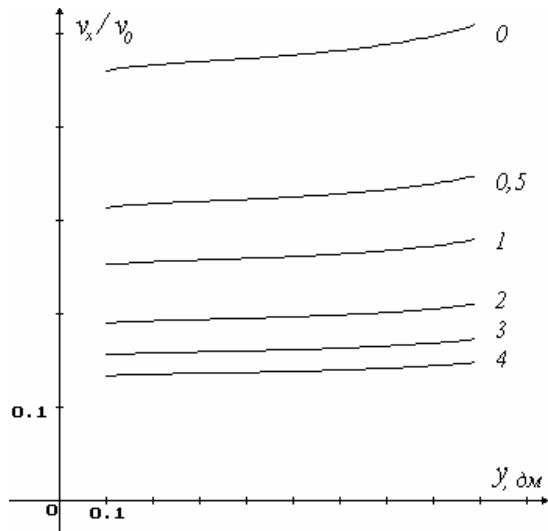


Рис. 2.10. Изменение горизонтальной составляющей скорости в сечении под валком при различных длинах отхода суппорта (0; 0,5; 1; ...;4)

При фиксированной длине отхода суппорта  $l$  величина безразмерной горизонтальной составляющей скорости  $v_x/v_0$  под валком практически постоянна, лишь незначительно повышается при приближении к поверхности валка (рис. 2.10). Максимальное значение скорости достигается при стандартном положении резца, т.е. при  $l = 0$ . При отходе суппорта скорость в точке под валком резко снижается (рис. 2.11). Действительно, всасывающий поток разделяется на два потока: верхний и нижний. Верхний поток проходит между щитком и валком, нижний — между станиной и валком.

Чем меньше верхний поток по сечению, тем больше скорость течения в нижнем, что следует из уравнения неразрывности.

И наоборот: чем больше щель между валком и щитком, тем меньше скорость под валком. Горизонтальная составляющая скорости над валком незначительно изменяется в зависимости от хода суппорта (рис. 2.12; 2.13), однако резко падает при удалении от валка.

Результаты расчета для случая устройства местного отсоса без откидного щитка (рис. 2.14 - 2.17) показали, что при обработке того же валка и разных длинах отхода суппорта значения скорости под и над валком изменяются так же, как и в предыдущем случае, однако величины скоростей значительно меньше.

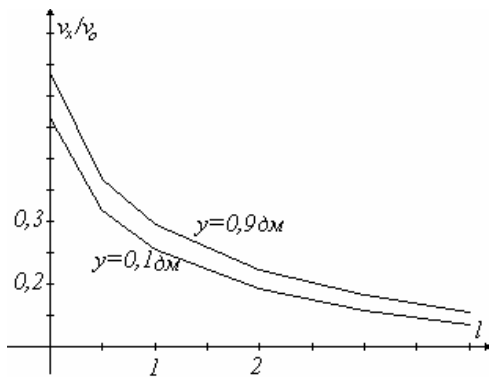


Рис. 2.11. Изменение горизонтальной составляющей скорости под валком в зависимости от хода суппорта

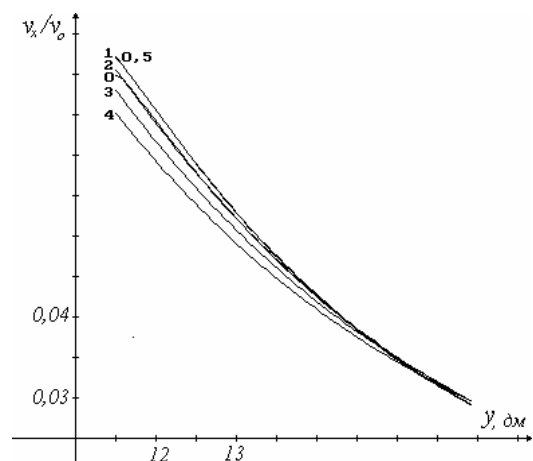


Рис. 2.12. Изменение горизонтальной составляющей скорости над валком при различных длинах отхода суппорта

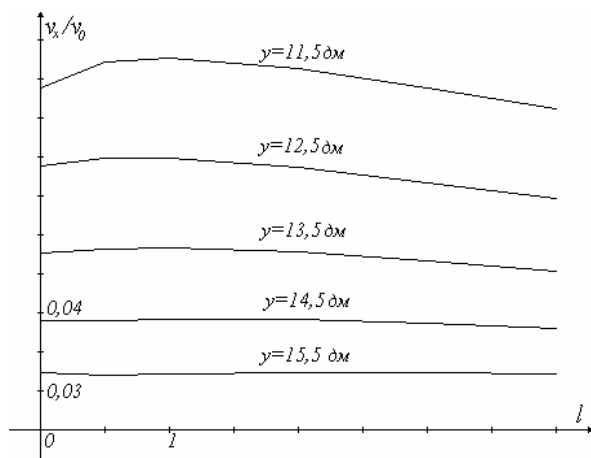


Рис. 2.13. Изменение горизонтальной составляющей скорости над валком в зависимости от хода суппорта

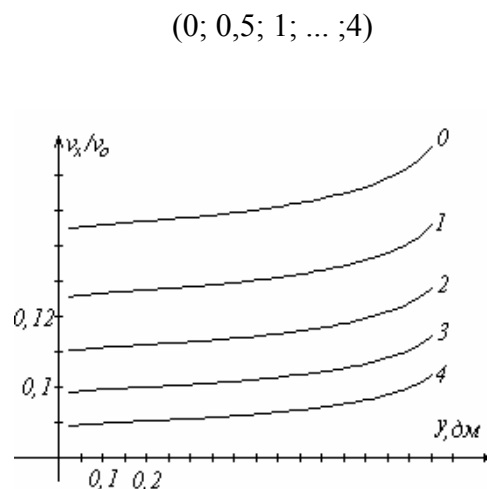


Рис. 2.14. Изменение горизонтальной составляющей скорости под валком (щель без щитка)

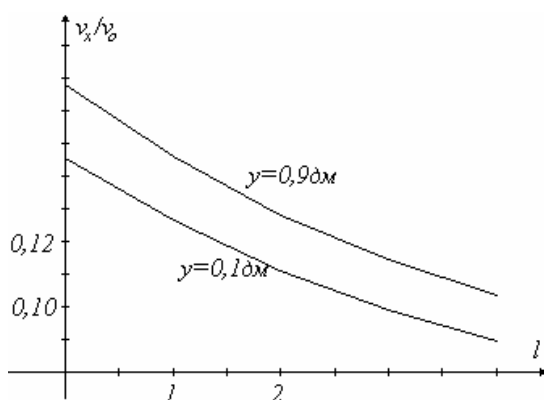


Рис. 2.15. Изменение горизонтальной составляющей скорости под валком в зависимости от хода суппорта (щель без щитка)

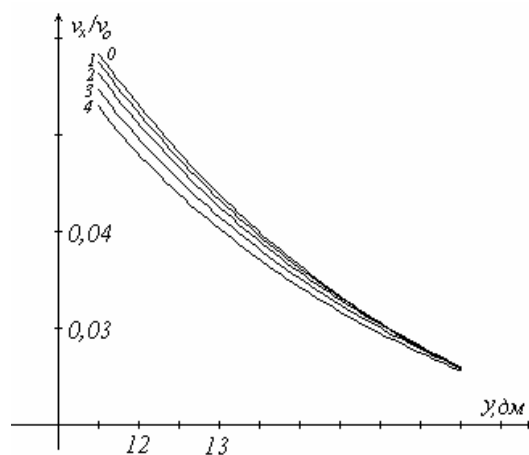


Рис. 2.16. Изменение горизонтальной составляющей скорости над валком (щель без щитка)

При изменении радиуса обрабатываемого валка в случае стандартного положения резца (расстояние от всасывающей щели до валка постоянно и равно 110 мм) скорость на расстоянии 5 мм под валком уменьшается, достигая наименьшего значения при радиусе валка 500 мм (рис.2.18). Скорость на расстоянии 5 мм над валком сначала падает, достигает наименьшего значения при радиусе валка 275 мм, затем возрастает.

Результаты расчета можно объяснить следующим образом. На величину скорости под валком влияют два фактора: расстояние исследуемой точки до местного отсоса и баланс скоростей нижнего и верхнего потока.

При малых радиусах обрабатываемого валка большее влияние оказывает первый фактор: чем ближе точка к всасывающей щели, тем выше в ней скорость. При увеличении радиуса валка исследуемая точка удаляется от всасывающей щели и скорость падает, но начинает сказываться второй фактор: толщина верхнего потока уменьшается значительно быстрее, чем нижнего, соответственно расход верхнего потока уменьшается, а нижнего увеличивается (кривая скорости возрастает). На величину скорости над валком влияют те же факторы, но в этом случае они действуют в одном направлении, поэтому кривая скорости падает.

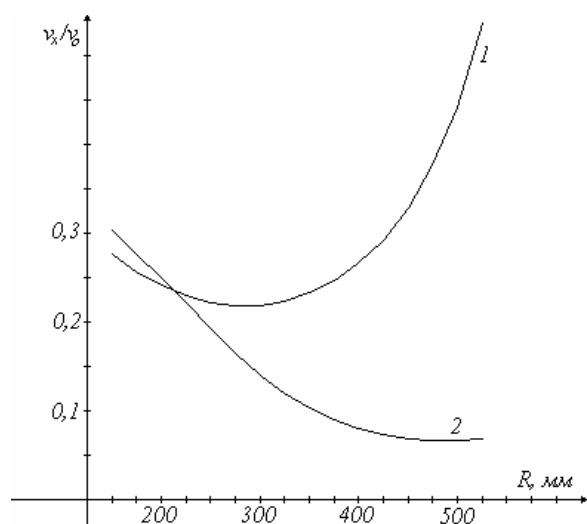


Рис. 2.18. Изменение горизонтальной составляющей скорости в зависимости от радиуса валка: 1 – под валком; 2 – над валком

Полученные расчетные величины скорости под валком имеют хорошее экспериментальное подтверждение (рис. 2.19) при различных длинах отхода суппорта. Относительная погрешность

$$d = \frac{v_{\text{ГИУ}} - v_{\text{эксп}}}{v_{\text{эксп}}} \cdot 100\%$$

рассчитанных по методу ГИУ величин скорости  $v_{\text{ГИУ}}$  по сравнению с экспериментальными  $v_{\text{эксп}}$  колеблется в пределах 10-30%, что приемлемо в инженерных расчетах.

Расчетная скорость над валком значительно отличается от экспериментальных замеров при малых длинах отхода суппорта, что связано с влиянием сил вязкости между щитком и валком, которые не учитываются в модели потенциальных течений газа. При больших длинах отхода суппорта влияние сил вязкости заметно уменьшается, соответственно относительная погрешность значительно снижается и лежит в пределах точности аэродинамического эксперимента. Величина коэффициента линейной корреляции  $r$  для скоростей над валком имеет наименьшее значение 0,86 при  $l = 0$ , наибольшее – 0,992 при  $l = 2, 3, 4$ . Для скоростей под валком –  $r = 0,998$ . Таким образом, характер изменения скорости течения воздуха, рассчитанной по методу ГИУ и замеренной экспериментально, аналогичен. С помощью линейных уравнений регрессии можно вычислить реальные значения скорости по расчетным величинам, когда имеем большие расхождения с экспериментальными замерами.

Из экспериментальных исследований вытекает, что для локализации пылевыведений при черновой обработке прокатных валков необходимо под и над валком создать движение воздуха со скоростью 0,5 м/с.

Площадь поперечного сечения исследуемого щелевого отсоса равна  $0,046 \text{ м}^2$ . Скорость, рассчитанная для отсоса без откидного щитка по методу ГИУ на расстоянии 5 см (рис.2.14 - 2.17) под валком  $v_{p1} \approx 0,17 v_0$ , над ним  $- v_{p1} \approx 0,06 v_0$ . Поэтому необходимые скорости отсоса воздуха  $v_{01} = 0,5 / 0,17 \approx 2,94 \text{ м/с}$ ,  $v_{02} = 0,5 / 0,06 \approx 8,5 \text{ м/с}$ . Выбирая наибольшее значение скорости, определяем объем аспирации  $L = v_{02} \cdot S \approx 1400 \text{ м}^3/\text{ч}$ .

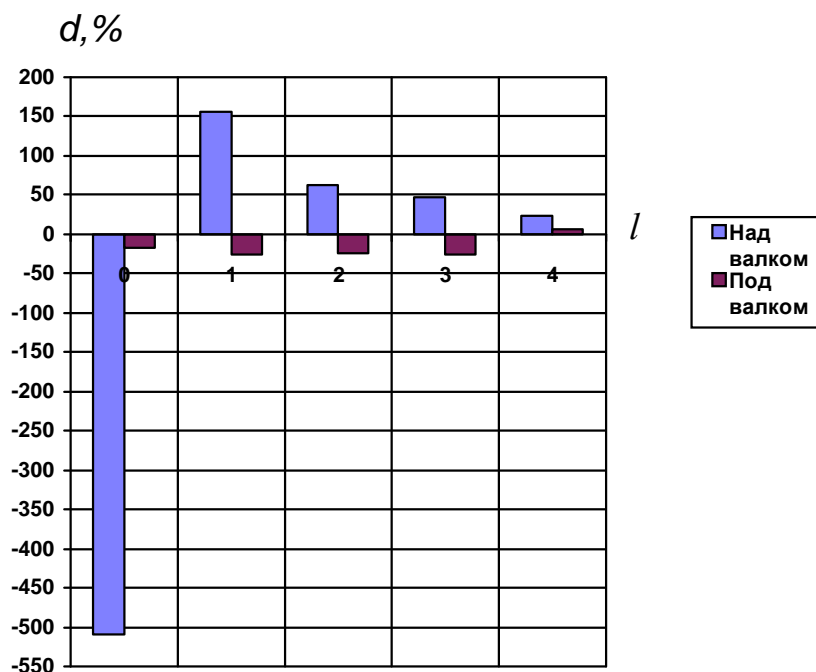


Рис. 2.19. Диаграмма относительной погрешности расчетных величин безразмерной скорости сравнительно с экспериментальными при различных величинах отхода суппорта

У местного отсоса-укрытия расчет необходимо произвести лишь для точки под валком, поскольку конвективному выносу пыли препятствует откидной щиток. По графику, приведенному на рис.2.10, расчетная величина скорости  $v_p \approx 0,5 v_0$ , поэтому необходимая скорость отсоса  $1 \text{ м/с}$  и объем аспирации  $L \approx 170 \text{ м}^3/\text{ч}$ .

## 2.2. ПЛОСКИЕ ТЕЧЕНИЯ В МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ С РАЗРЕЗАМИ

При решении ряда задач промышленной вентиляции возникает необходимость в расчете поля скоростей воздуха вблизи всасывающих отверстий местных отсосов, содержащих в спектре своего действия тонкие козырьки. Такие козырьки («механический экран») имеют малую толщину (несколько миллиметров) и служат для повышения эффективности действия местного отсоса. Классический метод расчета потенциальных течений – метод конформных отображений – позволяет учесть влияние тонких козырьков только в односвязных областях [16]. Методом граничных интегральных уравнений (ГИУ) решены ряд задач о потенциальных течениях (п.2.1.5-2.16), ограниченных тонкими козырьками, где разбивались на граничные элементы обе стороны козырька и стягивающий их отрезок. При этом на каждом элементе распределялись источники (стоки), интенсивности которых полагались постоянными. Будем считать козырьки бесконечно тонкими, что вполне приемлемо, поскольку их толщина значительно меньше, чем размеры всех остальных деталей. Таким образом, задача состоит в определении скорости потенциального течения внутри многосвязной области с разрезами при заданных значениях граничной нормальной составляющей скорости. На каждом из граничных элементов разреза будем располагать диполи, на остальной части границы традиционно источники (стоки). Докажем такую возможность.

*Теорема.* Влияние разреза на скорость в области потенциального течения определяется путем расположения на этом разрезе диполей.

Действительно, рассмотрим область течения, граница которой имеет выступ конечной толщины (рис.2.20).

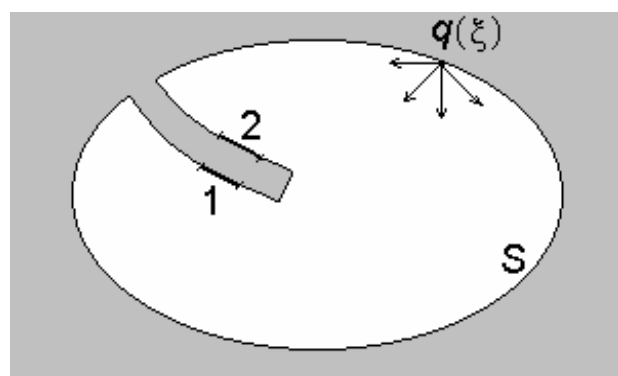


Рис. 2.20. Область с выступом

Разобьем границу  $S$  области на граничные отрезки, на которых расположим источники (стоки) с интенсивностью  $q(\xi)$ ,  $\xi \in S$ . Для простоты полагаем, что они постоянны на каждом из граничных элементов. Выделим на выступе 2 отрезка, лежащих напротив друг друга. Влияние на них всех отрезков области определяется следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} v_n(x^1) &= -\frac{1}{2}q(x^1) + \int_S q(\xi)F(x^1, \xi)dS(\xi), \\ v_n(x^2) &= -\frac{1}{2}q(x^2) + \int_S q(\xi)F(x^2, \xi)dS(\xi), \end{aligned} \quad (2.21)$$

где  $v_n(x^1)$ ,  $v_n(x^2)$  – скорости вдоль направления внешней нормали в точках  $x^1, x^2$ , лежащих в центре 1 и 2 отрезков;  $q(x^1)$ ,  $q(x^2)$  – интенсивности источников (стоков) на этих отрезках;  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2\}$  – единичный вектор внешней нормали;

$$F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]},$$

$(x_1, x_2), (\xi_1, \xi_2)$  – координаты точек  $x$  и  $\xi$ .

Из условия непроницаемости следует, что  $v_n(x^1) = v_n(x^2) = 0$ . Поскольку внешние нормали 1 и 2 отрезков имеют противоположные направления, то, устремляя толщину выступа к нулю, получим равенство:  $F(x^1, \xi) = -F(x^2, \xi)$ . Поэтому выражения (2.21) примут вид:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{2}q(x^1) + \int_S q(\xi)F(x^1, \xi)dS(\xi), \\ 0 &= -\frac{1}{2}q(x^2) - \int_S q(\xi)F(x^1, \xi)dS(\xi). \end{aligned}$$

Складывая эти уравнения, получаем равенство:

$$q(x^2) = -q(x^1) = q. \quad (2.22)$$

Таким образом, на одном отрезке будем иметь сток, а на другом – источник, интенсивности которых равны.

Рассмотрим теперь точку  $x_0$  границы, не лежащую на рассматриваемых отрезках. Определим влияние на эту точку в направлении  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2\}$  источника и стока, расположенных в точках  $\xi^1, \xi^2$  1 и 2 отрезка, лежащих на одном перпендикуляре к ним (рис. 2.21). Вводя локальную декартову систему координат с центром в точке  $x_0$  и осью ординат, параллельной рассматриваемым отрезкам, устремляя расстояние между отрезками  $2\varepsilon \rightarrow 0$  и пренебрегая величинами порядка  $\varepsilon^2$ , получим выражение:

$$v_n(x_0) = q \left[ F(x_0, \xi^2) - F(x_0, \xi^1) \right] = \frac{2q\varepsilon}{2\pi} \left[ \frac{n_1 \cdot (h^2 - \xi^2) - n_2 \cdot 2h\xi}{(h^2 + \xi^2)^2} \right].$$

В этом случае интенсивность  $q \rightarrow \infty$ , так как в противном случае на точку  $x_0$  не оказывала бы никакого влияния получившаяся при слиянии  $\xi^1, \xi^2$  точка  $(h, \xi)$ ,



а соответственно и весь разрез, так как точки  $\xi^1, \xi^2$  и отрезки 1, 2 выбраны произвольно. Величину  $m = 2\varepsilon q$  называют моментом диполя, и соответственно теорема доказана.

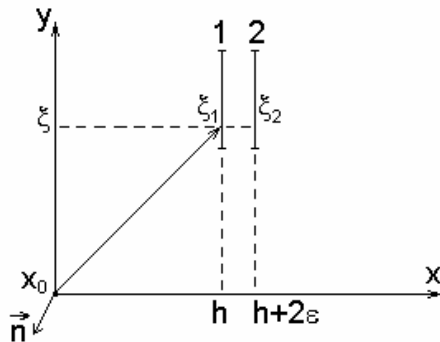


Рис. 2.21. К теореме о влиянии разреза

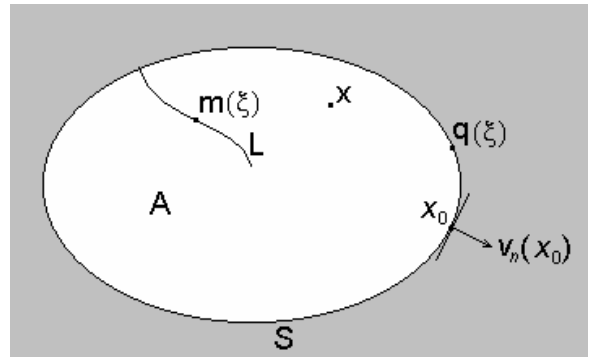


Рис. 2.22. Область с разрезом

Построим алгоритм вычисления скорости потенциального течения в областях с разрезами.

Пусть дана область течения  $A$ , ограниченная контуром  $S$  и имеющая разрез  $L$  (рис.2.22). На контуре  $S$  расположим источники (стоки) с интенсивностью  $q(\xi)$ , а на разрезе  $L$  – диполи с моментом  $m(\xi)$ , где  $\xi$  – произвольная точка границы ( $\xi \in S + L$ ). Величины  $q(\xi), m(\xi)$  заранее неизвестны. Тогда скорость во внутренней точка  $x(x_1, x_2)$  вдоль направления  $\vec{n}$  определится из следующего уравнения:

$$v_n(x) = \int_S q(\xi) F(x, \xi) dS(\xi) + \int_L m(\xi) D(x, \xi) dL(\xi), \quad (2.23)$$

где

$$D(x, \xi) = \frac{[r_1^2 - r_2^2](n_1 \cos \alpha - n_2 \sin \alpha) + 2r_1 r_2 (n_1 \sin \alpha + n_2 \cos \alpha)}{2\pi [r_1^2 + r_2^2]^2},$$

$r_1 = x_1 - \xi_1, r_2 = x_2 - \xi_2, \alpha$  – угол между осью диполя и положительным направлением оси  $OX$ .

При стремлении внутренней точки  $x$  к граничной ( $x \rightarrow x_0 \in S + L$ ) получим следующее граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = -\frac{1}{2} q(x_0) + c \cdot m(x_0) + \int_S q(\xi) F(x_0, \xi) dS(\xi) + \int_L m(\xi) D(x_0, \xi) dL(\xi), \quad (2.24)$$

где интегралы не содержат точку  $x_0 = \xi$ , что учтено в первых двух слагаемых. Величину  $c$  определим позже. Разобьем границу  $S + L$  на  $N$  частей ( $S$  на  $M < N$  частей). Дискретный аналог уравнения (2.24) примет вид:

$$v^p = \sum_{k=1}^M q^k F^{pk} + \sum_{k=M+1}^N m^k D^{pk}, \quad (2.25)$$

где  $F^{pp} = -1/2$ ;  $D^{pp} = c$ ;  $p = 1, 2, \dots, N$  – номера граничных отрезков, получившихся при разбиении границы области;  $v^p = v_n(x_0^p)$  – нормальная составляющая скорости в центре  $p$ -го отрезка (известна при постановке задачи);  $q^k = q(\xi^k)$  – интенсивность источника (стока) в произвольной точке  $k$ -го отрезка;  $m^k = m(\xi^k)$  – момент диполя в точке  $k$ -го отрезка;  $F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k)$ ,  $D^{pk} = \int_{\Delta L^k} D(x_0^p, \xi^k) dL(\xi^k)$  – интегралы по длинам  $k$ -х отрезков –  $\Delta S^k$ ,  $\Delta L^k$ . Здесь считалось, что  $q^k$ ,  $m^k$  постоянны на каждом из отрезков.

Изменяя  $p$  от 1 до  $N$  в формуле (2.25), получим систему  $N$ - линейных алгебраических уравнений с  $N$  неизвестными  $q^1, q^2, \dots, q^M, m^{M+1}, m^{M+2}, \dots, m^N$ . После определения неизвестных скорость воздуха во внутренней точке  $x$  вдоль данного направления  $\dot{n}$  определяется по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^M q^k F^k + \sum_{k=M+1}^N m^k D^k, \quad (2.26)$$

где  $F^k = \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k)$ ,  $D^k = \int_{\Delta L^k} D(x, \xi^k) dL(\xi^k)$ .

Рассмотрим более подробно вычисление интегралов  $F^{pk}$  и  $D^{pk}$ . Они вычисляются аналитически, что удобно сделать в локальной декартовой системе координат (ЛДСК)  $k$ -го отрезка (рис.2.23) с центром в середине  $p$ -го отрезка – точке  $x_0^p$ ; ось ординат направим вдоль  $k$ -го отрезка (с вершинами  $a(a_1, a_2)$ ,  $b(b_1, b_2)$ ), а ось абсцисс – таким образом, чтобы система координат была правой.

Как видно из рис.2.23:  $\xi_1^k = h$ ,  $\xi_2^k = h \operatorname{tg} \theta$ ,  $x_1 = x_2 = 0$ .

Поэтому

$$F^{pk} = -\frac{1}{2\pi} \left[ n_1(\theta_b - \theta_a) - n_2 \ln \frac{r_a}{r_b} \right], \quad (2.27)$$

если  $p \neq k$ . При  $p = k$   $F^{pk} = -1/2$ .

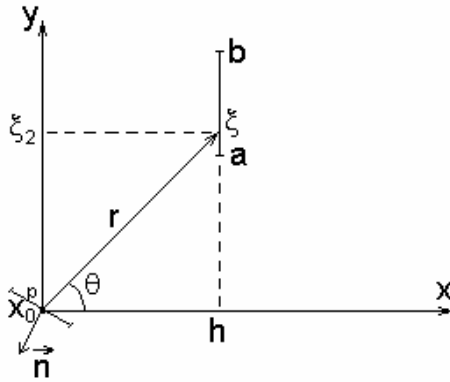


Рис. 2.23. К вычислению интегралов  $F^{pk}$ ,  $D^{pk}$

$$D^{pk} = \frac{\cos\alpha}{4\pi} \left[ 2n_1 \left( \frac{b_2}{r_b^2} - \frac{a_2}{r_a^2} \right) - \frac{n_2}{h} \left( \frac{2h^2 - r_b^2}{r_b^2} - \frac{2h^2 - r_a^2}{r_a^2} \right) \right] \text{ при } h \neq 0, \quad (2.28)$$

$$D^{pk} = \frac{n_1}{2\pi} \cos\alpha \left[ \frac{1}{b_2} - \frac{1}{a_2} \right] \text{ при } h = 0. \quad (2.29)$$

Случай  $p = k$  учтен в формуле (2.29);  $\alpha$  – угол наклона оси диполя к положительному направлению оси абсцисс. Поскольку заранее неизвестен момент диполя, а соответственно  $\alpha = 0$  или  $\alpha = \pi$ , то в качестве  $\cos\alpha$  берется горизонтальная составляющая вектора нормали к  $k$ -му отрезку, вычисленная по его вершинам в глобальной прямоугольной декартовой системе координат (в системе координат, где заданы все вершины граничных отрезков), а затем пересчитанная в ЛДСК  $k$ -го отрезка. При этом для всех отрезков разреза вершины "a" и "b" должны быть ориентированы одинаково (вершина "b" предыдущего отрезка должна совпадать с вершиной "a" последующего). Этот прием компенсируется тем, что вычисленный из решения системы линейных алгебраических уравнений (2.25) момент диполя может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от того, как выбрано направление оси диполя.

С помощью программной реализации алгоритма расчета потенциальных течений в областях с разрезами решена тестовая задача об определении осевой скорости у щелевого отсоса в безграничном пространстве (рис.2.24).

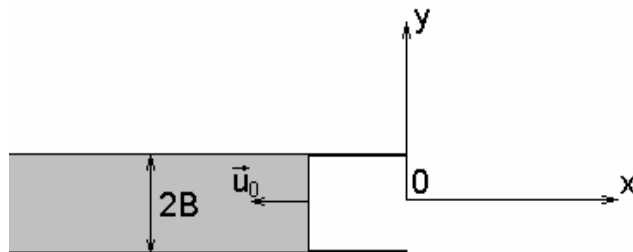


Рис. 2.24. Щелевой отсос в неограниченном пространстве

Как показали расчеты осевой скорости (табл.2.2), расположение диполей на бесконечно тонких козырьках кроме существенного снижения ресурсов ЭВМ, затрачиваемых на решение задачи (134 граничных элемента против 200 при расположении источников и стоков на обеих сторонах козырька), дает значительный выигрыш и в точности. Средняя относительная погрешность вычисления в случае использования источников (стоков): 27,5% – относительно расчетов по методу конформных отображений и 7,7% при использовании диполей.

Таблица 2.2

### Осевые скорости по методам ГИУ и конформных отображений

Козырьки толщиной 0,0000001 с источниками (стоками)										
$x/B$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5	6
$v_x/u_0$	0,84	0,497	0,277	0,178	0,127	0,0998	0,0795	0,0623	0,045	0,037
Козырьки-разрезы с диполями										
$v_x/u_0$	0,66	0,336	0,191	0,131	0,0986	0,0793	0,0662	0,0498	0,0399	0,0332
Расчеты по методу конформных отображений										
$v_x/u_0$	0,78	0,378	0,203	0,133	0,097	0,076	0,062	0,045	0,036	0,029

Разработанный алгоритм расчета был использован для моделирования течений воздуха вблизи вытяжного отверстия закрытой аспирируемой разгрузочной камеры узла растаривания порошкообразных материалов на Семилукском огнеупорном заводе (рис.2.25). Через створчатые двери этой камеры контейнер с помощью тельфера вводится внутрь камеры, двери закрываются. Через нижний проем (между дверью и решеткой бункера) происходит наблюдение и регулировка процесса истечения порошка из контейнера. К задней стенке разгрузочной камеры подключен местный отсос.

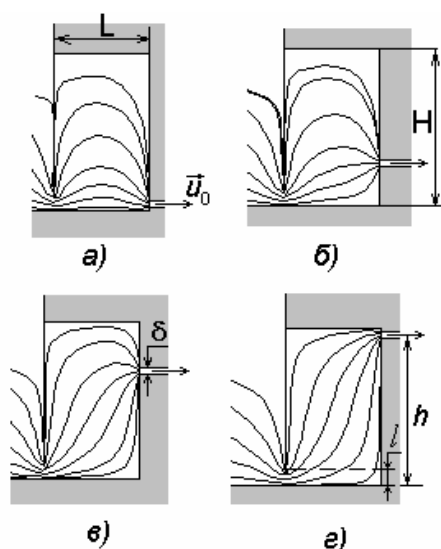


Рис. 2.25. Линии тока в укрытии при разной высоте оси отсоса от пола: а)  $h = 0,1$ м;

Для предотвращения выноса пыли из аспирируемой камеры в нижнем проеме следует поддерживать «защитную» скорость – скорость встречного потока воздуха – не менее  $v_g = 0,5$  м/с (для пылевых проемов, не подверженных действию заметных конвективных токов воздуха [3]).

Были построены линии тока (рис.2.25), и определены закономерности изменения скорости на входе в камеру. Ширина камеры  $L = 1,46$  м; высота  $H = 2,4$  м; высота щели отсоса  $\delta = 0,1$  м; высота входного

б)  $h = 0,65$  м; в)  $h = 1,65$  м; г)  $h = 2,3$  м      проема  $l = 0,2$  м.

Скорость сносящего потока по высоте проема увеличивается: минимальное значение её в нижней части при  $y = 0,025$  м ( $y$  – расстояние от пола) и максимальное – в верхней части при  $y = 0,175$  м. Существует максимальное значение скорости сносящего потока при установке местного отсоса на уровне  $h = 0,4$  м.

Полученные результаты численного моделирования дают возможность определить основной параметр эффективной локализации пылевыведений – необходимую производительность местного отсоса:

$$Q_a = v_0^{mp} \cdot F_0, \quad \text{м}^3 / \text{с},$$

где  $v_0^{mp}$  – требуемая скорость воздуха в местном отсосе, м/с;  $F_0 = \delta \cdot L$  – площадь поперечного сечения местного отсоса, м<sup>2</sup>.

При скорости  $v_0 = 1$  м/с минимальная скорость во входном проеме камеры с принятыми конструктивными размерами составляет

$$v_x|_{y=0,025} \equiv v_x^{\min} = 0,335 \text{ м/с}.$$

Требуемая скорость воздуха в местном отсосе определяется из соотношения

$$v_0^{mp} = v_0 \frac{v_x}{v_x^{\min}} = 1,5 \text{ м/с}.$$

Соответственно необходимая производительность

$$Q_a = 0,225 \text{ м}^3 / \text{с}.$$

Спроектированная в Белгородской государственном технологическом университете закрытая аспирируемая разгрузочная камера внедрена в отделении растаривания порошков цеха периклазоуглеродистых изделий Семилукского огнеупорного завода.

Заметим, что предложенный алгоритм расчета плоских потенциальных течений вблизи всасывающих отверстий может быть с некоторой коррекцией применен и для пространственных задач. Очевидно, здесь выигрыш в точности будет еще более заметен, поскольку интегралы  $F^{pk}$ ,  $D^{pk}$  в этом случае вычисляются численно, и в случае использования только источников (стоков) значительные погрешности возникают при вычислении взаимного влияния напротив расположенных граничных элементов.

### 2.3. Плоские течения в многосвязных областях с вращающимися цилиндрами

При расчете необходимой для локализации пылевыведений производительности местных отсосов от обрабатываемых на станках цилиндрических деталей пользуются либо результатами специально проведенных экспериментальных исследований [106-109], либо аналитическими данными

[110] для поля скоростей воздуха вблизи вращающегося в вязкой жидкости цилиндра. Причем в [111] показано, что воздушный поток, движение которого инициирует этот вращающийся цилиндр, потенциален. Накладывая этот поток на поток воздуха, всасываемый местным отсосом, получили искомое поле скоростей и изучали в нем движение пылевых частиц. Однако при этом не учитывалось влияние как самого цилиндра (при таком подходе он оказывается проницаемым), так и других элементов технологического оборудования.

В статье в рамках модели плоского потенциального течения жидкости излагается метод определения поля скоростей воздуха у местных отсосов при произвольной геометрии границ области движения воздуха, в спектре действия которых могут находиться вращающиеся цилиндрические детали.

Пусть область течения жидкости ограничена контуром  $S$ , на котором задана нормальная составляющая скорости воздуха  $v_n(x)$ . Внутри области находится непроницаемый, вращающийся с линейной скоростью  $v$  цилиндр радиуса  $r$ . Вообще говоря, таких вращающихся цилиндров может быть сколько угодно, однако для упрощения сути излагаемого метода полагаем, что цилиндр один. Поместим в центр цилиндра линейный вихрь с циркуляцией  $\Gamma = 2\pi r \cdot v$ . Для определения скорости воздуха в рассматриваемой области разместим на границе области источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности  $q(\xi)$ ,  $\xi \in S$ . Интенсивность  $q(\xi)$  определим из условия выполнения заданных граничных значений нормальной составляющей скорости (непроницаемости на твердых стенках границы, известной скорости на входе в отсосы) и наличия линейного вихря.

Влияние на внутреннюю точку течения  $x$  вдоль направления  $\dot{n}$  непрерывно распределенных по границе  $S$  источников (стоков) и вихря выражается следующим интегральным уравнением:

$$v_n(x) = \int_S q(\xi) F(x, \xi) dS(\xi) + \Gamma(a) \cdot G(x, a), \quad (2.30)$$

$$\text{где } F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad G(x, a) = \frac{n_2(x_1 - a_1) - n_1(x_2 - a_2)}{2\pi[(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2]},$$

$\{n_1, n_2\}$  – координаты единичного вектора  $\dot{n}$ ;  $(x_1, x_2)$ ,  $(\xi_1, \xi_2)$ ,  $(a_1, a_2)$  – координаты внутренней точки  $x$ , граничной  $\xi$  и точки расположения вихря –  $a$  соответственно.

Разобьем контур  $S$  на  $N$  прямолинейных отрезков. Полагая, что интенсивность источников и стоков на каждом из отрезков постоянна, получим дискретный аналог уравнения (2.30):

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q(\xi^k) \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS + \Gamma(a) \cdot G(x, a), \quad (2.31)$$

где интегралы берутся по отрезкам  $\Delta S^k$ ,  $\xi^k$  – произвольная точка  $k$  отрезка.

Устремляя внутреннюю точку  $x$  к граничной –  $x_0$ , получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = -\frac{1}{2}q(x_0) + \sum_{k=1}^N q(\xi^k) \int_{\Delta S^k} F(x_0, \xi^k) dS + \Gamma(a) \cdot G(x_0, a), \quad (2.32)$$

где первое слагаемое образуется вследствие совпадения точек  $x_0$  и  $\xi^k$ . Под знаком суммы в (2.32) отсутствует слагаемое, соответствующее случаю, когда  $x_0$  лежит на  $k$ -ом отрезке. Если в качестве  $x_0$  использовать центр  $p$ -го отрезка  $x_0^p$ , то, перебирая все  $N$  граничных отрезков, получим систему  $N$  линейных алгебраических уравнений с  $N$  неизвестными:

$$-\frac{1}{2}q(x_0^p) + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q(\xi^k) \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS = v_n(x_0^p) - \Gamma(a) \cdot G(x_0^p, a), \quad (2.33)$$

где  $p = 1, 2, \dots, N$ .

Решив систему уравнений (2.33) одним из численных методов, например, методом Гаусса с выбором главного элемента, и определив неизвестные  $q(\xi^1), q(\xi^2), \dots, q(\xi^N)$ , можно найти искомую скорость воздуха в т.  $x$  вдоль данного направления  $\vec{n}$  по формуле (2.31).

Рассмотрим в качестве примера течение воздуха вблизи щелевого отсоса шириной 0,2 м, в спектре действия которого находится вращающийся против часовой стрелки со скоростью 1 м/с цилиндр радиусом 1 м (рис.2.26). Соответственно вихрь, расположенный в центре цилиндра, имеет циркуляцию  $\Gamma = 2\pi$ . Расстояние от оси цилиндра до отсоса – 1,5 м. Параметры такого течения близки к схеме аспирации вальцетокарного станка при отсосе воздуха из стружкоприемного канала.

Граница течения разбивалась на 110 прямолинейных отрезков. Окружность дискретизирована равномерно 40 отрезками. Всасывающее отверстие и непроницаемая часть станины разбиты неравномерно. У краев отсоса более чаще, чем вблизи центра. Закономерность следующая:  $0,001i$ , где  $i = 1, 2, 4, 8, \dots$  до тех пор, пока конец граничного элемента не пересечет середину отрезка. Часть этого граничного элемента отсекается, за его крайнюю точку принимается середина разбиваемого отрезка. Аналогично разбивается отрезок с другого конца. Закон разбиения лучей, задающих станину, такой же:  $0,001i$ , где  $i = 1, 2, 4, 8, \dots$  до тех пор, пока крайние точки не удалятся от центра отсоса на расстояние более 50 калибров (калибр – ширина отсоса).

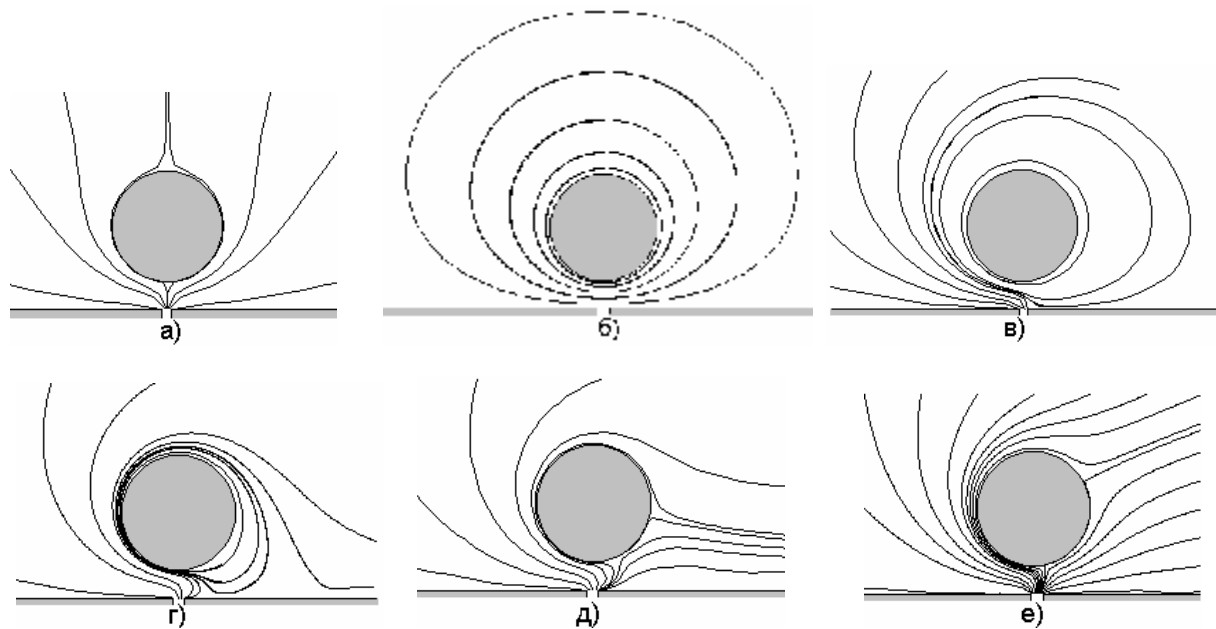


Рис. 2.26. Линии тока при обтекании цилиндра, находящегося в спектре действия щелевого отсоса:  
 а)  $\Gamma = 0$ ; б)  $\Gamma = 2\pi$ ,  $v_0 = 0$ ; в)  $\Gamma = 2\pi$ ,  $v_0 = 4$  м/с; г)  $\Gamma = 2\pi$ ,  $v_0 = 8$  м/с;  
 д)  $\Gamma = 2\pi$ ,  $v_0 = 10$  м/с; е)  $\Gamma = 2\pi$ ,  $v_0 = 15$  м/с

В случае покоя цилиндра имеем симметричную картину течения (рис.2.26 а). При отсутствии отсоса наблюдается циркуляционное течение воздуха вокруг цилиндра (рис.2.26 б). В случае подключения отсоса и увеличения в нем скорости область циркуляционного течения уменьшается (рис.2.26 в-г), а при скорости в отсосе, близкой к 10 м/с, вовсе исчезает. Здесь имеется лишь одна критическая точка. При дальнейшем увеличении скорости  $v_0$  наблюдаются 2 критические точки, расстояние между которыми увеличивается (рис.2.26 д-е). Когда скорость  $v_0$  неограниченно возрастает, то, очевидно, будем иметь картину течения, изображенную на рис.2.26 а, так как влияние вращения цилиндра становится исчезающе малым.

В найденном поле скоростей исследовались траектории движения пылевых частиц при стоксовском режиме обтекания их воздушным потоком, описываемые уравнением:

$$\frac{\pi d_s^3}{6} \rho_1 \frac{dv_1}{dt} = \frac{\pi d_s^3}{6} \rho_1 g - 3\pi \chi \mu d_s (v_1 - v), \quad (2.34)$$

где  $d_s$  – эквивалентный диаметр частицы, м;  $\rho_1 = 2600$  кг/м<sup>3</sup> – плотность частицы;  $v_1$  – скорость частицы, м/с;  $\mu = 1,78 \cdot 10^{-5}$  Па·с – динамическая вязкость воздуха;  $\chi = 1$  – коэффициент динамической формы частицы (предполагалось, что частицы имеют сферическую форму);  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения;  $v$  – скорость воздуха, м/с.

Сводя уравнение (2.34) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений и численно решая ее методом Рунге - Кутты, на каждом шаге



определяя скорость воздуха по вышеприведенному алгоритму, строили траектории полета частиц пыли.

По построенным траекториям пылевых частиц (рис.2.27), образующихся в месте соприкосновения резца с обрабатываемой деталью, видно, что сложнее уловить пылевые частицы мелких фракций. Это согласуется с экспериментальными данными [109]. Крупные фракции пылевых частиц достигают пылеприемника за счет инерции. Мелкие же фракции транспортируются отсасываемым воздушным потоком. Траектории их близки к линиям тока (рис.2.27 б), и улавливаются они лишь через значительный промежуток времени либо оседают на элементах технологического оборудования. Поэтому скорость в отсосе и соответственно необходимый объем аспирации предлагается выбирать из условия отсутствия циркуляционной области течения воздуха вокруг цилиндра (рис.2.26 д).

При расчете траекторий пылевых частиц начальная скорость их вылета из зоны резания считалась нулевой, что вполне приемлемо для рассматриваемого диапазона крупности частиц и скорости резания. Как показал численный эксперимент, начальная скорость пылевых частиц быстро затухает и не оказывает существенного влияния на их полет. Для крупнодисперсных частиц влияние начальной скорости их вылета может оказаться значительным.

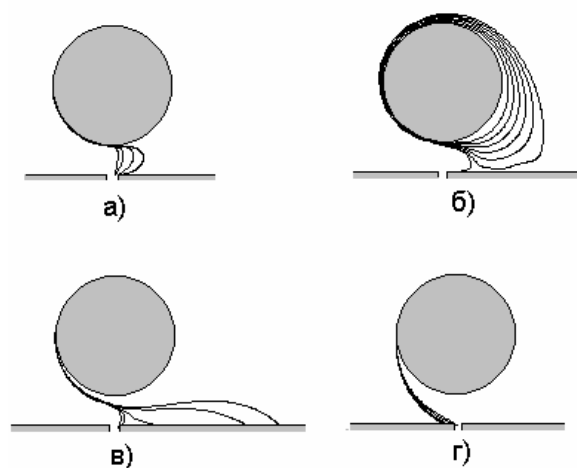


Рис. 2.27. Траектории пылевых частиц:  
 а)  $d = 10$  мкм,  $v_0$  [м/с] = 25, 15, 10, 9  
 (в порядке изображения слева направо);  
 б)  $d = 10$  мкм,  $v_0$  [м/с] = 8; в)  $d = 50$  мкм,  
 $v_0$  [м/с] = 15, 8, 4, 1, 0 (слева направо);  
 г)  $d = 100$  мкм,  $v_0$  [м/с] = 0, 1, 4, 8 (слева  
 направо)

При выборе необходимых объемов аспирации для разных технологических процессов резания следует учесть направление движения стружки и пыли от резца. Как известно [106], указанное направление зависит от физико-химических свойств обрабатываемого материала, характера обработки, режима резания, геометрических параметров режущего инструмента. Располагая данными о направлении и скорости движения пылевых частиц и стружки, их размере, плотности, коэффициенте лобового сопротивления [106,108,110], корректируя уравнение движения (2.34) и задавая соответствующие начальные условия для полета пыли и стружки, можно изложенный метод применять для

определения необходимых объемов аспирации от различных токарных, сверлильных, шлифовальных, фрезеровальных, деревообрабатывающих и других станков с вращающимися цилиндрическими деталями.

## 2.4. Пространственные течения в многосвязных областях без особенностей

### 2.4.1. Вывод основных соотношений и построение основных этапов решения

Пусть однородная область  $A$  ограничена поверхностью  $S$ , на которой задана величина скорости  $v_n(\xi)$  потока воздуха в направлении внешней нормали  $\dot{n}(\xi)$  в произвольной точке  $\xi$  границы. Требуется определить скорость воздуха  $v_n(x)$  в произвольной внутренней точке  $x$  вдоль заданного направления  $\dot{n}(x)$ .

Процедура построения решения пространственной задачи аналогична процедуре построения решения плоской задачи. Вначале определяется фундаментальное решение уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (2.35)$$

которое в сферической системе координат примет вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} = 0, \quad (2.36)$$

где  $r, \theta, \psi$  – сферические координаты.

В случае сферической симметрии, т.е. при  $\theta = \text{const}$  и  $\psi = \text{const}$  потенциал  $\varphi$  будет зависеть только от  $r$ . Решение уравнения (2.36) в этом случае будет определяться из обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = 0, \quad (2.37)$$

дважды проинтегрировав которое получим

$$\varphi = -\frac{1}{r} C_1 + C_2.$$

Полагая  $C_1 = -1, C_2 = 0$ , получим фундаментальное решение уравнения Лапласа в пространстве:

$$\varphi = \frac{1}{r}.$$

С точностью до постоянной фундаментальное решение совпадает с потенциалом течения в точке  $x$ , обусловленным действием в точке  $\xi$  источника (стока) с интенсивностью  $q(\xi)$ :

$$\varphi(x) = \frac{q(\xi)}{4\pi r}, \quad (2.38)$$

где  $r = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 - \xi_3)^2}$  – расстояние между точками  $x(x_1, x_2, x_3)$  и  $\xi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ , заданными в прямоугольной декартовой системе координат.

Для того чтобы определить скорость воздуха вдоль направления, задаваемого единичным вектором  $\mathbf{\hat{n}}\{n_1, n_2, n_3\}$ , необходимо продифференцировать  $\varphi$  вдоль этого направления:

$$\begin{aligned} v_n(x) &= \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} n_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} n_2 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} n_3 = \\ &= - \frac{(x_1 - \xi_1)n_1 + (x_2 - \xi_2)n_2 + (x_3 - \xi_3)n_3}{4\pi r^3} q(\xi) \end{aligned}$$

или, вводя обозначение

$$F(x, \xi) = - \frac{(x_1 - \xi_1)n_1 + (x_2 - \xi_2)n_2 + (x_3 - \xi_3)n_3}{4\pi r^3}, \quad (2.39)$$

получим формулу для расчета скорости воздуха в точке  $x$  вдоль заданного направления  $\mathbf{\hat{n}}$ , вызванной действием в точке  $\xi$  источника (стока) с интенсивностью  $q(\xi)$  в следующем виде:

$$v_n(x) = F(x, \xi)q(\xi). \quad (2.40)$$

Пусть по границе  $S$  области течения  $A$  непрерывно распределены источники (стоки) с интенсивностью  $q(\xi)$ , где  $\xi$  – произвольная точка  $S$ . В каждой точке границы интенсивность  $q(\xi)$  может иметь разную величину, причем это распределение должно удовлетворять граничным значениям для скорости.

Проинтегрировав действия всех источников (стоков) с заранее неизвестной интенсивностью  $q(\xi)$ , получим искомую скорость воздуха:

$$v_n(x) = \iint_S F(x, \xi)q(\xi)dS(\xi). \quad (2.41)$$

Заметим, что в данном интеграле  $\xi$  – переменная интегрирования.

Устремив внутреннюю точку  $x$  к граничной точке  $x_0$ , получим граничное интегральное уравнение

$$v_n(x_0) = \iint_S F(x_0, \xi) q(\xi) dS(\xi), \quad (2.42)$$

в котором  $F(x_0, \xi) \rightarrow \infty$  при  $x_0 \rightarrow \xi$ . Чтобы избавиться от этой особенности, окрестим точку  $\xi$  полусферой радиуса  $\varepsilon$  (см. рис. 4.2). Тогда интеграл в (2.42) можно представить в виде суммы двух интегралов:

$$\iint_S = \iint_{S-S_\varepsilon} + \iint_{S_\varepsilon},$$

где первый интеграл берется по поверхности  $S$  без указанной полусферы, второй – по поверхности  $S_\varepsilon$  полусферы.

Устремляя  $\varepsilon \rightarrow 0$  и считая, что на полусфере интенсивность источников и стоков  $q(\xi)$  постоянна, имеем

$$\begin{aligned} \iint_{S_\varepsilon} F(x, \xi) q(\xi) dS &= - \iint_{S_\varepsilon} \frac{|\mathbf{r}| \cdot |\mathbf{n}| \cdot \cos \pi}{4\pi r^3} q(\xi) dS = \left. \begin{aligned} &\left\{ \begin{aligned} &|\mathbf{r}| = \varepsilon \\ &|\mathbf{n}| = 1 \end{aligned} \right\} = \\ &= \frac{q(\xi)}{4\pi\varepsilon^2} \iint_{S_\varepsilon} dS = \frac{q(\xi)}{4\pi\varepsilon^2} 2\pi\varepsilon^2 = \frac{1}{2} q(\xi). \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Таким образом, выражение (2.42) можно записать в виде

$$v_n(x_0) = \frac{1}{2} q(x_0) + \iint_S F(x_0, \xi) q(\xi) dS(\xi), \quad (2.43)$$

где подынтегральная функция  $F(x_0, \xi)$  не имеет особенности при  $x_0 = \xi$ , так как этот случай исключен и учтен в первом слагаемом.

Разобьем граничную поверхность  $S$  на  $N$  плоских треугольников, на каждом из которых интенсивность источников и стоков будем полагать постоянной. Пусть точка  $x_0^p$  – центр тяжести  $p$ -го треугольника, а  $\xi^k$  – произвольная точка  $k$ -го треугольника. Тогда дискретный аналог уравнения (2.43) будет иметь вид

$$v_n(x_0^p) = \frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k \iint_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k), \quad (2.44)$$

где  $q^p, q^k$  – интенсивность источников (стоков)  $p$ -го и  $k$ -го треугольников соответственно, а поверхностные интегралы берутся по треугольникам  $\Delta S^k$ . Изменяя  $p$  от 1 до  $N$ , получим систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными  $q^1, q^2, \dots, q^N$ , решив которую, можно вычислить скорость воздуха во внутренней точке  $x$  области  $A$  вдоль заданного направления по формуле

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k \iint_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k). \quad (2.45)$$

Таким образом, основные этапы расчета скорости воздуха следующие.

1. Дискретизация граничной поверхности области течения на граничные элементы.
2. Решение системы линейных уравнений (2.44) и определение неизвестных интенсивностей источников (стоков)  $q^1, q^2, \dots, q^N$ .
3. Определение скорости воздуха в заданной точке внутри области течения по формуле (2.45).

#### **2.4.2. Дискретизация граничной поверхности. Локальные координаты**

Граница разбивается на плоские треугольники. В выбранной системе координат – глобальной декартовой системе координат – задаются координаты вершин треугольников  $r(r_1, r_2, r_3); s(s_1, s_2, s_3); t(t_1, t_2, t_3)$ . Вершины выбираются таким образом, чтобы кратчайший поворот вектора  $\overrightarrow{rs}$  к вектору  $\overrightarrow{rt}$  осуществлялся по часовой стрелке, если смотреть из конца вектора внешней нормали к этому граничному треугольнику. Это делается для удобства вычисления координат внешней нормали по этим векторам, о чем более подробно будет изложено далее. Возможны и другие варианты, но вершины должны быть заданы для всех треугольников по одному правилу, соответственно необходима и корректировка алгоритма расчета.

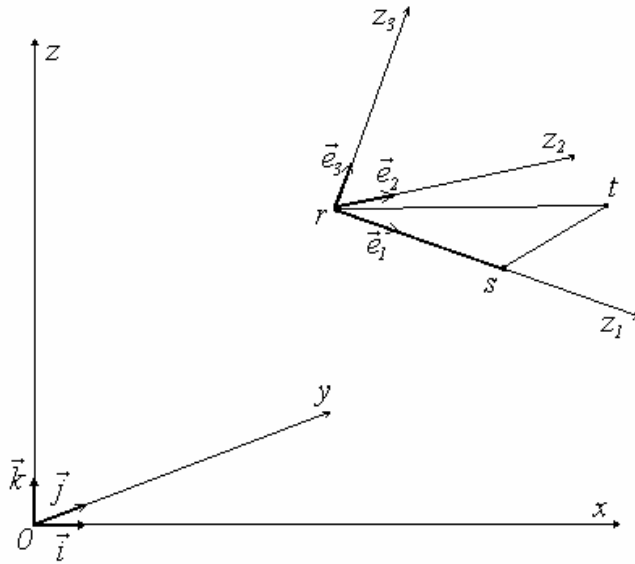
Все треугольные элементы должны быть пронумерованы. Например,  $r^k(r_1^k, r_2^k, r_3^k); s^k(s_1^k, s_2^k, s_3^k); t^k(t_1^k, t_2^k, t_3^k)$  – координаты вершин  $k$ -го треугольника.

Построим на треугольнике с вершинами  $r, s, t$  локальную прямоугольную декартову систему координат следующим образом: центр системы координат совпадает с вершиной  $r$ ; ось абсцисс  $z_1$  направлена по вектору  $\overrightarrow{rs}$ ; ось ординат  $z_2$  лежит в плоскости треугольника, перпендикулярна  $z_1$  и направлена так, что если смотреть с оси аппликат  $z_3$ , перпендикулярной плоскости треугольника  $rst$ , кратчайший поворот оси  $z_1$  к  $z_2$  осуществляется против часовой стрелки (рис.2.28). Тогда орт оси абсцисс с учетом

$$\left| \vec{rs} \right| = \sqrt{(s_1 - r_1)^2 + (s_2 - r_2)^2 + (s_3 - r_3)^2}$$

вычисляется по формуле

$$\mathbf{e}_1 = \{e_{11}, e_{12}, e_{13}\} = \frac{\vec{rs}}{\left| \vec{rs} \right|} = \left\{ \frac{s_1 - r_1}{\left| \vec{rs} \right|}, \frac{s_2 - r_2}{\left| \vec{rs} \right|}, \frac{s_3 - r_3}{\left| \vec{rs} \right|} \right\}. \quad (2.46)$$



Орт оси аппликат  $\mathbf{e}_3$  определяется из векторного произведения векторов  $\vec{rs}$  и  $\vec{rt}$ :

$$\mathbf{e}_3 = \frac{\vec{rs} \times \vec{rt}}{\left| \vec{rs} \times \vec{rt} \right|}.$$

Рис. 2.28. Глобальная и локальная системы координат

Так как  $\vec{rs} \times \vec{rt} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ s_1 - r_1 & s_2 - r_2 & s_3 - r_3 \\ t_1 - r_1 & t_2 - r_2 & t_3 - r_3 \end{vmatrix}$ , то координаты вектора  $\mathbf{e}_3 \{e_{31}, e_{32}, e_{33}\}$

вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} e_{31} &= \frac{(s_2 - r_2)(t_3 - r_3) - (s_3 - r_3)(t_2 - r_2)}{\left| \vec{rs} \times \vec{rt} \right|}, \\ e_{32} &= \frac{(s_3 - r_3)(t_1 - r_1) - (s_1 - r_1)(t_3 - r_3)}{\left| \vec{rs} \times \vec{rt} \right|}, \\ e_{33} &= \frac{(s_1 - r_1)(t_2 - r_2) - (s_2 - r_2)(t_1 - r_1)}{\left| \vec{rs} \times \vec{rt} \right|}, \end{aligned} \quad (2.47)$$

где

$$\begin{aligned} |\vec{rs} \times \vec{rt}| &= \sqrt{(E_{31})^2 + (E_{32})^2 + (E_{33})^2}, \quad E_{31} = [(s_2 - r_2)(t_3 - r_3) - (s_3 - r_3)(t_2 - r_2)], \\ E_{32} &= [(t_1 - r_1)(s_3 - r_3) - (s_1 - r_1)(t_3 - r_3)], \quad E_{33} = [(s_1 - r_1)(t_2 - r_2) - (s_2 - r_2)(t_1 - r_1)]. \end{aligned}$$

Единичный вектор оси ординат  $\mathbf{e}_2$  определяется векторным произведением

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_3 = \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{vmatrix} = \{e_{21}, e_{22}, e_{23}\}, \quad (2.48)$$

где  $e_{21} = e_{12}e_{33} - e_{13}e_{32}$ ,  $e_{22} = e_{31}e_{13} - e_{11}e_{33}$ ,  $e_{23} = e_{11}e_{32} - e_{12}e_{31}$ .

Таким образом, векторы  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  могут быть разложены по ортам ГДСК  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= e_{11}\mathbf{i} + e_{12}\mathbf{j} + e_{13}\mathbf{k}, \\ \mathbf{e}_2 &= e_{21}\mathbf{i} + e_{22}\mathbf{j} + e_{23}\mathbf{k}, \\ \mathbf{e}_3 &= e_{31}\mathbf{i} + e_{32}\mathbf{j} + e_{33}\mathbf{k} \end{aligned} \quad (2.49)$$

или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix}. \quad (2.50)$$

Так как имеем дело с прямоугольными декартовыми системами координат, то обратное преобразование примет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{pmatrix}. \quad (2.51)$$

Пусть в ГДСК задана точка  $x(x_1, x_2, x_3)$ . Определим ее координаты в ЛДСК. Рассмотрим вектор с началом в точке  $r$  и концом в точке  $x$ , имеющий координаты  $\vec{rx} = \{x_1 - r_1, x_2 - r_2, x_3 - r_3\}$ . То есть

$$\begin{aligned}
\vec{rx} &= (x_1 - r_1)\mathbf{i} + (x_2 - r_2)\mathbf{j} + (x_3 - r_3)\mathbf{k} = (x_1 - r_1)(e_{11}\mathbf{e}_1 + e_{21}\mathbf{e}_2 + e_{31}\mathbf{e}_3) + \\
&+ (x_2 - r_2)(e_{12}\mathbf{e}_1 + e_{22}\mathbf{e}_2 + e_{32}\mathbf{e}_3) + (x_3 - r_3)(e_{13}\mathbf{e}_1 + e_{23}\mathbf{e}_2 + e_{33}\mathbf{e}_3) = \\
&= \mathbf{e}_1[(x_1 - r_1)e_{11} + (x_2 - r_2)e_{12} + (x_3 - r_3)e_{13}] + \\
&+ \mathbf{e}_2[(x_1 - r_1)e_{21} + (x_2 - r_2)e_{22} + (x_3 - r_3)e_{23}] + \\
&+ \mathbf{e}_3[(x_1 - r_1)e_{31} + (x_2 - r_2)e_{32} + (x_3 - r_3)e_{33}] = z_1\mathbf{e}_1 + z_2\mathbf{e}_2 + z_3\mathbf{e}_3.
\end{aligned}$$

Таким образом, координаты вектора  $\vec{rx}$  в ЛДСК имеют вид:

$$\begin{aligned}
z_1 &= (x_1 - r_1)e_{11} + (x_2 - r_2)e_{12} + (x_3 - r_3)e_{13}, \\
z_2 &= (x_1 - r_1)e_{21} + (x_2 - r_2)e_{22} + (x_3 - r_3)e_{32}, \\
z_3 &= (x_1 - r_1)e_{31} + (x_2 - r_2)e_{32} + (x_3 - r_3)e_{33}
\end{aligned} \tag{2.52}$$

или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 - r_1 \\ x_2 - r_2 \\ x_3 - r_3 \end{pmatrix}. \tag{2.53}$$

Так как  $\vec{rx}$  – радиус-вектор точки  $x$  в ЛДСК, то по формуле (2.52) определяют координаты точки  $x$  в этой системе координат.

### 2.4.3. Определение граничных интенсивностей источников и стоков

Для того чтобы определить интенсивность источников (стоков), необходимо вначале сформировать матрицу

$$F = (F^{pk}) = \left( \iint_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) \right),$$

составленную из коэффициентов при неизвестных  $q^k$  в системе линейных алгебраических уравнений (2.44).

Интегралы  $F^{pk}$  могут быть найдены только численно. Пусть заданы координаты вершин  $p$ -го треугольника  $r^p(r_1^p, r_2^p, r_3^p)$ ;  $s^p(s_1^p, s_2^p, s_3^p)$ ;  $t^p(t_1^p, t_2^p, t_3^p)$  в ГДСК. Их координаты в ЛДСК  $p$ -го треугольника можно вычислить, воспользовавшись формулой (2.52). Обозначим их следующим образом:  $r^{pp}(r_1^{pp}, r_2^{pp}, r_3^{pp})$ ;  $s^{pp}(s_1^{pp}, s_2^{pp}, s_3^{pp})$ ;  $t^{pp}(t_1^{pp}, t_2^{pp}, t_3^{pp})$ . Координаты центра тяжести  $p$ -го треугольника в ЛДСК этого треугольника примут вид



$$c^{pp} = \left( \frac{1}{3}(s_1^{pp} + t_1^{pp}), \frac{1}{3}t_2^{pp}, 0 \right) = (c_1^{pp}, c_2^{pp}, c_3^{pp}). \quad (2.54)$$

Координаты центра тяжести  $p$ -го треугольника в ГДСК, как следует из (2.53), (2.54), вычисляются по формуле

$$\begin{pmatrix} c_1^p \\ c_2^p \\ c_3^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1^p \\ r_2^p \\ r_3^p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/3(s_1^{pp} + t_1^{pp}) \\ 1/3t_2^{pp} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Координаты точки центра тяжести  $p$ -го треугольника в ЛДСК  $k$ -го треугольника вычисляются с использованием (2.53) из выражения

$$\begin{pmatrix} c_1^{pk} \\ c_2^{pk} \\ c_3^{pk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1^p - r_1^k \\ c_2^p - r_2^k \\ c_3^p - r_3^k \end{pmatrix}, \quad (2.56)$$

где  $(r_1^k, r_2^k, r_3^k)$  – координаты вершины  $r$   $k$ -го треугольника, заданные в ГДСК.

Координаты единичного вектора внешней нормали к  $p$ -му треугольнику вычисляются из формул (2.47) с учетом того, что  $\mathbf{n}^p = -\mathbf{e}_3^p$ . В ЛДСК  $k$ -го треугольника координаты  $\mathbf{n}^p$  преобразуются к виду

$$\begin{pmatrix} n_1^{pk} \\ n_2^{pk} \\ n_3^{pk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1^p \\ n_2^p \\ n_3^p \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

Интеграл  $F^{pk} = \iint_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k)$  вычисляется по  $k$ -му треугольнику. Поэтому с учетом вышеизложенного будем иметь

$$F^{pk} = - \iint_{\Delta S^k} \frac{(c_1^{pk} - \xi_1^k)n_1^{pk} + (c_2^{pk} - \xi_2^k)n_2^{pk} + (c_3^{pk} - \xi_3^k)n_3^{pk}}{4\pi[(c_1^{pk} - \xi_1^k)^2 + (c_2^{pk} - \xi_2^k)^2 + (c_3^{pk} - \xi_3^k)^2]^{3/2}} dS(\xi^k), \quad (2.58)$$

где  $\xi_1^k = z_1^k, \xi_2^k = z_2^k, \xi_3^k = 0$  (рис.2.29).

Сводя интеграл в (2.58) к повторному, получим

$$F^{pk} = \int_0^{t_2^k} dz_2^k \int_{\frac{t_1^k}{t_2^k} z_2^k}^{\frac{s_1^k - t_1^k}{s_2^k - t_2^k} (z_2^k - t_2^k) + t_1^k} F(c^{pk}, \xi^k) dz_1^k. \quad (2.59)$$

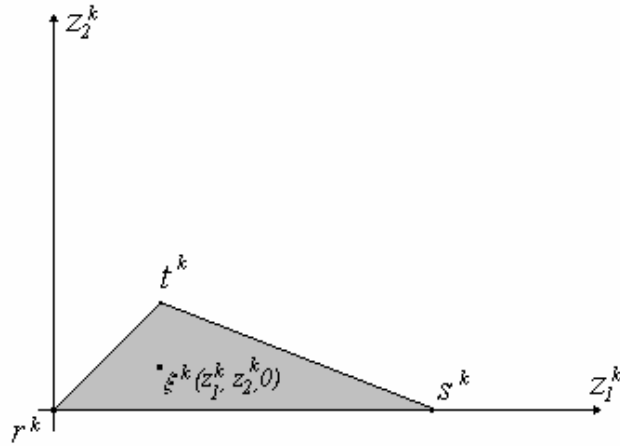


Рис.2.29. Область интегрирования  $k$ -го треугольника

Интеграл в (2.59) может быть вычислен по квадратурным формулам Гаусса:

$$\int_{-1}^1 dx_1 \int_{-1}^1 f(x_1, x_2) dx_2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_i A_j f(x_i, x_j), \quad (2.60)$$

где  $A_i$  – весовые множители;  $x_i$  – узлы квадратурной формулы, определяются из таблиц (например, [101;102]);  $N$  – количество узлов. При  $N = 5$  значения  $x_i$ ,  $A_i$  представлены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

**Весовые множители и узлы квадратурной формулы Гаусса**

$I$	$x_i$	$A_i$
1	0,090617984593866399	0,23692688505618908751
2	0,538493101568309103	0,47862867049936645690
3	0.000000000000000000	0,5688888888888888889
4	- 0,090617984593866399	0,23692688505618908751
5	- 0,538493101568309103	0,47862867049936645690

Интеграл в (2.59) – это интеграл вида  $\int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y) dx$ , который можно свести к виду интеграла в (2.60) следующим образом:

$$\begin{aligned}
\int_a^b dy \int_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y) dx &= \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\psi(y) - \varphi(y)}{2} x_1 + \frac{\psi(y) + \varphi(y)}{2} \\ dx = \frac{\psi(y) - \varphi(y)}{2} dx_1 \end{array} \right\} = \\
\int_a^b dy \int_{-1}^1 f\left(\frac{\psi(y) - \varphi(y)}{2} x_1 + \frac{\psi(y) + \varphi(y)}{2}, y\right) \frac{\psi(y) - \varphi(y)}{2} dx_1 &= \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2} \\ dy = \frac{b-a}{2} dy_1 \end{array} \right\} = \\
= \int_{-1}^1 dy_1 \int_{-1}^1 f\left(\frac{\psi\left(\frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right) - \varphi\left(\frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right)}{2} x_1 + \right. \\
\left. + \frac{\psi\left(\frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right) + \varphi\left(\frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right)}{2}, \frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right) \times \\
\times \frac{\psi\left(\frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right) - \varphi\left(\frac{b-a}{2} y_1 + \frac{b+a}{2}\right)}{2} dx_1. \quad (2.61)
\end{aligned}$$

Таким образом, алгоритм формирования элементов матрицы  $(F^{pk})$  будет иметь вид:

1. Задается начальный номер  $p$ -го отрезка:  $p = 1$ .
2. Определяются координаты вершин  $p$ -го треугольника в его ЛДСК. Для этого сначала вычисляются координаты ортов ЛДСК  $p$ -го треугольника [формулы (2.46) - (2.48)], затем находятся координаты вершин  $s$  и  $t$   $p$ -го треугольника в его ЛДСК (2.52).
3. Вычисляются координаты центра тяжести  $p$ -го треугольника в его ЛДСК (2.54).
4. Определяются координаты центра тяжести  $p$ -го треугольника в ГДСК (2.55).
5. Задается начальный номер  $k$ -го треугольника.
6. Если  $p=k$ , то  $F^{pk} = 0,5$ , и осуществляется переход к пункту 12.
7. Если  $p \neq k$ , то вычисляются координаты ортов ЛДСК  $k$ -го треугольника, затем находятся координаты центра тяжести  $p$ -го треугольника в системе координат  $k$ -го треугольника (используется формула 5.22).
8. Вычисляются координаты вершин  $s$  и  $t$   $k$ -го треугольника в его ЛДСК (2.52).
9. Определяются координаты единичного вектора внешней к  $p$ -му треугольнику нормали в ГДСК:  $\mathbf{n}^p = -\mathbf{e}_3^p$ .
10. Определяются координаты единичного вектора внешней нормали к  $p$ -му треугольнику в ЛДСК  $k$ -го треугольника по формуле (2.57).



### 2.4.4. Тестовая задача: расчет осевой скорости воздуха у прямоугольного всасывающего отверстия, встроенного в плоскую безграничную стенку

Определим скорость движения воздуха на оси потока, стекающего к прямоугольному всасывающему отверстию размером  $2A \times 2B$ , встроенному в плоскую безграничную стенку. Скорость отсоса полагаем одинаковой и равной  $u_0=1$  по всему всасывающему прямоугольнику, у которого стороны  $A = 1$  м,  $B = 0,5$  м.

Расчеты производились методом наложения потоков [см. формулу (3.8)] и методом ГИУ. Всасывающий прямоугольник дискретизируем набором  $N$  плоских треугольников (рис.2.30). Остальную границу области течения разбивать на граничные элементы не имеет смысла, так как  $F(x, \xi) = 0$  [см. формулу (2.39)], поскольку граничные треугольники лежат в одной плоскости; нормальная составляющая скорости равна нулю, и как следует из формулы (2.44), интенсивность источников  $q(x_o^p) = 0$  всюду на непроницаемой стенке.

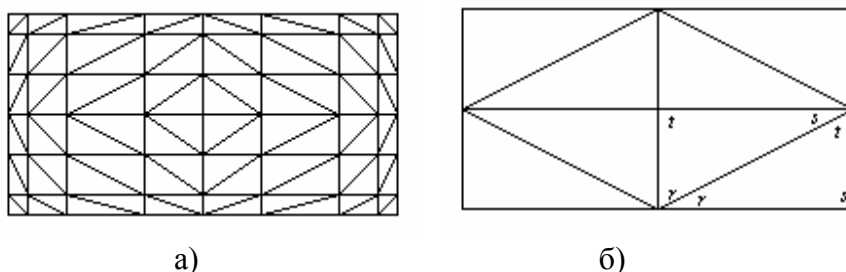


Рис.2.30. Дискретизация всасывающего прямоугольника на  $N$  плоских треугольниках:  
а -  $N = 96$ ; б -  $N = 8$

Из расчета осевой скорости (табл. 2.4) видно, что уже при  $N = 16$  имеется достаточно хорошее совпадение полученных результатов.

Таблица 2.4

Сопоставление расчетов по методу наложения потоков и ГИУ

N	Удаление от отсоса z, м						
	0,2	1,0	1,8	2,6	3,4	4,2	5
	Величина скорости, рассчитанная методом наложения потоков, м/с						
	0,85941	0,43591	0,23511	0,14048	0,09139	0,06350	0,04641
Величина скорости, рассчитанная методом ГИУ, м/с							
2	0,86156	0,20489	0,08298	0,04319	0,02614	0,01743	0,01242
8	0,87719	0,43590	0,23511	0,14048	0,09139	0,06350	0,04641
16	0,85743	0,43591	0,23511	0,14048	0,09139	0,06350	0,04641
32	0,85918	0,43591	0,23511	0,14048	0,09139	0,06350	0,04641
48	0,85852	0,43591	0,23511	0,14048	0,09139	0,06350	0,04641
96	0,85932	0,43591	0,23511	0,14048	0,09139	0,06350	0,04641

### 2.4.5. Расчет всасываемого прямоугольным отсосом воздушного потока, обтекающего цилиндр (отсос от вальцетокарного станка)

Пусть воздух перемещается к прямоугольному отверстию размером  $400 \times 300$  мм (при средней скорости в отверстии  $u_0 = 1$  м/с), встроенному в плоскую безграничную стенку. В спектре всасывания прямоугольника находится цилиндр радиуса  $R$ , ось которого проектируется на ось симметрии прямоугольника (вдоль длинной его стороны). Расстояние от оси цилиндра до плоскости всасывания 670 мм (рис.2.31).

Описанная область течения соответствует модели вальцетокарного станка типа 1А-825 в предположении, что станина плоская, бесконечная. Отсос воздуха осуществляется от стружкоприемного канала (на рис.2.31 это прямоугольник). Все остальные детали станка, кроме вала (цилиндра), не учитываются. Необходимо определить поле скоростей обтекания вала воздушным потоком, отсасываемым из стружкоприемника.

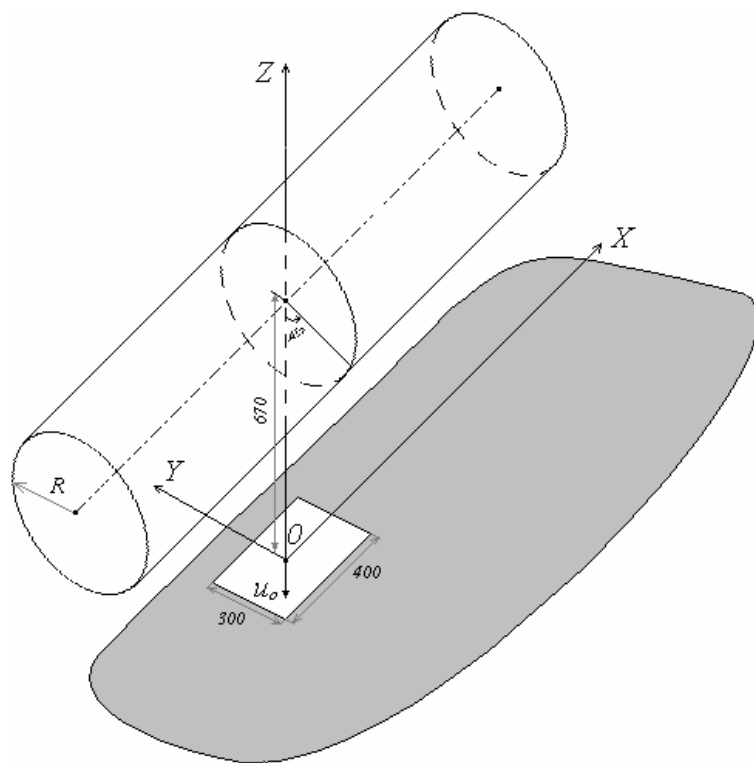


Рис. 2.31. Схема границы области течения

Дискретизация границы области течения осуществлялась набором 296 плоских треугольников. Наиболее часто разбита область всасывания и область, прилегающая к ней (рис.2.32).

Вычислены величины скорости воздуха по поверхности цилиндра (на расстоянии 5 мм, 55 мм, 105 мм) для различных сечений ( $x = 0$  мм,  $x = 200$  мм,  $x = 400$  мм) и радиусов вала ( $R = 300$  мм,  $R = 375$  мм,  $R = 450$  мм,  $R = 525$  мм). Расчет производился начиная с угла  $\varphi = 0$ , который соответствует нижней точке цилиндра, до  $\varphi = \pi$  (верхняя точка) с шагом  $\pi / 100$ .

Из графического представления результатов расчета (рис.2.34 – 2.36) видно, что, независимо от сечения  $x$ , величины скорости при  $\varphi < \pi / 2$  больше при увеличении радиуса вала. В зоне резания ( $\varphi = \pi / 2$ ) зависимость обратная, хотя разница между величинами скорости небольшая. В верхней части вала ( $\varphi > \pi / 2$ ) скорости практически не зависят от радиуса вала.

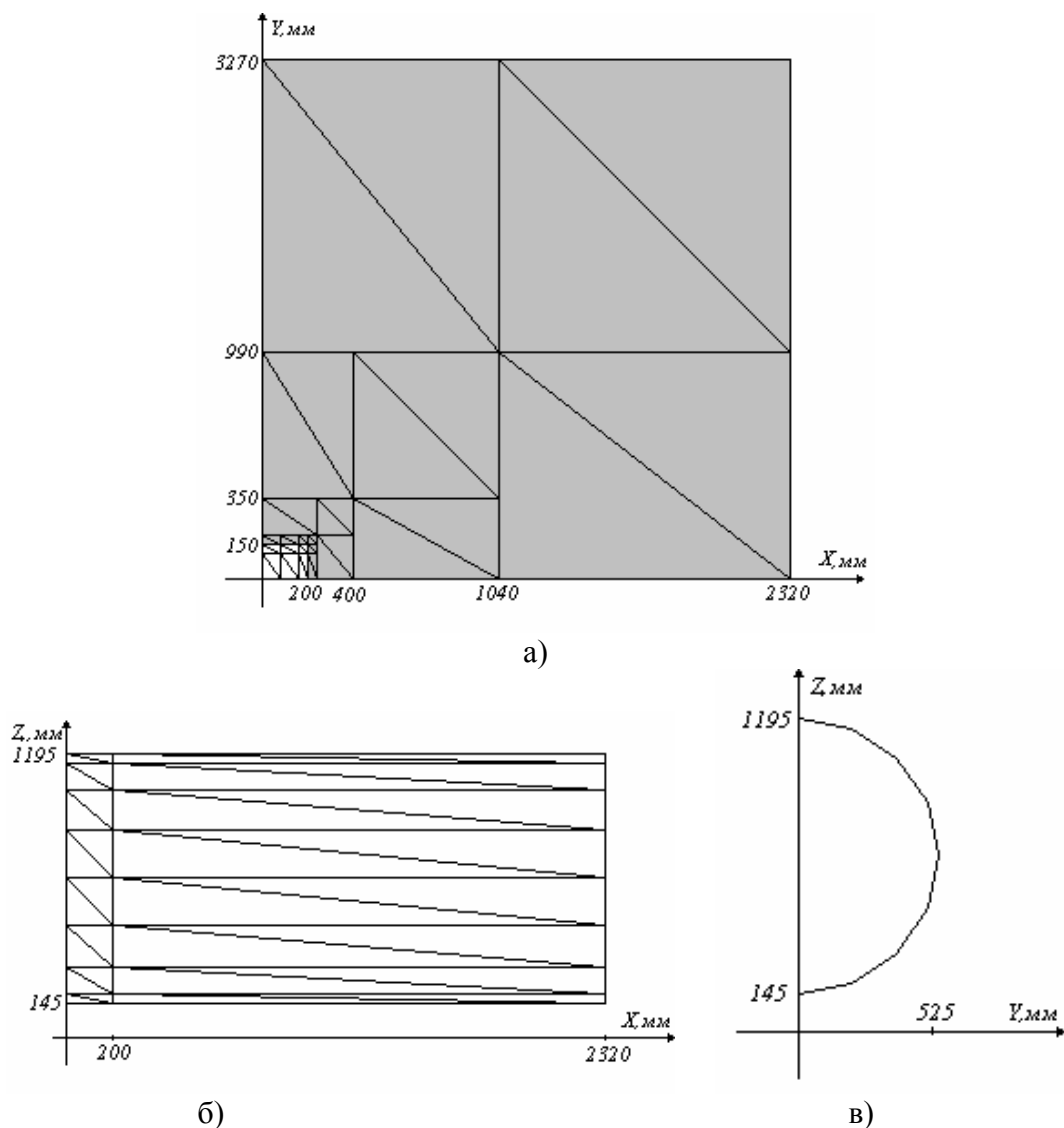


Рис. 2.32. Дискретизация границы области течения:  
 а – проекция четверти станины на горизонтальную плоскость;  
 б – проекция поверхности четверти цилиндра радиуса 525 мм на плоскость  $XOZ$  ;  
 в – проекция поверхности полуцилиндра на плоскость  $YOZ$

Как видно из рис.2.33 – 2.35, метод ГИУ имеет хорошее экспериментальное подтверждение. Погрешность расчетных величин скорости относительно экспериментальных не превышает 25%. Замена пространственного течения плоским (рис.2.33, а) дает завышенные результаты (кривая 1). Введением условной ширины щели (кривая 2) можно добиться удовлетворительного согласия с экспериментальными данными лишь в небольшой области.

Площадь поперечного сечения отсоса от стружкоприемного канала  $S = 0,12 \text{ м}^2$ . При такой схеме аспирации точка под валком лежит в непосредственной близости от отсоса, поэтому производительность отсоса будем вычислять по точке, расположенной в месте соприкосновения резца с валком. Необходимая для захвата пыли подвижность воздуха в этой характерной точке должна иметь вели-

чину, равную скорости конвективного потока, развивающегося над резцом, и противоположное направление. Это скорость  $v_H = 0,51 \text{ м/с}$ .

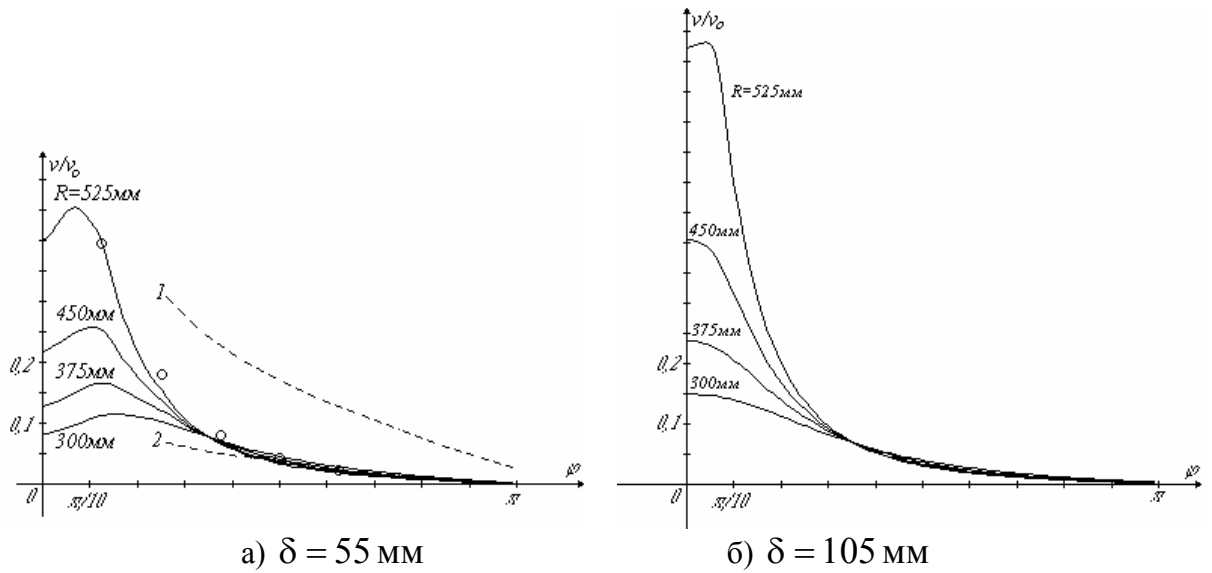


Рис. 2.33. Изменение величины безразмерной скорости воздуха по окружности, каждая точка которой удалена на  $\delta$  от поверхности валков различных радиусов  $R$  в сечении  $x = 0 \text{ мм}$ :

**○** – экспериментальные замеры скорости для  $R = 525 \text{ мм}$ ; кривая 1 – расчет по методу конформных отображений; кривая 2 – расчет по МКО при условной ширине щели

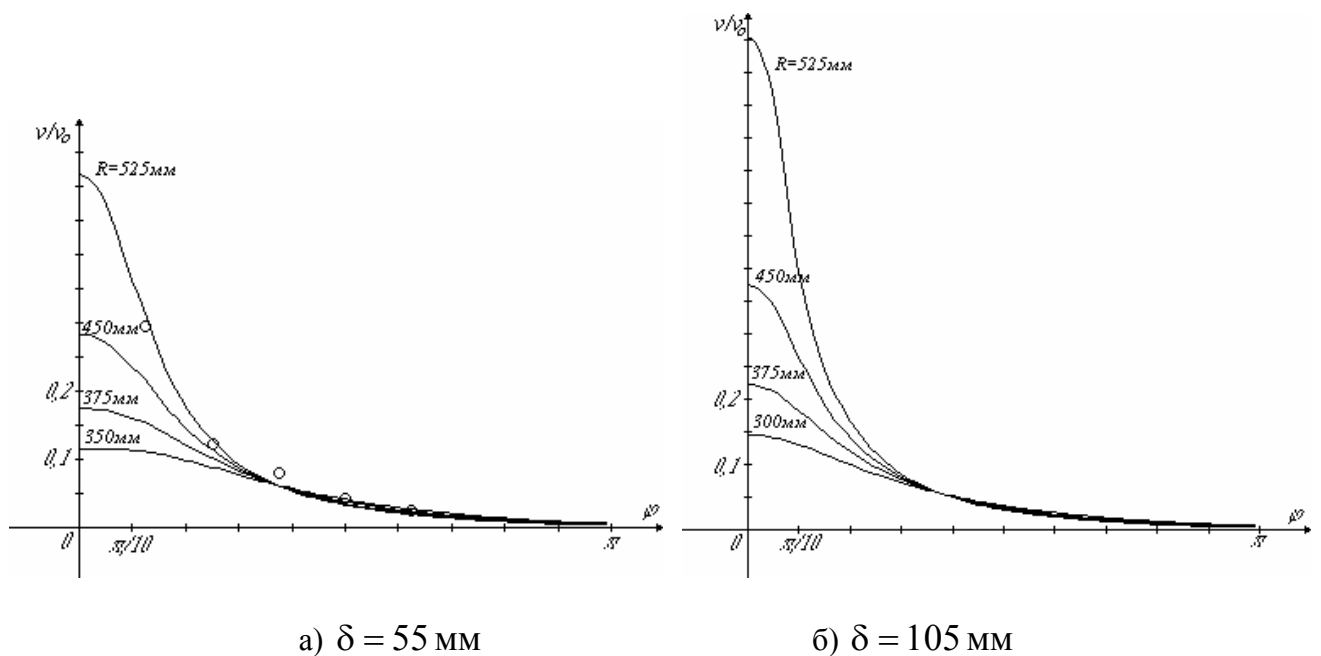


Рис. 2.34. Изменение величины безразмерной скорости воздуха по окружности, каждая точка которой удалена на  $\delta$  от поверхности валков различных радиусов  $R$  в сечении  $x = 200 \text{ мм}$ :

**○** – экспериментальные замеры скорости для  $R = 525 \text{ мм}$



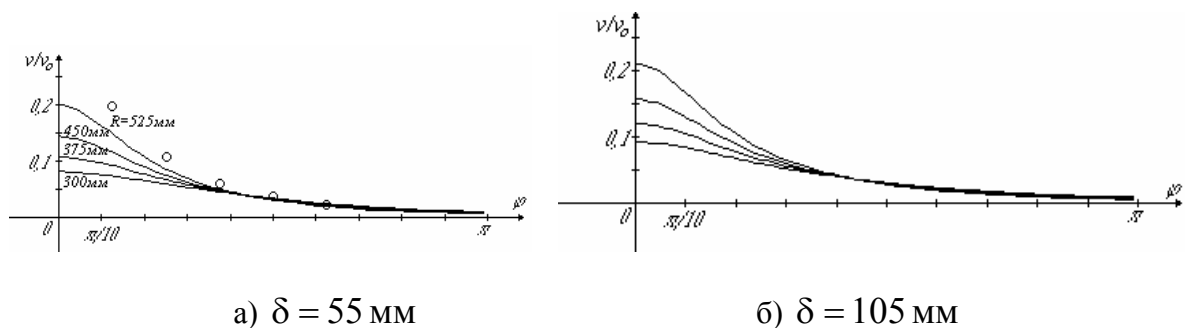


Рис. 2.35. Изменение величины безразмерной скорости воздуха по окружности, каждая точка которой удалена на  $\delta$  от поверхности валков различных радиусов  $R$  в сечении  $x = 400$  мм:  
**○** – экспериментальные замеры скорости для  $R = 525$  мм

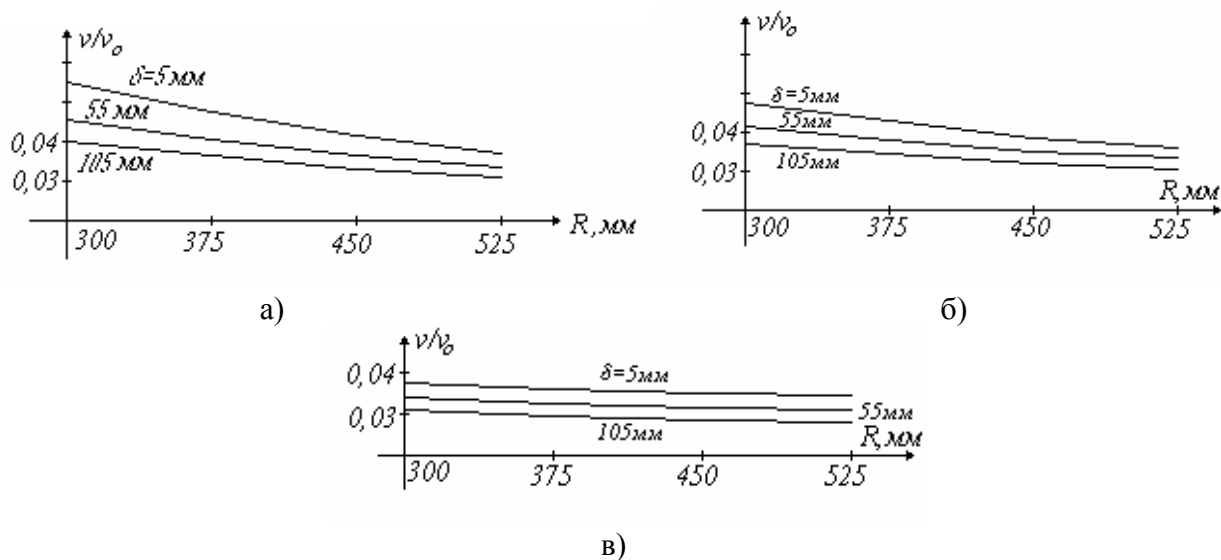


Рис.2.36. Изменение безразмерной величины скорости в области резания ( $\varphi = \pi/2$ ) при различной удаленности  $\delta$  от поверхности цилиндра в зависимости от его радиуса  $R$  в сечении:  
*a* –  $x = 0$  мм; *б* –  $x = 200$  мм; *в* –  $x = 400$  мм

Для радиуса вала  $R = 525$  мм,  $\varphi = \pi/2$  и  $x = 400$  мм расчетная скорость в характерной точке (рис.2.36, *в*)  $v_p \approx 0,04$  м/с. Поэтому необходимая скорость отсоса воздуха  $v_0 = v_n / v_p \approx 12,75$  м/с. Производительность отсоса  $L = v_0 \cdot S \approx 5500$  м<sup>3</sup>/ч. Радиус  $R = 525$  мм и сечение  $x = 400$  мм выбраны в данном случае как самые неблагоприятные для локализации пылевыведений. В случае других параметров расчетная скорость будет выше, а значит, производительность местного отсоса может быть снижена.

Для эксплуатируемых в настоящее время вальцетокарных станков рекомендуется местный отсос-пылеприемник (рис.2.37), прошедший промышленные испытания на вальцетокарном станке Лутугинского объединения по производству прокатных валков. Местный отсос-пылеприемник расположен непосредственно над зоной резания, жестко соединен зажимным и стопорными болтами с передней прижимной планкой. Он имеет два прямоугольных сочлененных всасывающих проема, один из них – плоский горизонтальный обеспечивает отсос пыли

непосредственно от места контакта резца с обрабатываемым валком. Второй выполнен по цилиндрической поверхности и предназначен для локализации конвективного пылевоздушного факела, образующегося в процессе резания. Для предотвращения засорения горизонтального проема стружкой боковины пылеприемника имеют прямоугольные вырезы, а с целью сокращения вредных подсосов воздуха цилиндрическое отверстие удалено от боковин. Пылеприемник устанавливается по оси резца. При установке резца у торца суппорта пылеприемник переставляется. Для пропуска зажимной гайки суппорта в опорном кронштейне предусмотрено отверстие. Патрубок соединен с шарнирной системой воздухопроводов, при этом имеется возможность его перемещения в вертикальной плоскости для снятия и отвода системы от станка. Вместо шарнирной системы в зарубежной практике используется подвешенный гибкий воздуховод.

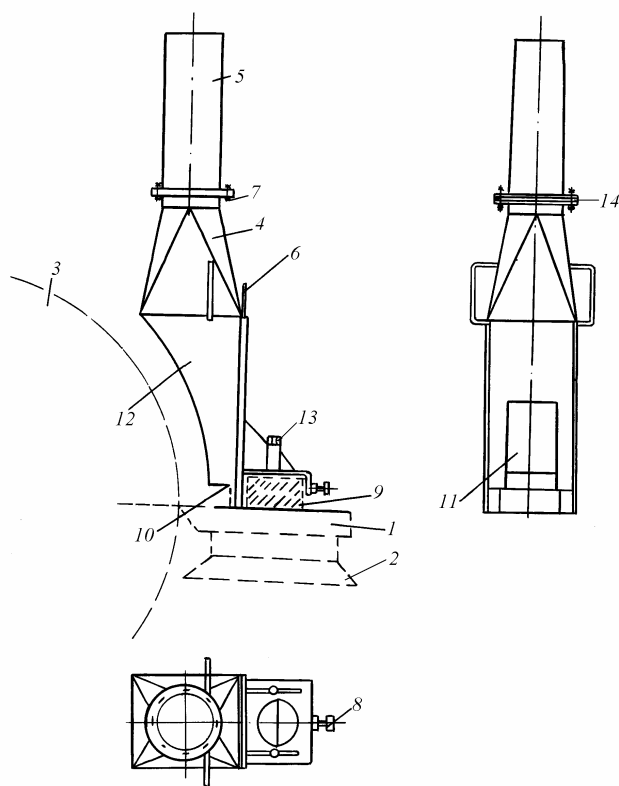


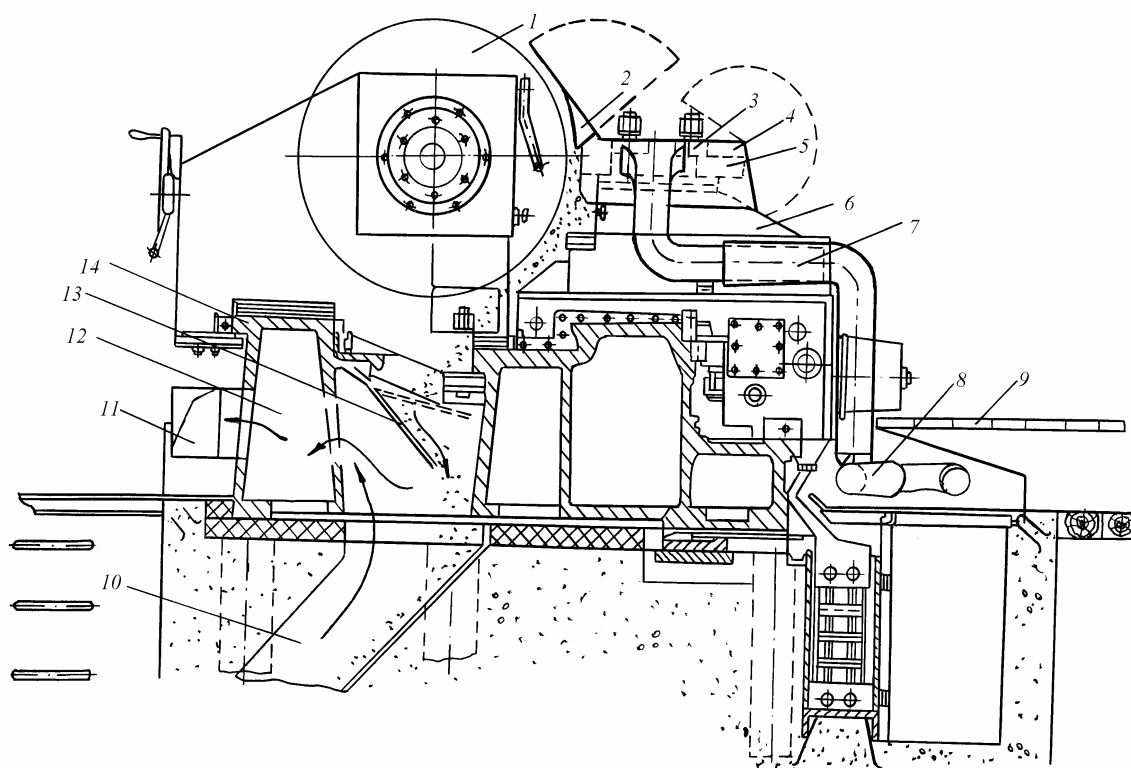
Рис. 2.37. Местный отсос-пылеприемник вальцетокарного станка:

- 1 - резец; 2 - суппорт; 3 - валок; 4 - местный отсос;  
 5 - патрубок; 6 - шибберная заслонка; 7 - болт;  
 8 - зажим; 9 - прижимная планка; 10 - горизонтальный всасывающий проем; 11 - криволинейный всасывающий проем; 12 - боковина;  
 13 - стопорные болты; 14 - прокладка

Для существующих станков рекомендуется также щелевидный местный отсос, который жестко фиксируется на прижимной планке суппорта и имеет прямоугольное всасывающее отверстие. Длина всасывающего отверстия равна длине прижимной планки суппорта. При замене резца снятие отсоса не требуется. При входе в щелевидный отсос установлена решетка, препятствующая попаданию стружки в воздуховод. Патрубок местного отсоса соединен телескопической системой воздухопроводов с аспирационной установкой, что позволяет ему свободно перемещаться в двух взаимноперпендикулярных направлениях. В отличие от местного отсоса-пылеприемника здесь имеется лучшее обозрение процесса резания и меньшая загроможденность суппорта.

Для проектируемых станков рекомендуется местный отсос-укрытие, встроенный в суппорт станка (под прижимной планкой). Местный отсос-укрытие соединен с гибким подпольным воздухопроводом. Крышка укрытия опускается на прижимные пластины, а боковые стенки герметично прижимаются к корпусу суппорта. Передняя торцевая стенка имеет открытый проем для выдвижения резца и

отсоса пыли от зоны резания, а задняя выполнена откидывающейся для обеспечения установки резца внутри укрытия. К одному из боковых отсосов прикреплен патрубок с телескопическим воздуховодом, последний участок которого соединен с гибким воздуховодом, уложенным под полом. Телескопическая система обеспечивает возможность поперечного перемещения суппорта, а гибкий воздуховод – продольного перемещения суппорта. Сверху передней торцевой стенки установлен откидывающийся прозрачный щиток, обеспечивающий визуальное наблюдение за обработкой валка и повышающий эффективность отсоса конвективного потока загрязненного воздуха. Преимуществами укрытия являются отсутствие помех при закручивании гаек прижимных пластин в процессе закрепления резца, отсутствие верхней разводки воздуховодов, что облегчает установку и снятие валков мостовым краном, нет необходимости в перестановке местного отсоса при изменении положения резца на суппорте. К недостаткам отсоса можно отнести загромождение щитками зоны резания, неудобства в наблюдении за процессом обработки валка.



*Рис. 2.38. Комбинированная система аспирации для проектируемых станков:*  
 1- валок; 2 - откидной щиток; 3- прижимная планка; 4 - укрытие-отсос; 5 - резец; 6 - суппорт;  
 7 - телескопический патрубок; 8 - гибкий воздуховод; 9 - деревянный настил;  
 10 - канал для отвода стружки; 11 - местный отсос; 12 - аспирационный канал;  
 13 - верхний герметизирующий щиток; 14 - станина

Для новых станков рекомендуется отсос от стружкоприемного канала, расположенного в станине станка. Имеется серия стружкоприемников, размещенных параллельно образующей валка под ним. При перемещении суппорта вдоль станка автоматически поочередно открываются эти стружкоприемники. При этом че-

рез открытый проем приемника осуществляется не только отвод стружки, но и производится отсос запыленного воздуха. Когда суппорт удалится на некоторое фиксированное расстояние от приемника, он закроется, и откроется следующий приемник, находящийся в данное время ближе к резцу. Таким фиксированным расстоянием для станка типа 1А-825 является 400 мм (расстояние между центрами смежных стружкоприемников). С целью уменьшения объемов отсасываемого воздуха желоба для приема стружки снабжены герметизирующими щитками, которые закрывают полости неработающих желобов. Для соединения полости желобов с аспирационным каналом в стенках станины предусмотрены окна. Безусловным преимуществом этого отсоса является отсутствие помех для работы вальцетокаря. Комбинированная система аспирации, включающая местный отсос-укрытие и отсос от стружкоприемного канала, изображена на рис.2.38.

#### 2.4.6. Определение оптимальных геометрических параметров местных отсосов пресс-автоматов

Пылевыведение при прессовании на пресс-автоматах происходит через неплотности по нижней кромке загрузочной кассеты, скользящей по поверхности стола: через зазор, по периметру пуансона при входе его в матрицу и за счет просыпки шихты (рис.2.39).

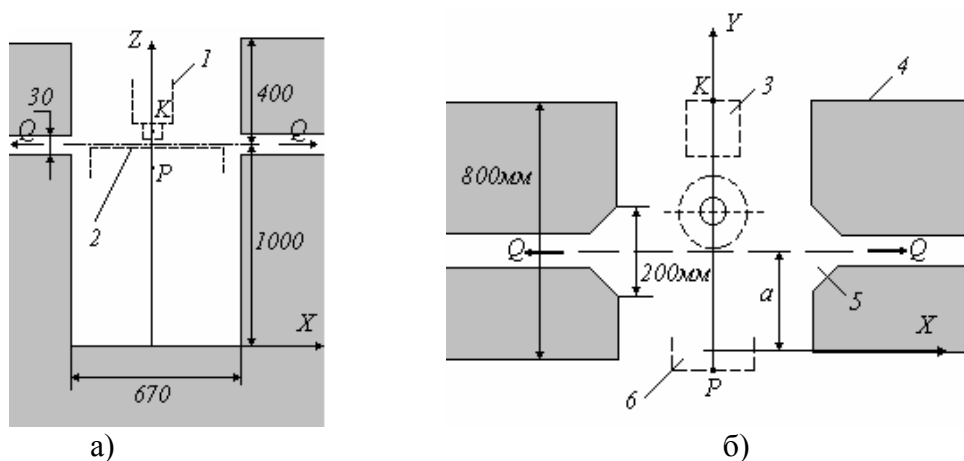


Рис. 2.39. Модель области действия всасывающих факелов местных отсосов пресс-автомата типа К-8130: 1 - пуансон; 2 - стол; 3 - кассета; 4 - станина; 5 - всасывающее отверстие; 6 - приемник изделий

В результате пылевыведений концентрация пыли в рабочей зоне участка прессования превышает предельно допустимые концентрации (ПДК). Так, в зоне обслуживания пресса типа К-8130 при прессовании изделий из порошков на основе меди концентрация достигает  $15 \text{ мг/м}^3$  при ПДК  $1 \text{ мг/м}^3$ . Обычно местный отсос размещают со стороны разгрузки спрессованных изделий. Однако в отсутствие обоснованных рекомендаций по выбору схем и определению производительности местного отсоса затруднено обеспечение эффективности локализации пылевыведений.

Выбор места размещения местного отсоса должен определяться условием минимизации объема удаляемого воздуха – расстояние до зон интенсивных пылевыделений должно быть наименьшим. Требуемые объемы аспирации для местных отсосов открытого типа, в свою очередь, должны обеспечивать необходимую подвижность воздуха, препятствующую распространению пыли этих зон за пределы стола пресса. Учитывая, что перенос пыли в нашем случае осуществляется воздушными потоками, возникающими в результате перемещения кассеты, требуемая подвижность воздуха будет составлять

$$u_T \geq 1,2v_K,$$

где  $v_K$  – скорость перемещения кассеты при частоте перемещения 25 мин. и ходе 150 мм для пресса типа К-8130,  $v_K = 0,125$  м/с.

Задача, таким образом, сводится к описанию спектра всасывания местных отсосов, встроенных в станину на уровне стола. Необходимо определить, как изменяется скорость воздуха в зоне кассеты [точка К с координатами (0, 800, 1060)] и в зоне разгрузки спрессованных изделий [точка Р(0, - 86, 852)] при перемещении местного отсоса в горизонтальной плоскости.

Граница области течения была дискретизирована набором 280 плоских треугольников. Наиболее часто разбита граница области во входном сечении всасывающего отверстия и вблизи него, а также в местах изломов граничной поверхности.

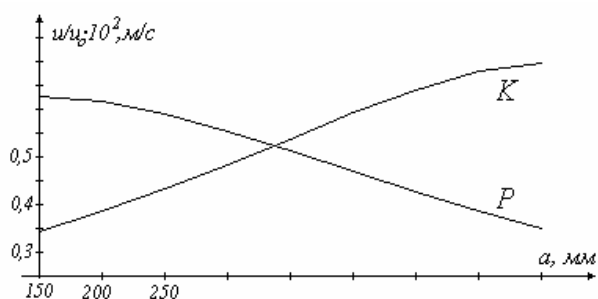


Рис. 2.40. Изменение величины относительной скорости в зависимости от ординаты  $a$  местного отсоса

Как видно из полученных результатов (рис.2.40), подвижность воздуха в области приемника изделий (кривая Р) уменьшается, а в области кассеты (кривая К) возрастает по мере перемещения отверстий от передней стенки пресса. При размещении центра всасывающих отверстий на расстоянии 335 мм от передней стенки скорости в этих областях будут одинаковы и составят  $u = 0,00525 \cdot u_0$ .

При требуемой подвижности воздуха  $u_T = 1,2 \cdot 0,125 = 0,15$  м/с необходимо скорость входа в отверстия поддерживать на уровне  $u_0 = 0,15 / 0,00525 = 28,6$  м/с, а расход удаляемого воздуха – на уровне  $2 \cdot 28,6 \cdot 0,03 \cdot 0,2 = 0,342$  м<sup>3</sup>/с.

При уменьшении расстояния между станинами с 670 до 450 мм подвижность воздуха в зонах точек К и Р будет несколько выше:  $u = 0,0074 \cdot u_0$ , и требуемый расход удаляемого воздуха снизится до 0,243 м<sup>3</sup>/с.

В заключение следует отметить, что полученные результаты имеют некоторый запас, так как при расчете поля скоростей не учитывался такой фактор, как загроможденность пространства между станинами, деталями стола, пуансона, матрицы, кассеты и т.д.

## 2.5. Пространственные течения в многосвязных областях с вращающимися цилиндрами

Расчет поля скоростей воздуха вблизи местных отсосов от вращающихся цилиндрических деталей необходим для правильного определения объемов аспирации различных видов токарных, сверлильных, шлифовальных, фрезеровальных, деревообрабатывающих и других станков. Алгоритмы численного расчета пылевоздушных течений у узкого класса щелевых отсосов от вращающихся цилиндров и только в том случае, когда задача сводится к плоскости (т.е. ось цилиндра параллельна оси отсоса), рассмотрены в п.2.2. В данном параграфе в рамках модели потенциальных течений производится обобщение ранее полученных результатов на случай трехмерного пространства.

Пусть область течения ограничена поверхностью  $S$ . Для простоты будем считать, что внутри области содержится только один вращающийся со скоростью  $v_{вр}$  цилиндр с радиусом  $R$ . На непроницаемой граничной поверхности  $S$ , включающей и поверхность цилиндра, нормальная составляющая скорости  $v_n = 0$ . В проемах отсосов и приточных отверстий скорость вдоль направления внешней нормали известна. Определим скорость  $\mathbf{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$  в произвольной точке  $x(x_1, x_2, x_3)$  вдоль заданного направления  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$ , где  $|\mathbf{n}| = 1$ .

Расположим по граничной поверхности  $S$  источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности  $q(\xi)$ , где  $\xi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  – произвольная точка  $S$ . По оси цилиндра поместим бесконечно длинный вихревой шнур с циркуляцией  $\Gamma = v_{вр} \cdot 2\pi R$ . Определим неизвестные величины  $q(\xi)$ , исходя из заданных граничных условий для нормальной составляющей скорости. Применим для этого стандартную процедуру построения решения методом граничных интегральных уравнений [2,3].

Скорость воздуха в точке  $x(x_1, x_2, x_3)$  вдоль направления  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$ , вызываемая действием неизвестных источников (стоков)  $q(\xi)$  и вихревого шнура, определяется соотношением:

$$v_n(x) = \iint_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{вр} G_n(x, r), \quad (2.62)$$

где функция

$$F(x, \xi) = \frac{\sum_{i=1}^3 (\xi_i - x_i) n_i}{4\pi \left[ \sum_{i=1}^3 (\xi_i - n_i)^2 \right]^{3/2}}$$

выражает влияние на точку  $x$  вдоль направления  $\mathbf{n}$  единичного точечного источника, расположенного в точке  $\xi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ .

Получим выражение для функции  $G_n(x, r)$ , выражающей влияние на точку  $x$  вдоль направления  $\dot{n}$  вихревого шнура с единичной циркуляцией, расположенного на прямой

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{l} = \frac{z - z_0}{n},$$

где  $(x_0, y_0, z_0)$  – заданная на прямой точка;  $\dot{a} = \{m, l, n\}$  – направляющий вектор прямой. Вращение вокруг вихревого шнура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из конца вектора  $\dot{a}$ .

Вначале определяется расстояние от точки  $x(x_1, x_2, x_3)$  до вихревого шнура:

$$r = \sqrt{(x_1 - mt - x_0)^2 + (x_2 - lt - y_0)^2 + (x_3 - nt - z_0)^2}, \quad (2.63)$$

где

$$t = \frac{(x_1 - x_0)m + (x_2 - y_0)l + (x_3 - z_0)n}{m^2 + n^2 + l^2}.$$

Вычисляется единичный вектор  $\dot{\tau}$ , направленный по касательной к окружности радиусом  $r$  с центром в точке  $(mt + x_0, lt + y_0, nt + z_0)$ :

$$\dot{\tau} = [\dot{a} \times \dot{r}] / |\dot{a} \times \dot{r}|,$$

где

$$\dot{r} = \{r_1, r_2, r_3\} = \{x_1 - mt - x_0, x_2 - lt - y_0, x_3 - nt - z_0\}.$$

Таким образом, координаты вектора  $\dot{\tau}$  следующие:

$$\dot{\tau} = \left\{ \frac{lr_3 - nr_2}{|\dot{a} \times \dot{r}|}, \frac{nr_1 - mr_3}{|\dot{a} \times \dot{r}|}, \frac{mr_2 - lr_1}{|\dot{a} \times \dot{r}|} \right\}, \quad (2.64)$$

$$|\dot{a} \times \dot{r}| = \sqrt{(lr_3 - nr_2)^2 + (nr_1 - mr_3)^2 + (mr_2 - lr_1)^2}.$$

Тогда величина скорости, вызываемой вращением со скоростью  $v_{\text{вр}}$  цилиндра радиусом  $R$  в точке  $x$ , удаленной на расстояние  $r$  от его оси, вдоль направления  $\dot{n}$  выражается по формуле

$$v_n(x) = \frac{R}{r} v_{\text{вр}} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3) \quad (2.65)$$

и, следовательно:

$$G_n(x, r) = \frac{1}{2\pi r} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3).$$

Для того чтобы определить неизвестные величины  $q(\xi)$  в уравнении (2.62), устремим внутреннюю точку  $x$  к граничной  $x_0$ . Тогда получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = \frac{1}{2} q(x_0) + \iint_S F(x_0, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x_0, r), \quad (2.66)$$

где первое слагаемое соответствует случаю  $x_0 = \xi$ , а интеграл не содержит эту точку. Поверхностный интеграл 1 рода в (2.66) интегрируется по переменной  $\xi$ .

Поскольку интегральное уравнение (2.66) аналитически не решается, воспользуемся численным методом. Разобьем граничную поверхность  $S$  на  $N$  плоских треугольников, вдоль каждого из которых будем считать, что интенсивность  $q(\xi)$  постоянна. Тогда дискретный аналог уравнения (2.66) примет вид:

$$v_n(x_0^p) = \frac{1}{2} q(x_0^p) + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q(\xi^k) \iint_{\Delta S} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x_0^p, r), \quad (2.67)$$

где  $x_0^p$  – центр тяжести  $p$ -го треугольника;  $p=1, 2, \dots, n$ ;  $\xi^k$  – точка на  $k$ -м треугольнике. Обозначим:  $v_n(x_0^p) = v^p$ ;  $q(x_0^p) = q^p$ ;  $q(\xi^k) = q^k$ ;

$$2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x_0^p, r) = G^p; \quad \iint_{\Delta S} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = F^{pk}.$$

Тогда, решив систему  $N$  линейных алгебраических уравнений с  $N$  неизвестными  $q^p$ :

$$\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} = v^p - G^p, \quad (2.68)$$

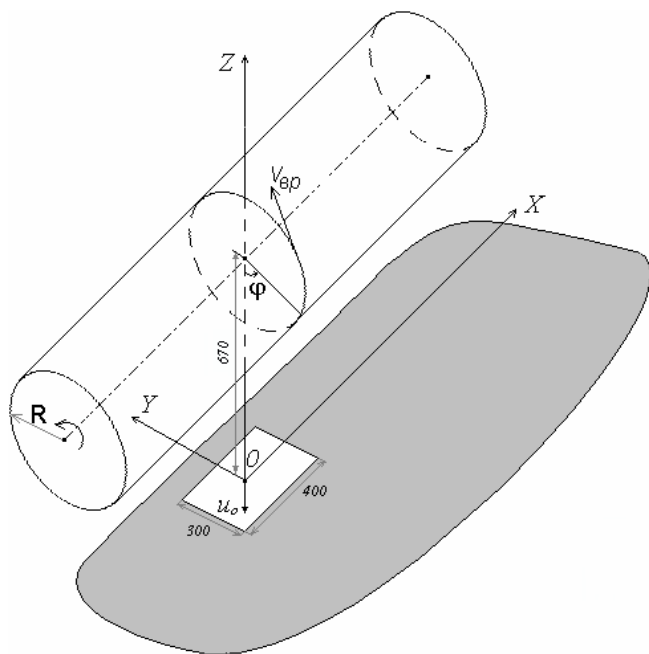
где  $p=1, 2, \dots, n$ , определим скорость во внутренней точке  $x$  вдоль заданного направления  $\dot{n}$  по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x, r), \quad (2.69)$$

где

$$F^k = \iint_{\Delta S} F(x, \xi^k) dS(\xi^k).$$





Алгоритмы дискретизации граничной поверхности и формирования матрицы

$$F = (F^{pk}) = \left( \iint_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) \right)$$

подробно рассмотрены в параграфе 2.4.

В качестве примера применения предложенного метода рассмотрим течение воздуха вблизи прямоугольного отверстия, в спектре действия которого находится вращающийся цилиндр (рис.2.41). Случай покоящегося цилиндра рассмотрен в параграфе 2.4.

Рис. 2.41. Вращающийся цилиндр в спектре действия прямоугольного отсоса

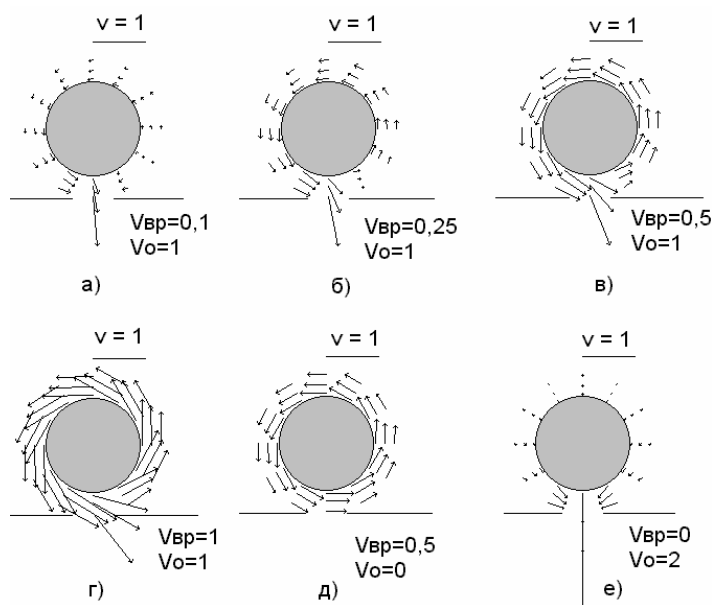


Рис.2.42. Поле скоростей в плоскости  $x = 0$  (отрезок, озаглавленный  $V = 1$ , обозначает масштаб величины скорости)

Дискретизация граничной поверхности осуществлялась 296 плоскими треугольниками (рис.2.3.2).

Из представленных на рис.4. результатов расчетов видно, что при фиксированной скорости отсоса и увеличении скорости вращения цилиндра возникает циркуляционное течение воздуха вокруг него, неучет которого может привести к значительным погрешностям при расчете местных отсосов (рис.4 е). Заметим, что при отсутствии отсоса (рис.4 д) картина течения несколько асимметрична относительно оси цилиндра.

Скорость под цилиндром выше, чем над ним, что указывает на влияние непроницаемой плоскости.

Предложенный алгоритм может быть с незначительными изменениями применен для течений, не только содержащих несколько вращающихся цилиндров, но и имеющих конечную длину. В этом случае необходимо использовать для их моделирования вихревой шнур конечной длины.

## 3. РАСЧЕТ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ

### 3.1. Вязкие течения

#### 3.1.1. Основные уравнения. Общий алгоритм численного расчета

Предполагаем, что жидкость вязкая, несжимаемая, ее течение установившееся. Из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

и определения завихренности

$$\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\omega}} = \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\nabla}} \times \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}} = \begin{vmatrix} \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{i}} & \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{j}} & \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & 0 \end{vmatrix} = k \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (3.2)$$

удовлетворяющих граничным условиям, можно получить их интегральное представление [59]:

$$\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}}(\xi) = -\frac{1}{2\pi} \left[ \iint_R \frac{\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\omega}}(x) \times (\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(x) - \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(\xi))}{|\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(x) - \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(\xi)|^2} dR(x) - \int_B \frac{\{\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}}(x) \cdot \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{n}}(x) - (\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}}(x) \times \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{n}}(x)) \times (\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(x) - \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(\xi))\}}{|\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(x) - \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(\xi)|^2} dB(x) \right], \quad (3.3)$$

где  $R$  – область, занимаемая жидкостью;  $B$  – граница области течения; точка  $x$  – переменная интегрирования;  $\xi$  – точка, в которой определяется скорость  $\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}}(\xi) = \{u(\xi), v(\xi)\}$ ;  $\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{n}}(x)$  – единичный вектор внешней нормали;  $\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\omega}}(x)$  – вектор завихренности в точке  $x$ ;  $\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(x)$ ,  $\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{r}}(\xi)$  – радиусы-векторы точек  $x$  и  $\xi$ .

Завихренность можно найти из уравнения Навье-Стокса, записанного в терминах завихренности:

$$\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\nabla}} \times \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\omega}} = \frac{1}{\nu} (\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}} \times \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\omega}} - \mathbf{\overset{\mathbf{r}}{\nabla}} h_0), \quad (3.4)$$

где  $h_0 = \frac{p}{\rho_{\text{ср}}} + \frac{|\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}}|^2}{2}$  – полный напор;  $p$  – относительное статическое давление;  $\rho_{\text{ср}}$  – плотность среды;  $|\mathbf{\overset{\mathbf{r}}{v}}|$  – модуль скорости;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости.

Интегральный аналог этого уравнения имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \omega(\xi) = & -\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{v} \iint_R \frac{[\mathbf{v}(x) \times \boldsymbol{\omega}(x)] \times (\mathbf{r}(x) - \mathbf{r}(\xi))}{|\mathbf{r}(x) - \mathbf{r}(\xi)|^2} dR - \right. \\ & \left. - \int_B \frac{\{h_0(x) / v \cdot \mathbf{n}(x) \times + \boldsymbol{\omega}(x) \cdot \mathbf{n}(x) - [\boldsymbol{\omega}(x) \times \mathbf{n}(x)] \times\} (\mathbf{r}(x) - \mathbf{r}(\xi))}{|\mathbf{r}(x) - \mathbf{r}(\xi)|^2} dB \right]. \end{aligned} \quad (3.5)$$

При заданных корректных граничных значениях вертикальной  $v(x)$  и горизонтальной  $u(x)$  составляющих скорости найти поле скоростей внутри области течения возможно с помощью следующей итерационной процедуры.

1. По заданному начальному приближению для завихренности внутри области течения из уравнения (3.3), записанного на границе области, определить соответствующие граничные значения завихренности.

2. Определить из уравнения (3.3) горизонтальную и вертикальную составляющие скорости в расчетных точках внутри области течения.

3. Из уравнения (3.5), записанного на границе области, определить граничное значение полного напора  $h_0$ .

4. По вычисленным значениям скорости  $u$  и  $v$ , завихренности  $\omega$  и полного напора  $h_0$  определить новое распределение завихренности внутри области течения по формуле (3.5).

5. Перейти к первому пункту данной итерационной процедуры и продолжать вычисления до тех пор, пока различия между старыми и новыми значениями завихренности станут несущественными.

### 3.1.2. Дискретизация области течения.

#### Дискретные аналоги интегральных уравнений

Запишем уравнения (3.3), (3.5) в проекциях на оси координат. Обозначим

$$\mathbf{r} \rho(x) = \mathbf{r}(x) - \mathbf{r}(\xi) = \{r_1(x) - r_1(\xi), r_2(x) - r_2(\xi), 0\} = \{\rho_1, \rho_2, 0\}.$$

Тогда векторное произведение в первом интеграле (3.3)

$$\mathbf{r} \omega(x) \times \mathbf{r} \rho(x) = \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{i} \\ i & j & k \\ 0 & 0 & \omega \\ \rho_1 & \rho_2 & 0 \end{vmatrix} = -\rho_2 \cdot \omega \cdot \mathbf{i} + \rho_1 \cdot \omega \cdot \mathbf{j},$$

где  $\omega$  – проекция завихренности на ось  $OZ$ .

Так как

$$\dot{\mathbf{v}}(x) \cdot \dot{\mathbf{n}}(x) = u \cdot n_1 + v \cdot n_2, \quad \dot{\mathbf{v}}(x) \times \dot{\mathbf{n}}(x) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ u & v & 0 \\ n_1 & n_2 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{k}(un_2 - vn_1),$$

$$[\dot{\mathbf{v}}(x) \times \dot{\mathbf{n}}(x)] \times \dot{\rho} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & un_2 - vn_1 \\ \rho_1 & \rho_2 & 0 \end{vmatrix} = -\rho_2(un_2 - vn_1)\mathbf{i} + \rho_1(un_2 - vn_1)\mathbf{j},$$

то числитель подынтегральной функции во втором интеграле с учетом обозначения

$$\dot{\rho}(x) = \dot{\mathbf{r}}(x) - \dot{\mathbf{r}}(\xi) = \{r_1(x) - r_1(\xi), r_2(x) - r_2(\xi), 0\} = \rho_1 \dot{\mathbf{i}} + \rho_2 \dot{\mathbf{j}}$$

примет вид

$$\begin{aligned} & \left\{ \dot{\mathbf{v}}(x) \cdot \dot{\mathbf{n}}(x) - (\dot{\mathbf{v}}(x) \times \dot{\mathbf{n}}(x)) \times \right\} (\dot{\mathbf{r}}(x) - \dot{\mathbf{r}}(\xi)) = (un_1 + vn_2)\dot{\rho} - \\ & \quad - [-\rho_2(un_2 - vn_1)\mathbf{i} + \rho_1(un_2 - vn_1)\mathbf{j}] = \\ & = [u(n_1\rho_1 + n_2\rho_2) + v(n_2\rho_1 - n_1\rho_2)]\mathbf{i} + [v(n_1\rho_1 + n_2\rho_2) + u(n_1\rho_2 - \rho_1n_2)]\mathbf{j}. \end{aligned}$$

Учитывая вышеприведенные преобразования, получим

$$\dot{\mathbf{v}}(\xi) = -\frac{1}{2\pi} \left[ \iint_R \frac{-\rho_2\omega\mathbf{i} + \rho_1\omega\mathbf{j}}{\rho^2} dR - \int_B \left\{ \frac{[u(n_1\rho_1 + n_2\rho_2) + v(n_2\rho_1 - n_1\rho_2)]\mathbf{i} +}{\rho^2} + \frac{\mathbf{j}[v(n_1\rho_1 + n_2\rho_2) + u(n_1\rho_2 - \rho_1n_2)]}{\rho^2} \right\} dB \right].$$

Таким образом, проекции скорости на оси координат примут вид

$$\begin{cases} u(\xi) = \frac{1}{2\pi} \iint_R \frac{\rho_2}{\rho^2} \omega dR + \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1\rho_1 + n_2\rho_2}{\rho^2} u dB - \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1\rho_2 - n_2\rho_1}{\rho^2} v dB, \\ v(\xi) = -\frac{1}{2\pi} \iint_R \frac{\rho_1}{\rho^2} \omega dR + \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1\rho_1 + n_2\rho_2}{\rho^2} v dB + \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1\rho_2 - n_2\rho_1}{\rho^2} u dB. \end{cases} \quad (3.6)$$

Преобразуем аналогичным образом уравнение (3.5). Вычисляя векторные и скалярные произведения векторов в интегралах (3.5), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} &= \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ u & v & 0 \\ 0 & 0 & \omega \end{vmatrix} = i v \omega - j u \omega, \\ [\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}] \times \boldsymbol{\rho} &= \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ v \omega & -u \omega & 0 \\ \rho_1 & \rho_2 & 0 \end{vmatrix} = k [v \omega \rho_2 + u \omega \rho_1], \\ \mathbf{n} \times \boldsymbol{\rho} &= \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ n_1 & n_2 & 0 \\ \rho_1 & \rho_2 & 0 \end{vmatrix} = k [n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1], \quad \dot{\boldsymbol{\omega}} \cdot \dot{\mathbf{n}} = 0 \cdot n_1 + 0 \cdot n_2 + \omega \cdot 0 = 0, \\ \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{n}} &= \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ 0 & 0 & \omega \\ n_1 & n_2 & 0 \end{vmatrix} = -n_2 \omega i + n_1 \omega j, \\ [\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{n}}] \times \boldsymbol{\rho} &= \begin{vmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ i & j & k \\ -n_2 \omega & n_1 \omega & 0 \\ \rho_1 & \rho_2 & 0 \end{vmatrix} = k [-n_2 \omega \rho_2 - n_1 \omega \rho_1]. \end{aligned}$$

Подставляя полученные значения в (3.5), расписывая интегралы от суммы суммами интегралов и проецируя уравнение на ось  $OZ$ , получим

$$\begin{aligned} \omega(\xi) = & -\frac{1}{2v\pi} \iint_R \frac{\rho_2}{\rho^2} v \omega dR - \frac{1}{2\pi v} \iint_R \frac{\rho_1}{\rho^2} u \omega dR + \frac{1}{2\pi v} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} h_0 dB + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_2 \rho_2 + n_1 \rho_1}{\rho^2} \omega dB, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $n_1, n_2$  – координаты единичного вектора внешней нормали  $\dot{\mathbf{n}}(x)$ ;  $\rho_1, \rho_2$  – координаты вектора  $\dot{\boldsymbol{\rho}}(x) = \dot{\mathbf{r}}(x) - \dot{\mathbf{r}}(\xi)$ . Модуль вектора  $|\dot{\boldsymbol{\rho}}|$  обозначен через  $\rho$ .

При численном решении уравнений (3.6), (3.7) необходима дискретизация области течения на внутренние ячейки и граничные элементы. Пусть  $N$  – количество внутренних узлов области;  $N_b$  – количество граничных узлов, где завихренность отлична от 0;  $V_n$  – общее количество внутренних ячеек (например, плоских треугольников);  $G_e$  – количество граничных отрезков.

В качестве точки  $\xi$ , в которой необходимо определить неизвестные значения скорости, удобно принять некоторый  $i$ -узел, где  $i$  может изменяться от 1 до  $N + N_b$ . Предполагаем, что горизонтальная и вертикальная составляющие скорости и завихренность по соответствующим граничным элементам и

внутренним ячейкам изменяются линейно, поэтому будем использовать линейные интерполирующие функции. Интегралы в выражениях запишем в виде сумм интегралов по треугольным ячейкам (интегралы по  $R$ ) и по линейным элементам (интегралы по  $B$ ):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \iint_R \frac{\rho_2}{\rho^2} \omega dR &= \sum_{j=1}^{N+N_b} f_{ij} \omega_j, & \frac{1}{2\pi} \iint_R \frac{\rho_1}{\rho^2} \omega dR &= \sum_{j=1}^{N+N_b} g_{ij} \omega_j, \\ \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2}{\rho^2} u dB &= \sum_{j=N+1}^{N+N_b} h_{ij} u_j, & \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2}{\rho^2} v dB &= \sum_{j=N+1}^{N+N_b} h_{ij} v_j, \\ \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} u dB &= \sum_{j=N+1}^{N+N_b} l_{ij} u_j, & \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} v dB &= \sum_{j=N+1}^{N+N_b} l_{ij} v_j, \end{aligned}$$

где  $f_{ij}, g_{ij}$  – суммы интегралов по треугольным ячейкам;  $h_{ij}, l_{ij}$  – суммы интегралов по граничным отрезкам, имеющим вершину в  $j$ -узле:

$$\begin{aligned} f_{ij} &= \frac{1}{2\pi} \sum \iint_{R_j} \frac{\rho_2}{\rho^2} \varphi dR; & g_{ij} &= \frac{1}{2\pi} \sum \iint_{R_j} \frac{\rho_1}{\rho^2} \varphi dR; \\ h_{ij} &= \frac{1}{2\pi} \sum \int_{B_j} \frac{n_1 \rho + n_2 \rho_2}{\rho^2} \psi dB; & l_{ij} &= \frac{1}{2\pi} \sum \int_{B_j} \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} \psi dB, \end{aligned}$$

где  $\{\rho_1, \rho_2\} = \{r_1(j) - r_1(i), r_2(j) - r_2(i)\}$ ;  $\{r_1(i), r_2(i)\}$  – координаты радиуса-вектора  $i$ -узла;  $\{r_1(j), r_2(j)\}$  – координаты радиуса-вектора произвольной точки, лежащей на граничном отрезке либо в треугольной ячейке, содержащих  $j$ -узел;  $\varphi, \psi$  – линейные интерполирующие функции по треугольным внутренним ячейкам и граничным отрезкам соответственно; вычисляются в зависимости от того, какая из вершин указанных элементов совпадает с  $j$ -узлом;  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2\}$  – внешняя нормаль к граничному отрезку, содержащему  $j$ -узел границы.

Таким образом, дискретный аналог уравнений (3.6) и (3.7) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_i = \sum_{j=1}^{N+N_b} f_{ij} \omega_j + \sum_{j=N+1}^{N+N_b} h_{ij} u_j - \sum_{j=N+1}^{N+N_b} l_{ij} v_j, \\ v_i = - \sum_{j=1}^{N+N_b} g_{ij} \omega_j + \sum_{j=N+1}^{N+N_b} h_{ij} v_j + \sum_{j=N+1}^{N+N_b} l_{ij} u_j, \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\omega_i = -\frac{1}{v} \sum_{j=1}^{N+N_b} f_{ij}(v\omega)_j - \frac{1}{v} \sum_{j=1}^{N+N_b} g_{ij}(u\omega)_j + \frac{1}{v} \sum_{j=N+1}^{N+N_b} l_{ij}(h_0)_j + \sum_{j=N+1}^{N+N_b} h_{ij}\omega_j. \quad (3.9)$$

Алгоритм расчета поля скоростей во внутренних узлах области течения с использованием формул (3.8), (3.9) примет следующий вид.

1. Задается начальная завихренность  $\omega_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  во внутренних узлах области течения.

2. Вычисление граничных значений завихренности из первого либо второго уравнения системы (3.8) при  $i = N + 1, N + 2, \dots, N + N_b$ , записанных в виде

$$\sum_{j=N+1}^{N+N_b} f_{ij}\omega_j = u_i - \sum_{j=1}^N f_{ij}\omega_j - \sum_{j=N+1}^{N+N_b} [h_{ij}u_j - l_{ij}v_j], \quad (3.10)$$

$$\sum_{j=N+1}^{N+N_b} g_{ij}\omega_j = -v_i - \sum_{j=1}^N g_{ij}\omega_j + \sum_{j=N+1}^{N+N_b} [h_{ij}v_j + l_{ij}u_j]. \quad (3.11)$$

После определения на данной итерации (начиная со второй) новой величины граничной завихренности  $\omega_{hi}$  она переопределяется по формуле

$$\omega_i = (\omega_{ci} + k \cdot \omega_{hi}) / (1 + k), \quad (3.12)$$

где  $\omega_{ci}$  – величина граничной завихренности на предыдущей итерации;  $k$  – коэффициент от 0 до 1, определяемый численным экспериментом и служащий для того, чтобы итерационный процесс сходился.

3. Расчет горизонтальной и вертикальной составляющих скорости во внутренних узлах области по формулам (3.8), где  $i$  изменяется от 1 до  $N$ .

4. Определение граничных значений полного напора  $(h_0)_j$  из уравнения (3.9), записанного на границе области

$$\sum_{j=N+1}^{N+N_b} l_{ij}(h_0)_j = v\omega_i + \sum_{j=1}^{N+N_b} [f_{ij}(v\omega)_j + g_{ij}(u\omega)_j] - v \sum_{j=N+1}^{N+N_b} h_{ij}\omega_j, \quad (3.13)$$

где  $i = N + 1, N + 2, \dots, N + N_b - 2$ .

Так как главный определитель системы (3.13) оказывается равным 0 при  $i = N + 1, N + 2, \dots, N + N_b$ , а для симметричных областей и для  $i = N + 1, N + 2, \dots, N + N_b - 1$ , то значение полного напора в  $N + N_b$  узле границы принимается равным 0, а в узле  $N + N_b - 1$  вычисляется как среднее арифметическое между соседними узлами.

5. Расчет нового набора значений завихренности внутри области течения по формуле (3.9) для  $i = 1, 2, \dots, N$  и переход к пункту 2, при этом также необходимо переопределение величин завихренности по формуле (3.12), где  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Выполняется итерационная процедура до тех пор, пока максимальный модуль разности между новым набором завихренности и старым станет меньше заданной точности.

### 3.1.3. Вычисление элементов матриц $F$ и $G$

Построим локальную косоугольную систему координат на треугольнике с вершинами  $r, s, t$ , заданными в глобальной прямоугольной декартовой системе координат. Центр ЛКСК поместим в вершину ' $r$ ', ось абсцисс  $\eta_1$  направим вдоль  $\vec{rs}$ , ось ординат  $\eta_2$  – вдоль  $\vec{rt}$  (рис. 3.1). Единицей длины по оси  $\eta_1$  выбираем длину отрезка  $\left| \vec{rs} \right| = l_1$ , по оси  $\eta_2$  – длину отрезка  $\left| \vec{rt} \right| = l_2$ .

Установим связь между координатами точки  $\xi$  в ЛКСК  $(\eta_1, \eta_2)$  и ГДСК  $(x, y)$ .

Радиус-вектор точки  $\xi$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = r_1\mathbf{i} + r_2\mathbf{j} + \eta_1 l_1 \mathbf{e}_1 + \eta_2 l_2 \mathbf{e}_2.$$

Так как

$$\mathbf{e}_1 = \frac{s_1 - r_1}{l_1} \mathbf{i} + \frac{s_2 - r_2}{l_1} \mathbf{j}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{t_1 - r_1}{l_2} \mathbf{i} + \frac{t_2 - r_2}{l_2} \mathbf{j},$$

то, приравнивая соответствующие координаты, получим

$$\begin{cases} x = r_1 + \eta_1(s_1 - r_1) + \eta_2(t_1 - r_1), \\ y = r_2 + \eta_1(s_2 - r_2) + \eta_2(t_2 - r_2). \end{cases} \quad (3.14)$$

Якобиан преобразования систем координат примет следующий вид:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \eta_1} & \frac{\partial x}{\partial \eta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta_1} & \frac{\partial y}{\partial \eta_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_1 - r_1 & t_1 - r_1 \\ s_2 - r_2 & t_2 - r_2 \end{vmatrix} = (s_1 - r_1)(t_2 - r_2) - (t_1 - r_1)(s_2 - r_2). \quad (3.15)$$



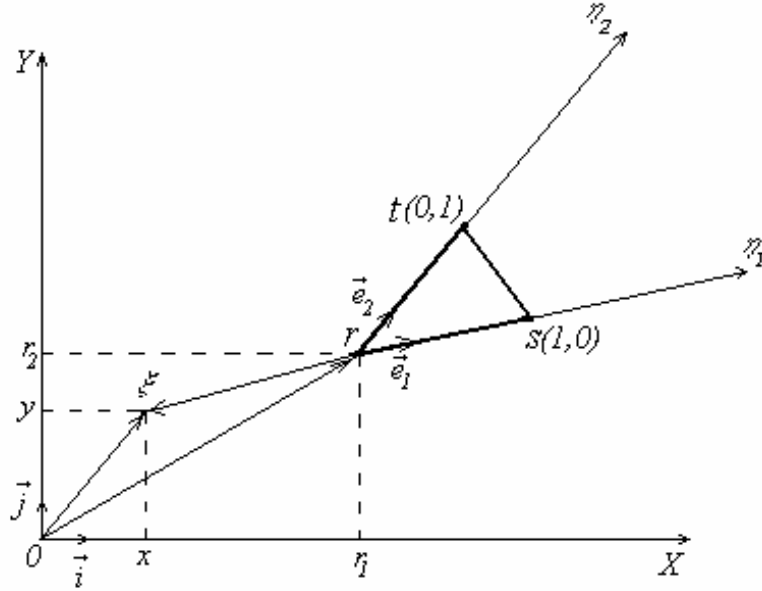


Рис. 3.1. Декартова система координат  $XOY$  и локальная косоугольная система координат  $\eta_1\eta_2$

Интерполирующие функции для вершин  $s, t, r$  будут соответственно

$$\varphi_s = \eta_1, \quad \varphi_t = \eta_2, \quad \varphi_r = 1 - \eta_1 - \eta_2. \quad (3.16)$$

Тогда двойные интегралы по внутренним ячейкам будут вычисляться по следующим формулам:

$$\iint_{R_j} \frac{\rho_1}{\rho^2} \varphi dR = \int_0^1 d\eta_1 \int_0^{1-\eta_1} \frac{(x - \xi_1)|J|}{(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2} \varphi d\eta_2,$$

$$\iint_{R_j} \frac{\rho_2}{\rho^2} \varphi dR = \int_0^1 d\eta_1 \int_0^{1-\eta_1} \frac{(y - \xi_2)|J|}{(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2} \varphi d\eta_2,$$

где  $x, y$  – координаты точки, лежащей на  $R_j$ -треугольнике, которые вычисляются по формулам (3.14),  $|J|$  – модуль от якобиана преобразования, вычисляемого по (3.15);  $\varphi$  – интерполирующая функция;  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты  $i$ -узла.

Используя полученные зависимости, получим алгоритм вычисления элементов матриц  $F = \{f_{ij}\}$ ,  $G = \{g_{ij}\}$ , состоящий из следующих шагов.

1. Задается номер  $i$ -узла. На первом этапе  $i = 1$ .
2. Задается  $j$ -узел. Вначале  $j = 1$ .

3. Элементам матриц присваивается нулевое значение:

$$f_{ij} = 0, g_{ij} = 0.$$

4. Задается начальный номер внутренней ячейки:  $k = 1$ .

5. Задается вершина 'r' внутренней ячейки.

6. Координата вершины треугольной ячейки сравнивается с координатами  $j$ -узла, и при их совпадении вычисляются

$$g_{ij} = g_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 d\eta_1 \int_0^{1-\eta_1} \frac{(x - \xi_1)|J|}{(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2} \varphi d\eta_2,$$

$$f_{ij} = f_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 d\eta_1 \int_0^{1-\eta_1} \frac{(y - \xi_2)|J|}{(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2} \varphi d\eta_2,$$

где  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты  $i$ -узла;  $x$  и  $y$  определяются по формулам (3.14), а интерполирующая функция  $\varphi$  соответствует данной вершине и вычисляется по выражениям (3.16).

7. Для вершин 's' и 't' производятся действия по пункту 6.

8. Выбирается следующая внутренняя ячейка:  $k = k + 1$  и осуществляется переход к пункту 5. Расчет производится, пока  $k \leq V_n$ .

9. Увеличение номера узла  $j$  на единицу и переход к пункту 3. Расчет выполняется, пока справедливо неравенство  $j \leq N + N_b$ .

10. Значение  $i$  увеличивается на 1, и необходимо перейти к пункту 2. Вычисления производятся, пока условие  $i \leq N + N_b$  истинно.

Интегралы при формировании элементов матриц  $\{f_{ij}\}$  и  $\{g_{ij}\}$  необходимо вычислять численно, например, по квадратурным формулам Гаусса. Для этого необходимо их свести к виду интеграла в (5.26). Интересующий нас интеграл имеет вид  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy$ . Сделаем замену переменных и преобразуем данный интеграл следующим образом:

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy = \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{1-x}{2}(x_2 + 1) \\ dy = \frac{1-x}{2} dx_2 \end{array} \right\} = \int_0^1 dx \int_{-1}^1 f\left(x, \frac{1-x}{2}(x_2 + 1)\right) \frac{1-x}{2} dx_2 =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{2}(x_1 + 1) \\ dx = \frac{1}{2} dx_1 \end{array} \right\} = \frac{1}{8} \int_{-1}^1 dx_1 \int_{-1}^1 f\left(\frac{1}{2}(x_1 + 1), \frac{(1-x_1)(1+x_2)}{4}\right) (1-x_1) dx_2.$$

Используя квадратурную формулу Гаусса (5.26), имеем

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_i A_j f\left(\frac{1}{2}(x_i + 1), \frac{(1-x_i)(1+x_j)}{4}\right) (1-x_i),$$

где  $x_i$  – узлы;  $A_i$  – весовые множители квадратурной формулы Гаусса (см. табл. 5.1).

### 3.1.4. Вычисление элементов матриц $L$ и $H$

Построим локальную прямоугольную декартову систему координат на отрезке с вершинами  $a(a_1, b_1)$  и  $b(b_1, b_2)$ . Центр ЛДСК поместим в середину отрезка, ось абсцисс  $\eta_1$  направим по вектору  $\vec{ab}$ , ось ординат  $\eta_2$  – в сторону, противоположную единичному вектору внешней нормали  $\vec{n}$  (рис. 3.2).

Установим связь между координатами точки  $\xi$  в ЛДСК  $(\xi_1, \xi_2)$  и ГДСК  $(x, y)$ .

Координаты центра ЛДСК вычисляются по формулам:

$$c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}, \quad c_2 = \frac{a_2 + b_2}{2}. \quad (3.17)$$

Длину отрезка обозначим  $l = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$ . Орт оси абсцисс может быть представлен в виде

$$\vec{e}_1 = \frac{b_1 - a_1}{l} \vec{i} + \frac{b_2 - a_2}{l} \vec{j} = \{e_{11}, e_{12}\}. \quad (3.18)$$

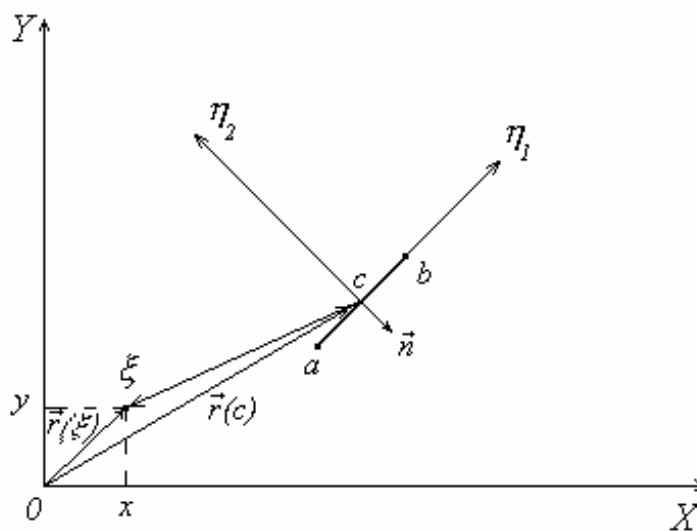


Рис. 3.2. Построение локальной системы координат на отрезке

Орт оси ординат  $\mathbf{e}_2$  найдем из условия его перпендикулярности  $\mathbf{e}_1$ :  $\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = e_{11}e_{21} + e_{12}e_{22} = 0$  и того, что система координат правая:  $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \mathbf{k}$ , т.е.  $e_{11}e_{22} - e_{12}e_{21} = 1$ . Подставляя в эти уравнения координаты вектора  $\mathbf{e}_1 = \{e_{11}, e_{12}\}$  и решая полученную систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{b_1 - a_1}{l} e_{21} + \frac{b_2 - a_2}{l} e_{22} = 0, \\ \frac{b_1 - a_1}{l} e_{22} - \frac{b_2 - a_2}{l} e_{21} = 1, \end{cases}$$

определяем искомые координаты:

$$e_{21} = -\frac{b_2 - a_2}{l}, \quad e_{22} = \frac{b_1 - a_1}{l}. \quad (3.19)$$

Радиус-вектор точки  $\xi$  в ГДСК распишем как сумму радиуса-вектора точки  $c$  в ГДСК и радиуса-вектора точки  $\xi$  в ЛДСК:

$$\mathbf{r}(\xi) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = c_1\mathbf{i} + c_2\mathbf{j} + \xi_1\mathbf{e}_1 + \xi_2\mathbf{e}_2.$$

Подставляя в данную формулу выражения для ортов ЛДСК (3.18), (3.19) и приравнявая соответствующие координаты, будем иметь формулу связи координат точки в ГДСК и ЛДСК:

$$\begin{cases} x = c_1 + \xi_1 \frac{b_1 - a_1}{l} - \xi_2 \frac{b_2 - a_2}{l}, \\ y = c_2 + \xi_1 \frac{b_2 - a_2}{l} + \xi_2 \frac{b_1 - a_1}{l}. \end{cases} \quad (3.20)$$

Обратное преобразование имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{1}{l}[(x - c_1)(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2)(y - c_2)], \\ \xi_2 = \frac{1}{l}[(y - c_2)(b_1 - a_1) - (b_2 - a_2)(x - c_1)]. \end{cases} \quad (3.21)$$

Интерполирующие функции для вершин 'a' и 'b' соответственно будут вычисляться по формулам:

$$\psi_a = \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right), \quad \psi_b = \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right). \quad (3.22)$$

Интегралы  $\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2}{\rho^2} \psi dB$  и  $\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} \psi dB$  вычисляются аналитически. Пусть точка  $\xi$  в ГДСК имеет координаты  $(x, y)$ , а в ЛДСК –  $(\xi_1, \xi_2)$ . Координаты произвольной точки  $\eta$  на отрезке  $ab$  обозначим  $(\eta_1, \eta_2)$ . В ЛДСК  $\eta_2 = 0$  и координаты единичной внешней нормали  $\hat{n} = \{0, -1\}$ . Вектор  $\hat{\rho} = \hat{r}(\eta) - \hat{r}(\xi) = \{\eta_1 - \xi_1, -\xi_2\}$ ,  $n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2 = \xi_2$ ,  $\rho = \sqrt{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2}$ . Подставляя полученные формулы в подинтегральные функции, получим значение интегралов для разных интерполирующих функций.

Для вершины 'a'

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2}{\rho^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right) dB &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\xi_2}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right) d\eta_1 = \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\xi_2}{l} \left[ \frac{l - 2\xi_1}{2\xi_2} \operatorname{arctg} \frac{l - 2\xi_1}{2\xi_2} - \frac{1}{2} \ln \left| \left( 1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right] - \\ &- \frac{1}{2\pi} \frac{\xi_2}{l} \left[ \frac{l - 2\xi_1}{2\xi_2} \operatorname{arctg} \frac{-l - 2\xi_1}{2\xi_2} - \frac{1}{2} \ln \left| \left( -1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right]. \quad (3.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right) dB &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\eta_1 - \xi_1}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right) d\eta_1 = \\ &= \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{2\xi_2}{l} \operatorname{arctg} \frac{l - 2\xi_1}{2\xi_2} - 1 + \frac{l - 2\xi_1}{2l} \ln \left| \left( 1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right] - \\ &- \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{2\xi_2}{l} \operatorname{arctg} \frac{-l - 2\xi_1}{2\xi_2} + 1 + \frac{l - 2\xi_1}{2l} \ln \left| \left( -1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right]. \quad (3.24) \end{aligned}$$

Для вершины 'b'

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2}{\rho^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right) dB &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\xi_2}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right) d\eta_1 = \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\xi_2}{l} \left[ \frac{l + 2\xi_1}{2\xi_2} \operatorname{arctg} \frac{l - 2\xi_1}{2\xi_2} + \frac{1}{2} \ln \left| \left( 1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right] - \\ &- \frac{1}{2\pi} \frac{\xi_2}{l} \left[ \frac{l + 2\xi_1}{2\xi_2} \operatorname{arctg} \frac{-l - 2\xi_1}{2\xi_2} + \frac{1}{2} \ln \left| \left( -1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right]. \quad (3.25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right) dB &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\eta_1 - \xi_1}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right) d\eta_1 = \\
&= \frac{1}{4\pi} \left[ -\frac{2\xi_2}{l} \operatorname{arctg} \frac{l - 2\xi_1}{2\xi_2} + 1 + \frac{l + 2\xi_1}{2l} \ln \left| \left( 1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right] - \\
&- \frac{1}{4\pi} \left[ -\frac{2\xi_2}{l} \operatorname{arctg} \frac{-l - 2\xi_1}{2\xi_2} - 1 + \frac{l + 2\xi_1}{2l} \ln \left| \left( -1 - \frac{2}{l} \xi_1 \right)^2 + \left( \frac{2\xi_2}{l} \right)^2 \right| \right]. \quad (3.26)
\end{aligned}$$

Для того чтобы вычислить элементы матриц  $H = \{h_{ij}\}$  и  $L = \{l_{ij}\}$ , примем в качестве точки  $\xi$  узел  $i$ . Для определения элементов  $h_{ij}$ ,  $l_{ij}$  нужно вычислить интегралы  $\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_1 + n_2 \rho_2}{\rho^2} \psi dB$  и  $\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} \psi dB$  по граничным отрезкам, имеющим одну из вершин в  $j$ -узле, затем просуммировать соответствующие интегралы.

Нуждается в отдельном рассмотрении случай, когда  $i = j$ . Окружим узел  $i = j$  дугой окружности радиуса  $\varepsilon \rightarrow 0$  (рис.3.3).

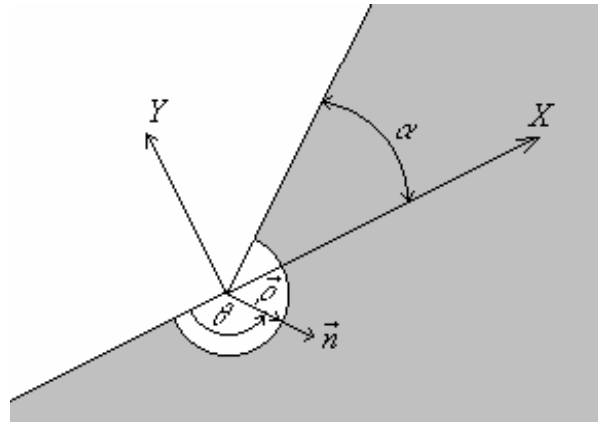


Рис. 3.3. К определению элементов главной диагонали матриц  $H$  и  $L$

Считаем, что на дуге окружности интерполирующая функция  $\psi = 1$ , модуль вектора  $|\vec{\rho}| = \varepsilon$ . Тогда интегралы будут вычислены следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{\rho_1 n_1 + \rho_2 n_2}{\rho^2} dB &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\alpha} \frac{\varepsilon \cdot |\vec{n}| \cos \theta}{\varepsilon^2} \varepsilon d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\alpha} d\theta = \frac{\pi + \alpha}{2\pi}, \\
\frac{1}{2\pi} \int_B \frac{n_1 \rho_2 - n_2 \rho_1}{\rho^2} dB &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\alpha} \frac{|\vec{n}| \cos \theta \cdot \varepsilon \sin \theta - |\vec{n}| \sin \theta \cdot \varepsilon \cos \theta}{\varepsilon^2} \varepsilon d\theta = 0.
\end{aligned}$$

Таким образом, элементы матриц при совпадении узлов  $i$  и  $j$  вычисляются по формулам:

$$h_{ij} = \frac{1}{2\pi}(\alpha + \pi), \quad l_{ij} = 0, \quad (3.27)$$

где  $\alpha$  - угол между предыдущим и последующим граничными отрезками (рис.3.3).

Обобщая вышеизложенное, получим алгоритм вычисления элементов матриц  $H = \{h_{ij}\}$  и  $L = \{l_{ij}\}$ , имеющий следующие этапы.

1. Задается начальный номер  $i$ -узла (вначале  $i = 1$ ).
2. Задается начальный номер  $j$ -узла. На первом этапе  $j = N + 1$ .
3. Элементам матриц присваивается нулевое значение:

$$h_{ij} = 0, \quad l_{ij} = 0.$$

4. Задается начальный номер граничного отрезка:  $k = 1$ .

5. Производится сравнение координат вершин 'а' и 'b'  $k$ -го отрезка с координатами  $j$ -го узла.

При совпадении  $j$ -го узла с вершинами отрезка в случае  $i \neq j$  производится переприсваивание элементов для вершины 'а' по формулам:

$$h_{ij} = h_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\xi_2}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right) d\eta_1,$$

$$l_{ij} = l_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\eta_1 - \xi_1}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} - \eta_1 \right) d\eta_1,$$

а для вершины 'b':

$$h_{ij} = h_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\xi_2}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right) d\eta_1,$$

$$l_{ij} = l_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\eta_1 - \xi_1}{(\eta_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2} \frac{1}{l} \left( \frac{l}{2} + \eta_1 \right) d\eta_1,$$

где интегралы берутся по формулам (3.23) - (3.26);  $(\xi_1, \xi_2)$  - координаты  $i$ -узла в ЛДСК  $k$ -го отрезка, вычисляемые по формуле (3.21), в которой  $(x, y)$  - координаты  $i$ -узла в ГДСК;  $(a_1, a_2), (b_1, b_2)$  - координаты вершин  $k$ -го отрезка в ГДСК;  $(c_1, c_2)$  - координаты центра  $k$ -го отрезка, вычисляемые по формуле (3.17);  $l$  - длина  $k$ -го отрезка.

При  $i = j$  элементы матриц вычисляются по формулам (3.27).

6. Производится шаг по  $k$ :  $k=k+1$  и возврат к пункту 5, пока выполняется условие  $k \leq Ge$ .

7. Шаг по  $j$ :  $j = j + 1$  и переход к пункту 3. Вычисления производятся, пока  $j \leq N + N_b$ .

8. Увеличение  $i$  на единицу:  $i = i + 1$  и возврат к пункту 2. Расчет производится, пока выполняется условие  $i \leq N + N_b$ .

### 3.1.5. Тестовый пример: обтекание обратного уступа

Для апробации алгоритма численного расчета была решена задача об обтекании обратного уступа, исследовавшегося экспериментально [96]. Граничные условия на входе и выходе из канала показаны на рис.3.4 в. По верхней границе канала задано условие «скольжения», и скорость изменяется линейно от значения скорости во входном сечении до значения скорости в выходном сечении. На остальной границе скорость нулевая. Коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$ . Для дискретизации области течения использовались 744 внутренние ячейки – прямоугольные равнобедренные треугольники и 104 граничных отрезка (рис.3.4а). Средняя скорость во входном сечении  $u_{\text{ср}} = 50,7 \text{ м/с}$ . Среднеарифметическое относительное отклонение расчетных величин скорости от экспериментальных (рис.3.4 в)

$$\frac{\sum_{i=1}^N \frac{u_i - (u_э)_i}{(u_э)_i}}{N} = 0,194$$

( $N = 56$  – количество точек сравнения;  $u_i, (u_э)_i$  – расчетные и экспериментальные величины скорости), что приемлемо для инженерных расчетов.

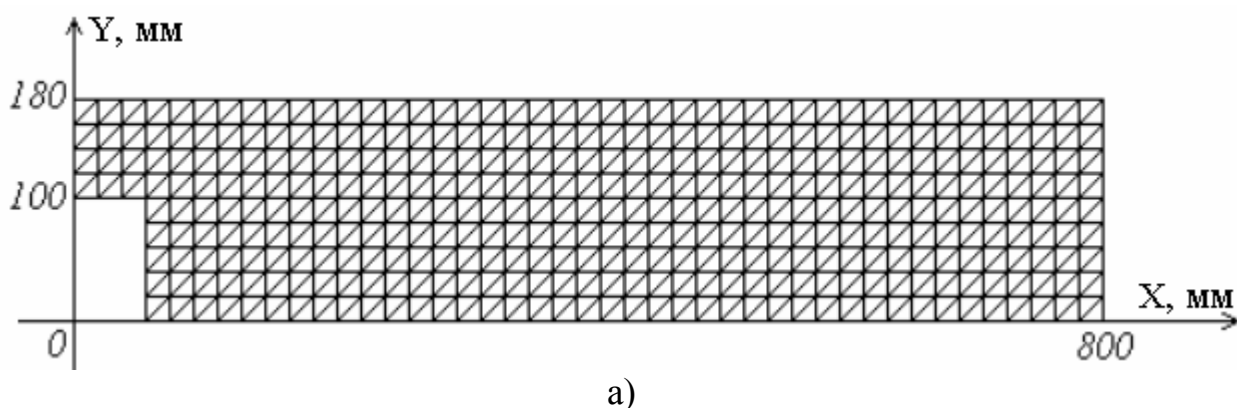
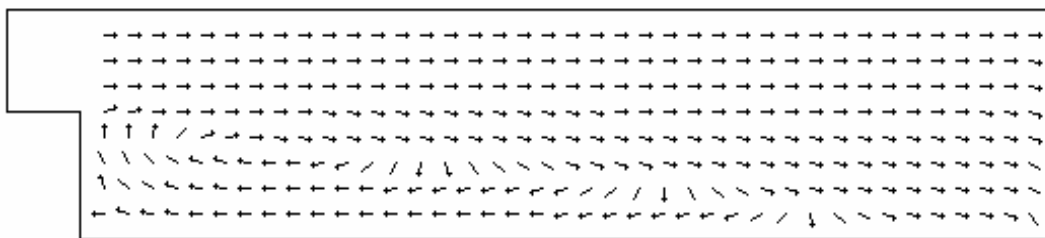
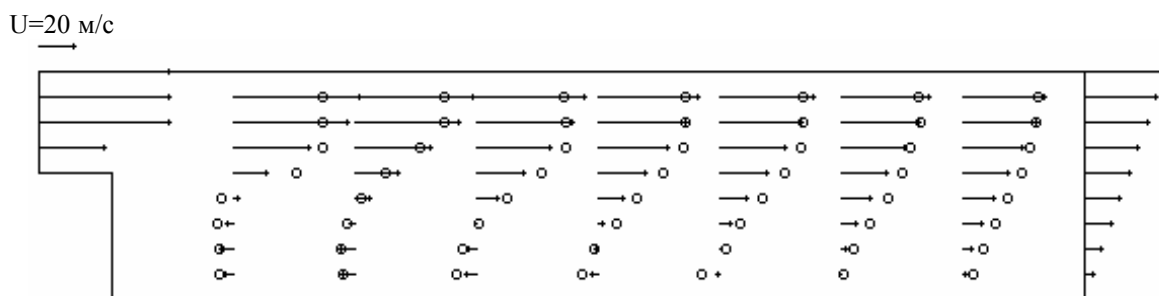


Рис. 3.4. (начало)





б)



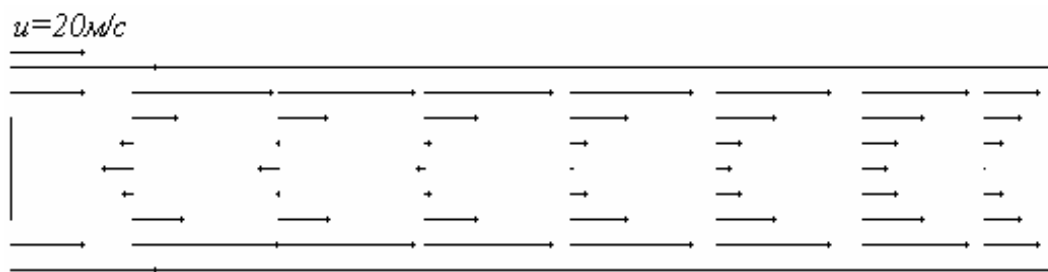
в)

Рис. 3.4. Течение газа за обратным уступом: *а* – дискретизация области течения; *б* – качественная картина течения – поле направлений движения воздуха; *в* – расчетные профили скоростей и экспериментальные, °

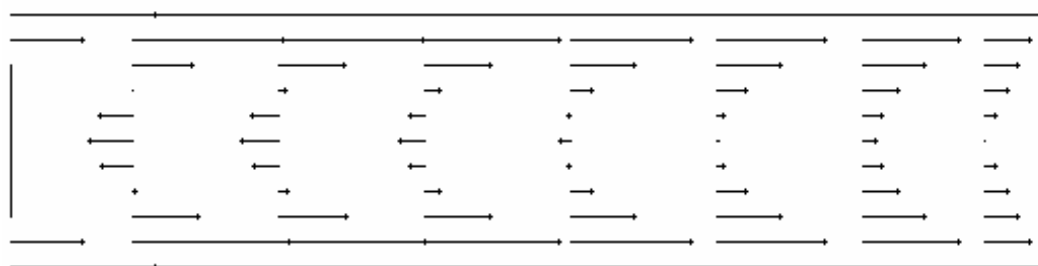
### 3.1.6. Расчет взаимодействия двух прямооточных приточных струй

Пусть из двух щелевых отверстий шириной 0,04 м, встроенных в плоскую безграничную стенку, истекает газ с одинаковой скоростью  $u_{cp} = 20$  м/с. Предполагается, что газ вязок, несжимаем, искривление осей приточных струй не учитывается. Необходимо определить скорость газа на оси симметрии полученной системы двух плоских струй и найти такие геометрические параметры, при которых осевая скорость возвратного течения максимальна.

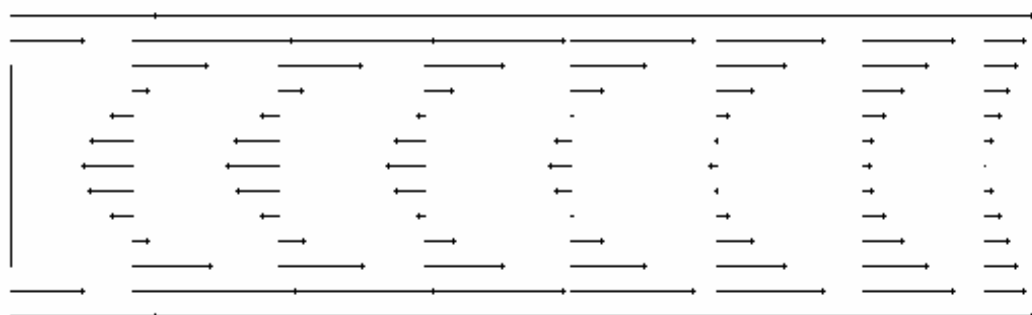
Расчет поля скоростей произведен при различной удаленности  $d$  приточных отверстий от оси симметрии: от 0,02 м до 0,088 м (рис.3.5; 3.6). С увеличением  $d$  длина вихревой зоны и скорость возвратного течения возрастают, а максимальное значение скорости  $u_{max} = 9,64$  м/с (рис.3.6; 3.7) наблюдается при  $d = 0,08$  м в точке на оси симметрии, расположенной на расстоянии 0,13 м от стенки, откуда происходит истечение струй. Дискретизация области течения для последнего случая осуществлялась набором 1600 внутренних треугольных ячеек и 120 граничных отрезков (рис.3.6 *а*).



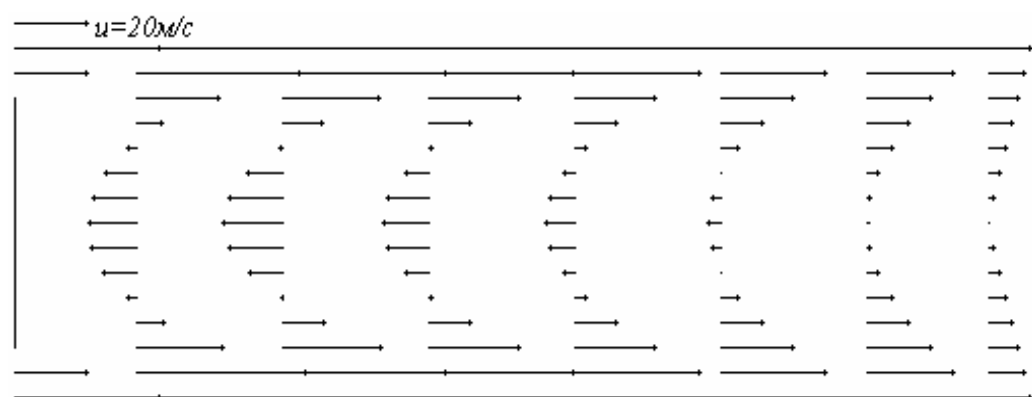
а)  $d = 0,02$  м



б)  $d = 0,03$  м

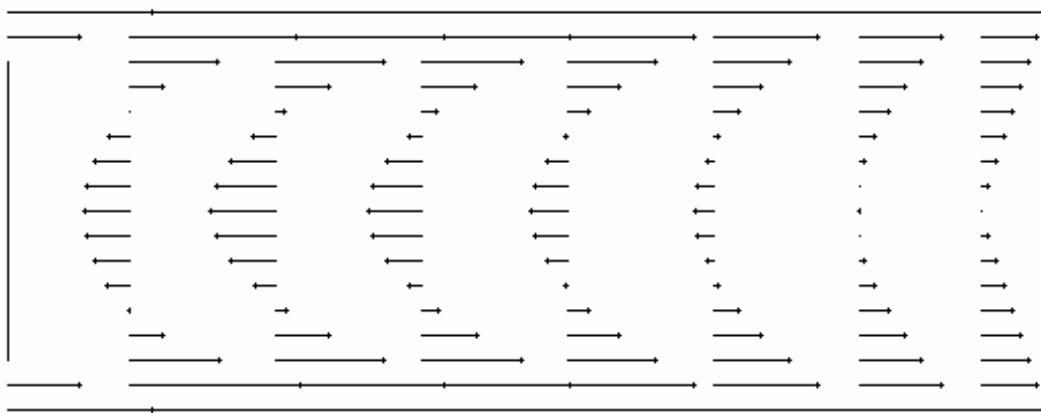


в)  $d = 0,04$  м

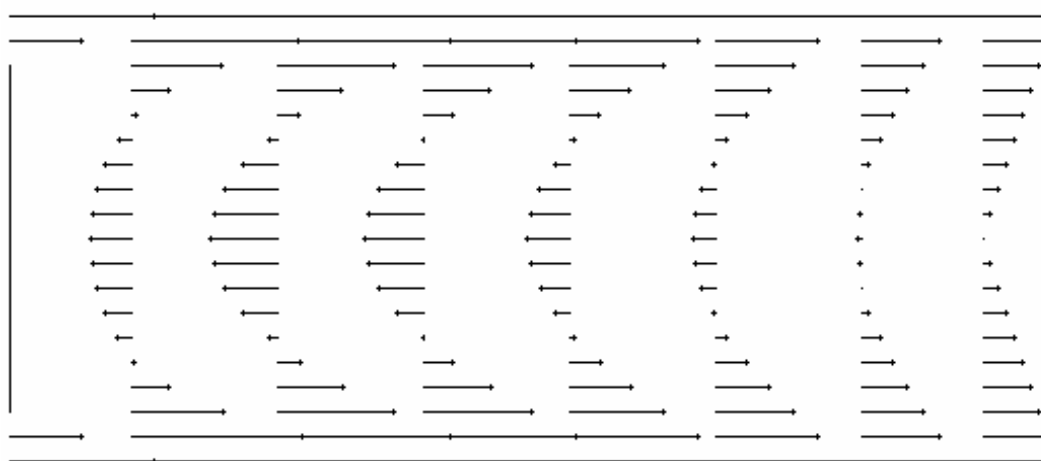


г)  $d = 0,05$  м

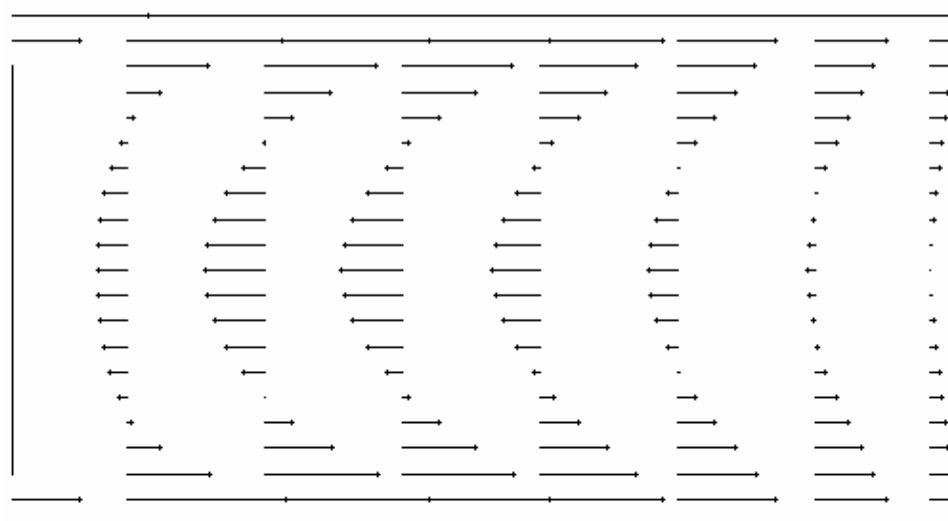
Рис. 3.5. Профили скоростей при взаимодействии двух параллельных приточных струй, удаленных на расстояние  $d$  от оси симметрии (начало)



д)  $d = 0,06$  м



е)  $d = 0,07$  м



ж)  $d = 0,088$  м

Рис. 3.5. Окончание

Если произвести расчет щелевого вытяжного отверстия шириной 0,1 м, встроенного в плоскую безграничную стенку (см. подраздел 1.3), методом конформных отображений, с расходом отсасываемого газа, равным совокупному расходу обеих приточных струй, то окажется, что осевая скорость в точке, удаленной от входа в отсос на расстояние 0,15 м, равна 3,25 м/с, что меньше в 2,9 раза, чем при действии приточных струй (рис.3.8).

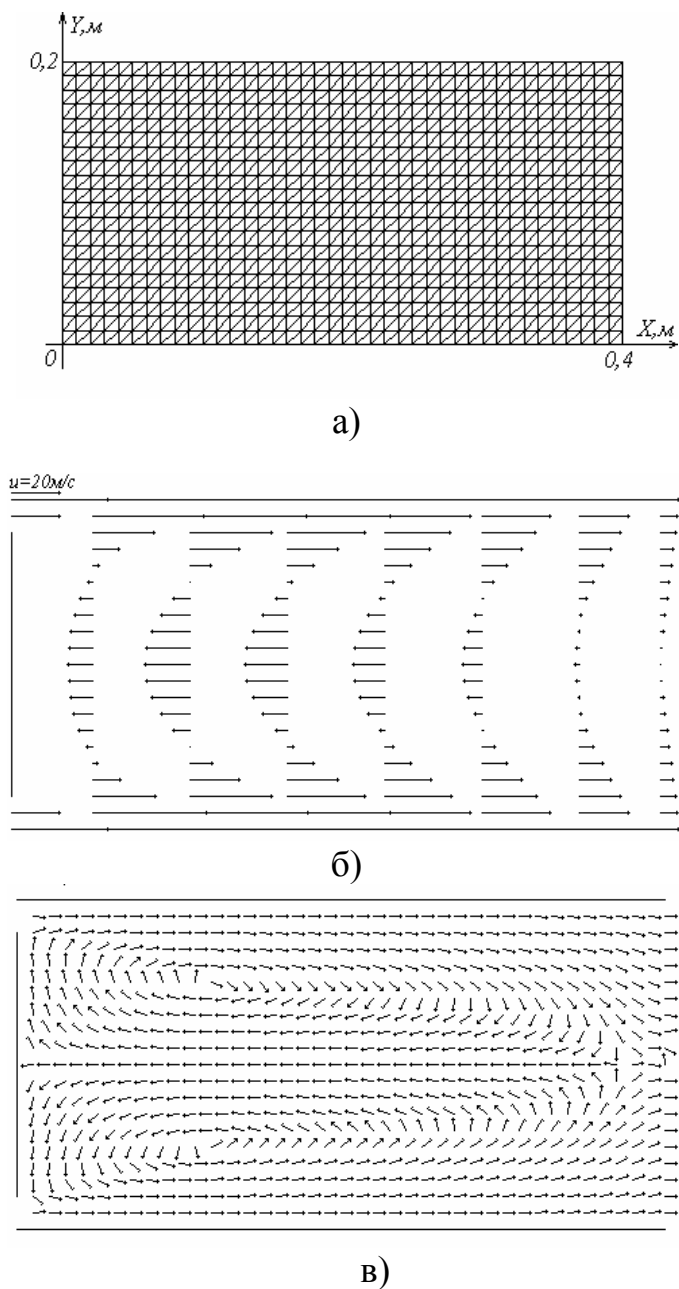


Рис. 3.6. Взаимодействие двух параллельных приточных струй, удаленных на расстояние 0,08 м от оси симметрии: а – дискретизация области; б – профили горизонтальной составляющей скорости; в – поле направлений движения воздуха

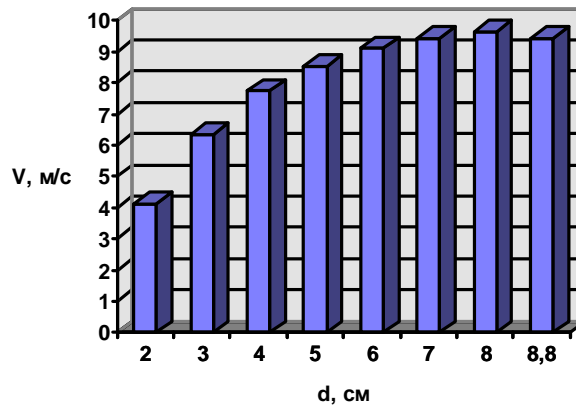


Рис. 3.7. Зависимость осевой скорости воздуха от удаленности  $d$  приточных струй до оси симметрии

Таким образом, при взаимодействии двух параллельных струй, истекающих из щелевых отверстий в неограниченное пространство, возникает область возвратного течения газа. Образующаяся вихревая область способствует повышению осевой скорости газа у щелевого всасывающего отверстия, экранированного приточными струями по всей длине обратных токов газа. Осевая скорость в определенных точках может быть повышена в 2 - 3 раза.

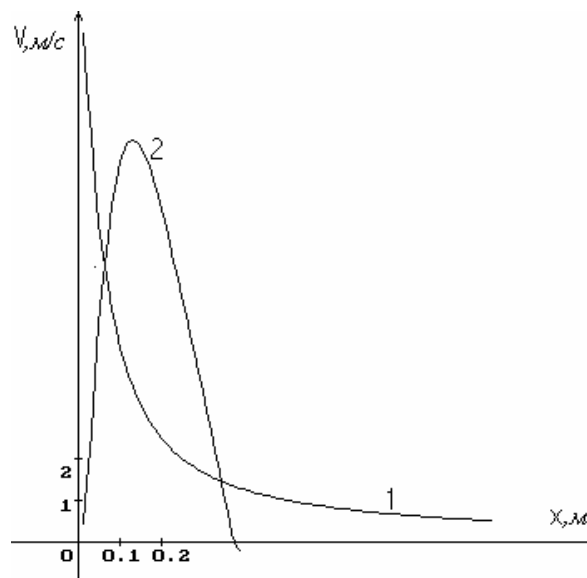


Рис. 3.8. Зависимость осевой скорости подтекания воздуха у щелевого отсоса (кривая 1) и двух параллельных приточных струй, удаленных на 0,08 м от оси симметрии (кривая 2), от расстояния до всасывающего отверстия

Для повышения эффективности экранированного местного отсоса следует использовать элементы технологического оборудования, находящегося в спектре действия вытяжного факела. При устройстве вентиляции над плоским столом скорость подтекания к входному отверстию местного отсоса возможно увеличить в несколько десятков раз за счет экранирующего эффекта приточных струй и влияния стола (см. 3.5).

### 3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВИХРЕВОГО СЛОЯ

При моделировании течений вблизи всасывающих отверстий местных отсосов методом граничных интегральных уравнений [54] использовались источники и стоки, распределенные по границе области течения (см. гл. 2), т.е. применялся так называемый простой слой. Представляет интерес распределить по граничной поверхности вихри или, иначе говоря, воспользоваться вихревым слоем. Такой вихревой слой, как указывается в работе профессора Н.Я.Фабриканта [53], кинематически эквивалентен пограничному слою. Это объясняется тем, что в непосредственной близости от непроницаемой поверхности происходит быстрое изменение величины скорости вдоль направления нормали и соответственно вращение частиц.

О решающей важности понятия вихря (завихренности) упоминает в своей статье профессор О.Г.Гоман [79], который указывает на то, что, казалось бы, нет причин для особого выделения одного из градиентов поля скоростей  $\dot{\omega} = \text{rot } \dot{v}$  среди других. Однако именно его целесообразно принять в качестве первичного понятия для представления поля скоростей жидкости. Условие же безвихревого течения  $\text{rot } \dot{v} = 0$  во всей области приводит в действительности к тому, что жидкость перестает быть таковой, потому как теряет бесконечное число степеней свободы, служащих причиной бесконечного разнообразия видов ее движения.

Решение задач аэродинамики с использованием вихрей называют вихревым методом, а ее численную реализацию принято называть методом дискретных вихрей [79, 112, 113]. Метод дискретных вихрей применяется в аэродинамике для исследования течений у несущих поверхностей. Непрерывный вихревой слой, моделирующий эту поверхность, а также след за ним заменяется системой дискретных вихрей. На несущей поверхности выбираются расчетные точки, в которых выполняется условие непроницаемости. Задача определения неизвестных циркуляций сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Впервые метод дискретных вихрей был сформулирован в 1955 г. профессором С.М.Белоцерковским. Опыт использования, перспективы, математическое обоснование метода можно найти в трудах [79, 112, 113].

В данной статье строится модель течения воздуха вблизи всасывающих отверстий с использованием непрерывно распределенного вихревого слоя. Для дискретизации области используются не сосредоточенные вихри, а вихревые отрезки, т.е. отрезки, по которым непрерывным образом эти вихри распределены.

Пусть контур  $S$  ограничивает область  $A$  течения. Граничная нормальная составляющая скорости воздуха  $\dot{v}_n(x)$  задана. Распределим по границе области течения линейные вихри с циркуляцией  $\Gamma = \Gamma(\xi)$ . Необходимо определить скорость воздуха во внутренних точках области вдоль любого заданного направления. Величина скорости воздуха  $\dot{v}_n(x)$  в точке  $x(x_1, x_2)$  вдоль направления  $\dot{n} = \{n_1, n_2\}$ , вызываемая действием линейного вихря в точке  $\xi(\xi_1, \xi_2)$ , определяется по следующей формуле:

$$\dot{v}_n(x) = \Gamma(\xi)G(x, \xi), \quad (3.28)$$

где

$$G(x, \xi) = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]},$$

$\{n_1, n_2\}$  – координаты единичного вектора  $\dot{n}$ ;  $\{x_1, x_2\}$  – координаты внутренней точки  $x$ ;  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты точки  $\xi$ , находящейся на границе области.

Просуммировав действие на точку  $x$  всех таких вихрей, непрерывным образом распределенных по граничному контуру, получим следующее интегральное уравнение:

$$v_n(x) = \int_S \Gamma(\xi)G(x, \xi)dS(\xi). \quad (3.29)$$

Разобьем границу  $S$  на  $N$  прямолинейных отрезков. Циркуляцию линейного вихря  $\Gamma(\xi)$  считаем постоянной по всей длине каждого из отрезков, тогда дискретный аналог уравнения (3.29) примет вид:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x, \xi^k)dS(\xi^k), \quad (3.30)$$

где интегралы берутся по отрезкам  $\Delta S^k$ ,  $\xi^k$  – произвольная точка  $k$ -го отрезка является переменной интегрирования,  $\Gamma^k$  – циркуляция в любой точке  $k$ -го отрезка. Устремив внутреннюю точку  $x$  к граничной точке  $x_0$ , получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = \sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x_0, \xi^k)dS(\xi^k). \quad (3.31)$$

Заметим, что при совпадении точек  $x_0$  и  $\xi^k$  интеграл принимает нулевое значение, поскольку вихрь сам на себя влияние не оказывает [53]. Используя точку  $x_0$  в качестве центра  $p$ -го отрезка  $x_0^p$  и перебирая все  $N$  граничных отрезков, получим систему  $N$  линейных алгебраических уравнений с  $N$  неизвестными:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x_0^p, \xi^k)dS(\xi^k) = v_n(x_0^p), \quad (3.32)$$

где  $p=1,2,3,\dots,N$ .

Добавим к этой системе условие бесциркуляционного обтекания непроницаемой поверхности:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma^k l^k = 0, \quad (3.33)$$

где  $l^k$  – длина  $k$ -го отрезка.

Получим переопределенную систему  $N+1$  уравнений с  $N$  неизвестными, которая, как правило, не совместна. Поэтому, следуя работе [113] профессора И.К.Лифанова, введем новую дополнительную переменную (регуляризирующий фактор)  $\gamma$ .

Обозначая

$$\int_{\Delta S^k} G(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = G^{pk}; \quad v_n(x_0^p) = v^p$$

и используя вышеизложенное, получим систему  $N+1$  линейных алгебраических уравнений с  $N+1$  неизвестными:

$$\begin{cases} \Gamma^1 G^{11} + \Gamma^2 G^{12} + \Gamma^3 G^{13} + \mathbf{L} + \Gamma^N G^{1N} + \gamma = v^1, \\ \Gamma^1 G^{21} + \Gamma^2 G^{22} + \Gamma^3 G^{23} + \mathbf{L} + \Gamma^N G^{2N} + \gamma = v^2, \\ \Gamma^1 G^{31} + \Gamma^2 G^{32} + \Gamma^3 G^{33} + \mathbf{L} + \Gamma^N G^{3N} + \gamma = v^3, \\ \mathbf{K} \\ \Gamma^1 G^{N1} + \Gamma^2 G^{N2} + \Gamma^3 G^{N3} + \mathbf{L} + \Gamma^N G^{NN} + \gamma = v^N, \\ \Gamma^1 l^1 + \Gamma^2 l^2 + \Gamma^3 l^3 + \mathbf{L} + \Gamma^N l^N = 0, \end{cases}$$

решив которую, например, методом Гаусса с выбором главного элемента, определим неизвестные циркуляции  $\Gamma^1, \Gamma^2, \Gamma^3, \mathbf{K}, \Gamma^N$ .

Интеграл  $G^{pk}$  вычисляется аналитически в локальной прямоугольной декартовой системе координат (ЛПДСК). Пусть центр  $p$ -го отрезка – точка  $x_0^p$  задана в ГПДСК  $XOY$ , центр  $k$ -го отрезка  $[a, b]$  – точка  $c^k$  также задана в ГПДСК. Построим локальную прямоугольную декартову систему координат с центром в точке  $c^k$ , ось ординат  $\xi_2$  направим по вектору  $\vec{ab}$ , а ось абсцисс  $\xi_1$  расположим так, чтобы полученная система координат была правой (рис.2.4). ЛПДСК  $\eta_1\eta_2$  получается из  $\xi_1\xi_2$  параллельным переносом в точку  $x_0^p$ . В ЛПДСК  $\eta_1\eta_2$  для координат произвольной точки  $\xi$   $k$ -го отрезка справедливы равенства  $\eta_1 = h, \eta_2 = h \operatorname{tg} \theta$ , а для точки  $x^p$ :  $\eta_1 = 0, \eta_2 = 0$ . Обозначая  $\{n_1, n_2\}$  координаты



единичного вектора внешней нормали к  $p$ -му отрезку в системе координат  $\eta_1\eta_2$ , получим для функции  $G(x_0^p, \xi^k)$  следующее выражение :

$$G(x_0^p, \xi^k) = (n_2(0-h) - n_1(0-h\operatorname{tg}\theta)) / (2\pi[(0-h)^2 + (0-h\operatorname{tg}\theta)^2]) = \\ = [(n_1\operatorname{tg}\theta - n_2) / 2\pi h] \cos^2 \theta.$$

Следовательно, интеграл

$$G^{pk} = \int_{\Delta S^k} G(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = \{dS = d\eta_2 = (h / \cos^2 \theta) d\theta\} = -1/2\pi(n_1(\ln|\cos\theta| + n_2)) \Big|_{\theta_a}^{\theta_b}.$$

Окончательно получим:

$$G^{pk} = 1/2\pi [n_1 \ln(r_b / r_a) - n_2(\theta_b - \theta_a)], \quad (3.34)$$

где  $r_a, r_b$  – длины соответствующих радиус-векторов концов  $a$  и  $b$   $k$ -го отрезка.

Алгоритм вычисления  $G^{pk}$  состоит из следующих этапов:

1. Задается начальный номер  $p$ -го отрезка:  $p=1$ .
2. Вычисляются глобальные координаты ортов ЛПДСК, построенной на  $p$ -м отрезке:

$$e_{2x}^p = \frac{b_1^p - a_1^p}{\sqrt{(b_1^p - a_1^p)^2 + (b_2^p - a_2^p)^2}}, \quad e_{2y}^p = \frac{b_2^p - a_2^p}{\sqrt{(b_1^p - a_1^p)^2 + (b_2^p - a_2^p)^2}},$$

$$e_{1x}^p = e_{2y}^p, \quad e_{1y}^p = -e_{2x}^p.$$

Тогда единичный вектор внешней нормали к  $p$ -му отрезку  $\mathbf{\hat{n}}^p = \mathbf{\hat{e}}_1^p$ , если  $\mathbf{\hat{e}}_1^p$  направлен вне области течения, т.е. в случае, когда при прохождении от “ $a$ ” к “ $b$ ” область течения находится слева. Если “ $a$ ” и “ $b$ ” выбраны таким образом, что при обходе по границе от “ $a$ ” к “ $b$ ” область находится справа, то  $\mathbf{\hat{n}}^p = -\mathbf{\hat{e}}_1^p$ .

3. Задается начальный номер  $k$ -го отрезка:  $k = 1$ .

4. Для нормального вектора  $\mathbf{\hat{n}}^p$  вычисляются его координаты в ЛПДСК  $k$ -го отрезка. Для этого сначала определяются орты:

$$e_{2x}^k = \frac{b_1^k - a_1^k}{\sqrt{(b_1^k - a_1^k)^2 + (b_2^k - a_2^k)^2}}, \quad e_{2y}^k = \frac{b_2^k - a_2^k}{\sqrt{(b_1^k - a_1^k)^2 + (b_2^k - a_2^k)^2}}, \quad (3.35) \\ e_{1x}^k = e_{2y}^k, \quad e_{1y}^k = -e_{2x}^k,$$

а затем вычисляются искомые координаты:

$$n_1^{pk} = n_1^p e_{1x}^k + n_2^p e_{1y}^k, \quad n_2^{pk} = n_1^p e_{2x}^k + n_2^p e_{2y}^k.$$

5. Вычисляются координаты радиуса-вектора центра  $p$ -го отрезка в ГПДСК:

$$x_1^p = \frac{a_1^p + b_1^p}{2}, \quad x_2^p = \frac{a_2^p + b_2^p}{2}$$

и определяются его координаты в ЛПДСК  $k$ -го отрезка:

$$x_1^{pk} = x_1^p e_{1x}^k + x_2^p e_{1y}^k, \quad x_2^{pk} = x_1^p e_{2x}^k + x_2^p e_{2y}^k.$$

6. Вычисляются координаты вершин  $k$ -отрезка  $a^k, b^k$  в системе координат  $p$ -го отрезка ( $\eta_1 \eta_2$  на рис. 2.4):

$$\begin{cases} a_1^{kp} = a_1^k e_{1x}^k + a_2^k e_{1y}^k - x_1^{pk}, \\ a_2^{kp} = a_1^k e_{2x}^k + a_2^k e_{2y}^k - x_2^{pk}, \\ b_1^{kp} = b_1^k e_{1x}^k + b_2^k e_{1y}^k - x_1^{pk}, \\ b_2^{kp} = b_1^k e_{2x}^k + b_2^k e_{2y}^k - x_2^{pk}. \end{cases} \quad (3.36)$$

7. Определяются длины радиусов-векторов точек  $a^k, b^k$  в системе координат  $p$ -го отрезка:

$$r_a = \sqrt{(a_1^{kp})^2 + (a_2^{kp})^2}, \quad r_b = \sqrt{(b_1^{kp})^2 + (b_2^{kp})^2} \quad (3.37)$$

и углы

$$\theta_a = \begin{cases} \arctg \frac{a_2^{kp}}{a_1^{kp}}, & \text{если } a_1^{kp} \neq 0; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } a_1^{kp} = 0, \end{cases} \quad \theta_b = \begin{cases} \arctg \frac{b_2^{kp}}{b_1^{kp}}, & \text{если } b_1^{kp} \neq 0; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } b_1^{kp} = 0. \end{cases} \quad (3.38)$$

8. Вычисляется элемент матрицы

$$G^{pk} = -1/2\pi \{n_2^{pk} (\theta_b - \theta_a) - n_1^{pk} \ln(r_b / r_a)\}.$$

9. Шаг по  $k$ :  $k = k + 1$  и переход к пункту 4 до тех пор, пока  $k \leq N$ .

10. Шаг по  $p$ :  $p = p + 1$  и переход к пункту 2 до тех пор, пока  $p \leq N$ .

Для того чтобы определить скорость воздуха в произвольной точке  $x(x_1, x_2)$  области течения  $A$  вдоль любого заданного направления  $\dot{n} = \{n_1, n_2\}$ , необходимо выполнить следующие шаги.

1. Задать  $k = 1$ .

2. Вычислить координаты векторов  $\mathbf{e}_1^k, \mathbf{e}_2^k$  по формуле (3.35), а затем координаты вектора  $\dot{n}$  в ЛПДСК  $k$ -го отрезка:

$$n_1^k = n_1 e_{1x}^k + n_2 e_{1y}^k, \quad n_2^k = n_1 e_{2x}^k + n_2 e_{2y}^k.$$

3. Вычислить координаты точки  $x$  в ЛПДСК  $k$ -го отрезка:

$$x_1^k = x_1 e_{1x}^k + x_2 e_{1y}^k, \quad x_2^k = x_1 e_{2x}^k + x_2 e_{2y}^k.$$

4. Определить координаты точек  $a^k, b^k$  в ЛПДСК с центром в точке  $x$  и ортами  $\mathbf{e}_1^k, \mathbf{e}_2^k$  по формуле (3.36).

5. Найти величины  $r_a, r_b$  по формулам (3.37) и углы  $\theta_a, \theta_b$  по формуле (3.38).

6. Вычислить величину

$$g^k = 1/2\pi \cdot \{n_1^k \ln(r_b / r_a) - n_2^k (\theta_b - \theta_a)\}.$$

7. Произвести шаг по  $k$ :  $k = k + 1$  и осуществить переход к пункту 2 до тех пор, пока  $k \leq N$ .

8. Определить искомую величину скорости:

$$v_n(x) = g^1 \Gamma^1 + g^2 \Gamma^2 + \dots + g^N \Gamma^N.$$

В качестве примера рассмотрим течение воздуха у щелевого отсоса шириной 0,1 м, в спектре действия которого находится неподвижный цилиндр радиусом 0,25 м. Расстояние от оси цилиндра до отсоса 0,5 м (рис.3.9-4). Начало координат совпадает с центром цилиндра, ось абсцисс параллельна непроницаемой плоскости. Линии тока строились, начиная с точек с ординатой -0,49 и абсциссами: -0,05; -0,03; -0,015; 0; -0,001 или 0,001; 0,015; 0,03; 0,05. Алгоритм их построения близок к методу Эйлера решения обыкновенного дифференциального уравнения. Вычислялись горизонтальная и вертикальная составляющие скорости. Производился шаг в направлении, противоположном вектору скорости. В полученной точке вновь вычислялось направление скорости и снова производился шаг, и так до тех пор, пока не выполнялось условие прекращения счета. Шаг построения линии тока выбирался не менее 0,0002. Количество точек на линии тока не более 35000.

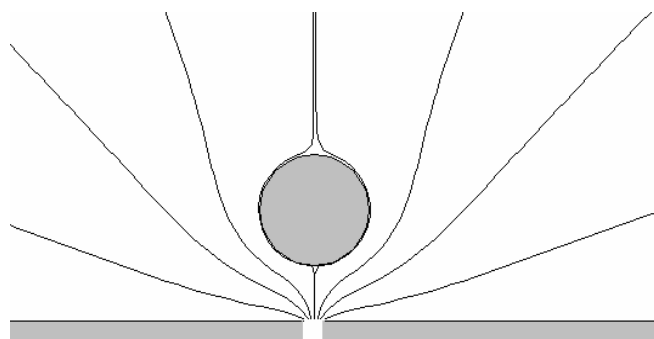
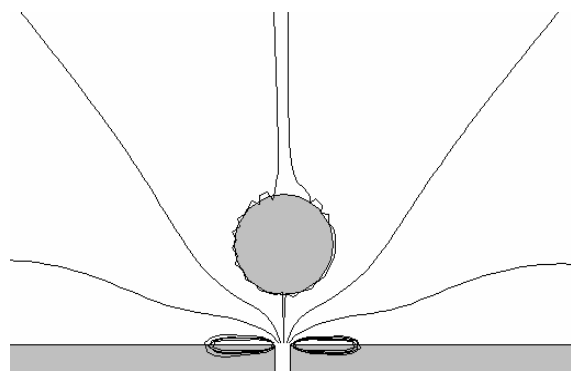
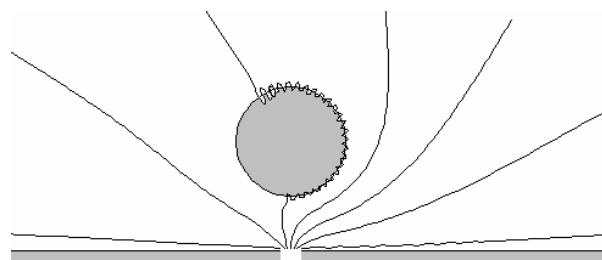


Рис. 3.9. Линии тока при обтекании цилиндра в спектре действия щелевого отсоса в плоской стенке, построенные с использованием простого слоя (110 граничных отрезков)



а)



б)

Рис. 3.10. Линии тока при обтекании цилиндра, расположенного в спектре действия щелевого отсоса, встроенного в плоскую стенку, построенные с использованием вихревого слоя без соблюдения условия бесциркуляционного течения (3.33):  
а) 138 граничных отрезков; б) 500 граничных отрезка

Течение моделировалось с помощью простого и вихревого слоя. При использовании источников и стоков, расположенных по границе течения (рис.3.9), имеет место плавное обтекание цилиндра. Заметим, что здесь использовалось неравномерное разбиение области на граничные отрезки: более часто дискретизация осуществлялась в местах изменения граничных условий задачи.

При аналогичной дискретизации области с использованием вихревого слоя (рис.3.10 а) без использования условия (3.33) наблюдаются изломы линий тока вблизи обтекаемого цилиндра. Кроме того линии тока, исходящие из точек  $(-0,05; -0,49)$ ;  $(0,05; -0,49)$ , образуют замкнутые кривые, пересекающие непроницаемую стенку. Таким образом, при моделировании с использованием вихревого слоя необходимо использовать либо линейное изменение циркуляции вдоль граничного отрезка, либо согласно рекомендациям, изложенным в [7], использовать равномерную дискретизацию области. При игнорировании условия (3.33) при равномерном разбиении области имеет место обтекание цилиндра с небольшой циркуляцией (рис.3.10 б). Если же использовать условие бесциркуляционного течения (3.33) при введении регуляризирующей переменной, то будет иметь место симметричное течение. Вблизи цилиндра наблюдается резкое изменение направления течения (рис.3.11). При значительном увеличении количества граничных отрезков (рис.3.11 б) эти изменения наблюдаются у самой поверхности цилиндра и могут служить моделью пограничного слоя вблизи обтекаемого тела.

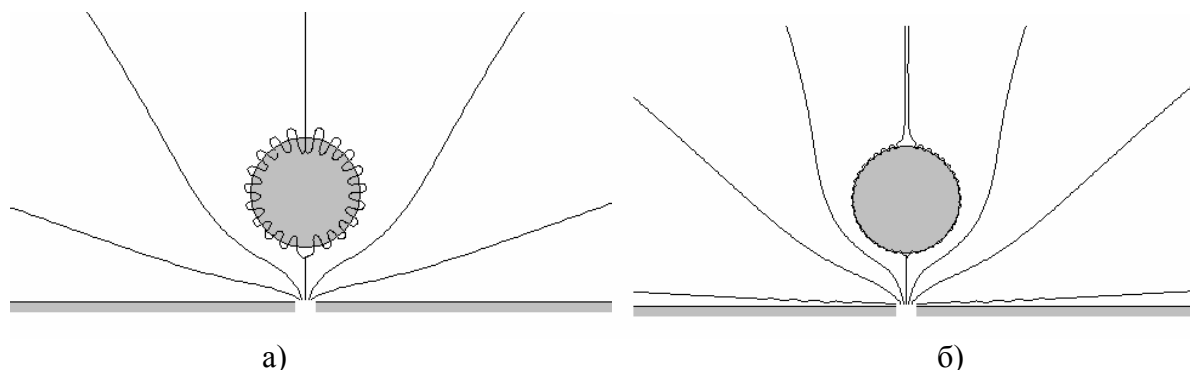


Рис. 3.11. Линии тока при обтекании цилиндра, расположенного в спектре действия щелевого отсоса, встроенного в плоскую стенку, при выполнении условия бесциркуляционного течения (3.33): а) 250 граничных отрезков; б) 500 граничных отрезков

Заметим, что использование вихревого метода позволяет решать не только плоские и пространственные стационарные задачи с образованием присоединенного вихревого следа, но нестационарные, где конфигурация его меняется с течением времени, и соответственно можно получить неустановившиеся вихревые структуры вблизи острых кромок, о чем и пойдет речь в следующих параграфах.

### 3.3. Вихревое течение у щелевого отсоса над прямым двухгранным углом\*

#### 3.3.1. Численный алгоритм расчета

Задача о течении у щелевидного отсоса над двухгранным углом решалась аналитически в работе [114] на основе метода Н.Е.Жуковского и экспериментально [115]. Представляет интерес сопоставление результатов исследований, полученных разными способами. Поставленную задачу можно считать модельной (тестовой), которая является элементом значительно более сложных задач промышленной вентиляции.

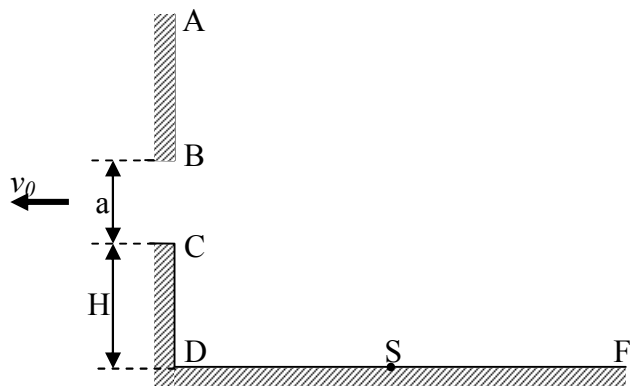


Рис. 3.12. Границы области течения

\* Результаты параграфов 3.3, 3.4, 4.2 получены совместно с асп. А.И.Пузанком.

Пусть во всасывающем проеме ВС задана скорость  $v_0$  (рис.3.12). На остальной части границы задано условие непротекания. Необходимо определить скорость воздуха в любой точке области течения, построить линии тока и вихревую структуру течения. Решение будем строить в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости с использованием метода дискретных вихрей [112,113,116].

На границе области течения разместим вихри (рис.3.13). Посредине между этими присоединенными вихрями поместим расчетные точки, в которых будут выполняться граничные условия для нормальной составляющей скорости воздуха ( $v_n = 0$  всюду, кроме отрезка ВС, на котором  $v_n = v_0$ ). Расстояние между любыми двумя соседними расчетными точками или двумя соседними присоединенными вихрями одинаково и равно  $h$ .

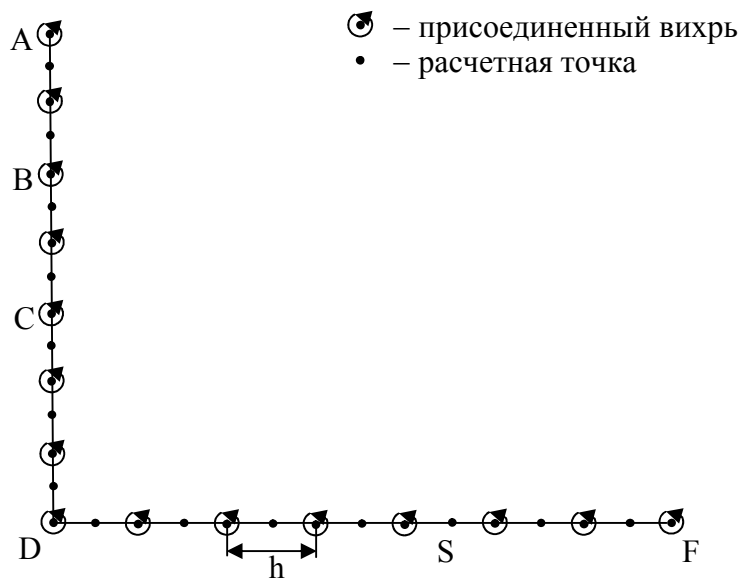


Рис. 3.13. Дискретизация границы области течения

Рассмотрим начальный момент времени  $t = 0$ . При  $t = 0$  существуют только присоединенные вихри. Свободных вихрей, сошедших с точки  $S$  (точки отрыва потока), нет. Скорость в расчетной точке  $x_i$  вдоль направления внешней нормали к границе определится путем суммирования воздействия на нее всех вихрей:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j), \quad (3.39)$$

где  $\Gamma(\xi_j)$  – циркуляция вихря, расположенного в точке  $\xi_j$ ;  $n$  – количество присоединенных вихрей;

$$G(x_i, \xi_j) = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi \cdot [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$\{n_1, n_2\}$  – координаты единичного вектора внешней нормали  $\hat{n}$  в точке  $x_i(x_1, x_2)$ ;  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты точки  $\xi_j$  расположения вихря. Функция  $G(x_i, \xi_j)$  выражает значение скорости в точке  $x_i$ , вызываемой действием в точке  $\xi_j$  вихря единичной циркуляции.

Заметим, что при дискретизации границы области, показанной на рис.3.13, количество расчетных точек на 1 меньше, чем присоединенных вихрей. Поэтому, изменяя  $i$  в формуле (3.39) от 1 до  $n-1$ , получим систему  $n-1$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными. Добавим к системе (3.39) условие неизменности циркуляции вихрей:

$$\sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) = 0. \quad (3.40)$$

Решив полученную систему уравнений, найдем неизвестные  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ .

Рассмотрим следующий момент времени  $t = \Delta t$ .

С точки  $S$  вдоль направления нормали к границе, направленной внутрь области, сходит первый свободный вихрь интенсивностью  $\gamma_1$ , равной циркуляции присоединенного вихря, расположенного в точке  $S$ . Заметим, что определение точки отрыва вихревого слоя с гладкой поверхностью является проблемой. Она решается достаточно сложно: с учетом вязкости и с привлечением уравнений пограничного слоя. Выдвинем в качестве гипотезы следующее кинематическое условие для отрыва потока: отрыв вихревого слоя осуществляется между расчетными точками с разными знаками тангенциальной составляющей скорости. Строго говоря, отрыв должен происходить по касательной к поверхности. Однако, в силу дискретности модели это осуществить не удастся, поскольку оторвавшийся вихрь может вылететь за границу области течения. Поэтому первый свободный вихрь помещается над точкой отрыва  $S$  на расстоянии равном шагу дискретности  $h/2$ . Затем он движется по траектории жидкой частицы. Возможно, что с течением времени точка  $S$  будет менять свое положение и соответственно в каждый момент времени необходимо ее расположение определять заново. Естественно предположить, что при значительном увеличении  $t$  точка  $S$  уже не будет «плавать».

Итак, произошел отрыв 1-го свободного вихря из точки  $S$ . Тогда система (3.39) – (3.40) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) = v_n(x_i) - \gamma_1 G(x_i, y_1), \\ \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) + \gamma_1 = 0, \end{cases} \quad (3.41)$$

где  $y_1$  – точка расположения 1-го свободного вихря (на расстоянии  $h/2$  от точки  $S$  по нормали внутрь области течения). Интенсивность  $\gamma_1$  этого свободного вихря не

изменяется, т.е. он будет двигаться с этой интенсивностью, пока не достигнет отсоса ВС.

Решается система (3.41), и вновь находятся циркуляции  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ .

Следующий момент времени  $t = 2 \cdot \Delta t$ . Вновь с точки  $S$  происходит срыв вихря интенсивностью  $\gamma_2$  (он также будет на расстоянии  $h/2$  от точки  $S$  по нормали внутрь области течения). Нужно определить положение вихря  $\gamma_1$  в этот момент времени. Для этого необходимо вычислить скорость  $\{v_x, v_y\}$  в точке его предыдущего положения по формуле (3.39), где  $x_i = \{x_1, x_2\}$  – точка предыдущего положения вихря  $\gamma_1$ . Для вычисления  $v_x$  направление  $\dot{n} = \{1, 0\}$ , а для  $v_y$  –  $\dot{n} = \{0, 1\}$ . Новое положение  $\{x'_1, x'_2\}$  вихря определится из формул:

$$x'_1 = x_1 + v_x \Delta t, \quad x'_2 = x_2 + v_y \Delta t. \quad (3.42)$$

Таким образом, в момент времени  $t = 2 \cdot \Delta t$  существует уже 2 свободных вихря  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . При этом система (3.41) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) = v_n(x_i) - \gamma_1 G(x_i, y_1) - \gamma_2 G(x_i, y_2), \\ \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) + \gamma_1 + \gamma_2 = 0, \end{cases} \quad (3.43)$$

где  $y_2$  – точка расположения вихря  $\gamma_2$ . Решив систему (3.43) и определив интенсивности  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ , вновь находим расположение вихрей  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в следующий момент времени  $t = 3 \cdot \Delta t$ . Составляющие скорости для каждого вихря определяются по формуле:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r), \quad (3.44)$$

где вновь для вычисления  $v_x$  используется  $\dot{n} = \{1, 0\}$ , а для  $v_y$  –  $\dot{n} = \{0, 1\}$ ;  $r = 1$  для вихря  $\gamma_2$  и  $r = 2$  для вихря  $\gamma_1$  (сам на себя вихрь не влияет). Новые координаты вихрей рассчитываются по формулам (3.42). В этот же момент времени  $t = 3 \cdot \Delta t$  происходит срыв из точки  $S$  нового свободного вихря  $\gamma_3$ .

Рассмотрим произвольный момент времени  $t = m \cdot \Delta t$ . В этом случае имеем  $m$  свободных вихрей. При этом система (3.43) примет вид:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) = v_n(x_i) - \sum_{k=1}^m \gamma_k G(x_i, y_k), \\ \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) + \sum_{k=1}^m \gamma_k = 0. \end{cases} \quad (3.45)$$



Решив эту систему и определив  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ , находим положения вихрей  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$  в момент времени  $t = (m+1)\Delta t$ . Для нахождения составляющих скорости каждого вихря используется формула:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r). \quad (3.47)$$

Новые координаты вихрей определяются по формулам (3.42). В следующий момент времени происходит срыв из точки  $S$  вихря  $\gamma_{m+1}$ .

Если вихрь в определенный момент времени приближается к твердой стенке на расстояние, меньшее  $h/2$ , то он отодвигается от нее по нормали так, чтобы расстояние до границы течения стало равно  $h/2$ . Если то же самое происходит с вихрем и открытым проемом, то вихрь исчезает.

В случае приближения двух вихрей на расстояние, меньшее  $h/2$  (рис.3.14), их взаимное влияние определяется путем линейной аппроксимации:

$$\frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2}. \quad (3.48)$$

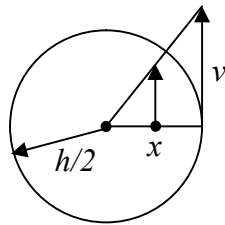


Рис. 3.14.  
К определению взаимного влияния вихрей

Продольные и поперечные пульсации скорости определяются по формулам:

$$v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}, \quad (3.49)$$

где  $\langle v_x \rangle, \langle v_y \rangle$  – осредненные за  $M$  моментов времени составляющие скорости;  $v_{kx}, v_{ky}$  – составляющие скорости в  $k$ -й момент времени;  $v_x, v_y$  – составляющие скорости в данный момент времени;  $m, M+m$  – начальный и конечный моменты времени для расчета пульсаций.

Среднеквадратичные продольные и поперечные пульсации скорости определяются по формулам:

$$\left( \langle v'^2_x \rangle \right)^{1/2} = \left[ \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{kx})^2 \right]^{1/2}, \quad \left( \langle v'^2_y \rangle \right)^{1/2} = \left[ \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{ky})^2 \right]^{1/2}, \quad (3.50)$$

где  $v'_{kx}, v'_{ky}$  – продольные и поперечные пульсации скорости в  $k$ -й момент времени.

### 3.3.2. Результаты расчета

На основании построенных алгоритмов расчета разработана компьютерная программа, позволяющая строить вихревую структуру течения, линии тока, определять поле скоростей, вычислять пульсации и среднеквадратичные пульсации скорости, изменять геометрические и кинематические параметры течения.

Проведенные по программе методические исследования позволили выбрать шаг дискретности  $h = 0,01$  и получить следующую формулу для шага по времени:

$$\Delta t = \frac{h}{4v_0} \left( \frac{H}{a} \right)^2. \quad (3.51)$$

Количество присоединенных вихрей на отрезках АВ - 70, ВС - 10, DF - 300. На отрезке CD - 20,30,40, что соответствует случаям  $H/a = 2, 3, 4$ . В расчетах скорость  $v_0 = 1$ .

Как видно из рис.3.15 ( $H/a = 2$ ), точка отрыва с течением времени смещается вправо, но скорость ее движения замедляется, и в определенный момент времени она останавливается. Вихревая область течения, полученная по программе (рис.3.16а, рис.3.17), имеет похожее очертание с данными эксперимента (рис.3.18) [2].

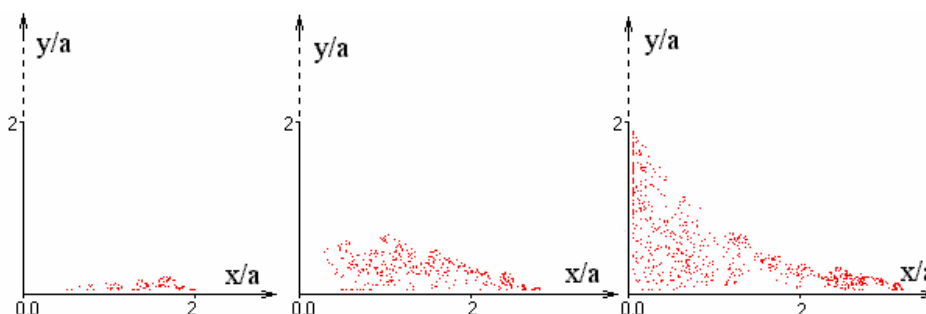


Рис. 3.15. Развитие вихревой структуры во времени  
( $t = 1, 4, 8$  слева направо)

Визуализированная вихревая зона (рис.3.18) получена в [115] следующим образом. Плоское течение в опытах имитировалось с помощью двух горизонтальных плоскостей. Нужная геометрия отсоса создавалась вертикальными пластинами. Воздух отсасывался из сформированной таким образом области пылесосом. В начале опыта нижняя плоскость покрывалась измельченной луковой шелухой. При действии пылесоса вся шелуха, кроме находящейся в вихревой зоне, уносилась в отсос. Пунктиром на фотографии рис.3.18 нанесена граница вихревой зоны, рассчитанная по формулам, полученным с помощью метода Жуковского [114].

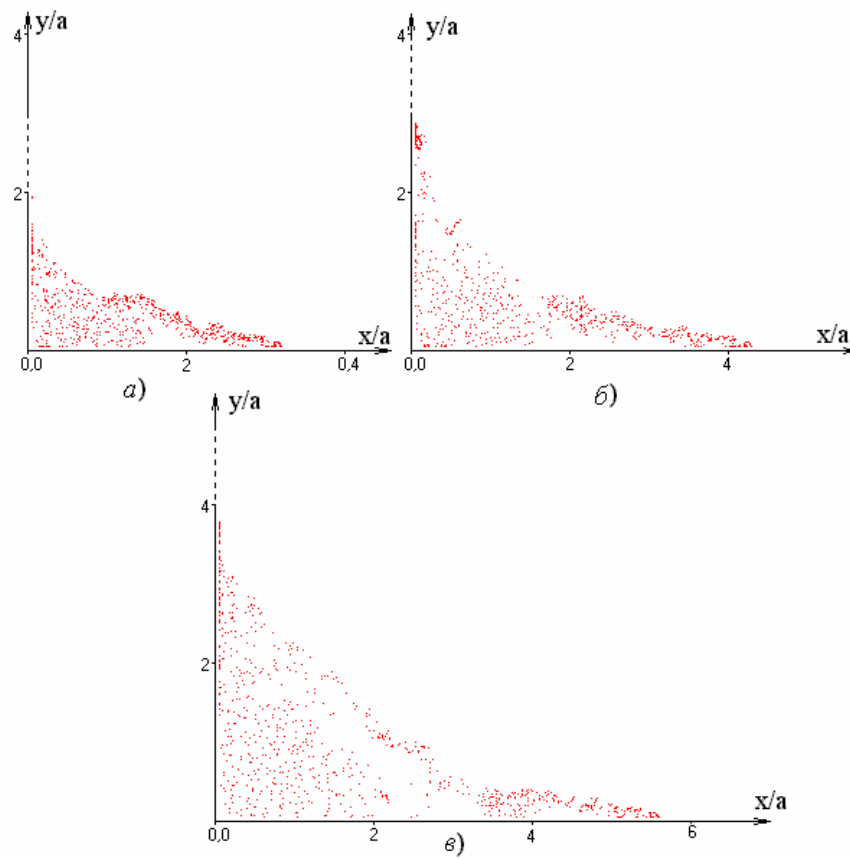


Рис. 3.16. Вихревая структура течения при:  
 а)  $H/a=2$ ;  $t=10,04$ ;  $S_x = 0,32$ ; б)  $H/a=3$ ;  $t=21,02$ ;  $S_x = 0,44$ ; в)  $H/a=4$ ;  $t=33,88$ ;  $S_x = 0,56$

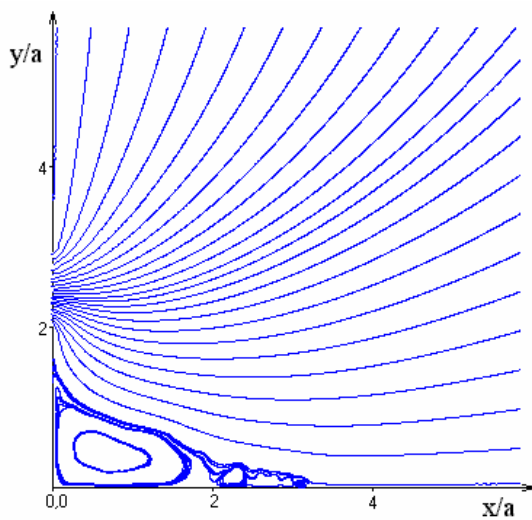


Рис. 3.17. Линии тока при  $H/a=2$ ,  $t=10,04$

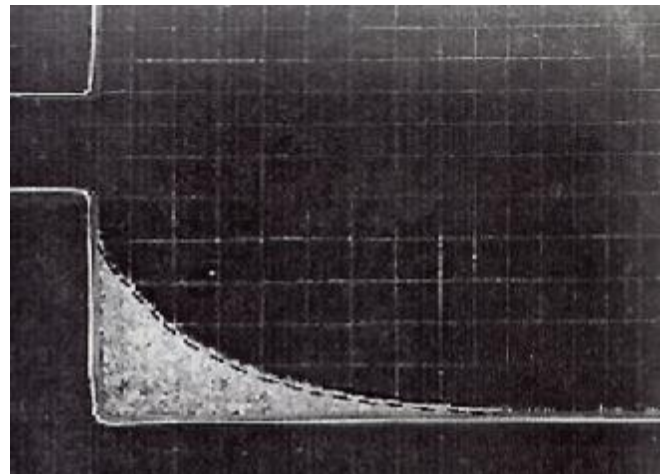


Рис. 3.18. Фотография очертания вихревой области вблизи бокового отсоса при  $H/a = 2$

В работе [115] предложена формула для определения абсциссы точки отрыва

$$S_x / a = 1,316 \cdot H/a + 0,47. \quad (3.52)$$

Полученные по программе значения абсциссы точки отрыва имеют удовлетворительное согласие с экспериментом и формулой (3.52) (табл.1).

Таблица 3.1

Абсциссы точки отрыва  $X_S/a$

	$H/a=1$	$H/a=2$	$H/a=3$	$H/a=4$
Расчет по программе	2	3,2	4,3	5,6
Эксперимент	2	3,65	4,7	6,0
Расчет по формуле (3.52)	1,79	3,1	4,2	5,7

Заметим, однако, что такое сопоставление с экспериментом достаточно условно. Поскольку луковичная шелуха – это все же не частицы воздуха.

Очертание вихревой зоны хотя и несущественно, но постоянно изменяется во времени. Вихри образуются не только в углу, но и вблизи непроницаемой стенки левее точки отрыва (рис.3.17). Турбулентные пульсации наблюдаются как в точках вихревой области (рис.3.19а), так и вне ее. Однако в последнем случае пульсации значительно меньшей интенсивности. Степень турбулентности, характеризуемая величинами  $\left(\langle v_x^2 \rangle\right)^{1/2}$ ,  $\left(\langle v_y^2 \rangle\right)^{1/2}$ , более чем на порядок меньше в безвихревой области, чем внутри нее.

Разработанная программа может быть использована в практике промышленной вентиляции для расчета боковых отсосов открытого типа. Кроме того, предложенный подход для определения точки отрыва может быть использован для расчета вихревых течений, образующихся при натекании воздуха на препятствия. Такие течения, рассматриваемые в практике промышленной вентиляции, наблюдаются при обтекании зданий, экранов, а также при действии местных отсосов в укрытиях кабинного типа.

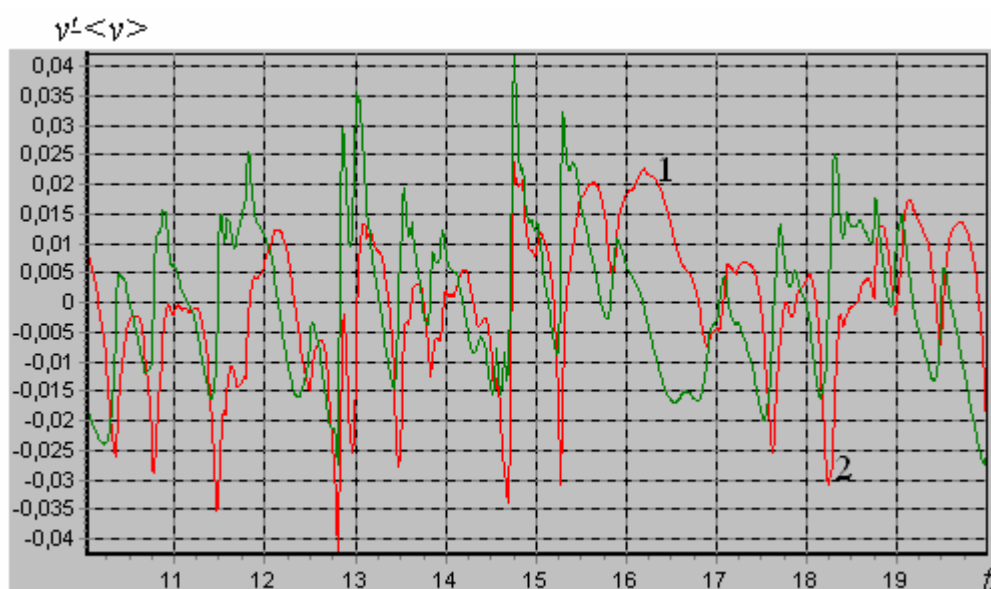


Рис. 3.19. Продольные (1) и поперечные (2) пульсации скорости в точке (0,1;0,1)

$$\langle v_x \rangle = -0,187; \quad \langle v_y \rangle = -0,0075; \quad \left(\langle v_x^2 \rangle\right)^{1/2} = \left(\langle v_y^2 \rangle\right)^{1/2} = 0,013$$

### 3.4. Нестационарные течения у щелевых и круглых отсосов

#### 3.4.1. Течение у щелевого отсоса, расположенного в неограниченном пространстве

Течение идеальной несжимаемой жидкости на входе в щелевой отсос исследовалось методами конформных отображений и граничных интегральных уравнений [22], глава 1 (безотрывная модель): методом Жуковского [16, 89] (отрывное течение) и методом дискретных вихрей [117]. Наиболее перспективным, на наш взгляд, является метод дискретных вихрей (МДВ), позволяющий определять не только очертание вихревых зон течения, но и распределение скоростей в них, в том числе турбулентные характеристики течения. В работе [117] исследовалось течение на основе суперпозиции МДВ и конформных отображений с точным выполнением граничных условий. Однако такой строгий подход возможен для узкого класса задач, где возможно найти функцию, отображающую физическую область течения на геометрическую. К таким областям не относятся плоские многосвязные и пространственные области течения.

Решим задачу о течении у щелевого отсоса, где всасывающее сечение расположено на конечном расстоянии от входного проема в отсос и соответственно граничные условия заданы приближенно. Представляет интерес сопоставление решений, полученных разными способами, и определение геометрических параметров, при которых наблюдается их хорошее согласование.

Как известно, скорость движения воздуха в точке  $x(x_1, x_2)$  вдоль направления  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2\}$ , вызванного действием в точке  $\xi(\xi_1, \xi_2)$  стока интенсивности  $q(\xi)$ , определяется из следующей формулы:

$$v_n(x) = -\frac{(x_1 - \xi_1)n_1 + (x_2 - \xi_2)n_2}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2} \frac{q(\xi)}{2\pi}.$$

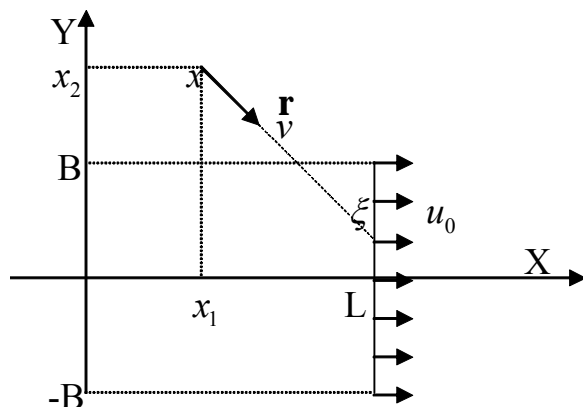


Рис. 3.20. Всасывающий отрезок

Получим скорость движения воздуха в той же точке, вызванного отрезком (рис.3.20) с непрерывно распределенными по нему стоками интенсивностью:

$$q(\xi) = \frac{u_0 \cdot 2B}{2B}.$$

Интегрируя по длине отрезка с учетом того, что  $\xi_1 = L$ ;  $\xi_2 = \xi$ , получим следующее выражение:

$$v_n(x) = -\frac{u_0}{2\pi} \int_{-B}^B \frac{(x_1 - L)n_1 + (x_2 - \xi)n_2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 - \xi)^2} d\xi =$$

$$= -\frac{u_0}{2\pi} \left[ n_1 \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x_2 + B}{x_1 - L} - \operatorname{arctg} \frac{x_2 - B}{x_1 - L} \right\} - \frac{n_2}{2} \ln \frac{(x_1 - L)^2 + (x_2 - B)^2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 + B)^2} \right].$$

Рассмотрим течение у щелевидного отсоса (рис.3.21).

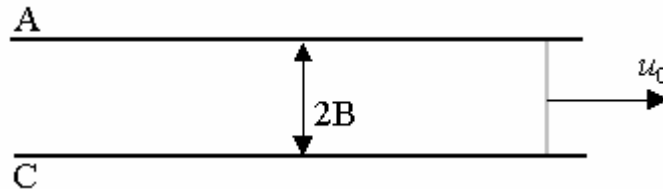


Рис. 3.21. Щелевой отсос, свободно расположенный в пространстве

С точек А и С происходит отрыв потока (сход вихревой пелены). Проследим развитие вихревой структуры с течением времени. Будем считать стенки бесконечно тонкими. Расположим по границе области расчетные точки и точки расположения присоединенных вихрей так, как показано на рис.3.22.

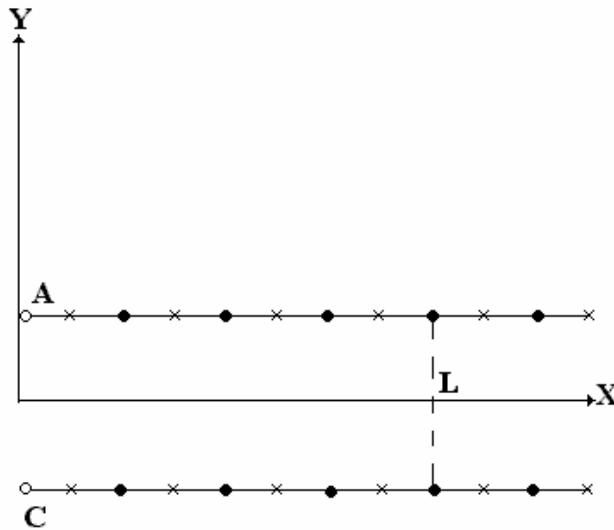


Рис. 3.22. Дискретизация границы области:

- × – расчетные точки;
- – присоединенные вихри;
- – свободные вихри

Шаг дискретизации –  $h$  (расстояние между соседними расчетной точкой и вихрем). Количество расчетных точек –  $2N$ , присоединенных вихрей –  $2N - 2$ , свободных – 2. Такое расположение вихрей будет наблюдаться в начальный момент времени:  $t = 0$ . Неизвестные циркуляции вихрей определяются из условия непротекания на границе:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p = 0, \quad (3.53)$$

где

$$G^{pk} = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_1 - \xi_1)n_2 - (x_2 - \xi_2)n_1}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}, \quad (3.54)$$

$$F^p = -\frac{u_0}{\pi} \left[ n_1 \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x_2 + B}{x_1 - L} - \operatorname{arctg} \frac{x_2 - B}{x_1 - L} \right\} - \frac{n_2}{2} \ln \frac{(x_1 - L)^2 + (x_2 - B)^2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 + B)^2} \right],$$

$x(x_1, x_2)$  – расчетная точка,  $\xi(\xi_1, \xi_2)$  – точка расположения вихря,  $L$  – удаленность всасывающего отрезка от начала координат.

В следующий момент времени  $t = \Delta t = h/u_0$  первые свободные вихри смещаются внутрь области течения. Их новое положение определяется из формул:

$$x' = x + v_x \Delta t, \quad y' = y + v_y \Delta t, \quad (3.55)$$

$(x, y)$  – старое положение свободного вихря,  $(x', y')$  – новое,  $(v_x, v_y)$  – составляющие вектора скорости в точке  $(x, y)$ .

В этот момент времени система уравнений (3.53) с учетом появившихся двух свободных вихрей будет иметь следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p + G_1^{p1} \gamma_1^1 + G_2^{p1} \gamma_2^1 = 0, \quad (3.56)$$

где  $\gamma_1^1, \gamma_2^1$  – циркуляции двух сорвавшихся свободных вихрей в 1-й момент времени, равные циркуляциям свободных вихрей в точках А и С в предыдущий момент времени. Эти циркуляции не будут изменяться в последующие моменты времени. Величины  $G_1^{p1}, G_2^{p1}$  определяются из формулы (3.55), в которой  $(x_1, x_2)$  – координаты в  $p$ -й расчетной точке,  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты соответственно 1 или 2-го свободного вихря. Решив систему (3.56), получим новое распределение циркуляций граничных вихрей. С острых кромок срываются еще 2 вихря с циркуляциями  $\gamma_1^2, \gamma_2^2$ . Вихри  $\gamma_1^1, \gamma_2^1$  приобретают новое положение.

В момент времени  $t = m \cdot \Delta t$  система уравнений (3.53) преобразуется к виду:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p + \sum_{k=1}^m (G_1^{pk} \gamma_1^k + G_2^{pk} \gamma_2^k) = 0. \quad (3.57)$$

В величинах  $G_1^{pk}, G_2^{pk}$  нижние индексы обозначают, что вихри срываются соответственно с 1 и 2-й кромок (верхней и нижней). Индекс  $k$  обозначает, что вихрь сорвался в  $k$ -й момент времени.

Решив эту систему, получим распределение граничных вихрей в  $m$ -й момент времени. С острых кромок вновь срываются вихри. Остальные вихри приобретают новые положения. Когда вихри достигают всасывающего отрезка, то исчезают.

По построенным алгоритмам разработана компьютерная программа, при расчетах по которой было обнаружено, что симметрия расположения свободных

вихрей нарушается с течением времени. Такой эффект обусловлен наличием погрешности при выполнении вычислений. Например, циркуляции симметричных присоединенных вихрей после первого их вычисления отличаются на величину порядка  $10^{-14} - 10^{-16}$ . Это приводит к тому, что первые свободные вихри имеют также различные циркуляции и примерно на такой же порядок отличающиеся координаты. В результате после секунды моделирования отличия в расположении вихрей в верхней и нижней половине начинают наблюдаться визуально. Поэтому было решено поддерживать симметрию расположения вихрей искусственно путем модификации алгоритма. При этом реально вычислялись координаты только верхних вихрей, а нижние вихри располагались симметрично относительно оси ОХ.

Исследовался случай, когда расстояние между соседними расчетными точками  $h = 0,0075$  м; общее количество расчетных точек – 320 (т.е. на каждом отрезке по 160); полуширина отсоса – 0,15 м, абсцисса всасывающего отрезка – 1 м, скорость воздуха, протекающего через всасывающий отрезок – 1 м/с; шаг по времени  $\Delta t = 0,005$  секунд.

Расположение свободных вихрей и линии тока после 3 секунд моделирования показано на рис.3.23.

Построение очертания вихревой области, полученной разными методами (рис.3.24), показывает их практическое совпадение при удалении от входного проема на расстояние  $L/2B = 10$ . Различие величин осевой скорости, полученных методом Жуковского и МДВ, не превышает 5% (табл.3.2).

Был произведен расчет профилей осредненной по времени скорости в различных сечениях канала. Под средней скоростью в данном случае понималась средняя величина продольной (горизонтальной) составляющей скорости в исследуемых точках (поперечная составляющая мала и не оказывает существенного влияния на величину скорости), вычисляемая следующим образом:

$$\langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt ,$$

где подынтегральная функция  $u_x(t)$  есть продольная составляющая мгновенной скорости в момент времени  $t$ ;  $\tau$  – момент времени начала осреднения;  $\tau+T$  – момент времени окончания осреднения.

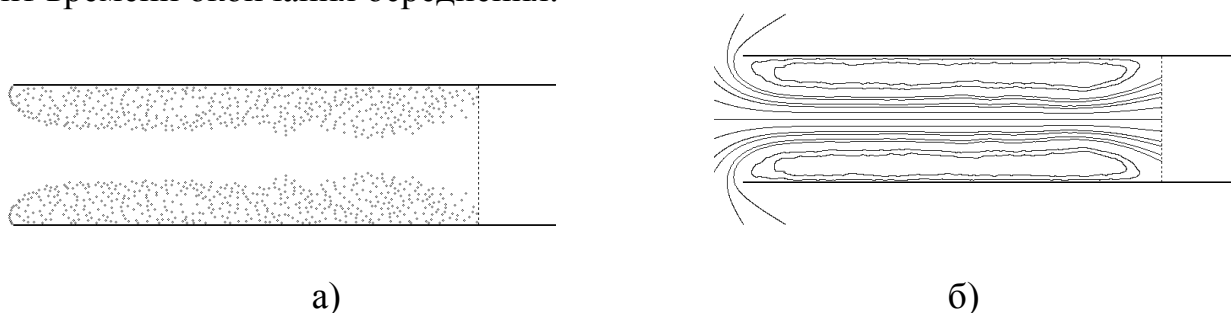


Рис. 3.23. Вихревая структура течения (а) и линии тока (б)



В дискретной форме осредненная по времени скорость (ее продольная составляющая) вычисляется следующим образом:

$$\langle u_x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=m}^{m+M} u_x(t_i),$$

где  $m$  – начальный момент осреднения,  $m+M$  – конечный момент осреднения.

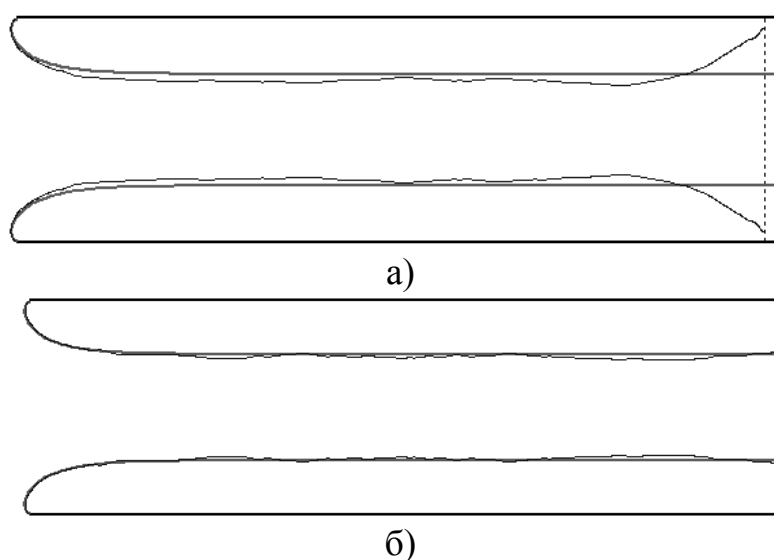


Рис. 3.24. Очертание вихревой области по методу Жуковского и по программе:  
а)  $t = 3$  с; абсцисса всасывающего отрезка  $L = 1$  м; б)  $t = 3,5$  с;  $L = 1,5$  м

Таблица 3.2

Сравнение значений осевой скорости при расчете по программе и по методу Жуковского

Абсцисса, м	Осевая скорость, рассчитанная по программе, м/с	Осевая скорость, рассчитанная по методу Жуковского, м/с
0	1,342	1,285
-0,1	0,650	0,646
-0,2	0,350	0,352
-0,3	0,224	0,226
-0,4	0,160	0,163
-0,5	0,124	0,126
-0,6	0,100	0,102

На рис.3.25 приведено сравнение профилей средней скорости, построенных по программе, с профилями, полученными в [6]. Расчет производился в четырех сечениях при  $x/h = 0,3 \div 2,5$ . На рис.3.25а профили для сечений  $x/h = 0,6$  и  $x/h = 2,5$  не показаны, потому что они практически совпадают с профилем при  $x/h = 1,3$ . Здесь же приведены результаты эксперимента [118] для круглого канала с острой кромкой при  $x/h = 0,7; 1,5$  и  $2,7$ .

Как и в работе [117], в расчетах по разработанной программе наблюдается возвратное течение вблизи стенок.

Среднеквадратичные продольные пульсации скорости определяются по формуле:

$$\left(\langle u_x'^2 \rangle\right)^{1/2} = \left[ \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (u'_{kx})^2 \right]^{1/2},$$

где  $u'_{kx} = u_x(k) - \langle u_x \rangle$  – величина продольной пульсации в момент времени  $k$ .

Сравнение профилей среднеквадратичных продольных пульсаций скорости  $e_u = (\langle u_x'^2 \rangle)^{1/2} / u_0$  в сечении  $x/2B=0,6$ , полученных по разработанной программе, по данным расчетов [117] и опытным данным [118], показано на рис.3.26.

Циркуляция срывающегося с острой кромки вихря изменяется существенно только в начальный промежуток времени (рис.3.27), затем колеблется около определенного значения. Аналогичное наблюдение зафиксировано и в работе [116].

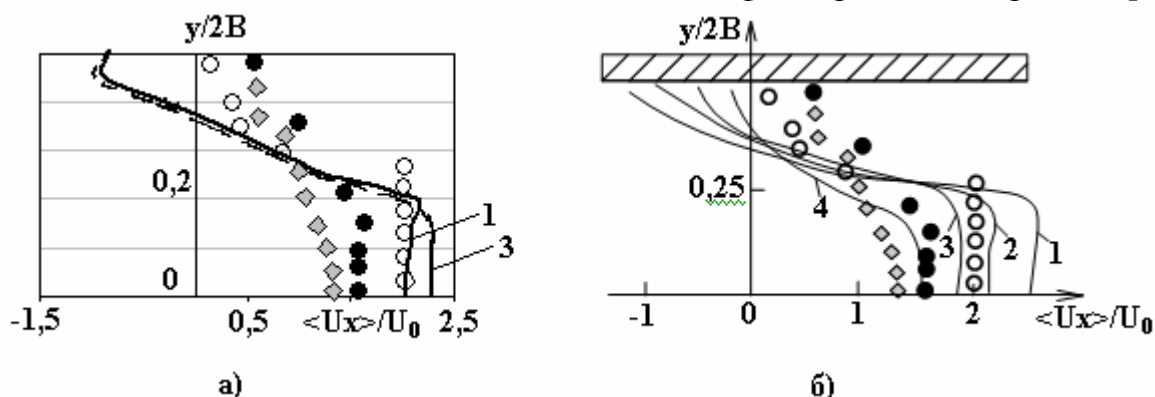


Рис. 3.25. Профили средней скорости в сечениях канала: а) расчет по программе; б) результаты, представленные в [116]. Расчет: 1 –  $x/2B = 0,3$ ; 2 –  $x/2B = 0,6$ ; 3 –  $x/2B = 1,3$ ; 4 –  $x/2B = 2,5$ .

Эксперимент для круглого канала:  $\bullet$  –  $x/2B = 0,7$ ;  $\bullet$  –  $x/2B = 1,5$ ;  $\diamond$  –  $x/2B = 2,7$

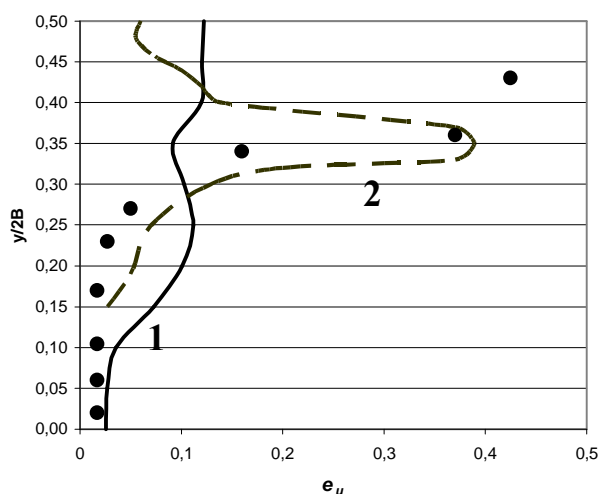


Рис. 3.26. Профиль продольных пульсаций скорости в сечении  $x/2B = 0,6$ : 1 – расчет по программе; 2 – профиль, представленный в [116];  $\bullet$  – эксперимент

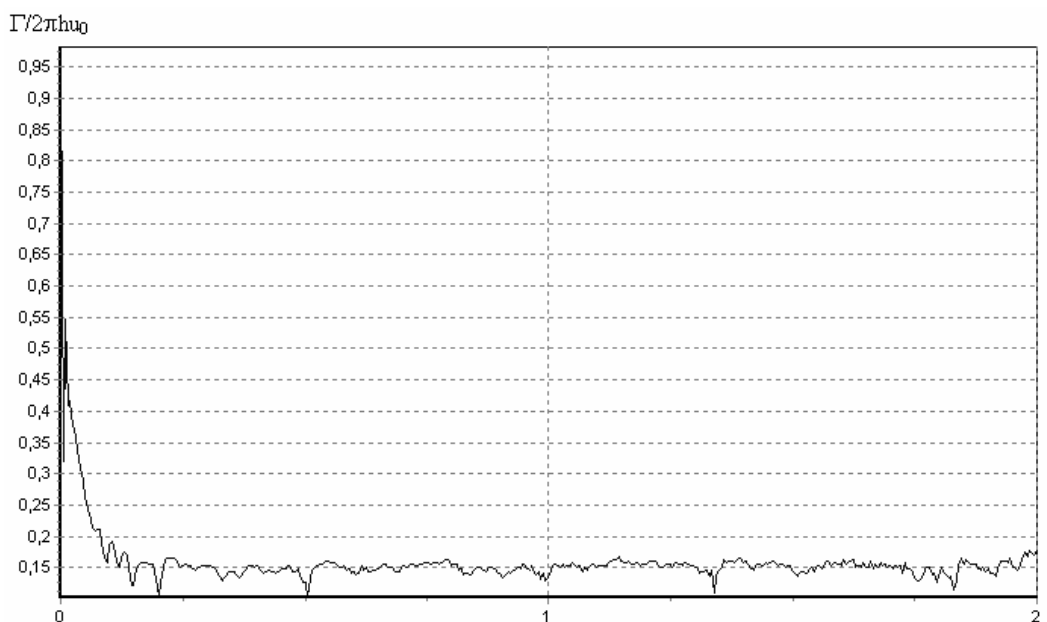


Рис. 3.27. График изменения циркуляции вихрей, срывающихся с кромки отсоса

Предложенный подход построения решения рассматриваемой задачи с приближенным выполнением граничных условий позволяет решить ряд новых задач о течениях воздуха вблизи всасывающих отверстий в многосвязных плоских и пространственных областях.

### 3.4.2. Течения у щелевых отсосов-раструбов

Широкое применение в промышленной вентиляции местных отсосов - раструбов (всасывающих зонтов) обусловило значительный интерес в изучении течений вблизи них. Наилучшее согласование с опытными данными демонстрируют результаты, полученные с учетом отрыва потока с острых кромок отсосов. С использованием методов теории функций комплексного переменного (метод Н.Е.Жуковского) в [124] и п.4.4 определено очертание первой вихревой области, возникающей на входе в раструб. Однако указанный метод не позволяет рассчитать поле скоростей внутри вихревой области и проследить развитие вихревой структуры во времени.

Целью данного исследования является расчет поля скоростей вблизи отсосов-раструбов с учетом схода вихрей со всех острых кромок, а также определение очертаний крупномасштабных вихревых структур на входе в раструб.

Задачу будем решать в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости на основе метода дискретных вихрей. Всасывающий проем TS (рис.3.28) расположим на конечном расстоянии от входа в проем, т.е. граничное условие для скорости на бесконечности –  $v_0$  будет выполнено приближенно, что позволит в дальнейшем перейти к осесимметричной задаче. Интересующие нас параметры течения показаны на рис.3.29.

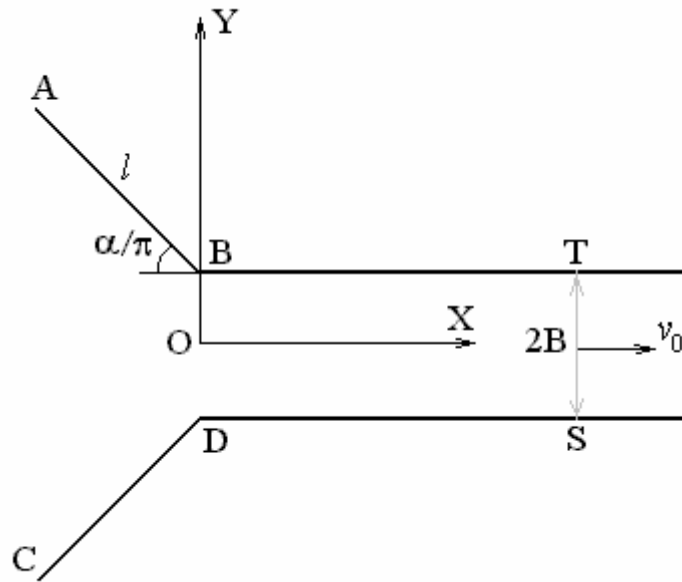


Рис. 3.28. Отсос-раструб

Границу области дискретизируем расчетными  $N-1$  точками и присоединенными вихрями, как показано на рис.3.30. Расчетные точки расположены посередине между присоединенными вихрями. Шаг дискретности равен  $h$  (расстояние между двумя соседними присоединенными вихрями). В расчетных точках заданы значения граничной нормальной составляющей скорости. Она равна нулю всюду, кроме всасывающего проема TS, где  $v_n = v_0$ .

В начальный момент времени жидкость покоится во всех точках пространства. В следующий момент времени «включается» отсос в проеме TS и сходят вихри со всех острых кромок A, B, C, D по направлению движения потока.

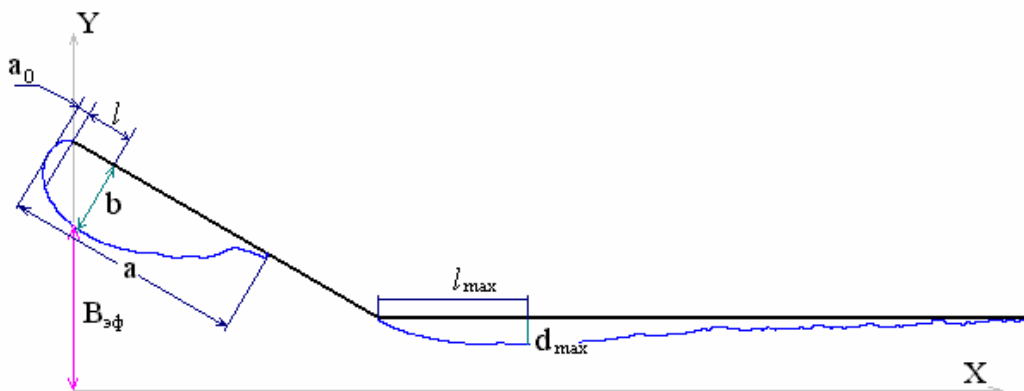


Рис. 3.29. Искомые параметры течения

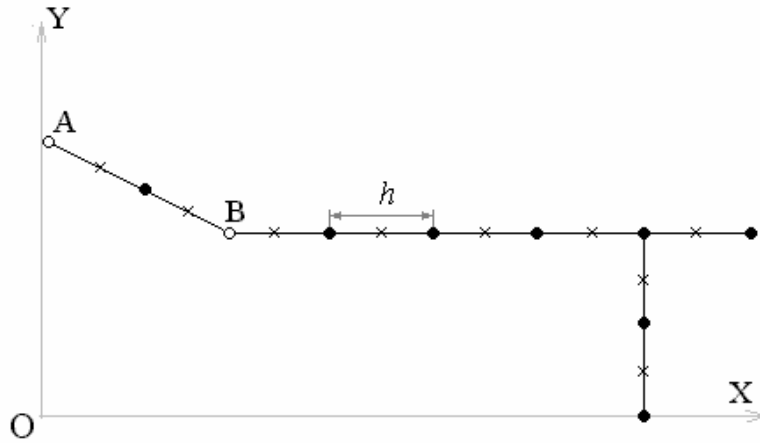


Рис. 3.30. Дискретизация границы области:  
 × – расчетные точки; ● – присоединенные вихри; ○ – свободные вихри

Скорость в  $p$ -й расчетной точке в  $m$ -й момент времени вдоль направления внешней нормали  $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$  может быть выражена путем сложения действия на нее всех присоединенных и свободных вихрей:

$$v_n^p = \sum_{k=1}^N \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^4 G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau, \quad (3.58)$$

где  $\Gamma^k$  – циркуляция  $k$ -го присоединенного вихря;

$$G^{pk} = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi \cdot [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad (3.59)$$

$(x_1, x_2)$  – координаты  $p$ -й расчетной точки;  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты  $k$ -го присоединенного вихря;  $m$  – момент времени;  $G_l^{p\tau}$  – функция, выражающая влияние свободного вихря с интенсивностью  $\gamma_l^\tau$ , сорвавшегося с  $l$ -й точки в момент времени  $t = \tau\Delta t$ , на эту же  $p$ -ю точку. Функция  $G_l^{p\tau}$  вычисляется по формуле (3.59), где  $(\xi_1, \xi_2)$  – координаты вихря интенсивности  $\gamma_l^\tau$ .

К уравнению (3.58) нужно добавить условие неизменности циркуляции:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^4 \gamma_l^\tau = 0. \quad (3.60)$$

В  $m+1$  момент времени количество свободных вихрей увеличивается на 4 за счет схода их с 4 точек потока. Все вихри, находившиеся в потоке до этого момента времени, приобретают свои новые положения:

$$x' = x + v_x \Delta t, \quad y' = y + v_y \Delta t,$$

где  $v_x, v_y$  – составляющие скорости (вычисляются по формуле (3.58)), вызываемой действием на точку предыдущего расположения вихря  $(x, y)$  всей вихревой системы в  $m$ -й момент времени за исключением самого вихря.

Затем вновь решается система (3.58), (3.60) и определяются неизвестные циркуляции. Появляются новые вихри, старые приобретают новые положения и т.д.

Если вихрь в определенный момент времени приближается к твердой стенке на расстояние, меньшее  $h/2$ , то он отодвигается от нее по нормали так, чтобы расстояние до границы течения стало равным  $h/2$ . Если то же самое происходит с вихрем и открытым проемом, то вихрь исчезает.

В случае приближения двух вихрей на расстояние  $x < h/2$  их взаимное влияние определяется путем линейной аппроксимации:

$$\frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2},$$

где  $v(x)$ ,  $v$  – скорости, вызываемые вихрем в точке на расстоянии  $x$  и  $h/2$  от него соответственно.

В расчетах шаг дискретизации  $h=0,01$ ; расстояние до всасывающего отрезка TS равно 2; полуширина (калибр) отсоса – 0,15; скорость  $v_0=1$ . В дальнейших расчетах перейдем к безразмерным единицам. Все линейные размеры будем относить к полуширине отсоса, скорость – к  $v_0$ . Под первой вихревой областью будем понимать область, возникающую в результате срыва потока с т. А, под второй – с т. В. Вихревые области, возникающие при срыва потока с т. С и D, симметричны вышеуказанным относительно оси OX.

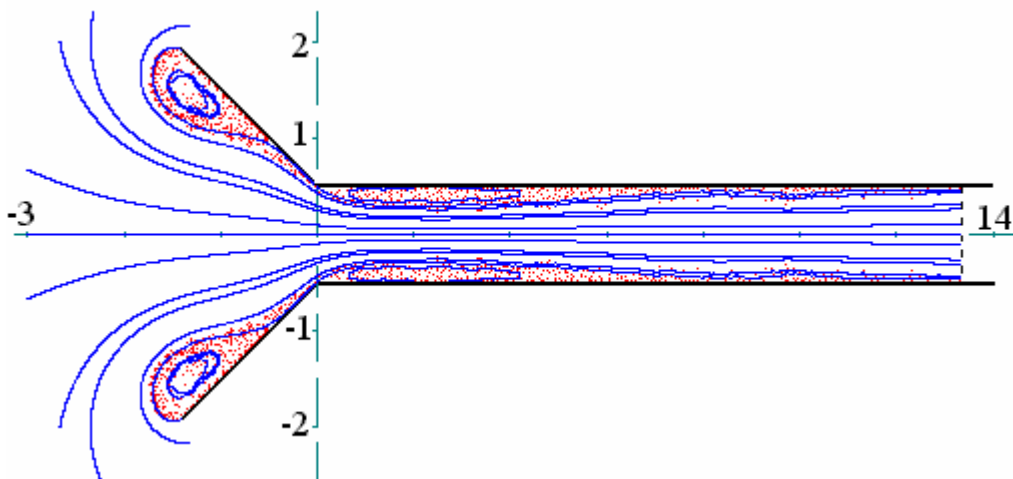


Рис. 3.31. Линии тока и вихревая структура течения на входе в щелевой отсос-раструб с углом раскрытия  $45^\circ$  и длиной в 4 калибра

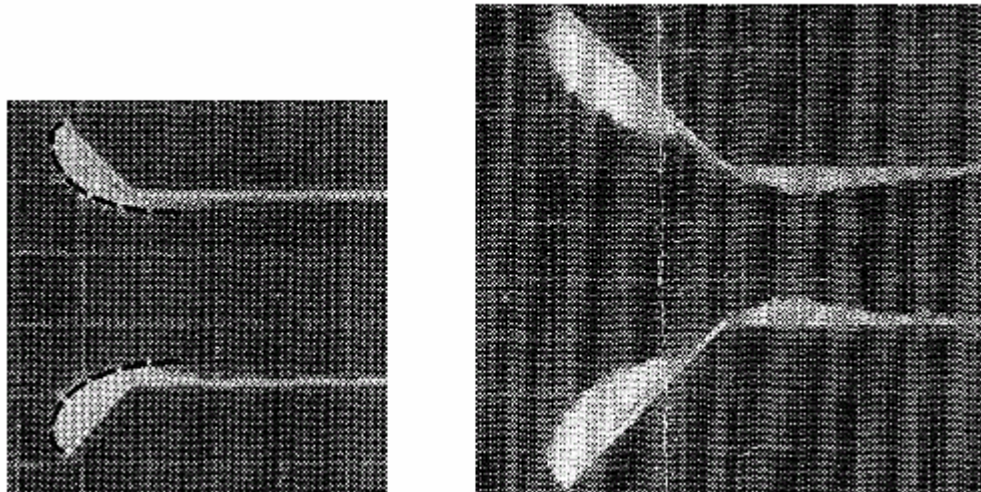


Рис. 3.32. Фотографии вихревых областей в экспериментах с луковичной шелухой [125]

Расчетные параметры определялись по разработанной программе путем построения линии тока, начинающейся на острой кромке А, после того как свободные вихри полностью заполняют расчетную область: свободные вихри, сорвавшиеся с кромок А, С, начинают проникать во вторую вихревую область; свободные вихри, сорвавшиеся с кромок В, D достигают всасывающего отрезка TS; размеры вихревых областей перестают изменяться в одном направлении, а начинают колебаться с течением времени. После этого выбирались, случайным образом, пять моментов времени и производилось осреднение полученных величин. Длительность расчета достаточно велика. При шаге по времени  $\Delta t = h/v_0 = 0,01$  расчет производился до  $4 < t < 17$  в зависимости от угла  $\alpha$  и длины раструба  $d$ .

Полученная вихревая структура течения (рис.3.31) имеет похожее очертание с опытными данными (рис.3.32) и расчетами, выполненными по методу Жуковского [124].

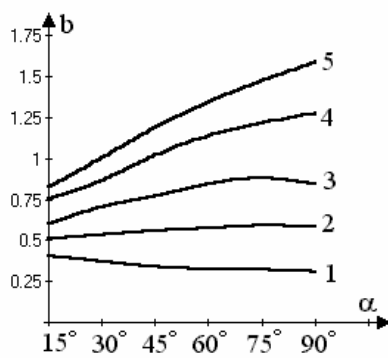
Для расчета очертания первой вихревой области предлагается следующее уравнение:

$$\begin{cases} \frac{(x+c)^2}{m^2} + \frac{(y-r)^2}{n^2} = 1, & -b \leq x \leq 0, \quad r \leq y \leq a, \\ x = -\frac{b}{2} \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{r} \right), & 0 \leq y \leq r, \end{cases} \quad (3.61)$$

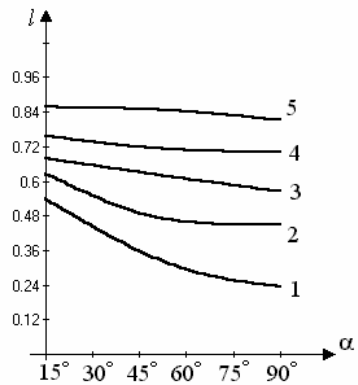
где

$$r = -l - a_0 + a, \quad n = l + a_0, \quad m = b - c, \quad c = \frac{b}{1 + \frac{n}{\sqrt{n^2 - l^2}}}.$$

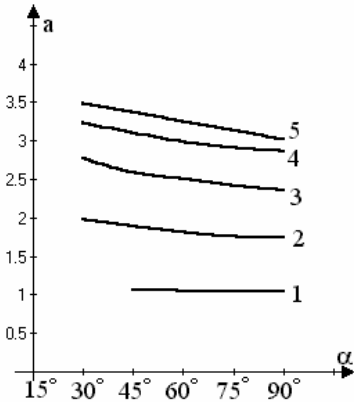
Эта формула применима для так называемых длинных раструбов, т.е. для тех случаев, когда имеем четко выраженные первую и вторую вихревую зоны (рис.3.1.4). С учетом уравнения (3.61) и использованием рис.3.32 можно построить очертание первой вихревой области в системе координат с началом в точке слияния линии тока с раструбом. При этом ось ординат направлена вдоль раструба (рис.3.33). Профилирование отсосов-раструбов по найденным очертаниям позволит снизить энергоемкость отсоса за счет уменьшения аэродинамического сопротивления входа в отсос. Заметим, что при малых длинах раструба либо при малых углах наклона  $\alpha$  первая и вторая вихревая области сливаются.



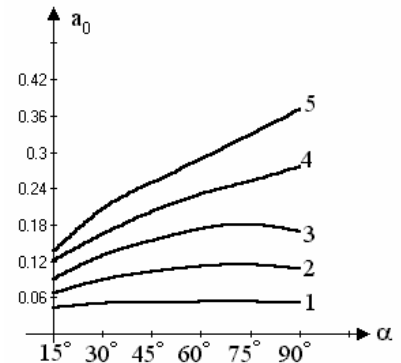
а)



б)



в)



г)

Рис. 3.32. Расчет параметров первой вихревой области (1,2,...,5 - длины раструба)

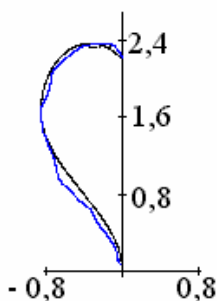


Рис. 3.33. Сравнение расчетов очертания вихревой области, полученных по программе и формуле (4) при  $\alpha=90^\circ$  и длиной раструба в 3 калибра



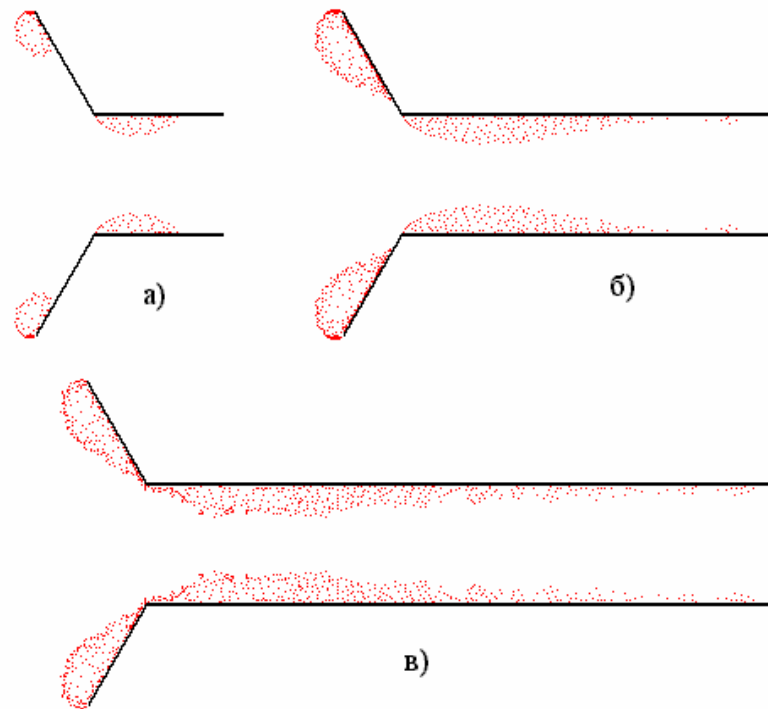


Рис. 3.34. Развитие вихревой структуры во времени для щелевого отсоса-раструба с  $\alpha=60^\circ$  и  $d=2$ : а)  $t=0,5$ ; б)  $t=1,7$ ; в)  $t=3$ ; г)  $t=7,88$

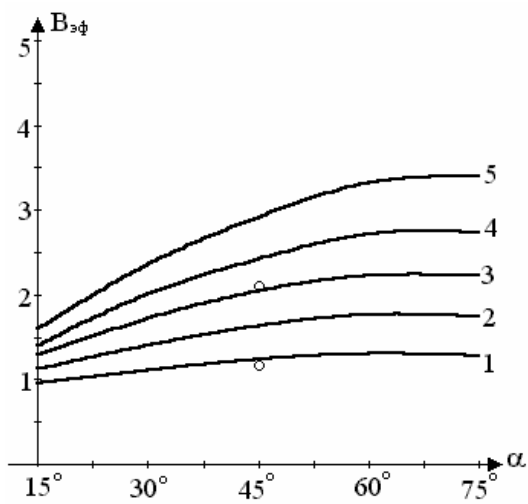


Рис. 3.35. Изменение эффективного размера раструба в зависимости от угла  $\alpha$  и длины  $d$  (1,2,...,5)

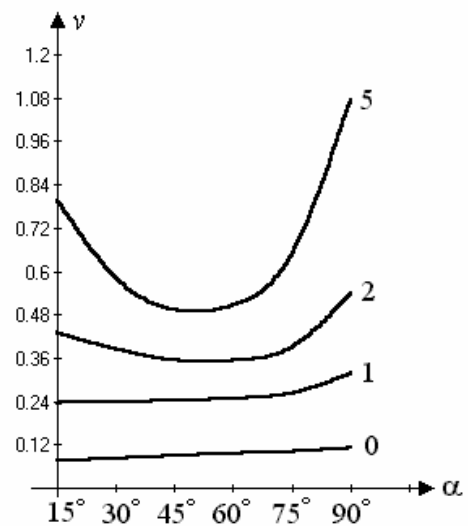


Рис. 3.36. Зависимость скорости от угла наклона угла  $\alpha$  и длины  $d=3$  при разной удаленности от входа в отсос (0; 1; 2; 5)

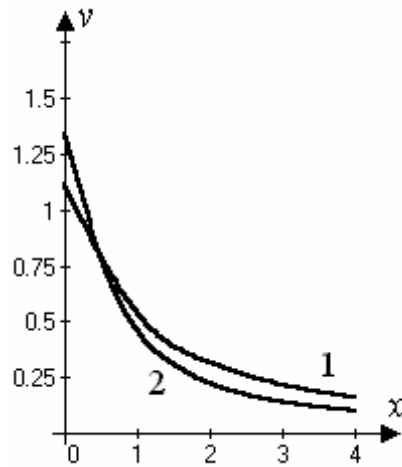
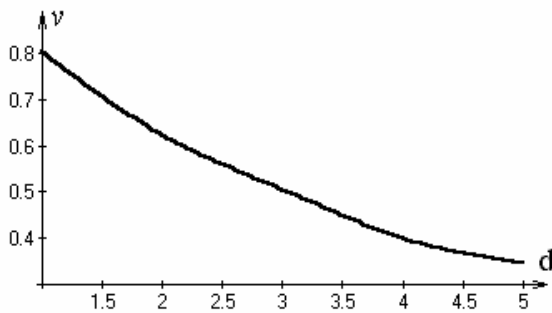
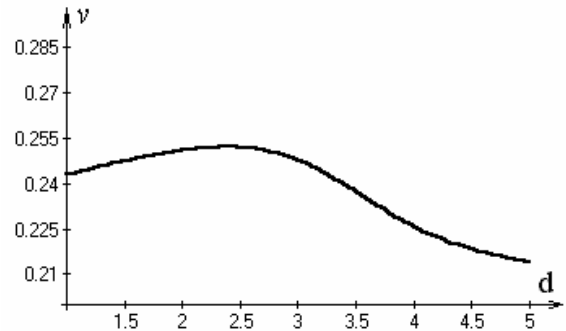


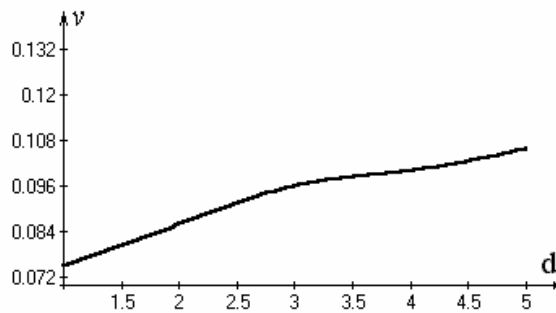
Рис. 3.37. Зависимость скорости от удаленности до всасывающего проема:  
 1 -  $d = 3$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ; 2 -  $d = 0$



а)



б)



в)

Рис. 3.38. Изменение величины осевой скорости при увеличении длины раструба с углом  $\alpha=60^\circ$ : а)  $x=0$ ; б)  $x=2$ ; в)  $x=5$

Эффективный размер всасывания отсоса-раструба (рис.3.35) увеличивается с ростом длины раструба и угла его раскрытия. Нанесенные на рис.3.35 экспериментальные данные рис.3.32 демонстрируют хорошее согласование с опытными данными.

Исследования зависимости величины осевой скорости от длины угла наклона раструба показывают, что вблизи отсоса скорость возрастает с увеличением угла  $\alpha$ , на дальних расстояниях имеет минимум при  $\approx 45-60^\circ$  (рис.3.36). Наибольшее

значение осевой скорости наблюдается во всех случаях при  $\alpha=90^\circ$ . Заметим, что последний факт наблюдался и в безотрывном течении [4]. Отсос с раструбом эффективней отсоса без него на расстояниях, больших половины калибра (рис.3.37). При увеличении длины раструба и фиксированном значении угла  $\alpha$  скорость на входе в отсос падает, однако при удалении, большем 2 калибров, зависимость обратная (рис.3.38).

### 3.4.3. Круглые отсосы-раструбы

В данном случае имеем осесимметричную задачу. Алгоритм расчета строится аналогично, что и для плоской задачи. Границу дискретизируем системой бесконечно тонких вихревых колец и расчетных точек, как показано на рис.3.39. В каждый момент времени с острых кромок сходят два бесконечно тонких кольцевых вихря. Заметим, что для моделирования вихревой пелены будем использовать систему «урезанных» бесконечно тонких вихревых колец без самоиндукции, корректное использование которых доказано в [126]. Это означает, что при подходе к некоторой точке вихревого кольца на расстояние меньше шага дискретности величина скорости в этой точке будет равна нулю.

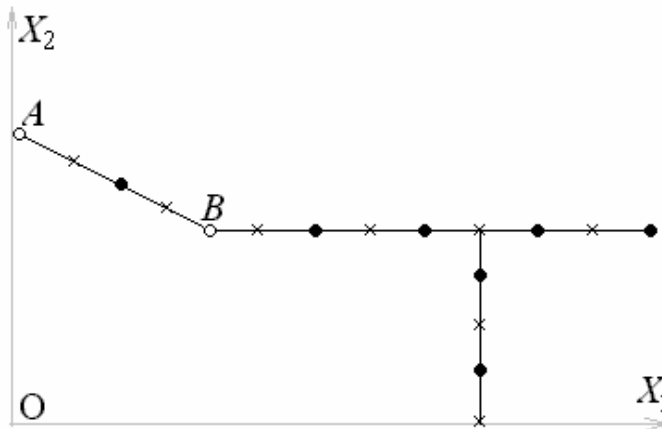


Рис. 3.39. Дискретизация границы области в меридиональной полуплоскости:  
 × – расчетные точки; • – присоединенные вихри; ● – свободные вихри

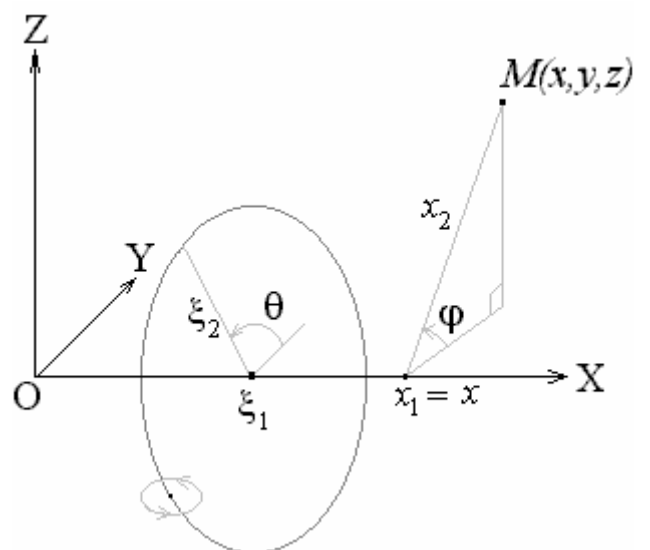


Рис. 3.40. К определению скорости в точке, вызванной действием вихревого кольца

Воздействие на данную точку М, расположенную на большем расстоянии, вдоль направления  $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$  вихревого кольца (рис.3.40), определяется выражением:

$$v_n = v_1 n_1 + v_2 n_2 = \Gamma \cdot \frac{\xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(\xi_2 - x_2 \cos\theta)n_1 + (x_1 - \xi_1)n_2 \cos\theta}{[(x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos\theta]^{3/2}} d\theta.$$

После несложных преобразований выражение для скорости в т.  $(x_1, x_2)$ , индуцируемой бесконечно тонким кольцевым вихрем в т.  $(\xi_1, \xi_2)$  с циркуляцией  $\Gamma(\xi)$ , примет вид:

$$v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}}$$

или по-другому:

$$v_n(x) = \Gamma(\xi) \cdot G(x, \xi), \quad (3.62)$$

где

$$\begin{cases} G(x, \xi) = \frac{(A_1 b + A_2 a)}{b} \cdot \frac{4}{(a-b)\sqrt{a+b}} E(t) - \frac{A_2}{b} \cdot \frac{4}{\sqrt{a+b}} K(t) & \text{при } b \neq 0, \\ G(x, \xi) = \frac{\xi_2^2 \cdot n_1}{2a\sqrt{a}} & \text{при } b = 0, \end{cases} \quad (3.63)$$

$$2x_2 \xi_2 = b > 0, \quad a = (x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 > 0, \quad A_1 = \frac{\xi_2^2 n_1}{4\pi}, \quad A_2 = \frac{\xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1]$$

$K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta} d\theta$  – полные эллиптические интегралы 1 и 2 рода,

$$t = \frac{2b}{a+b},$$

$$K(t) = \sum_{i=0}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=0}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t}; \quad E(t) = 1 + \sum_{i=1}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=1}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t};$$

$c_i, d_i$  взяты из таблиц [123].

Качественно картина течения в осесимметричной задаче аналогична плоской. Однако по величине скорости, индуцируемые круглым отсосом-раструбом (в пространстве), существенно меньше, чем щелевым (в плоскости). Как следствие, параметры вихревой области течения меньше (рис.3.41-3.42). По найденным параметрам первой вихревой области возможно определить ее очертание по той же формуле (3.61) и рис.3.41. Отметим немного завышенные значения осевой

скорости (рис.3.43), рассчитанные по разработанной компьютерной программе, относительно экспериментов, представленных в [16,127]. При увеличении длины раструба и фиксированном значении угла его раскрытия величина осевой скорости падает на удалении до 5 калибров, на большем удалении (рис.3.44) – возрастает.

Профилирование входных проемов местных вентиляционных отсосов по найденным очертаниям позволит снизить энергоемкость систем местной вытяжной вентиляции.

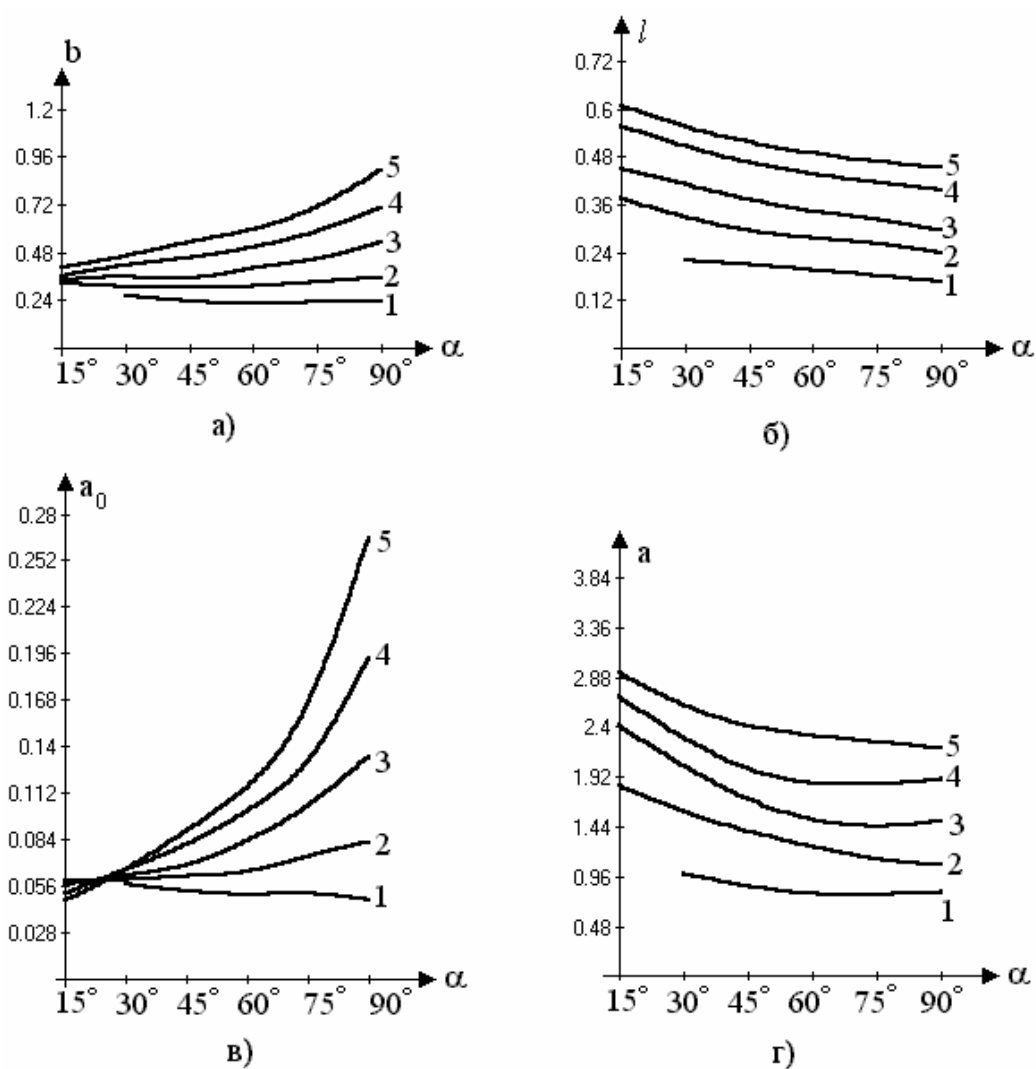


Рис. 3.41. Параметры первой вихревой области на входе в круглый отсос-раструб (1,2,...,5 - длины раструба)

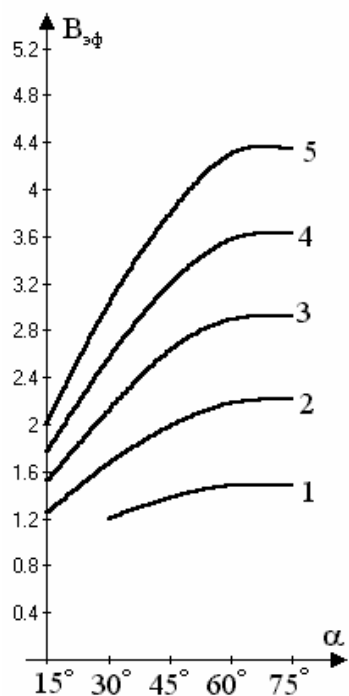


Рис. 3.42. Зависимость эффективного размера круглого отсоса-раструба с углом  $\alpha=60^\circ$  и разными длинами раструба (1,2,...,5)

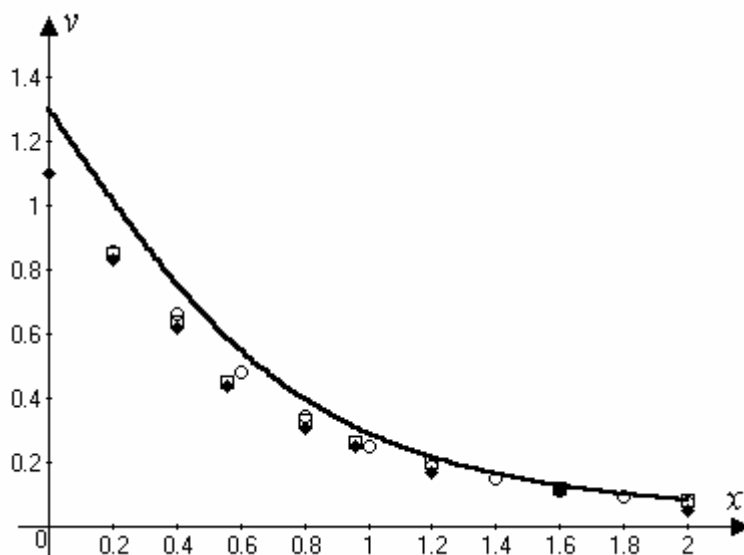


Рис. 3.43. Изменение величины осевой скорости воздуха у круглого отсоса без раструба

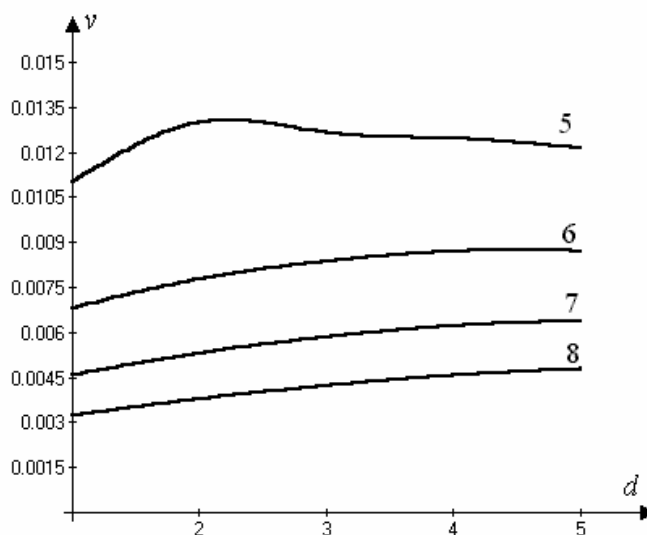


Рис. 3.44. Изменение величины осевой скорости у круглого отсоса-раструба с углом  $\alpha=60^\circ$  в зависимости от длины раструба и разной удаленности (5,6,7,8 калибров) от всасывающего отверстия

### 3.4.4. Экспериментальное определение коэффициентов местных сопротивлений профилированных местных отсосов

Выше предполагалось, что профилирование входных участков отсосов по очертаниям вихревых областей позволило бы существенно улучшить аэродина-

мические характеристики отсосов и, как следствие, уменьшить их необходимую интенсивность. Проверим экспериментально это утверждение.

Согласно найденным по формуле (3.61) границам, были изготовлены накладные профили на отсос-раструб и исследовано, насколько изменяется коэффициент местного сопротивления (КМС) по сравнению с отсосом без указанных профилей.

Общая схема экспериментальной установки показана на рис.3.45, а исследуемые конструкции щелевидных отсосов-раструбов на рис.3.46.

Отсос-раструб зажат между двумя плоскостями. Нижней плоскостью является доска размерами 565×550 мм. Верхняя плоскость – стекло размерами 480×495 мм. Расстояние между стеклом и плоскостью (высота стенок отсоса) – 60 мм. Стенки отсоса длиной 324 мм выполнены из гладкого металла толщиной примерно 2,5 мм. Герметичность в стыках между стенками отсоса и стеклом создается с помощью тонких резиновых полосок, которые прикреплены к верхним торцам стенок. Сколь либо заметного просачивания воздуха в стыках зафиксировано не было. Накладные профили сделаны из картона и гладкой бумаги – теоретическая форма профилей при этом соблюдается достаточно точно.

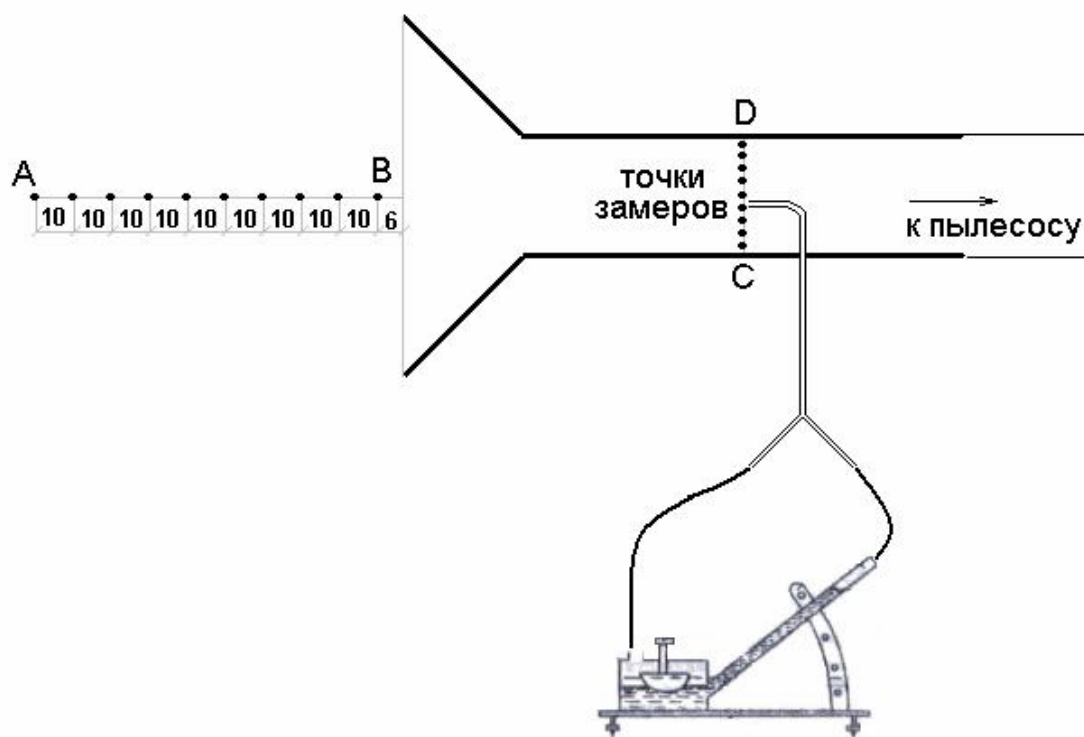


Рис. 3.45. Схема экспериментальной установки

Часть отсоса, выступающая за стекло и доску, герметично закрыта плотным картоном, приклеенным скотчем. В картонном торце отсоса (находится на расстоянии 58 мм от стекла и перпендикулярен ему) имеется отверстие диаметром 30 мм для трубки, ведущей к вентилятору (пылесосу «Витязь-2М»).

Измерения в сечении CD (рис.3.45) проводились с помощью микроманометра ММН-2400(5)-1,0 ТУ 25-01-816-79 и пневмометрической трубки, герметично с ним соединенной гибкими шлангами.

Показание микроманометра с наклонной трубкой  $\Delta L$  пропорционально измеряемому избыточному давлению:

$$\Delta P = \Delta L \cdot K,$$

$$K = \rho_{\text{сп}} g \sin \alpha \left( 1 + \frac{f}{F \sin \alpha} \right),$$

где  $\rho_{\text{сп}} = 0,8095 \text{ г/см}^3$  – плотность раствора спирта в микроманометре;  $\alpha$  – угол наклона трубки микроманометра;  $F \approx 4771 \text{ мм}^2$  – площадь сечения резервуара микроманометра;  $f \approx 28 \text{ мм}^2$  – площадь сечения трубки микроманометра;  $g$  – ускорение свободного падения.

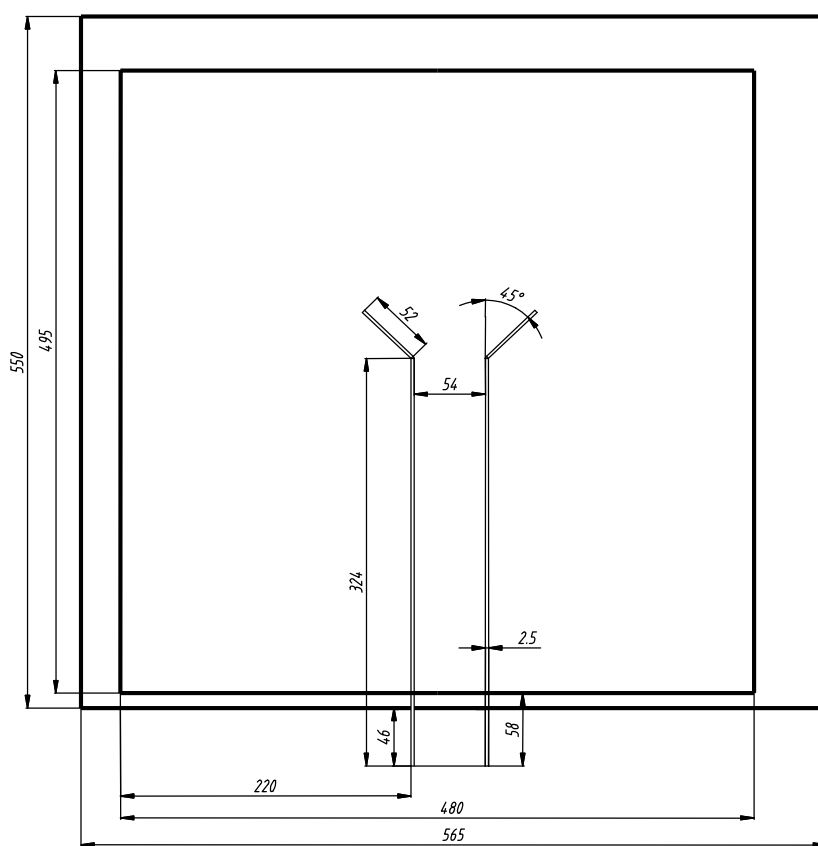


Рис. 3.46. Конструкция отсоса-раструба длиной в 2 калибра, установленного под углом  $45^\circ$

В отсосах с очень маленькими КМС изменение полного давления тоже очень мало. Чтобы измерить микроманометром изменение полного давления, необходимо наклонить трубку со спиртом так, чтобы угол ее наклона  $\alpha$  был как можно меньше. У микроманометра следующие геометрические характеристики:  $L_{\text{ТР}} = 307 \text{ мм}$  – длина трубки микроманометра; в крайнем нижнем положении трубки  $h_1 = 59,5 \text{ мм}$  – расстояние от плоскости стола до нижнего конца трубки;  $h_2 = 73,5 \text{ мм}$  – от плоскости стола до верхнего конца трубки;  $L_{\text{ОСН}} = 260 \text{ мм}$  – длина основания микроманометра;  $H_1 = 44 \text{ мм}$  – высота нижнего (левого) края основания микро-



манометра,  $H_2 = 48$  мм – высота верхнего (правого) края основания микроманометра.

Так как  $H_1 \neq H_2$ , но при этом основание микроманометра выставлено в горизонтальное положение, то это значит, что между плоскостями основания микроманометра и стола имеется угол:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{H_2 - H_1}{L_{ОСН}}\right) = \arcsin\left(\frac{48 - 44}{260}\right) = 0,88^\circ.$$

$$\sin \alpha = \sin\left(\arcsin\left(\frac{h_2 - h_1}{L_{ТП}}\right) - \alpha_1\right).$$

При измерении полного давления трубка микроманометра опущена в крайнее нижнее положение, при этом:

$$\sin \alpha_{\text{полн}} = \sin\left(\arcsin\left(\frac{73,5 - 59,5}{260}\right) - 0,88^\circ\right) \approx 0,039;$$

$$K_{\text{полн}} = \rho_{\text{сп}} \sin \alpha_{\text{полн}} g \left(1 + \frac{f}{F \sin \alpha_{\text{полн}}}\right) = 0,8095 \cdot 0,039 \cdot 9,81 \cdot \left(1 + \frac{28}{4771 \cdot 0,039}\right) = 0,353$$

При измерении динамического давления трубка находится в фиксированном положении с коэффициентом  $K = 0,2$ , т. е.  $K_{\text{дин}} = 0,2$ .

Изложим методику проведения исследования согласно [129].

Вообще говоря, КМС определяется по формуле:

$$\zeta = \frac{\int_S (-p_{\text{полн}}) v dS}{\frac{\rho v_{\text{cp}}^3}{2} S}, \quad (3.64)$$

где средняя скорость в сечении  $S$  (в котором замеряется полное давление) вычисляется из соотношения:

$$v_{\text{cp}} = \frac{\int v dS}{S}. \quad (3.65)$$

В случае рис.3.45 и неравномерного разбиения отрезка  $CD$  дискретный аналог уравнения (3.64) имеет следующий вид:

$$\zeta = \frac{\sum_{i=1}^n (-p_{\text{полн}i}) v_i \Delta b_i a}{\frac{\rho v_{\text{ср}}^3}{2} ab}, \quad (3.66)$$

где  $p_i$  – полное давление в  $i$ -й точке, Па;  $v_i$  – скорость в этой точке, м/с;  $\Delta b_i$  – длина  $i$ -й части отрезка CD, м;  $a$  – ширина отсоса, м;  $\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $v_{\text{ср}}$  – средняя скорость в отсосе, м/с.

$$v_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^n v_i \Delta b_i a / ab. \quad (3.67)$$

Отрезок CD разбит равномерно на  $n = 9$  частей. Точки измерений в сечении CD расположены следующим образом: 1 – на оси отсоса; остальные на расстоянии 6, 12, 18, 24 (мм) от оси отсоса (вправо и влево).

В левой стенке отсоса на расстоянии 120 мм от края стекла и на высоте 35 мм от доски просверлено отверстие диаметром 6 мм для пневмометрической трубки.

При измерении полного давления вблизи стенок наблюдаются большие ее колебания, поэтому замеры проводились следующим образом: включается пылесос и засекается 1 мин., в течение которой показания манометра не снимаются (чтобы колебания более-менее установились); в течение второй и третьей минуты через каждые 3 секунды записываются показания манометра; таким образом проводится по 3 опыта; вычисляется среднее арифметическое. Т.е. при замерах полного давления показания микроманометра снимались 180 раз.

Измерения динамического давления проводились по 3 раза, усреднялись, после чего коэффициент местного сопротивления определялся по формуле:

$$\zeta = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-\Delta P_{\text{полн}i} \cdot v_i)}{\frac{\rho_{\text{возд}} \cdot v_{\text{ср}}^3}{2}} = \frac{\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (-\Delta P_{\text{полн}i} \cdot v_i)}{\rho_{\text{возд}} \cdot \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \right)^3}.$$

Скорость воздуха в  $i$ -й точке:

$$v_i = \sqrt{2P_{\text{дин}i} / \rho_{\text{возд}}},$$

где плотность воздуха  $\rho_{\text{возд}} = 1,293$  кг/м<sup>3</sup>.

Для проверки адекватности полученных результатов вначале исследовался щелевидный отсос без раструба и профилей (рис.3.47), КМС для которого приведен в [129]. В боковой стенке просверлено отверстие, так что конец пневмометрической трубки при измерениях находился на расстоянии около 100 мм от края

отсоса. Ширина и высота отсоса:  $a = 33$  мм. Отрезок CD разбит на 5 частей, ширина каждого отрезка:  $\Delta B_i = 6,6$  мм.

Средняя скорость в отсосе и КМС:

$$v_{\text{cp}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i = \frac{1}{5} (2 \cdot 14,53 + 2 \cdot 24,13 + 27,51) = 20,97 \text{ м/с.}$$

$$\zeta = \frac{\sum_{i=1}^n (-\Delta P_{\text{pi}} \cdot v_i \cdot \Delta B_i \cdot a)}{\frac{\rho_{\text{возд}} \cdot v_{\text{cp}}^3 \cdot a^2}{2}} =$$

$$= \frac{33 \cdot 6,6 \cdot (2 \cdot 409,25 \cdot 14,53 + 2 \cdot 150,53 \cdot 24,13 + 32,93 \cdot 27,51)}{\frac{1,293 \cdot 20,97^3 \cdot 33^2}{2}} = 0,673.$$

Заметим, что в работе [129] получен КМС для этого отсоса, равный 0,71, что достаточно близко к полученному нами (отклонение менее 6 %).

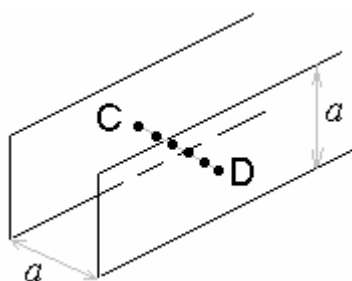


Рис. 3.47. Щелевой отсос без раструба в неограниченном пространстве

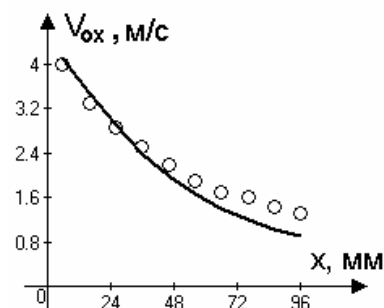


Рис. 3.48. Сравнение опытных и расчетных значений осевой скорости воздуха при удалении от отсоса-раструба длиной 2 калибра и углом раскрытия 45°

Измерение скорости воздуха перед отсосом-раструбом (рис.3.46) производилось электронным прибором testo 405-V1 в точках на отрезке АВ (рис.3.45).

Экспериментальные замеры и расчетные величины осевой скорости по разработанной нами компьютерной программе имеют достаточно неплохое совпадение (рис.3.48). Постепенное увеличение различий в опытных и расчетных значениях скоростей по мере удаления от отсоса, очевидно, связано с возрастанием эффектов пространственного течения воздуха, наблюдающихся при приближении к краю стекла.

Исследования, проведенные для профилированных и непрофилированных отсосов-раструбов показали, что значение КМС зависит, главным образом, от изменения полного давления в точках возле стенок отсоса, т.е. потери энергии главным образом наблюдаются в пограничном слое.

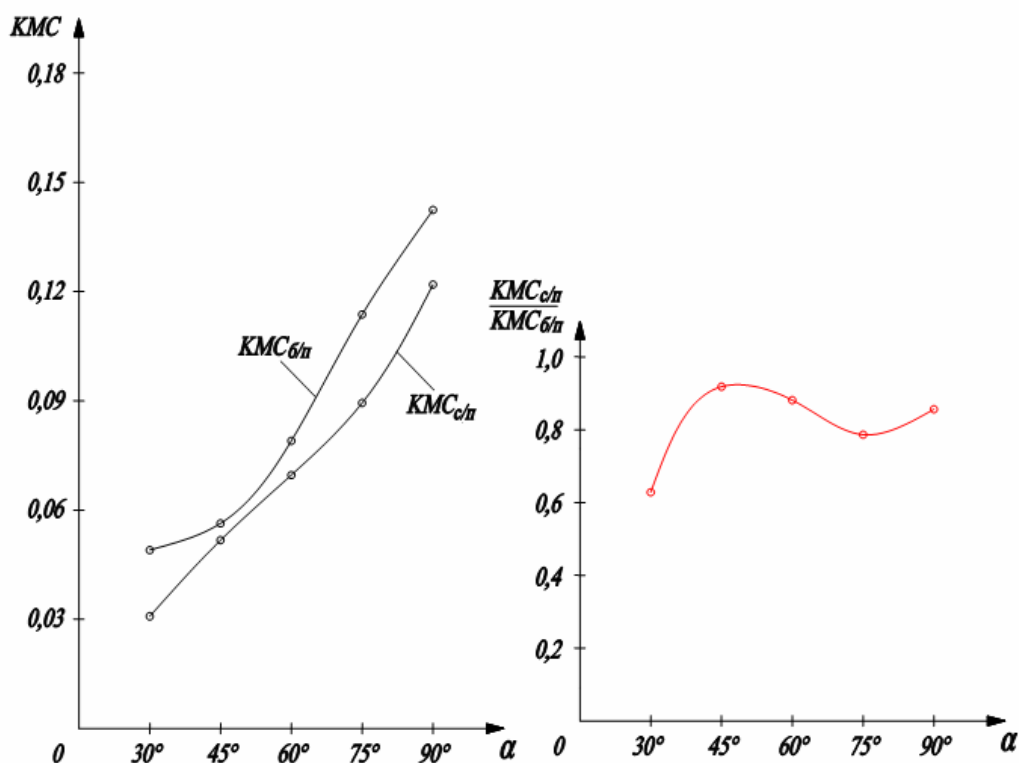


Рис. 3.49. Зависимости КМС отсоса-раструба длиной 2 калибра от угла его наклона  $\alpha$  :  
 $KMC_{6/n}$  – без профиля;  $KMC_{c/n}$  – с профилем

Из представленных на рис.3.49 результатов экспериментов видно, что наиболее значительное снижение КМС наблюдается при угле наклона раструба в  $30^\circ$ . В среднем же КМС профилированных отсосов снижается примерно на 30% относительно непрофилированных.

### 3.5. Отсосы, экранированные приточной струей

Численно исследуем воздушные течения у механически и аэродинамически экранированного местного отсоса на основе метода дискретных вихрей. В качестве аэродинамического экрана используется прямоочная кольцевая струя, поскольку при натекании ее на непроницаемую плоскость (механический экран) возникает возвратное течение воздуха, существенно повышающее дальность всасывающего факела.

Исследуем течение при фиксированной скорости отсоса  $v_0$  и переменной скорости истечения приточной кольцевой струи  $v_n$ ; различных углах  $\alpha$  и длинах раструба  $d$ . Интересуют такие  $\alpha$  и  $d$ , при которых возвратное течение (рис.3.50) имеет наибольшую величину осевой скорости.

Задача решалась в осесимметричной постановке на основе метода дискретных вихрей. Граница дискретизируется системой бесконечно тонких вихревых колец, между которыми посередине находятся расчетные точки (кольца), где задаются граничные условия: на твердых стенках – условие непроницаемости, в приточных и вытяжных отверстиях соответствующие величины нормальной состав-

ляющей скорости. В каждый момент времени с острых кромок (т.  $A, B, C$ ) сходят три кольцевых вихря ( $L = 3$  в формулах (1), (3)).

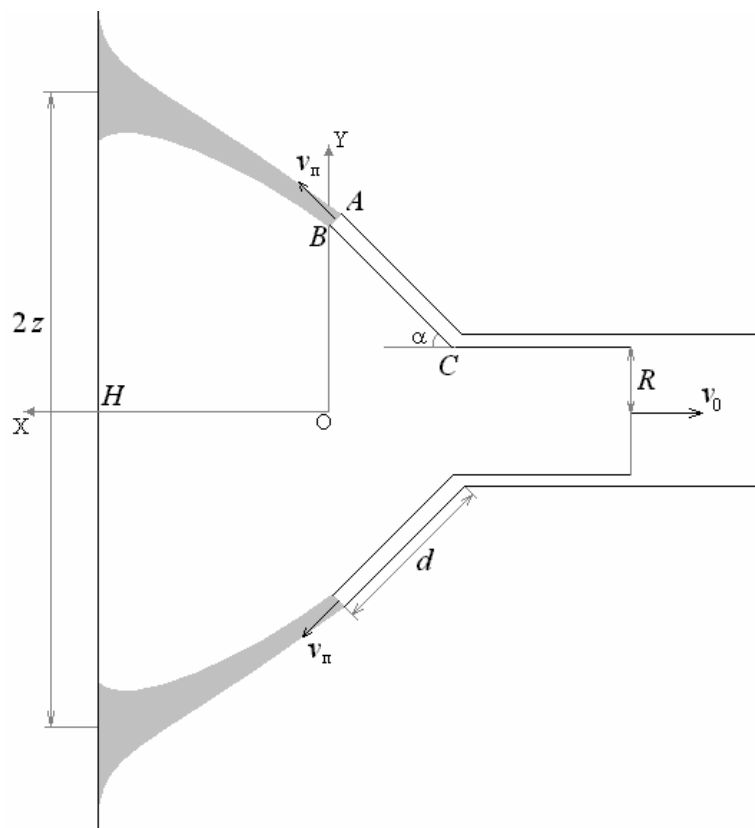


Рис. 3.50. Круглый отсос-раструб, экранированный кольцевой приточной струей, над непроницаемой плоскостью

Во всех расчетах шаг дискретности (расстояние между соседними расчетной точкой и присоединенным вихрем)  $h = 0,01$  м; шаг по времени  $\Delta t = h/v_{\pi}$  при  $v_{\pi} \geq 1$  м/с и  $\Delta t = h$  при  $v_{\pi} < 1$ ;  $R = 0,15$  м; толщина стенок –  $0,02$  м.

При представлении результатов численных расчетов все кинематические и геометрические параметры преобразовывались к безразмерному виду ( $\bar{x} = x/R$ ,  $\bar{d} = d/R$ ,  $\bar{H} = H/R$ ,  $\bar{z} = z/R$ ,  $\bar{v} = v/v_0$ ). Далее оперируем только безразмерными величинами, черточки над буквами опускаем.

Поскольку задача решается в нестационарной постановке, то рассчитываемые величины усреднялись по времени.

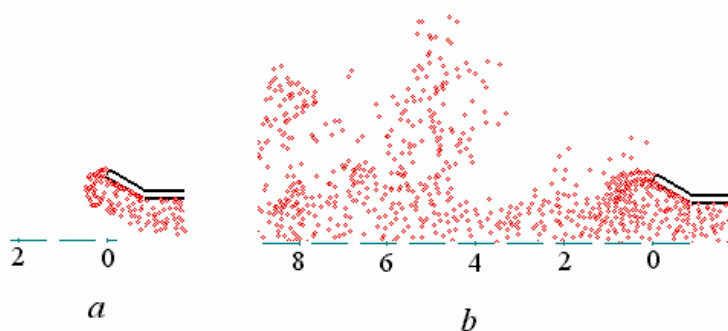


Рис. 3.51. Вихревая структура течения у экранированного отсоса-раструба в неограниченном пространстве:

- a) приточная струя полностью улавливается отсосом;
- b) приточная струя разделяется на две.

Рассмотрим вначале течение у аэродинамически экранированного местного отсоса, расположенного в неограниченном пространстве. Здесь имеем две характерные картины течения (рис.3.51). Первая – истекающая кольцевая струя полностью улавливается отсосом; вторая – одна часть воздушного потока улавливается отсосом, другая достаточно быстро смыкается и далее развивается по закону турбулентной струи. На рис.3.52 представлена зависимость наибольшей величины безразмерной скорости приточной струи  $v_{\Pi}^{\max} = v_{\Pi} / v_0$ , при которой она полностью улавливается отсосом, от длины и угла наклона раструба. Здесь не удалось найти геометрические и кинематические параметры, при которых скорость подтекания воздуха к отсосу увеличивается за счет экранирующего эффекта приточной струи. Сравнение в последнем случае производилось между аэродинамически экранированным отсосом и отсосом с «отключенной» приточной струей. Расходы перерабатываемого воздуха были одинаковы, т.е. расход отсасываемого воздуха во втором случае был равен сумме расходов истекающего и отсасываемого воздуха для аэродинамически экранированного отсоса.

Наибольший интерес для практических задач имеет случай наличия механического экрана, т.к. местный отсос всегда располагается над элементами, выделяющими загрязняющие вещества технологического оборудования. Характерные картины течения в случае расположения отсоса над неограниченной плоскостью изображены на рис.3.53. При «отключенной» приточной струе (рис.3.53а) параметры вихревой области близки к исследованным выше для отсосов-раструбов с бесконечно-тонкими стенками. С включением приточной струи вихревая область расширяется (рис.3.53б), и при определенной скорости  $v_{\Pi}$  струя разделяется на две части: улавливаемая отсосом и растекающаяся по непроницаемой плоскости (рис.3.53с). Наибольший для практики интерес представляет случай (рис.3.53д), когда струя разделяется на две в месте натекания ее на плоскость. Осевая скорость течения в определенных точках возрастает в несколько десятков раз (рис.3.54), что способствует эффективной локализации загрязняющих веществ, образующихся в данной области. Наибольший эффект достигается при наклоне раструба в  $30^{\circ}$ . Изменение осевой скорости для этого случая при разных длинах раструба и удалении от непроницаемой плоскости показано на рис.3.55. При увеличении длины раструба и угла его раскрытия увеличивается ширина зоны подтекающего по стенке воздуха  $z$  (рис.3.56). В последнем случае, однако, падает осевая скорость течения.

Уравнение оси струи предлагается определять по формуле:

$$y = \frac{z - 1 - d \sin \alpha - H \operatorname{tg} \alpha}{H^2} (x - H)^2 + \frac{2z - 2 - 2d \sin \alpha - H \operatorname{tg} \alpha}{H} (x - H) + z, \quad (3.68)$$

где  $(x_0, y_0)$  – координаты точки  $B$ .

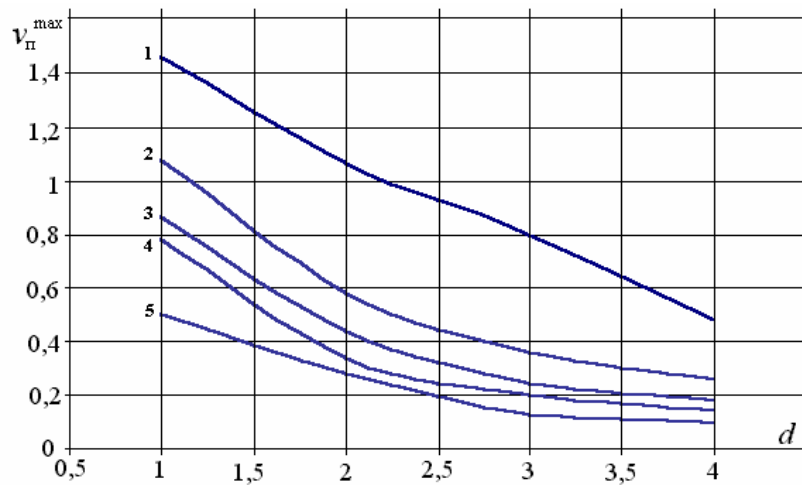


Рис. 3.52. Зависимость  $v_{\pi}^{\max}$  от длины раструба  $d$  при различных углах  $\alpha$ :  
1 -  $30^\circ$ ; 2 -  $45^\circ$ ; 3 -  $60^\circ$ ; 4 -  $75^\circ$ ; 5 -  $90^\circ$ .

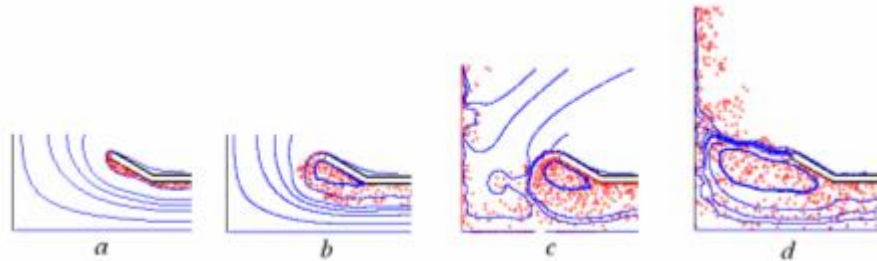


Рис. 3.53. Вихревая структура течения и линии тока у экранированного местного отсоса при  $\alpha = 30^\circ$ ,  $d = 1$ ,  $H = 2$ : а)  $v_{\pi} = 0$ ; б)  $v_{\pi} = 1$ ; в)  $v_{\pi} = 2$ ; д)  $v_{\pi} = 4$

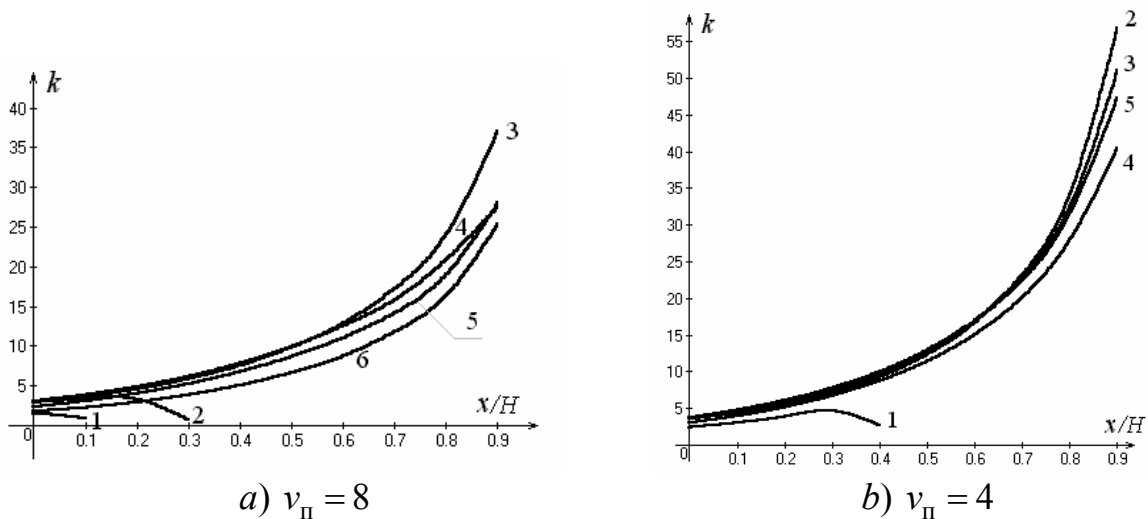
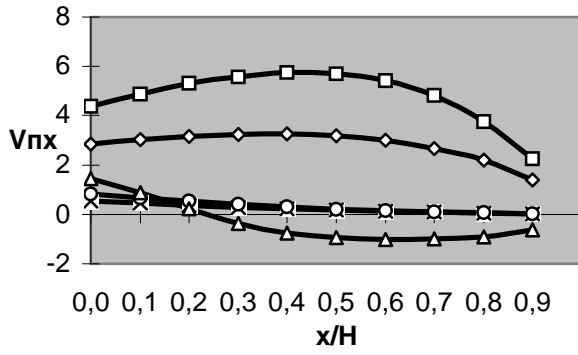
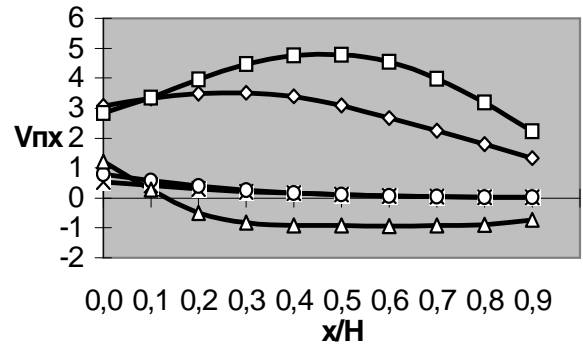


Рис. 3.54. Изменение величины  $k = v_{ix} / v_{cx}$  при удалении от входа в раструб ( $v_{ix}$  – осевая скорость воздуха при действии приточных струй и отсоса,  $v_{cx}$  – осевая скорость без аэродинамического экранирования при расходе отсасываемого воздуха, равном сумме расходов приточной струи и отсоса при наличии экранирующей струи):

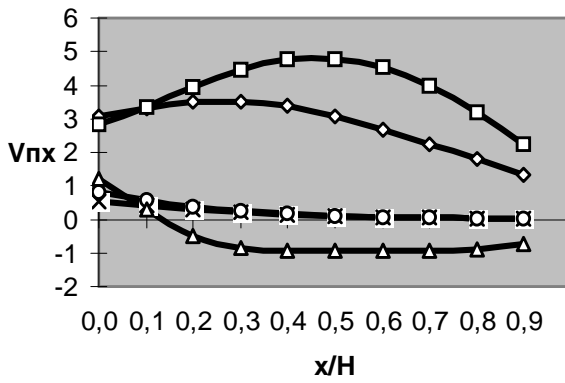
1 -  $\alpha = 0^\circ$ ; 2 -  $\alpha = 15^\circ$ ; 3 -  $\alpha = 30^\circ$ ; 4 -  $\alpha = 45^\circ$ ; 5 -  $\alpha = 60^\circ$ ; 6 -  $\alpha = 75^\circ$ .



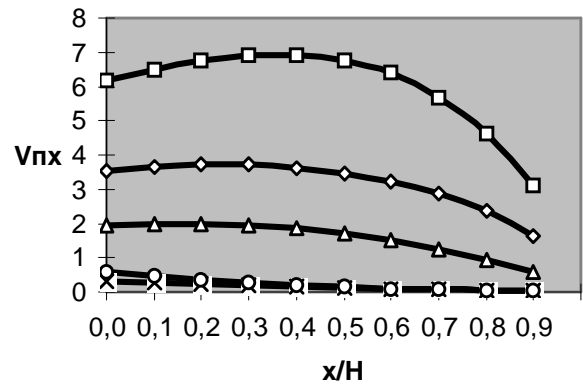
a)  $H = 2, d = 1$



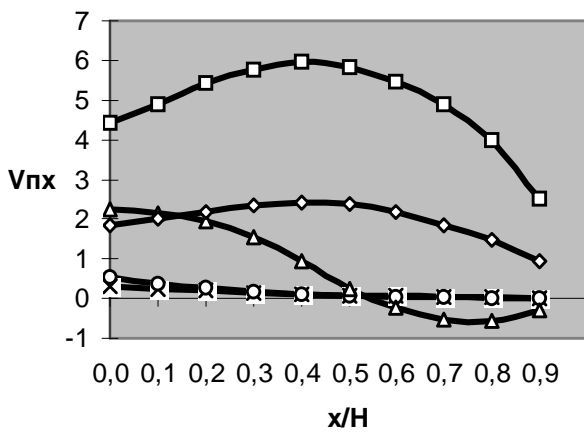
b)  $H = 3, d = 1$



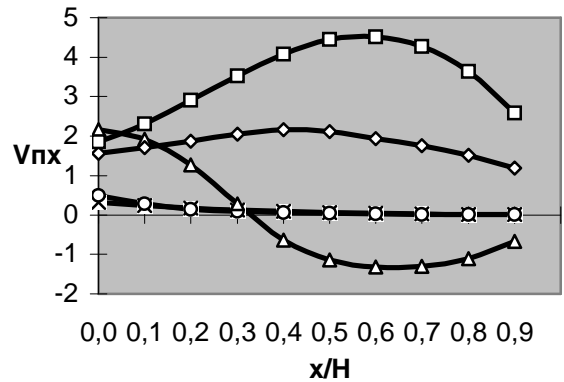
c)  $H = 4, d = 1$



d)  $H = 2, d = 2$



e)  $H = 3, d = 2$

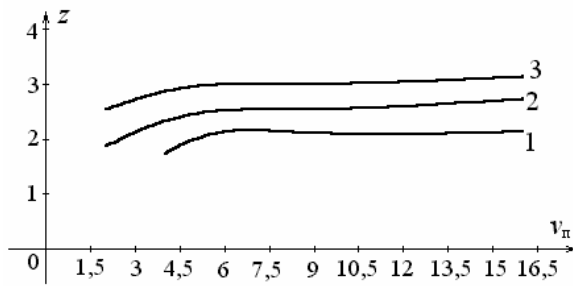


f)  $H = 4, d = 2$

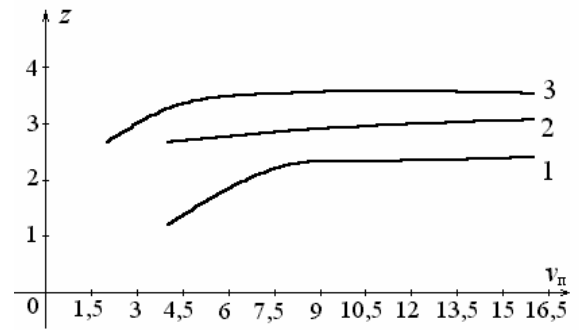
Рис. 3.55. Изменение осевой скорости при удалении от входа в раструб, установленный под углом  $\alpha = 30^\circ$ :

—x—  $v_{II} = 0$ ; —o—  $v_{II} = 1$ ; —△—  $v_{II} = 2$ ; —◇—  $v_{II} = 4$ ; —□—  $v_{II} = 8$ .

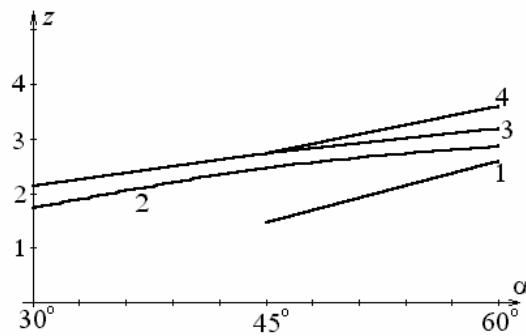




a)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $H = 2$ , 1:  $d = 1$ ; 2:  $d = 2$ ;  
3:  $d = 3$



b)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $H = 3$ , 1:  $d = 1$ ; 2:  $d = 2$ ;  
3:  $d = 3$



c)  $H = 2$ ,  $d = 1$ , 1 -  $v_n = 2$ , 2 -  $v_n = 4$ , 3 -  $v_n = 8$ , 4 -  $v_n = 16$

Рис. 3.56. Изменение величины  $z$

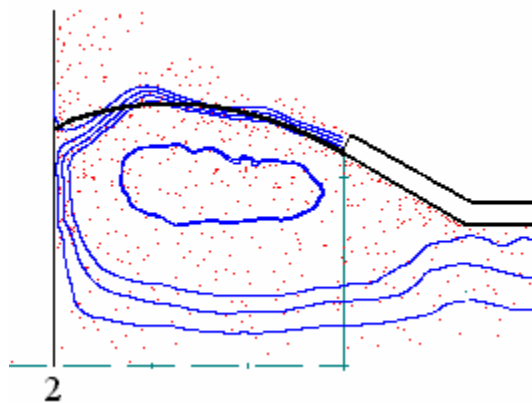


Рис. 3.57. Ось струи, построенная по формуле (11) при  $\alpha = 30^\circ$ ;  $H = 2$ ;  $d = 1$

Построенная по этой формуле ось струи с достаточной для практики точностью позволяет определить область локализации загрязняющих веществ (рис.3.57).

По нашему мнению, продемонстрированный в этом параграфе подход для расчета экранированных местных отсосов дает возможность получить наиболее полную информацию об аэродинамике процесса по сравнению с ранее изложенными расчетами в п.1.4.2 и 3.3.

## 4. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПОВЕДЕНИЯ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ТЕЧЕНИЯХ ВБЛИЗИ ВАСЫВАЮЩИХ ОТВЕРСТИЙ

### 4.1. Стационарные потоки

#### 4.1.1. Расчет необходимых объемов аспирации при бурении восстающих шпуров и скважин

Наиболее эффективный пылешламоприемник [103] представляет собой насадок в виде кругового цилиндра высотой 0,08 м с боковым проемом, равным диаметру буровой штанги (0,03 м), и отводящим патрубком для подключения к побудителю тяги. Задача состоит в определении объема аспирируемого воздуха, позволяющего эффективно улавливать пыль и шлам, образующиеся при бурении. Подсосами воздуха в кольцевом зазоре вокруг буровой штанги пренебрегаем, что дает возможность свести задачу описания поля скоростей в пылешламоприемнике к плоскости.

Дискретизация границ области течения воздуха в пылешламоприемнике осуществлялась набором 492 граничных отрезков. Численная реализация метода ГИУ дала возможность построить линии тока и определить распределение скоростей в проеме пылешламоприемника и при удалении от него.

Экспериментально замеренная скорость истечения пыли и шлама из восстающих шпуров диаметром 40 мм:  $v_{\text{эксп}} = 6$  м/с, скважин диаметром 75 мм:  $v_{\text{эксп}} = 7$  м/с. Наибольшая крупность выбуриваемого материала 0,3 - 0,5 мм, плотность  $\rho_1 = 3500$  кг/м<sup>3</sup>.

Рассматривался трехмерный полет частицы. Плоский разрез пылешламоприемников представлен на рис.4.1. Ось  $OZ$  направлена вертикально вверх и проходит через ось симметрии буровой штанги. Ввиду большой крупности частицы стоксовский закон ее обтекания неприменим.

Наиболее целесообразным представляется описание движения частицы по закону [81]:

$$\frac{\pi d_3^3}{6} \rho_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} = \frac{\pi d_3^3}{6} \rho_1 \mathbf{g} - \psi S_m \rho \frac{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}| \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v})}{2}, \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{v}, \mathbf{v}_1$  – скорости среды и частицы соответственно;  $d_3$  – эквивалентный диаметр частицы;  $\rho, \rho_1$  – плотности среды и частицы;  $S_m = \pi d_3^2/4$  – площадь миделевого сечения.

В любой плоскости, перпендикулярной буровой штанге, предполагались равные поля составляющих  $v_x, v_y$  скорости воздуха, которые вычисляются по методу ГИУ. Вертикальная составляющая скорости воздуха вычисляется по формуле

$$v_z = -v_{\text{эксп}} + \sqrt{\frac{4\rho_1 d_p g}{3\psi\rho}},$$

которая может быть получена из (4.1) в предположении, что частица пыли движется равномерно, т.е.  $\frac{dv_1}{dt} = 0$ .

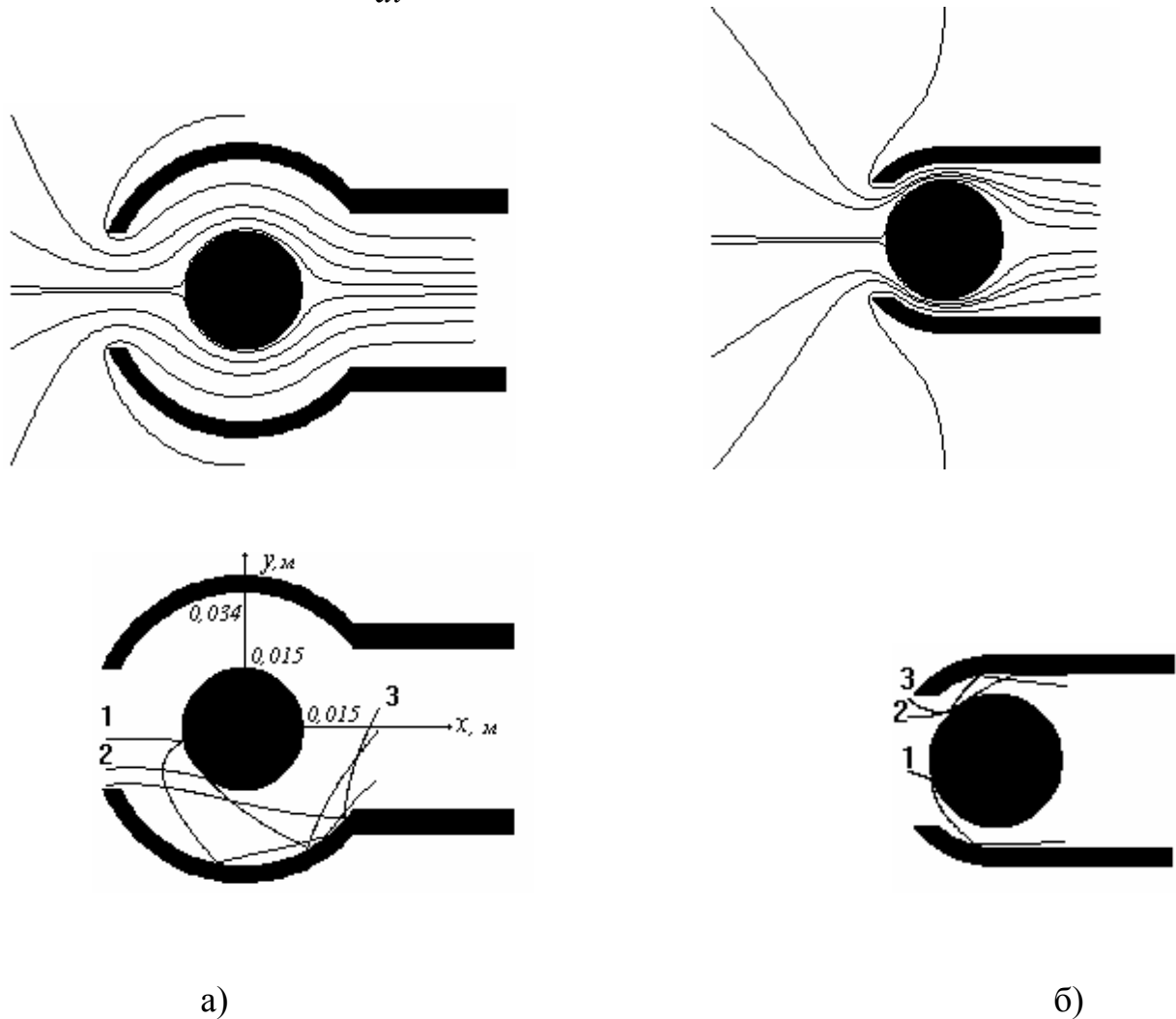


Рис. 4.1. Линии тока и траектории пылевой частицы диаметром 0,5 мм при различных положениях точек ее вылета: 1 – 0,0025 м от оси симметрии отсоса; 2 – 0,01 м; 3 – 0,014 м в пылешламоприемниках диаметрами: а – 68 мм; б – 40 мм

Коэффициент лобового сопротивления наиболее удобно представить в виде

$$\psi = \frac{24}{\text{Re}} + \psi_0, \quad (4.2)$$

где  $\text{Re} = \frac{\rho d_p |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}|}{\mu}$ ;  $\psi_0$  – коэффициент, найденный экспериментально для различных форм частицы. В наших расчетах  $\psi_0 = 1,8$ . Формула озееновского типа (4.2),

является наиболее приближенной к экспериментальным данным для изометрической формы частиц.

Уравнение (4.1) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решалась численно методом Рунге - Кутты:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \frac{dv_{1x}}{dt} = -B(v_{1x} - v_x), \\ \frac{dx}{dt} = v_{1x}, \\ A \frac{dv_{1y}}{dt} = -B(v_{1y} - v_y), \\ \frac{dy}{dt} = v_{1y}, \\ A \frac{dv_{1z}}{dt} = -Ag - B(v_{1z} - v_z), \\ \frac{dz}{dt} = v_{1z}, \end{array} \right. \quad (4.3)$$

где  $A = \rho_1 \frac{\pi d_3^3}{6}$ ;

$$B = -\psi S_m \rho \left| \mathbf{v}_1 - \mathbf{v} \right| = -\psi S_m \rho \sqrt{(v_{1x} - v_x)^2 + (v_{1y} - v_y)^2 + (v_{1z} - v_z)^2}.$$

После удара о твердую поверхность частицы пыли тангенциальная  $v_{2\tau}$  и нормальная  $v_{2n}$  скорости вычисляются по формулам [91]:

$$\begin{aligned} v_{2n} &= -k \cdot v_{0n}, \\ v_{2\tau} &= v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1 + k) \cdot v_{0n}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

где  $\eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\}$ ;  $k$  – коэффициент восстановления при ударе (в наших расчетах  $k = 0,5$ );  $f$  – коэффициент трения скольжения ( $f = 0,5$ );  $v_{0n}, v_{0\tau}$  – нормальная и тангенциальная составляющие скорости частицы до удара.

Исходные данные для расчета: плотность пылевой частицы  $\rho_1 = 3500 \text{ кг/м}^3$ ; плотность воздуха  $\rho = 1,205 \text{ кг/м}^3$ ; коэффициент динамической вязкости  $\mu = 1,809 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ;  $d_3 = 500 \text{ мкм}$ ;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

На рис.4.1 представлены линии тока (верхняя часть рисунка) в пылешламоприемниках и траектории частиц крупностью 0,5 мм при различных точках их возможного вылета. Скорость отсоса воздуха  $v_0$  подбиралась таким образом, чтобы частица «успела» за 0,08 м своего вертикального падения попасть в отво-

дящий патрубок. Наиболее неблагоприятная точка для захвата пыли – точка, лежащая на оси симметрии воздушного потока. Такая пылинка, следуя расчетным данным, не может быть уловлена. Однако в реальных условиях применения пылешламоприемника такой случай маловероятен. Поэтому от оси отсоса сделано отступление 0,0025 м. Таким образом, для локализации пылевыведений в отсосе для пылешламоприемника внутренним диаметром 68 мм необходимо создать скорость 80 м/с; для пылешламоприемника внутренним диаметром 40 мм – 27 м/с.

Вычисление траектории частицы пыли в случае абсолютно упругого удара о границы течения (что часто используется в расчетах) привело к парадоксальным результатам. Например, при отсосе газа со скоростью 80 м/с пылевая частица попадает в отсасывающий патрубок, а при 100 м/с не попадает, «запутываясь» во множестве отскоков между стенками и буровой штангой.

Были рассмотрены три подхода сведения трехмерной задачи к плоской. Скорость в отсосе определялась из выражения

$$v = L / S,$$

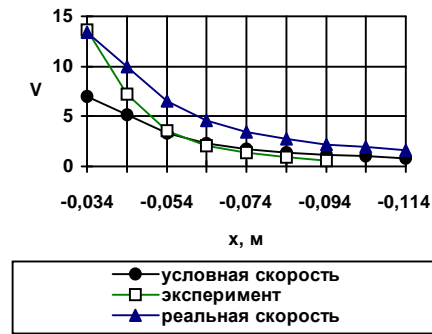
где  $L$  – экспериментально замеренный расход воздуха;  $S$  – площадь отсасывающего отверстия.

В первом подходе за  $S$  бралась площадь реального всасывающего отверстия эллиптической формы (на рис.4.2; 4.3 скорость обозначена как «реальная»):  $S_{\text{элли}} = 0,001657 \text{ м}^2$ . Во втором подходе (на рис.4.2; 4.3 «условная» скорость)  $S$  – площадь прямоугольника размером  $0,02 \cdot 0,08 \text{ м}^2$  ( $0,02 \text{ м}$  – ширина всасывающей щели,  $0,08 \text{ м}$  – высота пылешламоприемника). В третьем подходе был произведен отдельный расчет безразмерного поля скоростей при отсосе из щели шириной  $S_{\text{элли}}/0,08 \text{ м}$ . Расчеты, произведенные в соответствии с третьим подходом, несущественно отличаются от результатов счета по второму подходу.

Сравнение экспериментально замеренных величин скорости и ее расчетных значений (рис.4.2; 4.3) позволяет сделать вывод, что опытные значения скоростей находятся между аналитико-численными данными, полученными по первому и второму подходам. Поэтому расход воздуха, необходимый для локализации пылевыведений, предлагается вычислять по формуле

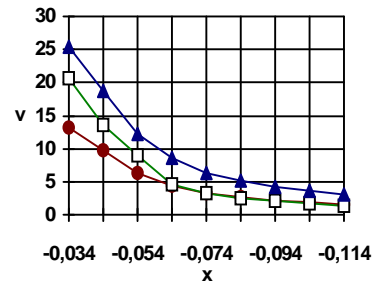
$$L = \frac{v(S_{\text{элли}} + S)}{2}. \quad (4.5)$$

Для пылешламоприемника диаметром 68 мм будем иметь  $L=0,13028 \text{ м}^3/\text{с}$ ; для пылешламоприемника диаметром 40 мм  $L = 0,04397 \text{ м}^3 / \text{с}$ .

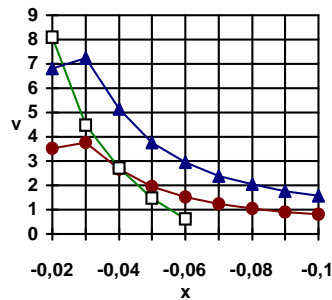


$$L = 1,7 \text{ м}^3/\text{мин}$$

а) внутренний диаметр пылеприемника  $D_{\text{внут}} = 68 \text{ мм}$

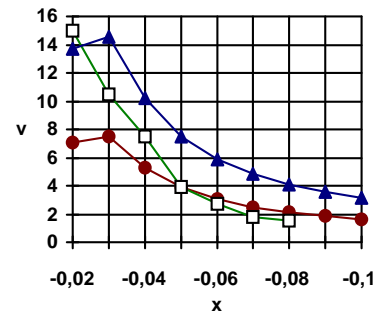


$$L = 3,2 \text{ м}^3/\text{мин}$$



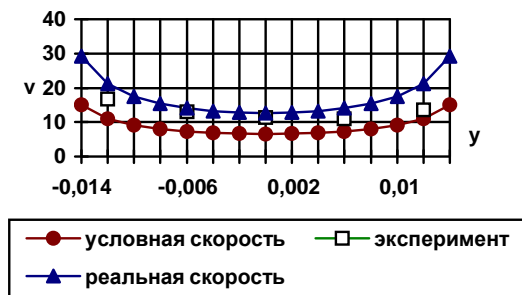
$$L = 1,4 \text{ м}^3/\text{мин}$$

б) внутренний диаметр пылеприемника  $D_{\text{внут}} = 40 \text{ мм}$



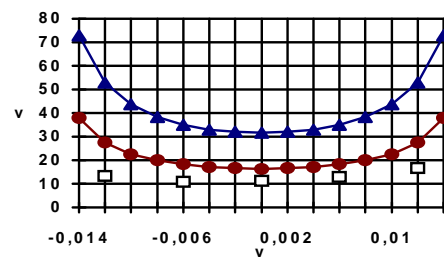
$$L = 2,8 \text{ м}^3/\text{мин}$$

Рис.4.2. Затухание скорости воздуха при удалении от бокового проема пылеприемника ( $y = 0$ )

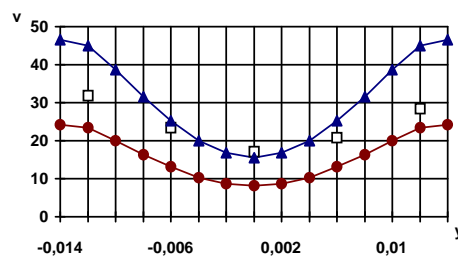


$$L = 1,6 \text{ м}^3/\text{мин}$$

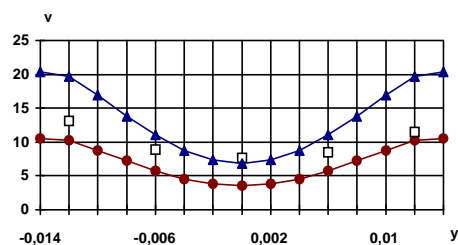
а) диаметр пылеприемника 68 мм ( $x = -0,034 \text{ м}$ )



$$L = 4 \text{ м}^3/\text{мин}$$



$$L = 3,2 \text{ м}^3/\text{мин}$$



$$L = 1,4 \text{ м}^3/\text{мин}$$

б) диаметр пылеприемника 40 мм ( $x = -0,02 \text{ м}$ )

Рис. 4.3. Распределение скорости воздушного потока в сечении бокового проема пылеприемника

#### 4.1.2. Расчет траекторий пылевых частиц в полости бункеров силосного типа

Траектория частицы пыли при стоксовском режиме обтекания ее воздушным потоком описывается уравнением [81]:

$$\frac{\pi d_3^3}{6} \rho_1 \frac{d\mathbf{v}_1}{dt} = \frac{\pi d_3^3}{6} \rho_1 \mathbf{g} - 3\pi \nu \chi \rho d_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}), \quad (4.6)$$

где  $d_3$  – эквивалентный диаметр частицы;  $\rho_1$  – плотность частицы;  $v_1$  – скорость частицы;  $\rho$  – плотность воздуха;  $\nu$  – кинематическая вязкость воздуха;  $\chi$  – коэффициент динамической формы частицы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $v$  – скорость воздуха.

Уравнение (4.6) при  $A = \rho \frac{\pi d_3^3}{6}$  и  $B = 3\pi \nu \rho \chi d_3$  сводится к системе

$$\begin{cases} A \frac{dv_{1x}}{dt} = -B(v_{1x} - v_x), \\ \frac{dx}{dt} = v_{1x}, \\ A \frac{dv_{1y}}{dt} = -Ag - B(v_{1y} - v_y), \\ \frac{dy}{dt} = v_{1y}. \end{cases} \quad (4.7)$$

Интегрируя систему уравнений (4.7) методом Рунге-Кутты, на каждом шаге определяя скорость воздуха по методу ГИУ, можно построить траектории полета частиц пыли.

При аспирации бункеров в момент загрузки их порошкообразным материалом наблюдается повышенный вынос пылевых частиц отсасываемым воздухом. Запыленность аспирируемого воздуха достигает 5...10 г/м<sup>3</sup>, что приводит не только к заметным потерям тонкоизмельченных дорогостоящих материалов, но и вызывает залповые выбросы пыли в атмосферу в силу повышенных пылевых нагрузок на пылеулавливающие установки.

Особенно высокая концентрация пыли наблюдается при аспирации бункера в момент загрузки его из систем пневмотранспорта. Этому способствует более равномерное распределение порошка в транспортирующем воздухе по сравнению с гравитационной загрузкой по желобам и повторное взметывание пылевых частиц при аэродинамическом взаимодействии струи воздуха с поверхностью материала в бункере. В этой связи более предпочтительна схема аспирации с буферным бункером, т.е. когда полости бункеров аэродинамически связываются перемычками (обводными каналами – байпасами), а отсос запыленного воздуха осуществляется из бункера, смежного с загружаемым. Этот буферный бункер играет роль камеры

предварительной очистки аспирируемого воздуха, снижающей пылевую нагрузку на пылеуловители аспирационной системы.

Для количественной оценки выноса пылевых частиц из полости бункера было выполнено аналитическое исследование движения частиц под действием силы тяжести при стоксовском сопротивлении воздуха.

Необходимость этих исследований также связана с определением максимального диаметра частицы пыли  $d_{\max}$ , выносимой из бункера аспирируемым воздухом.

Определение поля скоростей воздуха осуществлялось методом граничных интегральных уравнений. Траектории частиц пыли строились путем численного интегрирования уравнения движения (4.6).

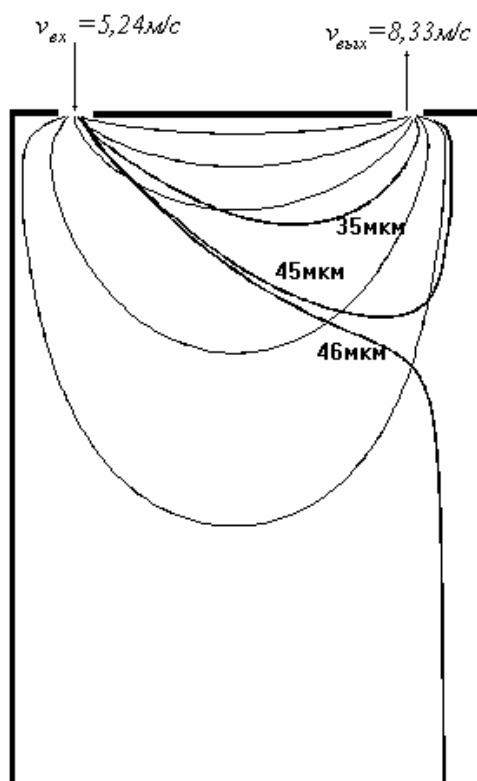


Рис. 4.4. Линии тока и траектории частиц пыли в пустом бункере

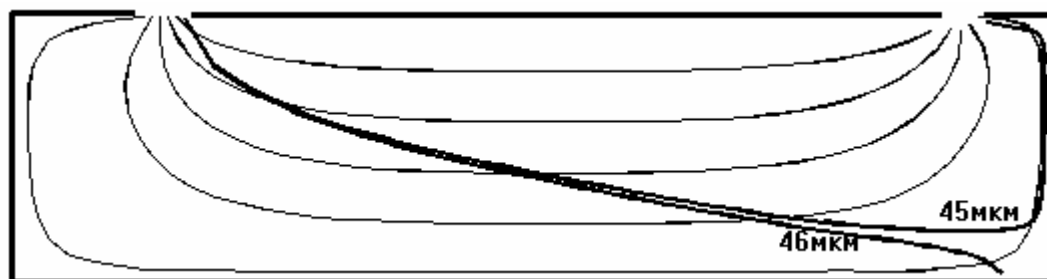
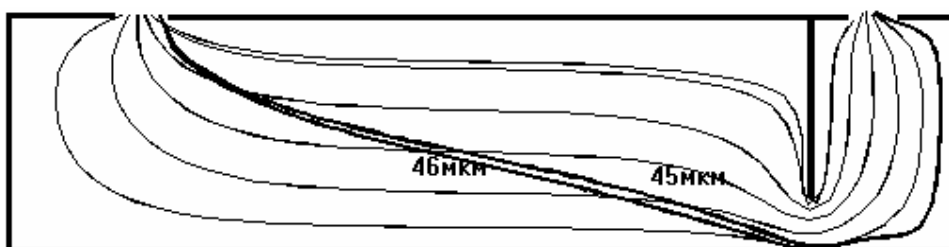
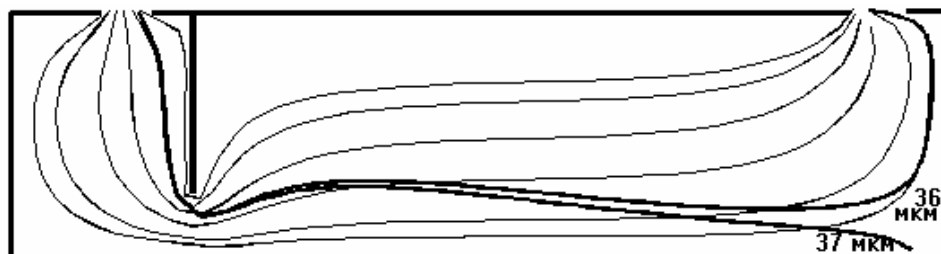


Рис. 4.5. Линии тока и траектории частиц в полости максимально заполненного бункера





а)



б)

Рис. 4.6. Линии тока и траектории частиц пыли при установке перегородки:  
*a* – у местного отсоса ; *б* – у выпускного отверстия

Заметим, что задача решается только численно. В качестве примера приведем расчет для бункера в виде призмы высотой 6 м и основанием 4·4 м. Выпускающее отверстие и входное отверстие местного отсоса – щели размерами 0,159 м и 0,1 м соответственно. Параметры воздушного потока: объем аспирации – 12 000 м<sup>3</sup>/ч, динамическая вязкость –  $1,776 \cdot 10^{-5}$  Па·с. Плотность частицы пыли 2500 кг/м<sup>3</sup>. Задача была сведена к плоской.

Исследовалась зависимость величины  $d_{\max}$  от глубины заполнения бункера  $h$ . Был произведен расчет  $d_{\max}$  для  $h$  от 6 до 1 м (максимально допустимое заполнение бункера) с шагом  $\Delta h = 1$  м. Величина  $d_{\max}$  практически не изменяется и остается приближенно равной 45 мкм. Из рис.4.4, 4.5 видно, что при заполнении бункера увеличивается горизонтальная составляющая скорости воздуха (линии тока поджимаются), что способствует быстрому движению частицы в сторону местного отсоса.

Установка козырька, препятствующего выносу крупных частиц пыли из бункера, целесообразна у выпускного отверстия. Смещение его в сторону местного отсоса воздуха ведет к увеличению максимального диаметра частицы  $d_{\max}$  (рис.4.6). Заметное снижение  $d_{\max}$  наступает также при уменьшении расхода воздуха (рис.4.7).

Объем воздуха, удаляемого из полости аспирируемого бункера, определяется расходом воздуха, поступающего из обводных каналов и через неплотности:  
 $Q_a = Q_o + Q_n$ .

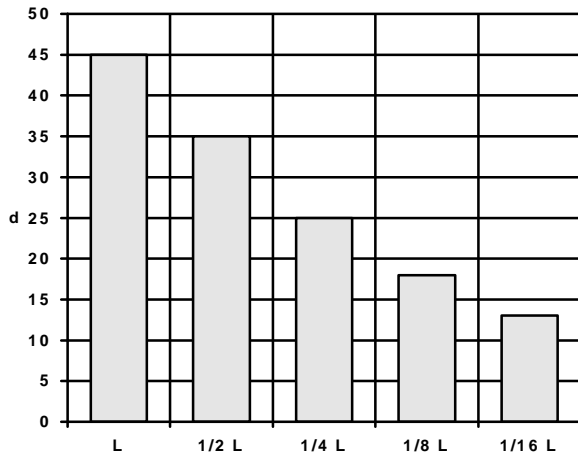


Рис.4.7. Диаграмма зависимости максимального диаметра частиц  $d$  от расхода, удаляемого местным отсосом воздуха  $L$  ( $12\ 000\ \text{м}^3/\text{ч}$ )

Наибольший объем аспирации требуется в случае загрузки самого удаленного бункера. Количество воздуха, перетекающего по перемычке в смежный бункер, равно

$$Q_{03} = Q_{пз} + Q_{нз} + Q_{вз},$$

где  $Q_{03}$  – расход воздуха в перемычке загружаемого бункера,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $Q_{пз}$  – расход воздуха, поступающего в бункер из системы пневмотранспорта вместе с загружаемым материалом,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $Q_{вз} = G_{м}/\rho_{м}$  – расход воздуха, вытесняемого из бункера частицами перегружаемого материала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$G_{м}$  – массовый расход материала,  $\text{кг}/\text{с}$ ;  $\rho_{н}$  – плотность частиц,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $Q_{нз}$  – расход воздуха, поступающего в полость бункера через неплотности (площадью  $S_{нз}$ ,  $\text{м}^2$ ) под действием разрежения ( $P_{б}$ ), поддерживаемого аспирационной системой, равный

$$Q_{нз} = 0,65 S_{нз} \sqrt{\frac{2 P_{бн}}{\rho}}, \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $P_{бн}$  – нормируемая величина разрежения в бункере при загрузке его материалом ( $P_{бн} \approx 5\ \text{Па}$ );  $\rho$  – плотность воздуха.

Если отсос воздуха осуществляется из смежного бункера, разрежение в его полости будет выше нормируемого на величину потерь давления в перемычке:

$$P_{б} = P_{бн} + \zeta \frac{\rho}{2} \left( \frac{Q_{03}}{S_0} \right)^2,$$

где  $\zeta$  – коэффициент сопротивления перемычки;  $S_0$  – площадь поперечного сечения перемычки,  $\text{м}^2$ .

Объем аспирации составит

$$Q_{ас} = Q_{03} + 0,65 S_{нс} \sqrt{\frac{2 P_{б}}{\rho}},$$

где  $S_{нс}$  – площадь неплотностей смежного бункера.

В случае, если аспирируется не смежный, а, например, N-й бункер (загружаемый – первый бункер  $Q_{o3} = Q_{o1}$ ), имеем

$$Q_{aN} = Q_{o1} + \sum_{i=2}^N Q_{hi}, \quad Q_{hi} = 0,65 S_{hi} \sqrt{\frac{2P_{6i}}{\rho}},$$

где  $Q_{hi}$  – расход воздуха, поступающего через неплотности  $i$ -го бункера (площадью  $S_{hi}$ , м<sup>2</sup>) под действием разрежения,

$$P_{\delta i} = P_{\text{нд}} + \sum_{j=1}^i \zeta_j \frac{\rho}{2} \left( \frac{Q_{oj}}{S_{oj}} \right)^2; \quad i = 2, 3, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, i.$$

При этом расход перетекаемого воздуха  $Q_{oj}$  увеличивается за счет расхода воздуха, поступающего через неплотности предыдущих бункеров:

$$Q_{oj} = Q_{o1} + \sum_{k=2}^j Q_{hk}.$$

Очевидно, чтобы уменьшить объемы аспирации, необходимо снизить производительность пневмотранспортной системы и потери давления в перемычке. В этом случае не только сокращаются потери пылевидного материала при аспирации, но и уменьшаются энергопотери аспирационной системы.

Таким образом, величина максимального диаметра пылевых частиц и, следовательно, запыленность воздуха, аспирируемого из полости бункера, может быть снижена при уменьшении производительности пневмотранспортной системы и гидравлического сопротивления перемычки, а также за счет установки козырька у загрузочного отверстия бункера. Пылеунос не зависит от глубины наполнения бункера сыпучим материалом.

#### 4.1.3. Прогнозирование дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей

Исследование всасывающего факела необходимо не только для определения производительности вентиляционных установок, выбора оптимальных конструкций и рациональных схем размещения местных отсосов [16]. При локализации пылевыделений гидродинамическое поле местного отсоса играет активную роль в изменении структуры аэрозольных потоков – дисперсного состава и концентрации пылевых частиц [104, 120], определяющих выбор пылеулавливающего аппарата для аспирационной системы. Количественное описание этих изменений основано либо на решении уравнения динамики (например, при оценке инерционной сепарации частиц в процессе отбора пылевых проб [119]), либо на анализе уравнений диффузии осаждающихся частиц (при изучении закономерностей рас-

сеивания пылевых выбросов [121,122]). В инженерных приложениях, например, при разработке обеспыливающих систем, нашел применение дискретный метод, анализирующий поведение отдельных частиц.

Учитывая ориентировочный характер многих исходных данных (таких как расход перерабатываемого материала, его крепость, гранулометрический состав и влажность), определяющих параметры начального состояния пылевых потоков, в настоящей работе предпринята попытка построения приближенного, комбинированного по своей сути, метода качественной оценки изменения состава аэрозольного потока в зоне действия местного отсоса.

Поведение пылевой частицы во всасывающем факеле определяется, главным образом, гравитационным полем Земли и гидродинамическим полем местного отсоса

$$\frac{d\dot{v}_1}{dt} = \dot{g} - \frac{3\pi\mu\delta}{m}(\dot{v}_1 - \dot{v}_2), \quad (4.8)$$

где  $\dot{v}_1, \dot{v}_2$  – векторы скоростей частицы и воздуха, м/с;  $\delta$  – эквивалентный диаметр аэрозольной частицы, м;  $m$  – масса частицы, кг;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости воздуха, Па·с.

Вводя в качестве базовых величин: скорость –  $u_\infty$ , длину –  $l_\infty$ , время –  $t_\infty = l_\infty / u_\infty$ , уравнение динамики частицы (4.8) можно свести к безразмерному виду, что сводит многопараметрическую зависимость  $\dot{v}_1$  к двухпараметрической зависимости от чисел Стокса и Фруда [129]:

$$\begin{aligned} \text{St} \cdot \frac{d\dot{v}}{d\tau} + \dot{v} &= \dot{u} + \text{Fr} \cdot \dot{e}_g \cdot \text{St}, \\ \text{St} &= \frac{mu_\infty}{3\pi\mu\delta l_\infty}, \quad \text{Fr} = \frac{gl_\infty}{u_\infty^2}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где  $\dot{e}_g$  – орт вектора ускорения свободного падения  $\dot{g}$ ;  $\dot{v} = \dot{v}_1 / u_\infty$ ;  $\dot{u} = \dot{v}_2 / u_\infty$ ;  $\tau = t / t_\infty = t \cdot u_\infty / l_\infty$ .

От этих параметров можно освободиться, приняв в качестве характерных скорость витания и длину инерционного пробега частицы:

$$\begin{aligned} u_\infty = c &\equiv \frac{mg}{3\pi\mu\delta} - \text{ скорость витания, м/с;} \\ l_\infty &= \frac{c^2}{g} - \text{ длина, м;} \quad \tau_\infty = \frac{c}{g} - \text{ время, с.} \end{aligned}$$

Тогда уравнение (4.8) примет вид

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\tau} + \mathbf{v} = \mathbf{e}_g + \mathbf{u}. \quad (4.10)$$

Заметим, что уравнение (4.8) можно свести к виду (4.10) при менее жестких требованиях:  $u_\infty = c$ ;  $t_\infty = c/g$ . Однако если за характерную длину принять  $l_\infty = H$ , то при дальнейшем интегрировании уравнения (4.10) появится число Фруда  $gH/c^2$  (см., например (4.27)).

Несмотря на простоту, это уравнение в большинстве практических случаев допускает лишь численное решение. Исключением является случай постоянства гидродинамического поля  $\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}_k = \text{const}$ , при котором уравнение (4.10) становится линейным, допускающим решение в виде

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 e^{-\tau} + (\mathbf{e}_g + \mathbf{u}_k)(1 - e^{-\tau}), \quad (4.11)$$

которое наглядно демонстрирует релаксационный характер движения частиц. При  $\tau \gg 1$  влиянием начального вектора скорости  $\mathbf{v}_0$  можно пренебречь. Это позволяет анализировать поведение частиц во всасывающем факеле, рассматривая более простой поток пылевых частиц с начальными нулевыми скоростями.

С целью упрощения изложения сути предлагаемого качественного метода будем рассматривать плоское течение. Пусть внутри плоской области  $S$  (рис.4.8), ограниченной границей  $L$ , рассредоточены источники пылевыделений удельной мощностью  $J_S[\rho/(c \cdot m^2)]$ , а по границе –  $J_L[\rho/(c \cdot m^2)]$ . Эти источники характеризуют появление в соответствующих точках области  $S$  (включая точки ее границы  $L$ ) пылевых частиц крупностью  $\mathbf{d}$  с нулевой начальной скоростью. На появляющуюся частицу действует сила тяжести и аэродинамическая сила, обусловленная всасывающим факелом местного отсоса, размещенного в точке  $A$ . Так как сила тяжести направлена вниз, а аэродинамическая сила – вверх, к точке  $A$ , общий поток частиц с массовым расходом

$$G = G_S + G_L = \iint_S J_S dS + \int_L J_L dL \quad (4.12)$$

разделяется на два потока. Первый – поток частиц с массовым расходом  $G_\beta$ , осаждающихся на нижнюю границу области  $L_{OF}$ . Второй – поток частиц, уносимых всасывающим факелом

$$G_\alpha = G - G_\beta. \quad (4.13)$$

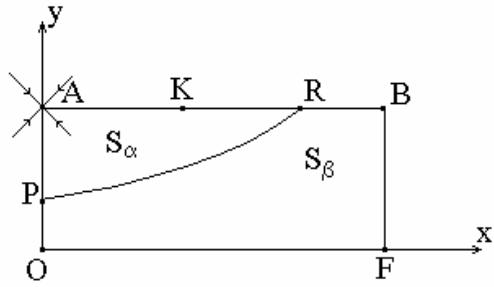


Рис. 4.8. Область пылевыведений:  
 $L_{ARPA}$  - граница  $S_\alpha$ ,  $L_{RBFOPR}$  - граница  $S_\beta$ ,  
 $S = S_\alpha + S_\beta$

Пусть эти потоки разделены линией  $L_{RP}$ , т.е. поток осаждающихся частиц перемещается в области  $S_\beta$ , а поток аспирируемых частиц – области  $S_\alpha$ , примыкающей к всасывающему отверстию  $A$ . Тогда определение массовых расходов частиц в этих потоках не вызывает особых затруднений. Например, при однородной мощности источников пылевыведений и при конвективном переносе частиц извне через отрезок  $KB$ :

$$G_\beta = J_S \cdot S_\beta + J_L \cdot L_{RB}, \quad G_\alpha = J_S \cdot S_\alpha + J_L \cdot L_{KR},$$

$$G = G_\alpha + G_\beta = J_S \cdot S + J_L \cdot L_{KB}.$$

Отношение

$$\alpha = G_\alpha / G \tag{4.14}$$

называют [119] коэффициентом аспирации, а

$$\beta = G_\beta / G \tag{4.15}$$

– коэффициентом осаждения, связанных очевидным равенством

$$\alpha + \beta = 1. \tag{4.16}$$

Тогда концентрация пылевых частиц в аспирируемом воздухе при известной производительности местного отсоса  $Q$  [ $\text{м}^3 / \text{с} \cdot \text{м}$ ] определяется уравнением

$$\gamma = \alpha \gamma_{\max}, \quad \gamma_{\max} = G / Q, \tag{4.17}$$

т.е. коэффициент аспирации определяет снижение запыленности аспирируемого воздуха по отношению к максимально возможной концентрации (когда все появляющиеся частицы увлекаются всасывающим факелом,  $G_\beta = 0$ ).

Если в рассматриваемой области выделяются пылевые частицы разной крупности ( $\delta_{\min} < \delta < \delta_{\max}$ ), то можно найти дисперсный состав пыли в аспирируемом

воздухе. Для этого необходимо располагать данными о площади  $S_\alpha(\delta_i)$  как функции среднего диаметра узкой  $i$ -й фракции.

$$\delta_i = 0,5(\delta_{i \min} + \delta_{i \max}), \quad (4.18)$$

где  $\delta_{i \min}$ ,  $\delta_{i \max}$  – граничные размеры частиц  $i$ -ой фракции.

Так, при отсутствии конвективного переноса ( $J_L(\delta_i) = 0$ ), имеем

$$G_\alpha(\delta_i) = J_S(\delta_i) \cdot S_\alpha(\delta_i), \quad (4.19)$$

$$\alpha(\delta_i) = G_\alpha(\delta_i) / G(\delta_i) = S_\alpha(\delta_i) / S. \quad (4.20)$$

Массовая доля  $i$ -й фракции в отсасываемом воздухе ( $m_i$ ) будет изменяться по отношению к массовой доле этих частиц ( $M_i$ ), появляющихся в области  $S$ :

$$m_i = \alpha(\delta_i) / \alpha \cdot M_i, \quad (4.21)$$

где  $m_i = G_\alpha(\delta_i) / G_\alpha$ ,  $M_i = G(\delta_i) / G$ ,  $\sum_{i=1}^N m_i = 1$ ,  $\sum_{i=1}^N M_i = 1$ ,  $G_\alpha = \sum_{i=1}^N G_\alpha(\delta_i)$ ,

$G = \sum_{i=1}^N G(\delta_i)$ ,  $N$  – количество узких фракций.

В качестве примера рассмотрим два случая: линейный сток в верхней полуплоскости, являющийся моделью открытого местного отсоса, и линейный сток в горизонтальной полосе, представляющий модель аспирационного укрытия (точнее, аспирируемого бесконечного тоннеля).

Прежде чем найти площади  $S_\alpha(\delta_i)$ , введем следующее определение: назовем критической кривой геометрическое место точек области течения, положительная вертикальная составляющая скорости в которых равна скорости витания.

По своему характеру это геометрическое место неустойчивых точек. Свалившись с нее, частица будет либо падать, либо подниматься, оказавшись в конечном итоге в местном отсосе.

Построим критические кривые для простейших случаев движения воздушного потока: линейного стока в верхней полуплоскости и в полосе.

При размещении двух стоков одинаковой интенсивности  $Q$  [ $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{м})$ ] в точках  $\pm H$  оси  $OY$  поле скоростей воздушного течения вычисляется по формулам

$$\begin{cases} v_{2x} = -\frac{Q\bar{x}}{2\pi} \left[ \frac{1}{\bar{x}^2 + (\bar{y} + H)^2} + \frac{1}{\bar{x}^2 + (\bar{y} - H)^2} \right], \\ v_{2y} = -\frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{\bar{y} + H}{\bar{x}^2 + (\bar{y} + H)^2} + \frac{\bar{y} - H}{\bar{x}^2 + (\bar{y} - H)^2} \right], \end{cases} \quad (4.22)$$

где  $\bar{x}, \bar{y}$  – размерные координаты,  $Q$  – интенсивность стока,  $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{м})$ .

Сводя к безразмерному виду, получим

$$\begin{cases} u_x = -xq \left[ \frac{1}{x^2 + (y+1)^2} + \frac{1}{x^2 + (y-1)^2} \right], \\ u_y = -q \left[ \frac{y+1}{x^2 + (y+1)^2} + \frac{y-1}{x^2 + (y-1)^2} \right], \end{cases} \quad (4.23)$$

где  $q = \frac{Q}{2\pi H \cdot c} = \frac{u_H}{c}$ ,  $u_H = Q/H$ .

Семейство критических линий описывается уравнением

$$q \left[ \frac{1-y}{x^2 + (y-1)^2} - \frac{1+y}{x^2 + (y+1)^2} \right] = 1. \quad (4.24)$$

Заметим, что при  $q \rightarrow \infty$  получим уравнение окружности единичного радиуса с центром в начале координат.

В случае линейного стока, расположенного в точке  $(0, H)$  горизонтальной полосы  $0 \leq y \leq H$ , безразмерное поле скоростей определяется следующими формулами:

$$\begin{cases} u_x = -2\pi q \frac{\operatorname{sh} \pi x}{\operatorname{ch} \pi x + \cos \pi y}, \\ u_y = 2\pi q \frac{\sin \pi y}{\operatorname{ch} \pi x + \cos \pi y}. \end{cases} \quad (4.25)$$

Семейство критических кривых для этого случая удобно найти из выражения

$$\operatorname{ch} \pi x = 2\pi q \sin \pi y - \cos \pi y. \quad (4.26)$$

При  $q \rightarrow \infty$  эта кривая преобразуется в две прямые:  $y = 0$  и  $y = 1$ .

Как видно из рис.4.9-4.10, построенные по формулам (4.24) и (4.26) при  $q = 1, 2, \dots, 10, 850$  критические кривые – это замкнутые линии, которые ограничивают некоторую область равномерно распределенных источников пылевыведений. Появившись в ней, аэрозольные частицы попадут в линейный сток. Такую область назовем областью активной аспирации.



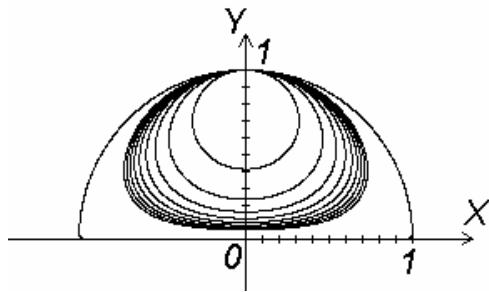


Рис. 4.9. Критические кривые у стока в верхней полуплоскости

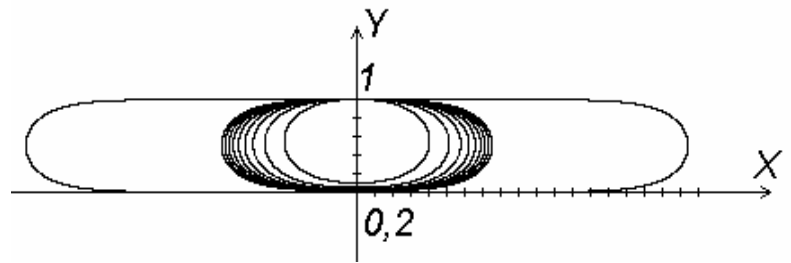


Рис. 4.10. Критические линии стока в полосе

Площадь области активной аспирации увеличивается с возрастанием величины  $q$  и асимптотически приближается для стока в верхней полуплоскости к  $\pi/2$  (рис.4.11). Для стока в полосе указанная площадь неограниченно возрастает с увеличением  $q$ , но её прирост при  $q > 90$  (рис.4.12) невелик. Кроме того, для реальных физических задач  $q < 8500$  ( $q_{\max} \approx 8500$  при  $H_{\min} = 0,01\text{м}$ ;  $c_{\min} = 0,0075\text{м/с}$  для частиц  $10\text{мкм}$ ;  $Q_{\max} = 4\text{м}^3/\text{с}$  для патрубка круглой формы радиусом  $0,25\text{ м}$  и скоростью всасывания  $20\text{ м/с}$ ).

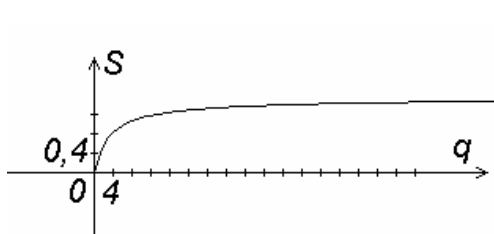


Рис. 4.11. Зависимость площади области активной аспирации от безразмерной скорости для стока в верхней полуплоскости

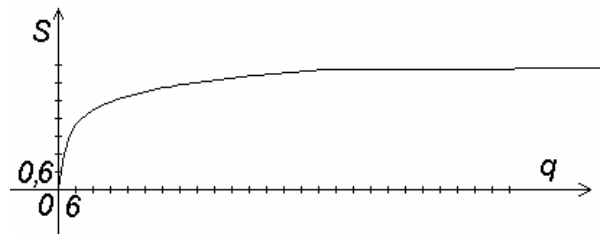


Рис. 4.12. Зависимость площади области активной аспирации от безразмерной скорости для стока в горизонтальной полосе

Существует область, находясь в которой, аэрозольная частица также будет уловлена отсосом, поскольку с течением времени попадет в область активной аспирации. Таковую область назовем присоединенной. Покажем, что ее граница и будет являться разграничивающей кривой  $L_R$ . Для этого вычислим граничную траекторию, выше которой все аэрозольные частицы попадут в отсос, ниже – нет.

Сводя уравнение (4.10) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, получим:

$$\begin{cases} dx / d\tau = v_x c^2 / (Hg), \\ dv_x / d\tau = -v_x + u_x, \\ dy / d\tau = v_y c^2 / (Hg), \\ dv_y / d\tau = -1 - v_y + u_y. \end{cases} \quad (4.27)$$

Начальные значения скорости частицы будем считать нулевыми. Безразмерная ордината вылета частицы  $y = 1$ , так как в реальных задачах улавливаемая отсосом частица чаще всего находится ниже него. Алгоритм определения критической траектории будет состоять из следующих основных шагов:

1. Вычисляем промежуток  $[a, b]$ , где при  $x = a$  частица улавливается отсосом, при  $x = b$  – нет.

2. Производится расчет для  $x = c = (a + b) / 2$ . Если частица упадет, то присваиваем  $b = c$ , иначе  $a = c$ .

3. Проверяем для каждой точки траектории аэрозольной частица выполнение условий

$$|x_p - x| < \varepsilon, \quad |y_p - y| < \varepsilon,$$

где  $(x_p, y_p)$  – координаты нижней точки области активной аспирации,  $(x, y)$  – координаты точки на траектории,  $\varepsilon$  – заданная точность вычисления. Если условия выполняются – расчет прекращается, нет – производится переход к пункту 2. Процесс вычисления сходится достаточно быстро (рис.4.13).

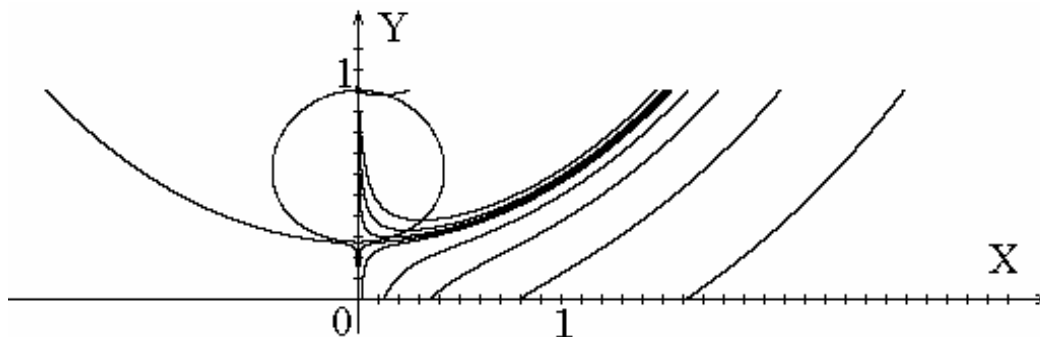


Рис. 4.13. К определению граничной траектории при  $a = 0,25$  и  $b = 10$  для аэрозольной частицы крупностью  $d = 50$  мкм, плотностью  $2500 \text{ кг/м}^3$  с интенсивностью стока в верхней полуплоскости  $Q = 2 \text{ м}^3/\text{с}$ , при динамической вязкости воздуха  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$

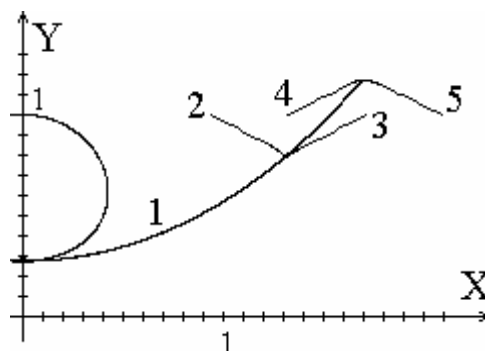


Рис. 4.14. Граничные траектории при различных начальных скоростях: 1:  $(0,0)$ ; 2:  $(20c, -10c)$ ; 3:  $(-20c, -10c)$ ; 4:  $(20c, 10c)$ ; 5:  $(-20c, 10c)$

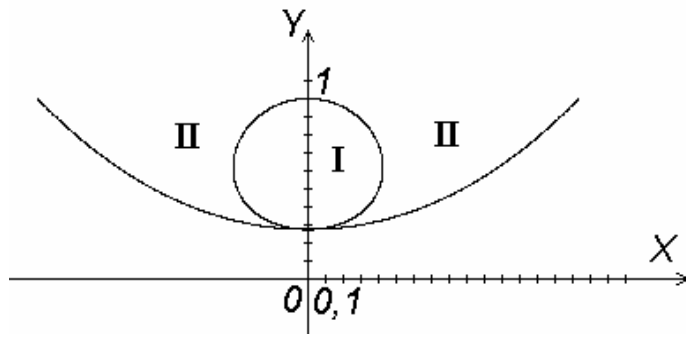


Рис. 4.15. Область активной аспирации ( I ) и присоединенная область ( II ) для аэрозольной частицы крупностью  $d = 50$  мкм, плотностью  $2500 \text{ кг/м}^3$ , интенсивностью стока в верхней полуплоскости  $Q = 2 \text{ м}^3/\text{с}$ , плотностью воздуха  $1,2 \text{ кг/м}^3$ , динамической вязкостью  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$

Как видно из расчетов (рис.4.15), присоединенная область значительно больше области активной аспирации.

Заметим, что граничная траектория аэрозольной частицы не с нулевыми начальными скоростями будет совпадать с граничной траекторией, вычисленной для частицы с нулевыми начальными условиями за исключением небольшого участка (рис.4.14). Кроме того, на граничную траекторию не влияет ордината, с которой происходит ее поиск: будет лишь меняться ее длина.

Объединение областей активной аспирации и присоединенной назовем областью аспирации. Определим коэффициент  $k$ , равный отношению площади области активной аспирации к площади области аспирации при изменении крупности аэрозольных частиц.

Область аспирации  $S_\alpha$  включает как область активной аспирации  $S_a$ , так и присоединенную область. Площадь области  $S_\alpha$  может быть определена из отношения

$$k = S_a / S_\alpha$$

при различных значениях крупности частиц (табл. 4.1). Как видно из этих данных, область аспирации возрастает с уменьшением размера частиц и с ростом производительности местного отсоса.

Таким образом, качество аспирации может в достаточной степени характеризоваться площадью области  $S_\alpha$ , т.е. коэффициентом аспирации. Величина последнего может быть найдена при известных  $M_i$  по формуле

$$\alpha = \sum_{i=1}^N [\alpha(\delta_i) \cdot M_i] \quad (4.28)$$

или при известных  $m_i$  по формуле

$$\alpha = 1 / \sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\alpha(\delta_i)}, \quad (4.29)$$

что дает возможность определить концентрацию и дисперсный состав пыли в отсасываемом воздухе или, зная их, найти истинную общую и пофракционную интенсивность пылевыделений, а затем прогнозировать структуру пылевого потока при других объемах.

Таблица 4.1

Зависимость абсолютной ( $S_a, \text{м}^2$ ) и относительной площади ( $k = S_a / S_\alpha$ ) области активной аспирации от крупности аэрозольных частиц ( $\delta, \text{мкм}$ ) и мощности стока ( $Q, \text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{м})$ ) при  $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3, \mu = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$

$Q, \text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{м})$	Sa/2 (числитель) и k (знаменатель) при $\delta, \text{мкм}$								
	5	10	15	20	30	45	60	80	100
Сток в полуплоскости									
0,5	0,700	0,57	0,443	0,332	0,173	0,062	0,025	0,009	0,003
	0,117	0,201	0,258	0,296	0,337	0,353	0,371	0,375	0,378
1,0	0,735	0,648	0,555	0,464	0,309	0,153	0,074	0,030	0,014
	0,086	0,157	0,212	0,250	0,303	0,345	0,354	0,373	0,425
1,5	0,748	0,682	0,606	0,530	0,389	0,228	0,126	0,058	0,028
	0,071	0,133	0,183	0,222	0,276	0,326	0,348	0,366	0,408
2	0,755	0,701	0,637	0,571	0,443	0,285	0,173	0,087	0,045
	0,063	0,117	0,162	0,202	0,258	0,318	0,338	0,364	0,389
2,5	0,760	0,714	0,658	0,599	0,482	0,330	0,215	0,116	0,064
	0,058	0,107	0,149	0,187	0,244	0,297	0,329	0,337	0,374
3,0	0,764	0,722	0,673	0,620	0,512	0,366	0,251	0,144	0,082
	0,052	0,098	0,139	0,175	0,230	0,285	0,320	0,353	0,377
Сток в полосе									
0,5	1,774	1,333	1,075	0,892	0,637	0,390	0,235	0,116	0,058
	0,013	0,040	0,074	0,109	0,176	0,257	0,305	0,341	0,153
1,0	1,995	1,554	1,296	1,113	0,855	0,600	0,425	0,264	0,161
	0,008	0,023	0,045	0,067	0,117	0,188	0,245	0,300	0,336
1,5	1,124	1,683	1,425	1,242	0,984	0,727	0,547	0,375	0,254
	0,006	0,017	0,033	0,050	0,089	0,150	0,205	0,263	0,311
2	2,216	1,774	1,516	1,333	1,075	0,818	0,637	0,460	0,330
	0,0043	0,014	0,016	0,041	0,073	0,126	0,177	0,235	0,286
2,5	2,286	1,845	1,587	1,404	1,146	0,889	0,707	0,528	0,393
	0,0036	0,011	0,022	0,034	0,063	0,110	0,156	0,214	0,269
3,0	2,345	1,903	1,645	1,462	1,204	0,946	0,764	0,584	0,447
	0,003	0,0097	0,019	0,030	0,055	0,097	0,140	0,195	0,247

Определим структуру аэрозольного потока для укрытия грохота ГСО 3000×6400 фабрики окомкования №2 Северного горнообогатительного комбината при известных массовых долях  $i$ -х узких фракций в отсасываемом воздухе, плотности материала ( $\rho = 2600 \text{ кг/м}^3$ ) и расходах: аспирации  $Q_a$ , эжектируемого воздуха  $Q_{ж1}, Q_{ж2}$ , через неплотности  $Q_n$  (рис.4.16-4.17). При заданных расходах  $Q$  были построены граничные траектории пылевых частиц среднего диаметра узких фракций: 5,15,30,50,80 мкм и определены их коэффициенты аспирации. По формуле (4.29) определен коэффициент аспирации отсоса, а из (4.21) интенсивность пылевыделений  $M_i$  внутри грохота. Заметим, что внутри укрытия в результате действия вибрации решетки грохота и действия потока материала интенсивность пылевыделения «размазывается» по всему объему, и потому будем считать ее постоянной во всей рассматриваемой области. По найденным значениям  $M_i$  сделан прогноз дисперсного состава и концентрации пылевых частиц при разных объе-

мах аспирации и схемах подсоса воздуха через неплотности (рис.4.16-4.17). Для определения концентрации сначала определялся первоначальный массовый расход пылевых частиц

$$G = \alpha_Q \cdot Q_a \cdot \gamma_Q,$$

затем по формуле

$$\gamma_{Q_i} = \alpha_{Q_i} \cdot \frac{G}{Q_i} = \alpha_{Q_i} \cdot \frac{\alpha_Q \cdot Q_a \cdot \gamma_Q}{Q_i}$$

определялась искомая концентрация  $\gamma_{Q_i}$  при заданных объемах аспирации  $Q_i$ .

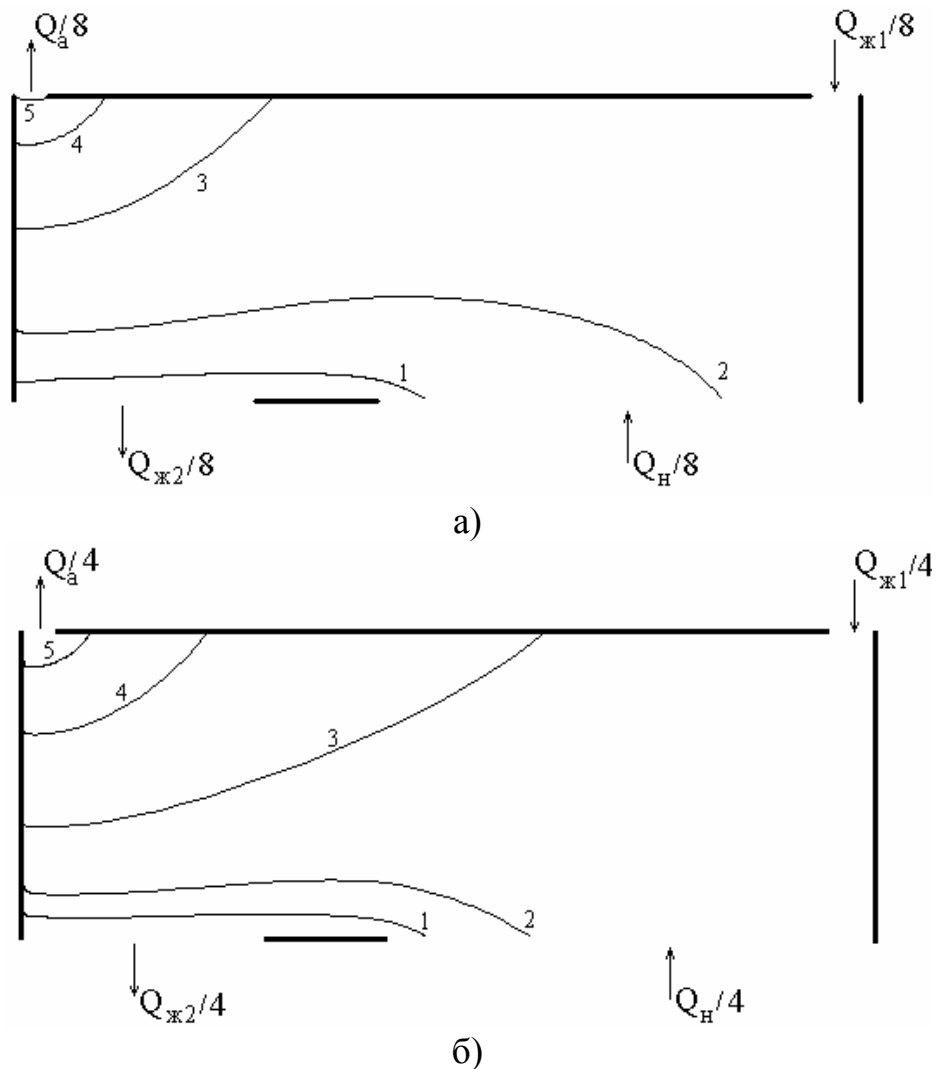
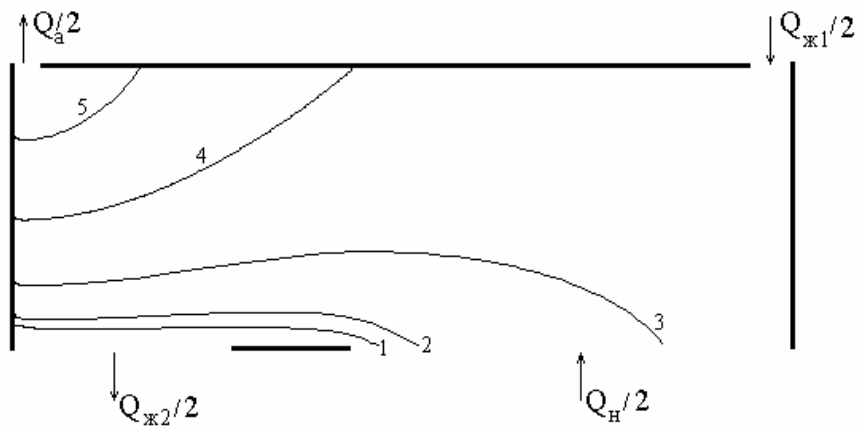


Рис. 4.16. Граничные траектории пылевых частиц плотности  $2600 \text{ кг/м}^3$  различной крупности: 1 - 5 мкм, 2 - 15 мкм, 3 - 30 мкм, 4- 50 мкм, 5 - 80 мкм при  $Q_a = 1,26 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м})$ ,  $u_a = 4,5 \text{ м/с}$ ,

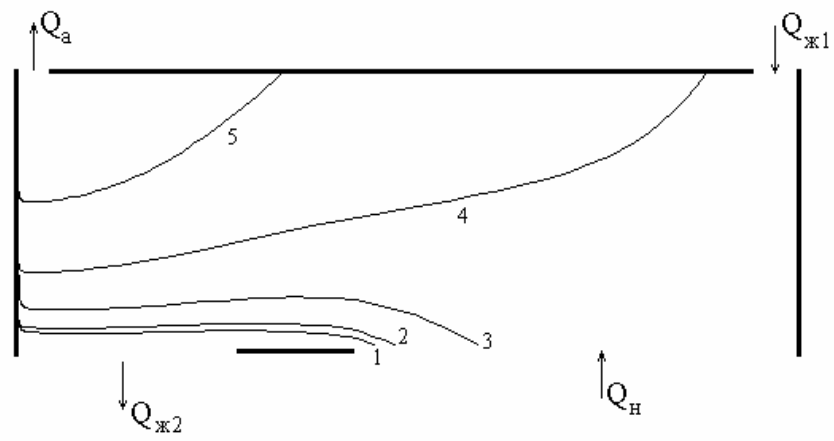
$$Q_{ж1} = 0,05 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), u_{ж1} = 0,125 \text{ м/с}, Q_{ж2} = 0,09 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), u_{ж2} = 0,045 \text{ м/с},$$

$$Q_n = 1,30 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), u_n = 0,325 \text{ м/с}$$

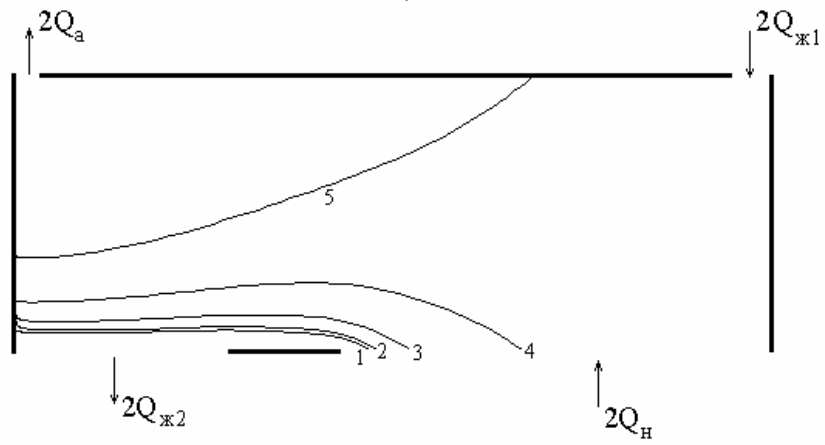
(начало)



В)

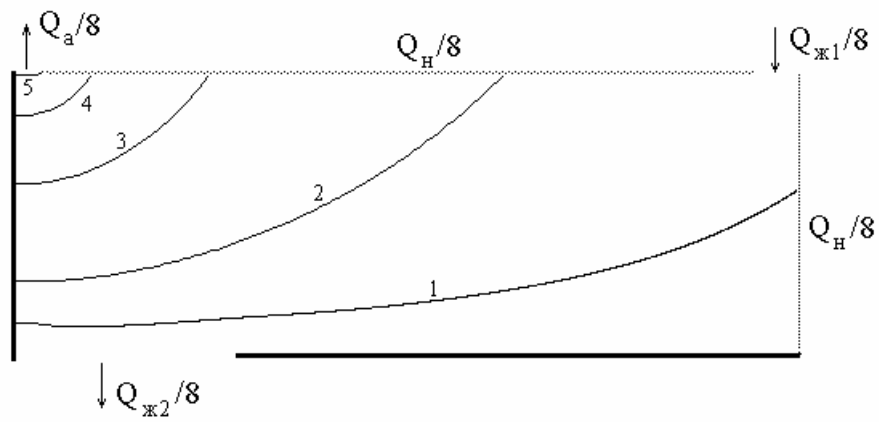


Г)

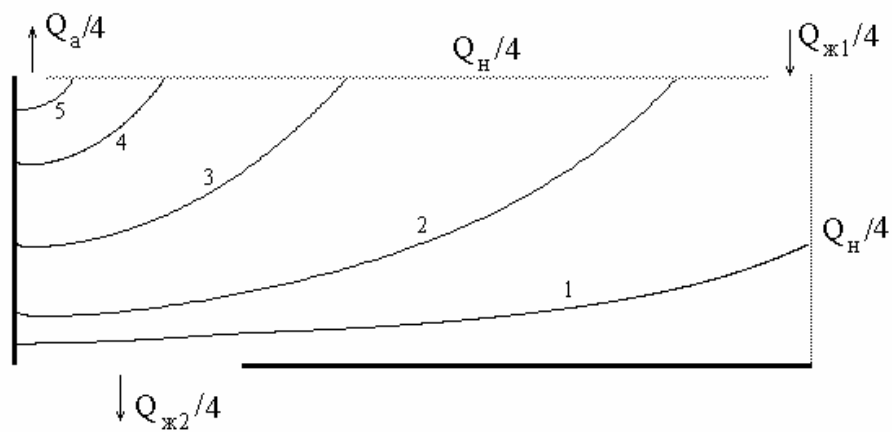


Д)

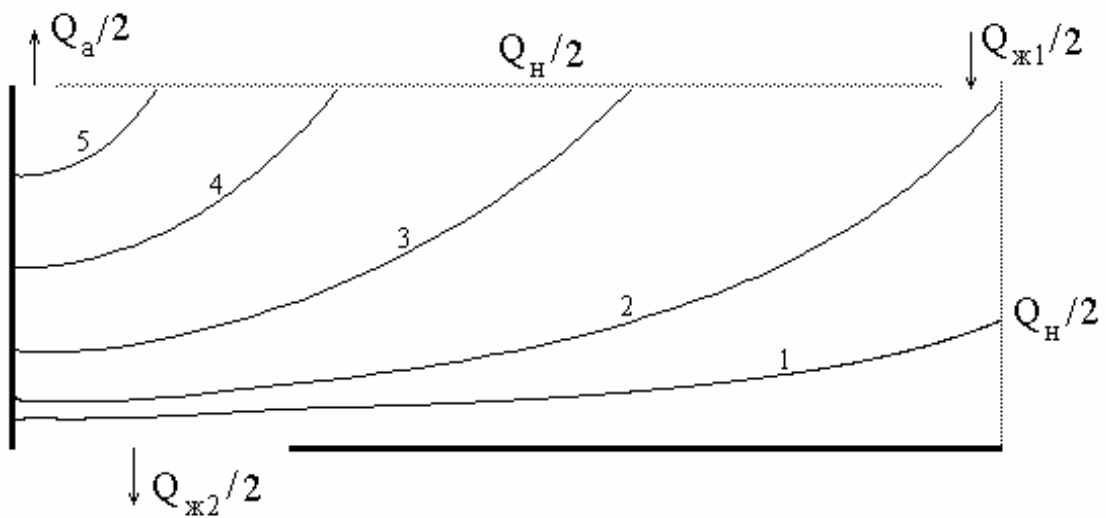
Рис. 4.16. Окончание



a)



б)



в)

Рис. 4.17. Граничные траектории пылевых частиц плотности  $2600 \text{ кг/м}^3$  различной крупности: 1 - 5 мкм, 2 - 15 мкм, 3 - 30 мкм, 4 - 50 мкм, 5 - 80 мкм при  $Q_a = 1,26 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м})$ ,  $u_a = 4,5 \text{ м/с}$ ,

$$Q_{ж1} = 0,05 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), u_{ж1} = 0,125 \text{ м/с},$$

$$Q_{ж2} = 0,09 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), u_{ж2} = 0,045 \text{ м/с}, Q_H = 1,30 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), u_H = 0,325 \text{ м/с}$$

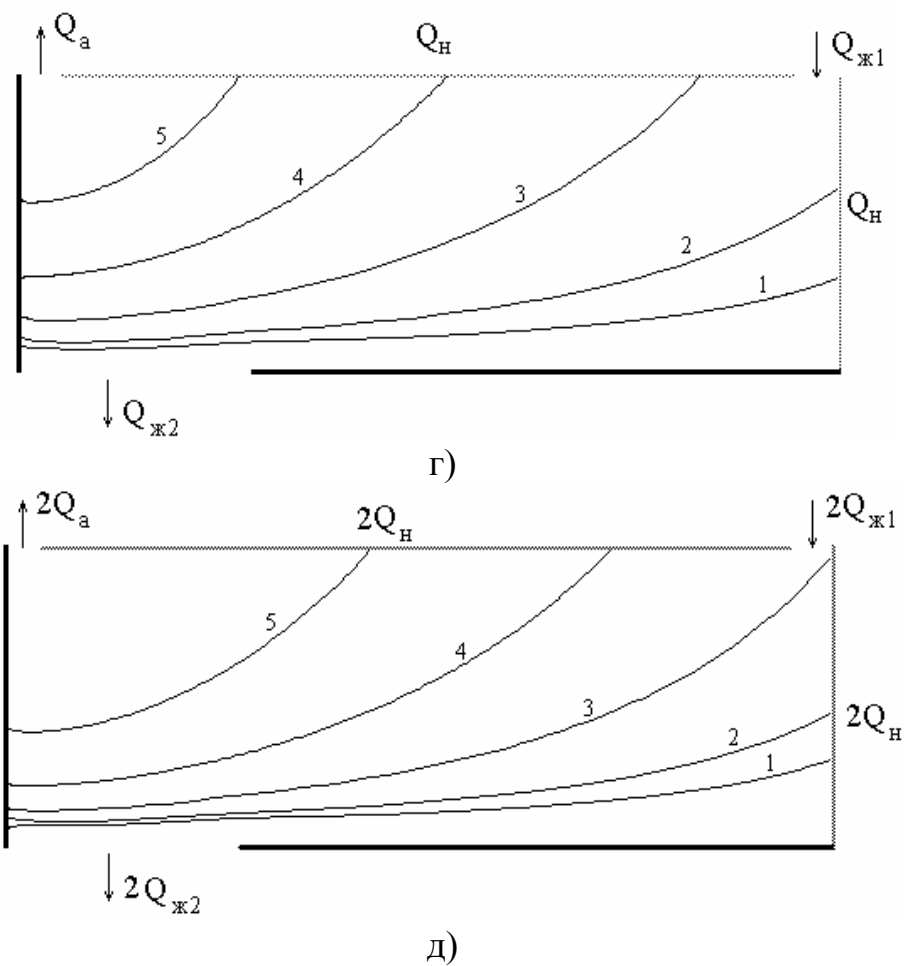


Рис. 4.17. Окончание

Из представленных расчетов (табл.4.2-4.3) видно, что предпочтительней 2-я схема подсосов воздуха через неплотности, так как коэффициенты аспирации имеют меньшую величину и соответственно пылеунос в аспирационную сеть снижается. Откуда следует, что необходимо герметизировать прежде всего нижнюю часть укрытия грохота.

Таблица 4.4

**Зависимость концентрации пыли в аспирируемом воздухе от объемов аспирации и интенсивности пылевывделений**

	$M_1 = 1$		$M_2 = 1$		$M_3 = 1$		$M_4 = 1$		$M_5 = 1$		$M_i = 0,2$	
	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$	$\alpha$	$\gamma$
Q/8	0,774	31,07	0,318	14,36	0,069	4,84	0,011	1,63	» 0	0,01	0,235	16,58
Q/4	0,824	16,54	0,450	10,16	0,169	5,93	0,041	2,91	0,006	1,36	0,298	10,54
Q/2	0,847	8,5	0,656	7,40	0,318	5,58	0,115	4,03	0,027	2,81	0,392	6,94
Q	0,857	4,3	0,762	4,3	0,49	4,3	0,243	4,3	0,081	4,3	0,487	4,3
2Q	0,865	2,17	0,815	2,3	0,656	2,88	0,405	3,58	0,187	4,96	0,586	2,59

При увеличении объемов аспирации концентрация пылевых частиц в аспирируемом воздухе увеличивается. Заметим, что существуют разночтения в этом



вопросе: одни специалисты утверждают, что концентрация увеличивается с возрастанием расхода, другие – обратное. Были проведены специальные исследования (табл. 4.4). Оказалось, что при смещении интенсивности пылевывделений в сторону крупных частиц концентрация с возрастанием объемов аспирации увеличивается. Если же пылевывделение происходит за счет мелких частиц, то концентрация падает с увеличением расхода. При пылевывделении частиц средней крупности концентрация не является монотонной функцией от объемов аспирации и имеет максимум, который смещается от мелкодисперсных к крупнодисперсным аэрозолям при движении интенсивности пылевывделений в ту же сторону.

Таблица 4.2

Параметры аэрозольного потока (рис.4.16 г) при различных объемах аспирации с

$$Q_a = 1,26 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), Q_{ж1} = 0,05 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), Q_{ж2} = 0,09 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), Q_H = 1,30 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м})$$

Коэффициент аспирации $\alpha = 0,194$ при $Q/8$ , концентрация $\gamma = 0,815 \text{ г/м}^3$					
№ п/п	$\delta_i^{\min} < \delta < \delta_i^{\max}$	$\delta_i$	$M_i$	$m_i$	$\alpha(\delta_i)$
1	0 ... 10	5	0,092	0,4578	0,963
2	10 ... 20	15	0,105	0,4198	0,776
3	20 ... 40	30	0,216	0,1000	0,090
4	40 ... 60	50	0,328	0,0220	0,0126
5	60 ... 100	80	0,259	0,0004	0,0003
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,258$ при $Q/4$ , концентрация $\gamma = 1,084 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,092	0,3455	0,966
2	10 ... 20	15	0,105	0,3695	0,908
3	20 ... 40	30	0,216	0,2131	0,255
4	40 ... 60	50	0,328	0,0649	0,051
5	60 ... 100	80	0,259	0,0069	0,0069
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,416$ при $Q/2$ , концентрация $\gamma = 1,747 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,092	0,2149	0,968
2	10 ... 20	15	0,105	0,2385	0,944
3	20 ... 40	30	0,216	0,4026	0,776
4	40 ... 60	50	0,328	0,1248	0,158
5	60 ... 100	80	0,259	0,0193	0,031
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,559$ при $Q$ , концентрация $\gamma = 2,348 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,092	0,16	0,970
2	10 ... 20	15	0,105	0,18	0,959
3	20 ... 40	30	0,216	0,35	0,908
4	40 ... 60	50	0,328	0,26	0,443
5	60 ... 100	80	0,259	0,05	0,108
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,758$ при $2Q$ , концентрация $\gamma = 3,184 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,092	0,1182	0,971
2	10 ... 20	15	0,105	0,1336	0,9648
3	20 ... 40	30	0,216	0,2684	0,944
4	40 ... 60	50	0,328	0,378	0,873
5	60 ... 100	80	0,259	0,1018	0,298

Параметры аэрозольного потока (рис.4.17 г) при различных объемах аспирации с

$$Q_a = 1,26 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), Q_{ж1} = 0,05 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}),$$

$$Q_{ж2} = 0,09 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}), Q_H = 1,30 \text{ м}^3 / (\text{с} \cdot \text{м})$$

Коэффициент аспирации $\alpha = 0,1$ при $Q/8$ , концентрация $\gamma = 9,61 \text{ г/м}^3$					
№ п/п	$\delta_i^{\min} < \delta < \delta_i^{\max}$	$\delta_i$	$M_i$	$m_i$	$\alpha(\delta_i)$
1	0 ... 10	5	0,066	0,5138	0,774
2	10 ... 20	15	0,084	0,2671	0,318
3	20 ... 40	30	0,253	0,1752	0,069
4	40 ... 60	50	0,379	0,0438	0,0115
5	60 ... 100	80	0,219	0,0001	0,00003
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,152$ при $Q/4$ , концентрация $\gamma = 7,37 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,066	0,3588	0,824
2	10 ... 20	15	0,084	0,2479	0,450
3	20 ... 40	30	0,253	0,2815	0,169
4	40 ... 60	50	0,379	0,1026	0,0411
5	60 ... 100	80	0,219	0,0092	0,0064
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,241$ при $Q/2$ , концентрация $\gamma = 5,84 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,066	0,2327	0,847
2	10 ... 20	15	0,084	0,228	0,656
3	20 ... 40	30	0,253	0,3342	0,318
4	40 ... 60	50	0,379	0,181	0,115
5	60 ... 100	80	0,219	0,0241	0,0265
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,354$ при $Q$ , концентрация $\gamma = 4,3 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,066	0,16	0,857
2	10 ... 20	15	0,084	0,18	0,762
3	20 ... 40	30	0,253	0,35	0,440
4	40 ... 60	50	0,379	0,26	0,243
5	60 ... 100	80	0,219	0,05	0,081
Коэффициент аспирации $\alpha = 0,486$ при $2Q$ , концентрация $\gamma = 2,95 \text{ г/м}^3$					
1	0 ... 10	5	0,066	0,1178	0,865
2	10 ... 20	15	0,084	0,1404	0,815
3	20 ... 40	30	0,253	0,3417	0,656
4	40 ... 60	50	0,379	0,3160	0,405
5	60 ... 100	80	0,219	0,0842	0,187

## 4.2. Пульсирующие потоки

Представляет как научный, так и практический интерес изучение поведения пылевых частиц в аэродинамическом поле вращающегося цилиндра-отсоса, расположенного в аспирационном укрытии (рис.4.18). Сама по себе постановка такой задачи является новой в области промышленной вентиляции и соответственно малоизученной.

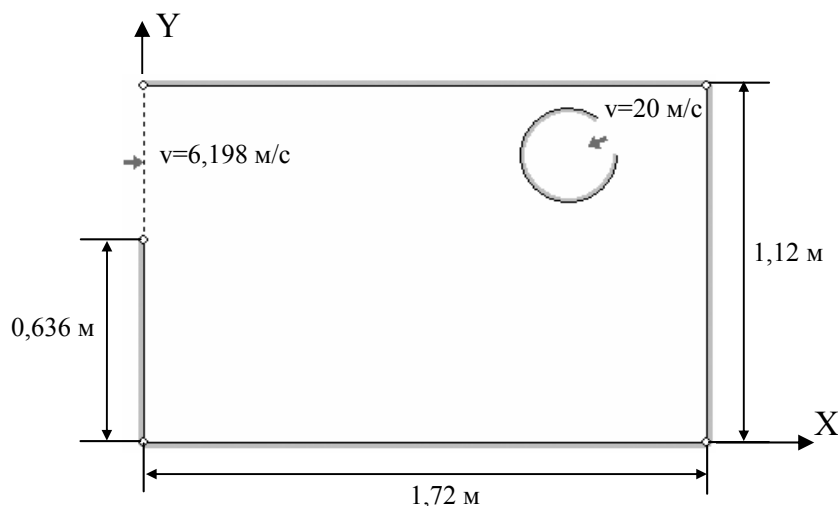


Рис. 4.18. Схема аспирационного укрытия с цилиндром-отсосом

Целью исследования являлось определение такого положения цилиндра-отсоса и скорости его вращения, при котором в аспирационную сеть наблюдается наименьший пылеунос, что напрямую связано с понижением максимального диаметра ( $d_{\max}$ ) улавливаемой отсосом пылевой частицы. Кроме того, необходимо определить, насколько снижается  $d_{\max}$  и снижается ли вообще относительно традиционных схем улавливания загрязняющих веществ аспирационными укрытиями.

Решение поставленной научно-технической задачи основывается на разработке математической модели пыле- и аэродинамики в многосвязных областях с вращающимися цилиндрами-отсосами, алгоритмов ее численной реализации и компьютерной программы, которая может стать эффективным инструментом исследователя для широкого класса задач промышленной вентиляции.

### 4.2.1. Вывод основных расчетных соотношений

Пусть многосвязная область течения ограничена контуром  $S$ , на котором задана нормальная составляющая скорости как функция от координат и времени –  $v_n(x_0, t)$ , где  $x_0 \in S$ . Внутри области могут находиться вращающиеся непроницаемые цилиндры (им соответствуют окружности) с линейными скоростями вращения  $v_i$ . Будем полагать, что по границе непрерывно распределены источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности  $q(\xi, t)$ . В центрах  $a_i(a_{i1}, a_{i2})$  цилиндров расположим линейные вихри с циркуляциями

$$\Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i, \quad (4.30)$$

где  $r_i$  – радиус  $i$ -го цилиндра. Влияние всех этих источников (стоков) и вихрей на внутреннюю точку  $x$  области течения определится интегральным уравнением:

$$v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i),$$

где  $v_n(x, t)$  – величина скорости в точке  $x(x_1, x_2)$  вдоль направления  $\mathbf{n} = \{n_1, n_2\}$  в момент времени  $t$ ;  $m$  – количество вращающихся цилиндров;

$$F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}; \quad G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]};$$

$dS(\xi)$  – обозначает, что переменной интегрирования является  $\xi$ .

Устремив внутреннюю точку  $x$  к граничной  $x_0$  вдоль направления внешней нормали, получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0, t) = -\frac{1}{2}q(x_0, t) + \int_S F(x_0, \xi)q(\xi, t)dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i)G(x_0, a_i), \quad (4.31)$$

где первое слагаемое возникает в результате вычисления сингулярности интеграла при  $x_0 = \xi$  и соответственно сам интеграл эту точку не содержит.

Осуществив дискретизацию границы области на  $N$  граничных отрезков, на каждом из которых будем полагать интенсивность  $q(\xi, t)$  постоянной, получим дискретный аналог уравнения (4.31):

$$v_n^p = -\frac{1}{2}q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p, \quad (4.32)$$

где  $v_n^p = v_n(x_0^p, t)$ ;  $x_0^p$  – середина  $p$ -го отрезка;  $q^p = q(x_0^p, t)$ ;  $q^k = q(\xi^k, t)$ ;  $\xi^k$  – произвольная точка  $k$ -го отрезка;  $F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k)$  – интеграл по  $k$ -му

отрезку;  $\Gamma_i = \Gamma(a_i)$ ,  $G_i^p = G(x_0^p, a_i)$ .

Перебирая  $p$  от 1 до  $N$ , получим систему  $N$  линейных алгебраических уравнений с  $N$  неизвестными, решив которую, найдем величины интенсивностей источников (стоков)  $q^1, q^2, \dots, q^N$  в данный момент времени  $t$ . Соответственно искомая скорость во внутренней точке  $x$  вычисляется по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i, \quad (4.33)$$

где

$$F^k = \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k); \quad G_i = G(x, a_i).$$

Для построения линии тока необходимо задать начальную точку; вычислить в ней горизонтальную  $v_x$  и вертикальную  $v_y$ , составляющие скорости воздуха, определив тем самым направление течения  $\dot{\mathbf{v}}$ ; сделать шаг в данном направлении и вновь выполнить изложенный порядок вычислений. Возможен и обратный ход расчета, когда линия тока строится от всасывающего отверстия, т.е. производится шаг в направлении, противоположном вектору  $\dot{\mathbf{v}}$ . Расчет прекращается, когда достигается линия отсоса воздуха либо когда длина линии тока превышает заданную длину.

Траектория пылевой частицы строится на основании интегрирования методом Рунге-Кутты уравнения движения:

$$\rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \cdot \frac{d\dot{\mathbf{v}}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\dot{\mathbf{v}}_1 - \dot{\mathbf{v}}|(\dot{\mathbf{v}}_1 - \dot{\mathbf{v}})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \dot{\mathbf{g}},$$

где  $\rho_1, \rho$  – плотности пылевой частицы и среды соответственно;  $\dot{\mathbf{v}}_1$  – вектор скорости частицы;  $\dot{\mathbf{v}}$  – скорость воздуха, вычисляемая по формуле (4.33);  $d_s$  – эквивалентный диаметр;  $S_m = \pi d_s^2/4$  – площадь миделевого сечения;  $\chi$  – коэффициент динамической формы частицы;  $\dot{\mathbf{g}}$  – ускорение свободного падения;  $\psi$  – коэффициент сопротивления среды

$$\psi = \begin{cases} 24/Re & \text{при } Re < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1 + 1/6 \cdot Re^{2/3})/Re & \text{при } 1 \leq Re < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/Re \cdot (1 + 0,065 Re^{2/3})^{1,5} & \text{при } Re \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова).} \end{cases}$$

При столкновении частицы с твердой стенкой тангенциальная  $v_{2\tau}$  и нормальная  $v_{2n}$  скорости вычисляются по формулам [91]:

$$v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1 + k) \cdot v_{0n},$$

где  $\eta = \min\left\{-\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1\right\}$ ;  $k$  – коэффициент восстановления при ударе;  $f$  – коэффициент трения скольжения.

При расчете траекторий пылевой частицы в области с изменяющимися во времени граничными условиями необходимо в каждый момент времени для определения скорости воздуха пересчитывать интенсивность источников (стоков), распределенных по границе течения, решая систему (4.32).

На основании изложенных алгоритмов разработана компьютерная программа «Спектр» [6], позволяющая определять поле скоростей, строить линии тока и

траектории пылевых частиц в многосвязных областях со сложными границами, где нормальная составляющая скорости может изменяться во времени и которые могут содержать заданное количество вращающихся цилиндров.

#### 4.2.2. Результаты расчета и их обсуждение

В задаче с вращающимся цилиндром-отсосом возникает ряд трудностей с определением того, попадет ли частица в отсос или нет.

Первая проблема состоит в том, что частицы, вылетающие из одной и той же точки и имеющие одинаковый диаметр, могут либо попасть в отсос, либо не попасть в него. Это зависит от того, каков был угол поворота цилиндра-отсоса в момент вылета частицы. На рис.4.19 приведен пример такой ситуации. На рис.4.19а частица не попадает в отсос из-за того, что в тот момент, когда она была возле цилиндра, отсос был повернут в другую сторону. Облетая цилиндр, частица удаляется от него и в результате оседает на дно аспирационного укрытия.

Поэтому, очевидно, следует говорить о проценте попадания частиц в отсос. Ясно, что проверить все допустимые начальные положения цилиндра-отсоса не представляется возможным. В рамках поставленной задачи необходимо определить максимальный диаметр улавливаемых отсосом частиц, а не точное значение процента попадания. При этом если при каком-либо диаметре частиц процент их попадания в отсос мал, то для простоты анализа можно считать, что частицы данного диаметра в отсос не попадают. Так, при проведении исследований анализировались 4 варианта начального положения цилиндра-отсоса (рис.4.20). Разница между этими положениями составляет 90 градусов. Если ни при одном из этих положений частица не попадает в отсос, то делается вывод о том, что частица данного диаметра не достигает отсоса вообще.

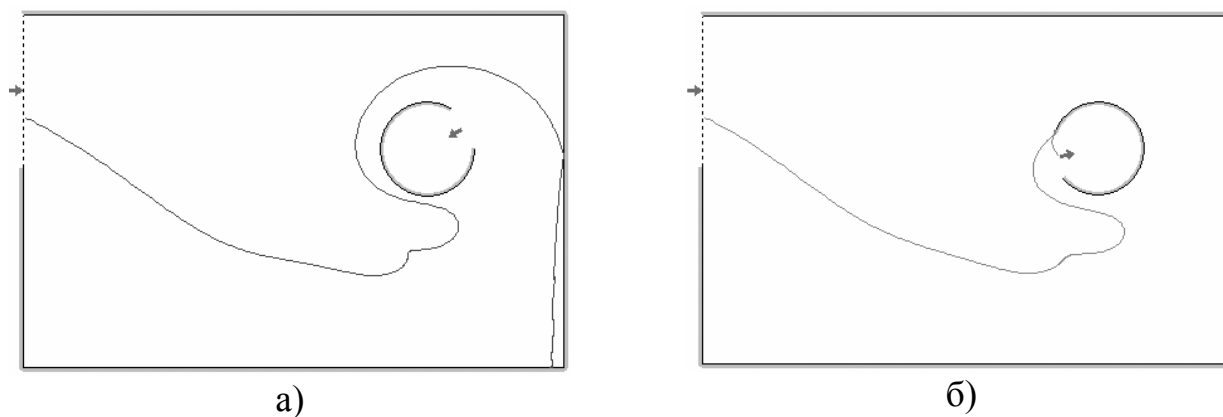


Рис. 4.19. Различные варианты траекторий одинаковых частиц, вылетающих из одной точки в разные моменты времени



Рис. 4.20. Начальные положения цилиндра-отсоса

Еще одна проблема заключается в том, что частицы, приблизившись к цилиндру-отсосу, могут двигаться вблизи него по замкнутой траектории (рис.4.21а). Однозначный вывод о том, попадет ли колеблющаяся частица в отсос или нет, сделать невозможно. Частица может столкнуться с другой частицей и, изменив траекторию, попасть в отсос. Однако более вероятным является предположение о том, что колеблющаяся частица не достигнет отсоса, поскольку скоагулирует с другой и осядет на дно аспирационного укрытия либо в результате столкновения изменит траекторию и опять-таки осядет на дно. Поэтому если возникает ситуация, когда частица движется по замкнутой траектории, то считается, что она в отсос не попадет.

При проведении исследований использовалась схема аспирационного укрытия, показанная на рис.4.18.

Общие для всех исследований исходные данные: коэффициент динамической формы частицы равен 1; плотность частицы –  $3500 \text{ кг/м}^3$ ; плотность среды –  $1,205 \text{ кг/м}^3$ ; динамическая вязкость воздуха –  $0,0000178 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ; скорость вылета частиц – нулевая; скорость воздуха, отсасываемого через щель в цилиндре –  $20 \text{ м/с}$ ; скорость воздуха в приточном отверстии –  $6,198 \text{ м/с}$ .

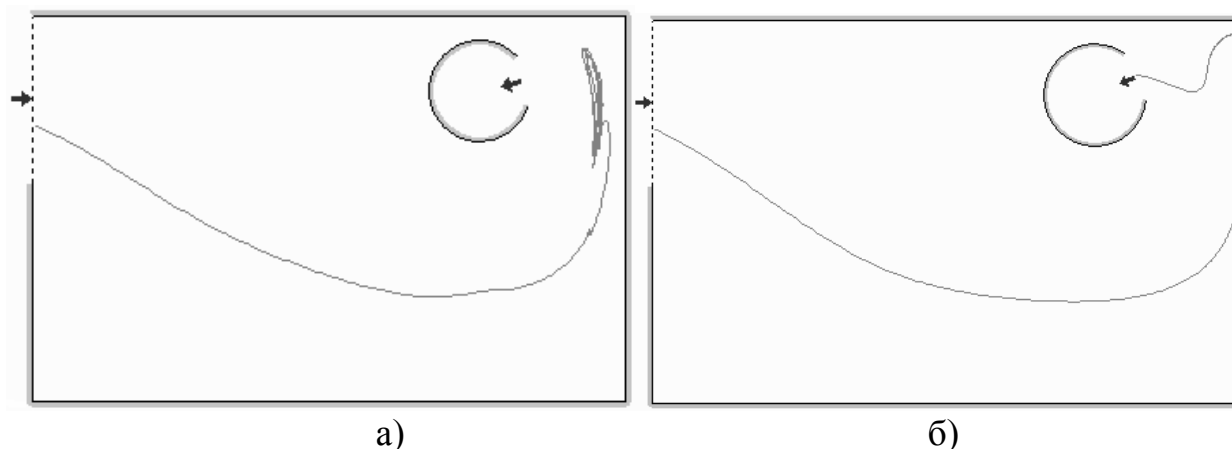
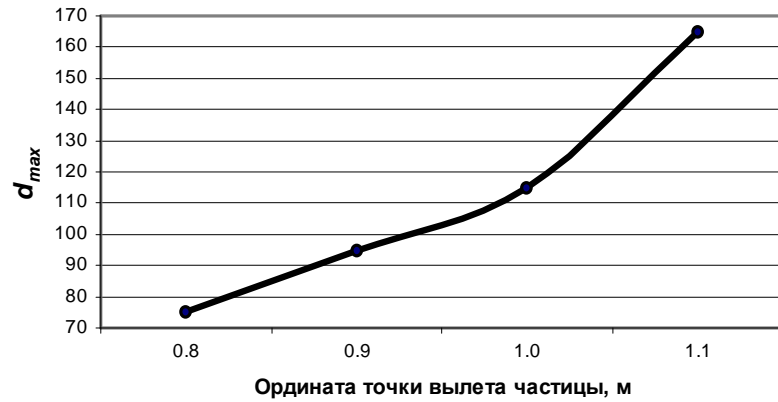


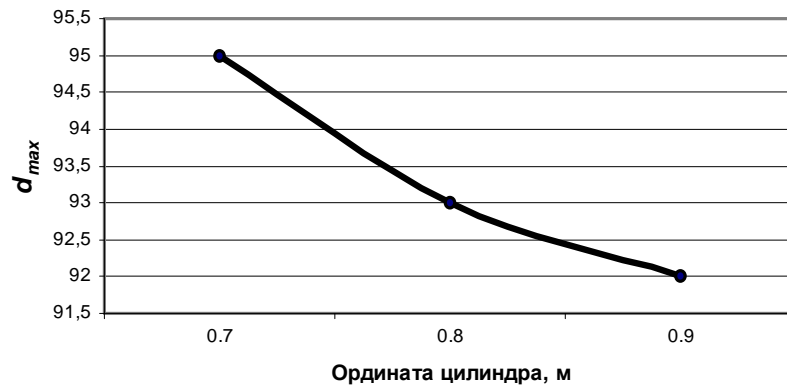
Рис. 4.21. Траектории движения пылевых частиц при вращении цилиндра:  
а) по часовой стрелке; б) против часовой стрелки

Некоторые результаты исследований (показаны на рис.4.22) являются достаточно очевидными. При увеличении величины разности ординат точки вылета частицы и центра цилиндра-отсоса (рис.4.22а, 4.22б), а также в случае его смещения в сторону приточного отверстия (рис.4.22в) величина  $d_{\max}$  улавливаемой частицы увеличивается.

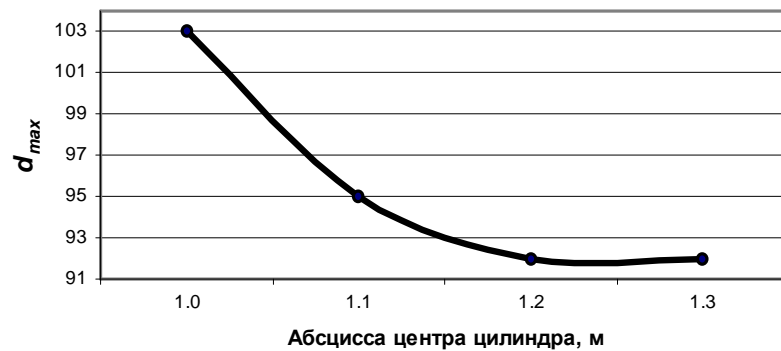
Зависимость  $d_{\max}$  от линейной скорости вращения цилиндра-отсоса не столь очевидна (рис.4.23).



а) Цилиндр с центром в т. (1,3; 0,9) вращается со скоростью 1,5 м/с по часовой стрелке



б) Частица вылетает из точки (0,01; 0,8). Цилиндр-отсос (абсцисса центра – 1,3) вращается со скоростью 3 м/с по часовой стрелке



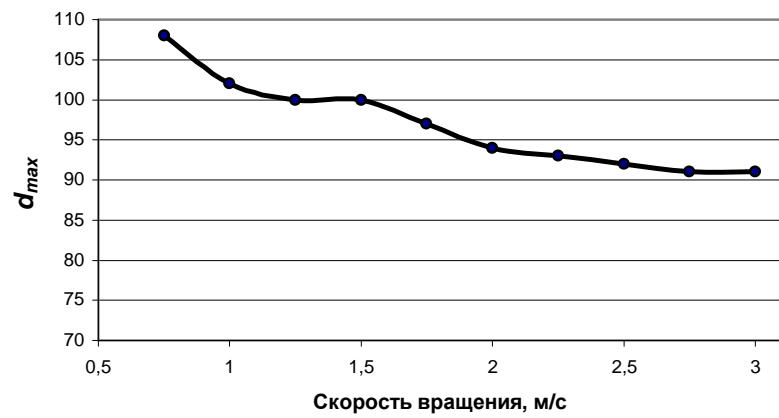
в) Частица вылетает из точки (0,01; 0,8). Цилиндр-отсос (ордината центра – 0,8) вращается со скоростью 3 м/с по часовой стрелке

Рис. 4.22. Зависимость величины  $d_{max}$  от : а) ординаты точки вылета частицы; б) ординаты центра цилиндра-отсоса; в) абсциссы центра цилиндра

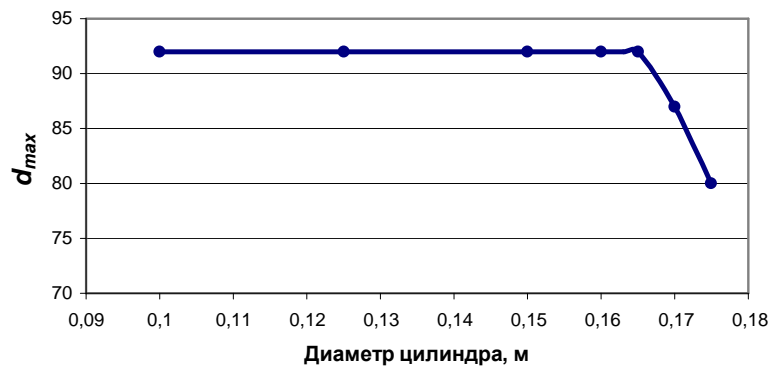




а)



б)



в)

Рис. 4.23. Зависимость  $d_{max}$  при точке вылета частицы (0,01; 0,8) и положении цилиндра (1,3; 0,9) от: а) скорости вращения цилиндра по часовой стрелке; б) скорости вращения цилиндра против часовой стрелки; в) диаметра цилиндра

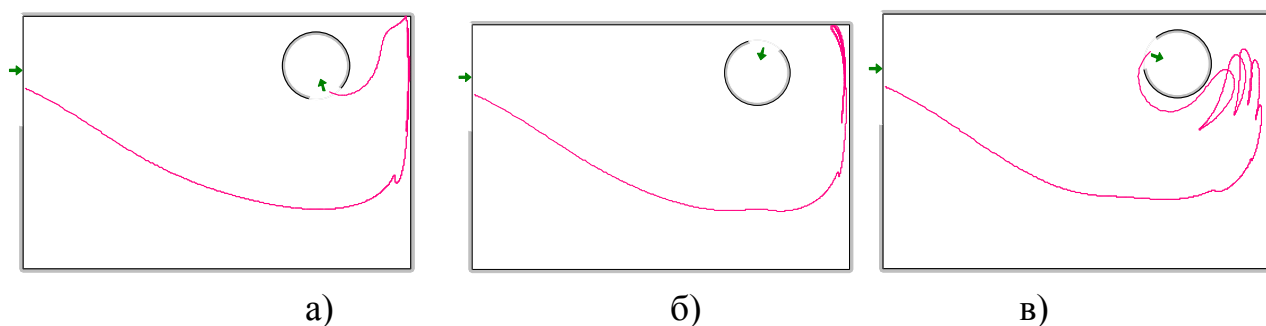


Рис. 4.24. Траектории полета частицы диаметром 85 мкм при различных скоростях вращения цилиндра-отсоса по часовой стрелке: а) 0,75 м/с; б) 1,5 м/с; в) 2,5 м/с

Воздушный поток в рассматриваемой задаче индуцируется отсосом и вращением цилиндра. В начале движения частицы доминирующее влияние на ее траекторию оказывает отсос. Как видно из рис.4.21а, б, при небольших скоростях вращения цилиндра-отсоса траектория частицы на начальном участке своего движения практически не изменяется в зависимости от направления вращения. Величина  $d_{\max}$  понижается постоянно при увеличении скорости вращения против часовой стрелки (рис.4.23б). Это объясняется не только тем, что циркуляционное течение от цилиндра способствует непопаданию частиц в отсос вблизи него, но и тем, что при значительных скоростях вращения прижимает частицу на начальном участке ее движения ко дну аспирационного укрытия вместе с силой тяжести. В случае вращения цилиндра-отсоса по часовой стрелке наблюдается колебательное движение частицы вблизи отсоса (рис. 4.21а, 4.24б). Этот факт объясняется тем, что циркуляционное течение воздуха вместе с силой тяжести увлекает частицу, находящуюся справа от отсоса, вниз. Отсос же, напротив, индуцирует поток, уносящий частицу вверх. При развороте отсоса к частице его влияние значительней, поэтому она поднимается вверх. При повороте цилиндра в другую сторону действие отсоса ослабевает, и частица опускается вниз под действием силы тяжести и нисходящего воздушного потока от вращения цилиндра. Как видно из рис.4.23а, величина  $d_{\max}$  сначала понижается при увеличении скорости, затем возрастает, имея минимум при скорости вращения, близкой к единичной. Действительно, если при малых скоростях вращения циркуляционное течение вокруг цилиндра не оказывает значительного влияния на поведение пылевых частиц на начальном участке ее движения, то ее увеличение приводит к большему подъему частиц над дном аспирационного укрытия и соответственно способствует приближению частиц к отсосу и улавливанию (рис.4.24). Поэтому  $d_{\max}$  в этом случае возрастает.

При увеличении радиуса вращающегося по часовой стрелке цилиндра-отсоса величина  $d_{\max}$  изменяется вначале незначительно (рис.4.23г), затем понижается вследствие увеличения циркуляции  $\Gamma$  (4.30) и соответственно возрастающего влияния циркуляционного потока. В этом случае также наблюдается колебательное движение частиц вблизи отсоса. Заметим, что при вращении цилиндра против часовой стрелки при данных геометрических параметрах не удалось зафиксировать колебательные движения частиц.

Поскольку основной практической задачей является снижение  $d_{max}$ , было произведено сравнение изменения этой величины для различных традиционных схем аспирационных укрытий (рис.4.25) и укрытий, где вытяжное отверстие заменено вращающимся цилиндром-отсосом. Во всех схемах ширина вытяжного отверстия совпадала с шириной отсоса на цилиндре. Точка вылета частицы выбиралась из условия наибольшего благоприятствования попаданию пыли в отсос. Например, на схеме рис.4.25-а эта точка расположена в верхнем углу приточного отверстия. Диаметр снижался примерно на 30-40 или даже на 70 мкм (табл.4.4).

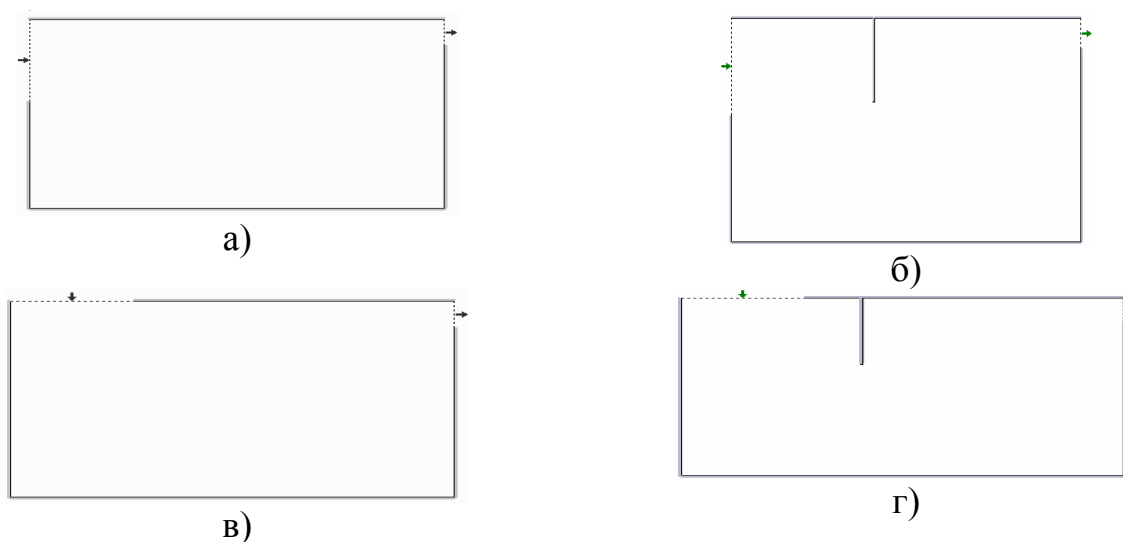


Рис. 4.25. Традиционные схемы аспирационных укрытий

Таким образом, численный эксперимент показал не только целесообразность размещения внутри укрытий вращающихся цилиндров-отсосов, но и возможность на основе разработанной компьютерной программы выбирать наиболее оптимальные геометрические и кинематические параметры аспирационного укрытия с функциями пылеосадительной камеры.

Таблица 4.4

**Сравнение величин  $d_{max}$  для традиционных схем аспирационных укрытий и укрытий, снабженных цилиндром-отсосом**

Номер рисунка традиционной схемы укрытия	Рис.4.24а	Рис.4.24б	Рис.4.24в	Рис.4.24 г
Точка вылета пылевой частицы в укрытии с традиционной схемой	(0,01; 1,1)	(0,01; 1,04)	(0,48; 1,11)	(0,4; 1,11)
Точка вылета пылевой частицы в укрытии с цилиндром-отсосом	(0,01; 1,1)	(0,01; 1,1)	(0,48; 1,11)	(0,4; 1,11)
$d_{max}$ для традиционной схемы укрытия	205	171	238	129
Координаты центра цилиндра радиуса 0,15 м со скоростью вращения 1,5 м/с по часовой стрелке	(1,3; 0,9)	(1,3; 0,9)	(1,3; 0,9)	(1,3; 0,9)
$d_{max}$ для укрытий с цилиндром-отсосом	165	100	210	100

## Библиографический список

1. *Della Valle I.M.* Exhaust hoods. - N. Y.: Industrial Press, 1952.
2. *Engels L.-H. und Willert G.* Kriterien und Möglichkeiten zur Erfassung des Staubes in Industriebetrieben// Staub-Reinhlut. 1973. Nr.3. S.140-41.
3. *Koop H.A.* Staubdösen an Schleifmaschinen// Z.VDI. - 1944. - S.21-44.
4. *Прузнер А.С.* Структура потока в зоне действия всасывающих отверстий // Отопление и вентиляция. 1939. № 3.
5. *Бромлей М.Ф.* Структура потока в зоне действия всасывающих отверстий// Отопление и вентиляция. - 1934. - № 3.
6. *Батурин В.В.* Основы промышленной вентиляции. М.:Профиздат, 1990. 448 с.
7. *Максимов Г.А., Дерюгин В.В.* Движение воздуха при работе систем вентиляции. Л.: Изд-во литературы по строительству, 1972. 97 с.
8. *Иванусь Е.М., Жуковский С.С., Юркевич Ю.С.* Исследование местной вентиляции от мест пайки блоков радиопаратуры.-Львов: Львовский политехн. ин-т, 1985. 5 с. - Деп. в Укр. НИИТИ 22.12.86. № 2797.
9. *Шевченко Л.Ф.* Исследование спектра всасывания у местного отсоса камнерезных машин // Исследования в области обеспыливания воздуха: Межвуз. сб. науч. трудов. Пермь, 1986. С.81-85.
10. *Шевченко Л.Ф.* Основы конструирования местных отсосов камнерезных машин // Борьба с пылью на предприятиях по переработке сыпучих материалов. Белгород: Изд-во БТИСМ, 1990. С.112-114.
11. *Логачев И.Н., Стеценко В.Г., Саплинов Л.К.* Решение некоторых задач аэродинамики промышленной вентиляции методом электрогидродинамической аналогии (ЭГДА) // Вентиляция и очистка воздуха. М.:Недра, 1969. Вып.5. С.144-149.
12. *Талиев В.Н.* Аэродинамика вентиляции. М.: Стройиздат, 1979. - 296 с.
13. *Талиев В.Н.* Всасывающий факел у щели в плоской стенке // Изв.вузов. Строительство и архитектура. 1979. № 3. С.124-127.
14. *Талиев В.Н., Александров Л.Р.* Всасывающий факел у продольной щели постоянной ширины по трубе круглого сечения // Изв.вузов. Технология текстильной промышленности. 1990. № 4. С.76-78.
15. *Посохин В.Н.* К расчету течения вблизи всасывающего плоского патрубка с косым срезом// Изв.вузов. Технология текстильной промышленности. 1982. №3. С.78 - 81.
16. *Посохин В.Н.* Расчет местных отсосов от тепло- и газовыделяющего оборудования. М.:Машиностроение, 1984. 160 с.
17. *Посохин В.Н., Гуревич И.Л.* К расчету течения вблизи всасывающей щели с раструбом// Изв.вузов. Технология текстильной промышленности. 1981. № 3. С.84-88.
18. *Позин Г.М., Посохин В.Н.* Методы расчета полей скоростей, образуемых щелевыми отсосами в ограниченном пространстве // Безопасность и гигиена труда. М. 1980. С.52 -57.
19. *Посохин В.Н.* Расчет скоростей течения вдоль стенок ограниченного объема в виде параллелепипеда, из которого воздух отсасывается через щелевидное отверстие // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1983. №11. С.97-103.
20. *Посохин В.Н.* Подтекание к отсосу при наличии препятствий на пути движения воздуха // Гидромеханика и теплообмен в отопительно-вентиляционных устройствах. Казань, 1981. С.9-11.
21. *Логачев И.Н.* К расчету двухбортовых отсосов // Вентиляция в металлургической промышленности. М.: Металлургия, 1968. С.88 - 92.
22. *Логачев И.Н.* Потенциальное движение воздуха у всасывающей щели // Вентиляция и очистка воздуха. М.: Недра, 1969. С.143 -150.

23. *Маховер В.Л., Халезов Л.С., Чесноков А.Г.* Всасывающий факел у щелевидных отверстий // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. - 1969. - № 1.
24. *Шулекина Е.И.* Определение скорости в стесненном всасывающем факеле // Гидромеханика и теплообмен в отопительно-вентиляционных устройствах.- Казань, 1981. - С.17-19.
25. *Крючков А.В.* Эпюры скорости подтекания к щелевидным всасывающим отверстиям с учетом ограничивающих поверхностей // Обеспыливание технологических процессов в промышленности строительных материалов: Сб. науч. тр. - М.: Изд-во МИСИ; Белгород: Изд-во БТИСМ, 1992. - С.72-76.
26. *Кузьмин М.С., Овчинников П.А.* Вытяжные и воздухораспределительные устройства. - М.: Стройиздат, 1987. - 168 с.
27. *Коньшев И.И., Чесноков А.Г., Щадрова С.Н.* Расчет некоторых пространственных всасывающих факелов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. - 1976. - №4. - С.103-116.
28. *Шепелев И.А.* Воздушные потоки вблизи всасывающих отверстий // Тр. НИИсантехники. - М., 1967. - № 24.
29. *Шепелев И.А.* Аэродинамика воздушных потоков в помещении. - М.:Стройиздат, 1978.- 145 с.
30. *Алтынова А.Л.* Изменение осевой скорости во всасывающем факеле у эллиптического отверстия в плоской стенке // Водоснабжение и санитарная техника. - 1974. -№ 5.
31. *Алтынова А.Л.* Изменение осевой скорости на грани прямого угла при расположении в нем круглого всасывающего отверстия // Отопление и вентиляция. - Иркутск, 1976. - С.53-57.
32. *Тягло И.Г., Шепелев И.А.* О параметрах воздушного потока возле прямоугольного отсасывающего отверстия // Тр. НИИсантехники. - М., 1969. - № 30.
33. *Коростелев Ю.А., Лившиц Г.Д.* К вопросу исследования всасывающих факелов // Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1974. - № 12. - С.132-136.
34. *Лившиц Г.Д.* Исследование закономерности изменения скорости на оси потока, создаваемого круглым всасывающим отверстием с острой кромкой // Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1973. - № 7. - С.153-158.
35. *Лившиц Г.Д.* Исследование поля скоростей во всасывающем факеле круглой полубесконечной трубы // Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1974. - № 10. - С.115-119.
36. *Лившиц Г.Д.* К вопросу исследования закономерностей всасывающих факелов //Изв.вузов. Строительство и архитектура. - 1975. - № 12. - С.135-141.
37. *Лившиц Г.Д.* Исследование вытяжных факелов местных отсосов методом "особенностей" //Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1974. - № 4. - С.104-108.
38. *Лившиц Г.Д.* Исследование местных отсосов, встроенных в оборудование для механизированной сварки в среде защитного газа //Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1978. - № 12. - С.130-133.
39. *Drkal Fr.* Theoretische Bestimmung der Strömungsverhältnisse bei Saugshlitzen// HLH 22. - 1971.-Nr.5. - S.167-172.
40. *Crawford M.* Air pollution Controll Theory// Design of industrial ventilation systems.-McGraw-Hill, 1976.
41. *Pfeiffer, Wolfgang.* Absaugluftmengen von Erfassungseinrichtungen offener Bauart// Staub - Reinhalt. Luft 42. - 1982. - Nr.8. - S.303-308.
42. *Fletcher B., Johnson A.E.* Velocity profiles around hoods and slots the effects of om adjacent plane// Ann. Occun. Hyg. -1982. - № 4. - P. 365-367.
43. *Gomula S., Kosczynialski W.* Wplyw ukstaltowania paszczyznu wlotowej w ssaacym urzadzeniu// Zecz. nauk AGH.-1981. - № 819. - S.5-9.
44. *Ceag Dominit AG.* Über eine Näherung zur Bestimmung von Strömungsfeldern von Absaugehauben// Staub-Reinhalt. - Luft 33. - 1973. - Nr.3. - S.142-146.

45. *Haase D.* Die Wirkung des Windes bei der Absaugung// Staub-Reinhalt. - Luft 27.- 1967.- S.131-133.
46. *Filek V., Gomula S., Nowak B., Roszczynomalki W.* Opis pola predkosci przed wentylacyjnym irzadzeaniem odciayowym za pomoca rozwiazon numerycznych rownania potencjalei Laplacia //Zesz. Nauk. AGH. - 1979. - N 761.- S.337 - 342.
47. *Gomula S., Roszczynomalki W.* Theoretyczne okreslanie rozkladu predkosci przed zasusajacum urzadzeniem wentylacyinum// Zesz. Nauk. AGH.- 1980. - N 804. - S.261 - 266.
48. Отопление и вентиляция : В 2 ч./ Под ред. В.Н. Богословского. - М., 1976. - Ч.2: Вентиляция. - 435 с.
49. *Гримитлин М.И.* Распределение воздуха в помещениях. - М.: Стройиздат, 1983. - 164 с.
50. *Сазонов Э.В.* Расчет зонта-козырька у рабочих отверстий электрических печей// Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1986. - № 9. - С.92 - 95.
51. *Сазонов Э.В.* Теоретические основы расчета вентиляции. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1990. - 208 с.
52. *Бетчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. - М.:Мир, 1973. - 758 с.
53. *Фабрикант Н.Я.* Аэродинамика. - М.:Наука, 1964. - 816 с.
54. *Бенерджи П., Баттерфилд Р.* Метод граничных элементов в прикладных науках. - М.: Мир, 1984. - 486 с.
55. Метод граничных интегральных уравнений. Вычислительные аспекты и приложения в механике// Новое в зарубежной науке/ Ред. Круз Т., Риццо Ф. - М.: Мир, 1979.
56. *Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л.* Методы граничных элементов. - М.:Мир, 1987. - 525с.
57. *Бреббия К., Уокер С.* Применение метода граничных элементов к технике. - М.:Мир, 1982. - 248 с.
58. *Михлин С.Г.* Приложения интегральных уравнений. - М.-Л.:ОГИЗ, 1947.
59. *Wu, J.C. and Wahbah, M.M.* Numerical solution of viscous flow equation using integral representations: Lecture Notes in Physics. - N. Y.: Springer-Verlag, 1976. - Vol.59. - P. 448-453.
60. *Ахмадеев Р.Х., Гуревич И.Л., Посохин В.Н.* К расчету щелевых отсосов от осесимметричных диффузионных источников // Изв.вузов. Строительство и архитектура. - 1990. - С.78-83.
61. *Flynn M.R., Ellenbecker M.J.* The potential flow solution for air flow into a flanged circular hood// Amer. Ind. Hyg. Assoc. J. - 1985. - № 6. - P.318 - 322.
62. *Логачев И.Н., Логачев К.И., Нейков О.Д.* Локализация пылевыделений при прессовании порошков // Порошковая металлургия. - 1995. - № 3,4. - С.100-103.
63. *Минко В.А., Логачев И.Н., Логачев К.И.* Динамика воздушных течений во всасывающих факелах местных отсосов обеспыливающей вентиляции промышленных зданий // Известия вузов. Строительство. - 1996. - № 10. - С.110 - 113.
64. *Минко В.А., Логачев И.Н., Логачев К.И., Титов В.А.* Исследование динамики пылевых частиц в полости бункеров силосного типа // Научно-технический прогресс в области промэкологии и экологический мониторинг: Сб.докл. Междунар. конф. "Промышленность стройматериалов и стройиндустрия, энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений".-Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1997.- Ч.9. - С.3-7.
65. *Логачев К.И.* Экологическая индустрия: Математическое моделирование систем вентиляции промпредприятий // Инженерная экология. - 1999. - №1. - С. 8-18.
66. *Логачев К.И.* Экологическая индустрия: Численное моделирование экранированных вытяжных устройств систем вентиляции промышленных предприятий // Инженерная экология. - 1999. - № 5. - С. 30-40.
67. *Логачев К.И.* Об увеличении дальности всасывающего факела за счет прямоочных струй // Передовые технологии в промышленности и строительстве на пороге XXI века: Сб. докл. Междунар. конф. шк. сем. молодых ученых и аспирантов. - Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1998. - Ч.2 - С.694-701.

68. *Логачев К.И., Балухтина Л.В.* К вопросу о влиянии геометрической формы всасывающего отверстия на его дальнобойность// Научно-технический прогресс в области промэкологии и экологический мониторинг: Сб докл. Междунар. конф. "Промышленность стройматериалов и стройиндустрия, энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений".- Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1997. - Ч.9. - С.15 -19.

69. *Морев М.А.* Моделирование и оптимизация работы компенсационных воздушно-струйных укрытий: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Воронеж, 2000. - 17 с.

70. *Шаптала В.Г., Окунева Г.Л.* Численное моделирование воздухообмена производственных помещений на основе уравнений Навье-Стокса// Математическое моделирование в технологии строительных материалов: Сб. науч. тр. - Белгород: Изд-во БТИСМ, 1992. - С.49-54.

71. *Окунева Г.Л.* Численное исследование отрывных течений в вентилируемых помещениях// Математическое моделирование в технологии строительных материалов: Сб. науч. тр.- Белгород: Изд-во БТИСМ, 1992. - С.54-59.

72. *Шаптала В.Г., Окунева Г.Л.* Численное моделирование распределения концентрации примеси и температуры в плоском потоке воздуха// Актуальные проблемы фундаментальных наук: Тр. II Междунар. научн.-техн. конф. - М.: Техносфера-Информ, 1994. - Т.1, Ч.1. - С.129-131.

73. *Шаптала В.В.* Компьютерное моделирование аспирации тепло- и пылевыведящего оборудования// Математическое моделирование технологических процессов в производстве строительных материалов и конструкций: Сб. науч. тр. - Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1998.- С.74-79.

74. *Шаптала В.В.* Вычислительный эксперимент в исследовании эффективности местной вытяжной вентиляции// Математическое моделирование технологических процессов в производстве строительных материалов и конструкций: Сб. науч. тр. - Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1998. - С.80-85.

75. *Шаптала В.Г., Логачев И.Н., Окунева Г.Л., Шаптала В.Г.* Математическое моделирование распределения температуры и концентрации вредных примесей в цехах обжига// Промышленность стройматериалов и стройиндустрия, энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений: Сб. докл. Междунар. конф.- Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1997. - С.60 - 63.

76. *Шаптала В.Г., Минко В.А., Логачев И.Н.* и др. Математическое обеспечение САПР систем вентиляции: Учеб. пособие. - Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1998. - 77 с.

77. *Хрущ В.К.* Математическое моделирование рассеивания загрязняющих веществ в природных сферах// Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. Вип. 1, т.1. - 1998. - С.53 - 65.

78. *Беляев Н.Н., Хрущ В.К.* Численный расчет распространения аэрозольных загрязнений. - Днепропетровск, 1990.

79. *Гоман О.Г.* Метод дискретных вихрей в гидродинамике: основания и опыт использования// Вісник Дніпропетровського університету. Механіка. Вип. 1, т. 1. - 1998. - С.21-29.

80. *Ивенский В.Г.* Совершенствование систем аспирации на основе использования вихревого эффекта: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Ростов н/Д, 1991. - 18 с.

81. *Нейков О.Д., Логачев И.Н.* Аспирация и обеспыливание воздуха при производстве порошков. - М.: Металлургия, 1981. - 192 с.

82. *Логачев И.Н.* Эжекция воздуха в свободной струе падающих частиц// Снижение уровня вредных производственных факторов на горнорудных предприятиях. - М.:Недра, 1985. - С.56-63.

83. *Логачев И.Н.* О циркуляции воздуха в желобах при перегрузках ненагретых сыпучих материалов// Безопасность труда в горнорудной промышленности. - М.: Недра, 1985. - С.56-63.

84. *Логачев И.Н., Черненко Л.М.* Особенности эжекции воздуха в свободной струе слипающегося порошка// Повышение безопасности труда на горнорудных предприятиях. -М.: Недра, 1985. - С.65-69.
85. *Логачев И.Н.* Основы расчета технических средств локализации и обеспыливания воздуха для снижения мощности выброса пыли в атмосферу при перегрузке сыпучих материалов на рудоподготовительных фабриках: Дис. ... д-ра техн. наук. - Кривой Рог; Белгород, 1996. - 688 с.
86. *Нейков О.Д., Логачев И.Н.* Аспирация при производстве порошковых материалов. -М.: Metallurgia, 1973.
87. *Недин В.В., Нейков О.Д.* Борьба с пылью на рудниках. - М.: Недра, 1965.
88. *Логачев И.Н.* Деформация потока в проемах аспирационных укрытий и ее влияние на объемы аспирации // Борьба с опасными и вредными производственными факторами на горнорудных предприятиях. - М.: Недра, 1988. - С.65 - 71.
89. *Гуревич М.И.* Теория струй идеальной жидкости. - М.: Физматгиз, 1961. - 496 с.
90. *Поляков Н.В.* Численно-аналитические методы решения нелинейных краевых задач. - Днепропетровск: Изд-во ДГУ, 1991. - 144 с.
91. *Воробьев Н.Д., Богданов В.С., Ельцов М.Ю.* Моделирование взаимодействия мелющего тела с футеровкой трубной мельницы// Физико-математические методы в строительном материаловедении. - М.: Изд-во МИСИ; Белгород: Изд-во БТИСМ, 1986. - С.168-173.
92. *Арасланов Ш.Ф., Заринов Ш.Х.* Расчет течения запыленного газа в инерционном воздухоочистителе// Изв. РАН. МЖГ. 1996. - № 6. - С.62-68.
93. *Зайцев О.М.* Удосконалення вилучення шкідливостей закрученими потоками від нефіксованих теплових джерел: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Одеса, 1996. - 16 с.
94. *Круглов Г.А.* Разработка ресурсосберегающих технологий обеспыливания процессов горного производства: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. - Челябинск, 1997. - 43 с.
95. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1973. - 848 с.
96. *Илизарова Л.И.* Структура потока за плохо обтекаемым телом // Промышленная аэродинамика. - М.: Машиностроение, 1966. - Вып.27. - С.96-110.
97. *Цой С.М.* Повышение эффективности аспирации пыли путем изменения формы всасывающего факела // Обеспыливание воздуха и технологического оборудования в промышленности. - Ростов н/Д, 1991. - С.5-6.
98. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики.- М.: Наука, 1977. - 735 с.
99. *Ламб Г.* Гидродинамика. - М., 1947.
100. *Фукс Б.А., Шабат Б.В.* Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. - М.:Физматгиз, 1959. - 376 с.
101. *Крылов В.И.* Приближенное вычисление интегралов. - М.: Наука, 1967.
102. *Крылов В.И., Лугин В.В., Янович Л.А.* Таблицы для численного интегрирования функций со степенными особенностями. -Минск: Изд-во АН БССР, 1963.
103. *Рясной В.М.* Исследование способов снижения запыленности воздуха при бурении шпуров телескопическими перфораторами: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Л., 1981. - 24 с.
104. *Минко В.А.* Обеспыливание технологических процессов производства строительных материалов. - Воронеж: Изд-во ВГУ, 1981. - 176 с.
105. *Афанасьев И.И., ... , Логачев И.Н., Минко В.А.* и др. Обеспыливание воздуха на фабриках горно-обогатительных комбинатов. - М.: Недра. - 1972.-184с.
106. *Власов А.Ф.* Удаление пыли и стружки от режущего инструмента. - М.: Машиностроение, 1982. - 240с.
107. *Ларионов В.А., Созинов В.П.* Регулируемые системы аспирации в деревообрабатывающей промышленности. – М.: Лесная промышленность, 1989. - 240с.
108. *Рябов В.В.* Отвод металлической стружки пневмотранспортом. – М.: Машиностроение, 1988. - 144с.



109. *Желтков А.Н.* Расчет объемов аспирации от высокопроизводительных станков обдирочного шлифования сталей и сплавов// Местная вытяжная вентиляция. – М: МДНТП им. Ф.Э.Дзержинского, 1969. - С.67-71.
110. *Коптев Д.В.* Обеспыливание на электродных и электроугольных заводах. М.: Metallurgy, 1980. - 127с.
111. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Механика сплошных сред. – М.;Л.: Гостехиздат, 1944.- 624с.
112. *Белоцерковский С.М., Лифанов И.К.* Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.:Наука, 1985.-256с.
113. *Лифанов И.К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. – М.:Янус, 1995. – 520с.
114. *Катков М.В., Лабуткин А.Г., Салимов Н.Б., Посохин В.Н.* Течение вблизи щелевого бокового отсоса// Известия вузов. Строительство. - 1998. - № 11-12. – С.96-100.
115. *Посохин В.Н., Катков М.В.* Экспериментальное изучение вихревых зон в потоках вблизи всасывающих щелевых отверстий// Известия вузов. Авиационная техника. – 2001. – №1. – С.61-63.
116. *Белоцерковский С.М., Гиневский А.С.* Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. – М.:Физматлит, 1995.-368с.
117. *Сабельников В.А., Смирных Е.А.* Численный расчет турбулентного течения на начальном участке плоского канала с острыми кромками методом дискретных вихрей // Ученые записки ЦАГИ. 1985. Т.ХVI. С.59-64.
118. *Зимонт В.Л., Козлов В.Е., Прасковский А.А.* Исследование турбулентного течения на начальном участке цилиндрического канала с острыми кромками // Ученые записки ЦАГИ. – 1981. Т.ХII. №1. – С.145-152.
119. *Волощук В.М.* Введение в гидродинамику грубодисперсных аэрозолей. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. - 448с.
120. *Шаптала В.Г.* Математическое моделирование в прикладных задачах механики двухфазных потоков. – Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 1996. - 102с.
121. *Берлянд М.Е.* Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. - 448с.
122. *Ужов В.Н., Вальдберг А.Ю., Мягков Б.И., Решидов И.К.* Очистка запыленных газов от пыли. – М.: Химия, 1981. - 392с.
123. Справочник по специальным функциям/ Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М.:Наука, 1979. - 832с.
124. *Посохин В.Н., Салимов Н.Б., Логачев К.И., Живов А.М.* К расчету течения вблизи щелевидного отсоса-раструба// Известия вузов. Строительство - 2002. Сообщение 1. - №8 - С.70-76; Сообщение 2. - №9 - С. 80-85; Сообщение 3. - №10 - С.81-85.
125. *Катков М.В.* Исследование течений вблизи щелевидных стоков: Дис. ... канд. техн. наук. – Казань. КГТУ им. А.Н. Туполева, 2000 – 153 с.
126. Численное моделирование осесимметричных отрывных течений несжимаемой жидкости/ Гоман О.Г., Карплюк В.И., Ништ М.И., Судаков А.Г.; Под ред. М.И.Ништа. - М.: Машиностроение, 1993. - 288с.
127. *Alden J.L.* Design of Industrial Exhaust Systems, The Industrial Press, New York, 1959.
128. *Лившиц Г.Д., Гиль Б.Л.* Математическое моделирование с помощью ЭВМ всасывающих факелов местных отсосов, встроенных в оборудование// Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1986. – №7 – С.90-93.
129. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1977. – 559с.
130. *Логачев К.И., Пузанок А.И., Посохин В.Н.* Расчет течений на входе в отсосы-раструбы методом дискретных вихрей// Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2004. - №7-8.-С.61-69.

131. *Логачев К.И.* О расчете щелевых отсосов от вращающихся цилиндрических деталей// Известия вузов. Строительство. - 2002. - №11. - С.67-73.
132. *Логачев И.Н., Логачев К.И.* О прогнозировании дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей в местных отсосах систем аспирации// Изв. вузов. Строительство. - 2002. - №9. - С.85-90.
133. *Логачев К.И., Анжеуров Н.М.* О моделировании воздушных течений вблизи щелевых всасывающих отверстий, ограниченных тонкими козырьками// Изв. вузов. Строительство. - 2003. - №1.- С.58-62.
134. *Логачев К.И., Прокопенко Р.В.* О численном моделировании пространственных воздушных течений вблизи всасывающих отверстий местных отсосов от вращающихся цилиндрических деталей// Изв. вузов. Строительство. - 2003. - №8.- С.74-82.
135. *Логачев К.И., Прокопенко Р.В.* К вопросу о моделировании воздушных течений вблизи щелевых отсосов вихревым методом // Изв.вузов. Строительство. - 2003. - №9.- С.100-105.
136. *Логачев К.И., Пузанок А.И.* Комплекс программ "Спектр" для моделирования пылевоздушных течений вблизи щелевидных всасывающих отверстий // Изв. вузов. Строительство. - 2004. - №1.- С.59-64.
137. *Логачев К.И., Посохин В.Н.* Расчет течения вблизи круглого всасывающего патрубка. Изв. вузов. Авиационная техника. -2004. - №1.-С. 29-32.
138. *Logachev K.I., Logachev I.N., Puzanok A.I.* Computational Modeling of Air-and-coal Flows next to Suction Holes // CD-proceedings of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2004, Jyväskylä, 24—28 July 2004, 19 pages.
139. *Логачев К.И., Пузанок А.И., Посохин В.Н.* Расчет вихревого течения у щелевидного бокового отсоса // Изв. вузов. Строительство. - 2004. - №6.- С.64-69..
140. *Логачев К.И., Пузанок А.И.* Численное моделирование пылевоздушных течений вблизи вращающегося цилиндра-отсоса // Изв. вузов. Строительство. - 2005. - №2.
141. *Логачев К.И., Пузанок А.И., Селиванова Е.В.* Численный расчет течения вблизи экранированного отсоса-раструба // Изв. вузов. Строительство. - 2005. - №6.

Научное издание

**Логачев Иван Николаевич**  
**Логачев Константин Иванович**

Аэродинамические основы аспирации

Редактор, корректор *Е.В. Петрунова*

Подписано в печать 30.05.05    Формат 70×84/16

Усл.печ.л. 41,2    Уч.-изд.л. 55,2

Тираж                      Заказ                      Цена договорная.

Химиздат

191023, г.Санкт-Петербург, Апраксин пер., д.4

ЛП № 000055 от 25 декабря 2000 г.